

# Type et valeur d'une expression

Les exercices qui suivent ont pour objectif de s'approprier la notation fonctionnelle en "lisant" des expressions et en répondant à des questions portant sur leur type et leur valeur.

Le **type** d'une expression dépend du type des opérandes et du profil des opérateurs qui la compose.

La valeur d'une expression dépend des valeurs associées à chacun des noms apparaissant dans l'expression : on parle du *contexte d'évaluation* de l'expression. Un contexte est décrit ici avec la convention suivante : **a↔4** signifie que la valeur **4** est associée au nom **a**. Lorsqu'une expression peut être évaluée sans contexte, on dit que son contexte d'évaluation est *vide*, noté par le symbole  $\emptyset$ .

Les exercices qui suivent sont, pour la plupart, présentés sous forme de tableaux comportant quatre colonnes : contexte, expression, type et valeur. Une ligne d'un tableau doit être comprise de la façon suivante : dans le contexte donné, l'expression donnée a le type et la valeur donnés dans les colonnes correspondantes. **D'une manière générale, on demande de compléter les tableaux et lorsque ce n'est pas possible, d'expliquer pourquoi.**

## 1. Notation des valeurs, types de base

	Contexte	Expression	Type	Valeur
1	$\emptyset$	3	entier	3
2	$\emptyset$	2.5		
3	$\emptyset$	vrai		
4	$\emptyset$	'a'		
5	$\emptyset$	'3'		
6	$\emptyset$	"hibou"		
8	$\emptyset$	"faux"		
9	$\emptyset$	"a"		

## 2. Opérations logiques

### a) Tables de vérité des opérateurs logiques

Quels sont les profils des opérateurs **non**, **=**, **ou** et **et** ?

Compléter les tables de vérité des expressions à valeur booléennes suivantes.

	contexte	non a	a=vrai	a=faux
1	$a \leftrightarrow \text{vrai}$			
2	$a \leftrightarrow \text{faux}$			

	contexte	a et b	a ou b
3	$a \leftrightarrow \text{vrai} \quad b \leftrightarrow \text{vrai}$		
4	$a \leftrightarrow \text{faux} \quad b \leftrightarrow \text{vrai}$		
5	$a \leftrightarrow \text{vrai} \quad b \leftrightarrow \text{faux}$		
6	$a \leftrightarrow \text{faux} \quad b \leftrightarrow \text{faux}$		

### b) Identités remarquables

Déduire de ce qui précède une simplification de chacune des deux expressions suivantes :

	expression	forme simplifiée
7	$a = \text{vrai}$	
8	$a = \text{faux}$	

Donner une expression équivalente de chacune des expressions suivantes, en utilisant les opérateurs **non** et **ou** mais sans utiliser l'opérateur **et** :

	expression	expression équivalente
9	non a et non b	
10	a et b	

## 3. Opérations arithmétiques et logiques

### a) Types et valeurs

	Contexte	Expression	Type	Valeur
1	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7$	$a + b$	entier	11
2	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 2.3$	$a + b$		
3	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow \text{vrai}$	$a + b$		
4	$a \leftrightarrow 7, b \leftrightarrow 4$	$a < b$		
5	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5$	$a - b - c$		
6	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5$	$a < b < c$		
7	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5, d \leftrightarrow 3$	$a < b \text{ et } c < d$		
8	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5$	$(a > b \text{ et } a < c) \text{ ou } a < b$		
9	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5$	$a > b \text{ et } (a < c \text{ ou } a < b)$		
10	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5$	$(a > b \text{ et } a < c) \text{ ou } a > b$		
11	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 5$	$(a > b \text{ ou } a \leq b) \text{ et } a < c$		
12		$(a < b) \text{ ou } (a > b)$		vrai

### b) Forme simplifiée

Donner une forme simplifiée de chacune des expressions 8 à 12.

## 4. Expressions conditionnelles

### a) Utilisation et définition d'expressions conditionnelles

	Contexte	Expression	Type	Valeur
1	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7$	si $a < b$ alors 3 sinon 4	entier	3
2	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7$	(si $a < b$ alors 3 sinon 4) + a		
3	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7$	si $a < b$ alors 3 sinon (4 + a)		
4	$a \leftrightarrow 4, b \leftrightarrow 7$	si $a < b$ alors 3 sinon "4"		
5	$a \leftrightarrow 5$	selon a, b $a > b : 3$ $a < b : 4$ $a = b : 5$		5
6		selon a, b, c $a > b : 3$ $a \leq b$ et $b < c : 4$ sinon : 5		5
7	$a \leftrightarrow \text{faux}, b \leftrightarrow 7, c \leftrightarrow 7$	selon a, b, c a : vrai $b = 7 : \text{faux}$ $c = b : \text{vrai}$		
8	$a \leftrightarrow \text{faux}, b \leftrightarrow 7$	selon a, b a : vrai $b = 3 : \text{faux}$ sinon : "incorrect"		
9	$a \leftrightarrow 12$	selon a $a < 10 : \text{"ajourné"}$ $a > 10$ et $a < 12 : \text{"passable"}$ $a > 12$ et $a < 14 : \text{"assez bien"}$ $a > 14$ et $a < 16 : \text{"bien"}$ $a > 16 : \text{"très bien"}$		

### b) Définition d'une fonction

On considère une réalisation d'une fonction nommée **abs** :

```
abs : fonction (e : entier) —> entier  $\geq 0$ 
    { abs(e) est la valeur absolue de e }
abs(e) :
    retour : si e < 0 alors -e
```

Cette réalisation est incorrecte. Expliquer pourquoi.

### c) Construction selon sur des booléens

D'une façon plus générale, e1, e2, e3, e4, e5 et e6 étant des expressions booléennes donner une expression équivalente à l'expression ci-dessous en utilisant uniquement des opérateurs logiques.

```
selon
    e1 : e2
    e3 : e4
    e5 : e6
```

#### d) Expressions conditionnelles à valeur booléenne

Donner une expression équivalente de chacune des expressions suivantes, en utilisant les opérateurs logiques, mais sans utiliser la composition conditionnelle :

## 5. Types construits et valeurs de ces types

	Contexte	Expression	Type	Valeur
1	$\emptyset$	$<2.5, "2.5">$		
2	$\emptyset$	$<25, <"2.5", vrai> >$		

## 6. Vérification des types des noms d'une expression

On s'intéresse à la vérification des types des noms qui apparaissent dans une expression par rapport aux spécifications des opérations qu'elles mettent en jeu.

Par exemple, pour l'expression  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$  :  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  doivent être de même type, soit  $\mathbf{T}$ . Si cette contrainte est respectée, l'expression est de type booléen. De même pour l'expression  $\mathbf{a} + 0,4$  :  $\mathbf{a}$  doit être de type réel. Si cette contrainte est respectée, l'expression est de type réel.

Pour chacune des expressions ci-dessous, donner les contraintes de types que doivent respecter les noms y apparaissant, puis le type de l'expression si ces contraintes sont respectées.

	Expression	Contraintes	Type de l'expression
1	$a=b$	a : T b : T	booléen
2	a ou b		
3	$a < b$ et $c < d$		
4	$3 + (\text{si } x=y \text{ alors } a \text{ sinon } b)$		
5	si a alors (x et y) sinon t		
6	$a = (b \leq c)$		
7	soit $x = \langle a, b \rangle$ dans $\langle a+1, \text{non } b, "a" \rangle$		