

Durée : 90 minutes. 1 document personnel manuscrit A4 autorisé. Sujet sur 1 recto simple à rendre avec la copie.

**I. Code de Stibitz (barème indicatif : 7 points)**

<< Le code décimal binaire Excess-3 (XS-3), ou code de Stibitz, est un système de numération biaisé, utilisé principalement par d'anciens processeurs pour la représentation des nombres en base 10. Les représentations biaisées, ou Excess-N, sont des systèmes qui utilisent un nombre N prédéfini comme nombre biaisant, c'est-à-dire comme décalage avec la représentation canonique. En XS-3, les nombres sont représentés par 4 bits pour chaque chiffre décimal, chaque chiffre étant représenté par les quatre bits de sa représentation binaire, additionné de 3. [...] Ainsi, la représentation XS-3 de 127 est (0100, 0101, 1010). L'avantage principal de l'encodage XS-3 est qu'on peut calculer le complément<sup>1</sup> à 9 d'un nombre décimal aussi facilement qu'on peut calculer le complément à 1 d'un nombre binaire, simplement en inversant les bits. Cette propriété est particulièrement utile pour réaliser des soustractions. Toutefois, cela se fait au prix d'un algorithme moins naturel concernant l'addition. [...] Pour additionner deux chiffres XS-3, il faut additionner leurs représentations binaires, puis retrancher 3 s'il n'y a pas d'overflow (si le résultat n'utilise pas 5 bits), ou au contraire ajouter 3 s'il y a overflow. >> source Wikipédia

**QI.1b.** Donnez la table de représentation des chiffres de 0 à 9 en base 2 (binaire naturel) et en code de Stibitz.

**QI.2b.** Inversez les bits des codes binaires naturels et des codes de Stibitz de 0, 6 et 8, obtenez-vous les codes binaires naturels ou les code de Stibitz des compléments à 9 de ces chiffres ? Avez-vous une explication ?

**QI.3b.** Selon Wikipédia, l'addition avec les codes de Stibitz est moins naturelle. Posez les 2 additions 0+0 et 6+6 avec les codes de Stibitz, qu'observez-vous ? Est-ce que le texte en parle ?

**QI.4b.** Le texte de Wikipédia semble dire que les codes de Stibitz permettent de faire des soustractions facilement mais ne donne pas d'exemple. Pouvez-vous, par exemple, expliquer comment faire 8-6 ?

Indication : essayez, comme en complément à 2, de faire  $A - B = A + (-B) = A + \overline{B} + 1$

**II. Addition d'une constante (barème indicatif : 8 points)**

Les code de Stibitz utilisent une addition où l'un des opérandes est constant : l'addition de 3 (+3). L'exercice qui suit propose de faire un circuit spécifique pour cette addition (+3). Les deux premières questions concernent des entiers de 4 bits. Pour 4 bits, le circuit proposé est construit à partir de 2 circuits, le premier effectue l'addition de 3 (+3) pour des nombres de 2 bits et peut générer une retenue. Le second circuit ne fait pas d'addition mais propage la retenue pour les 2 bits restants.

**QII.1b.** Réalisez un circuit prenant en entrée un nombre sur 2 bits ( $E_1 E_0$ ) et additionne 3 (+3). Détaillez votre démarche (table de vérité, formule logique, circuit)

**QII.2b.** Réalisez un circuit prenant en entrée un nombre sur 2 bits ( $E_1 E_0$ ) et un bit de retenue R et additionnant R.

**QII.3b.** À partir des circuits précédents proposez un circuit effectuant l'addition de 3 (+3) pour des nombres de 4 bits.

**QII.4b.** Généralisez à un circuit effectuant l'addition de 3 (+3) pour des nombres de 10 bits.

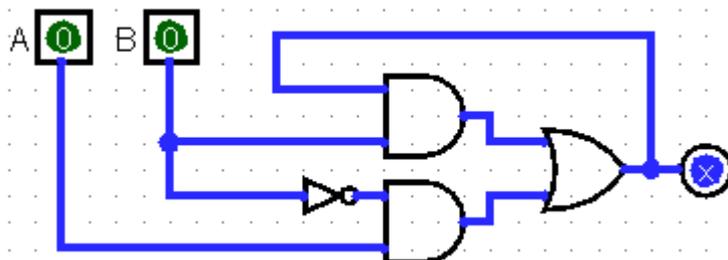
**QII.Bonus** (à faire à la fin). Comparez la complexité d'un circuit similaire 64 bits avec celle de l'addition classique .

**III. Boucle (barème indicatif : 5 points)**

**QIII.1b.** Combien de transistors sont nécessaires pour la réalisation du circuit suivant.

**QIII.2b.** Analysez le comportement de ce circuit. Indiquez les comportements utiles des différentes configurations possibles des entrées.

**QIII.3b.** Ce circuit peut-il servir comme élément de mémoire ?



<sup>1</sup> X est le complément à N de T si  $T+X=N$