Université Joseph Fourier : DLST L2
INF232

Examen Automates et langages

11 juin 2012

Durée : 2 heures
Seuls les documents du cours et des TD sont autorisés.

Exercice 1 (6 points)

A chacune des questions suivantes répondre par "vrai" ou "faux" et donner une justification de la réponse. En particulier, si la réponse est "faux", donner un contre-exemple.

1. Tout langage d'états finis est régulier.
2. Tout langage régulier est d'états finis.
3. Tout langage d'états finis est fini.
4. Tout langage fini est d'états finis.
5. Tous les sous-ensembles d'un langage d'états finis sont d'états finis.
6. Tout langage d'états finis peut être reconnu par un automate déterministe avec un seul état terminal.
7. Tout langage d'états finis peut être reconnu par un automate non-déterministe avec un seul état terminal.
8. Tout langage d'états finis peut être reconnu par un automate non-déterministe avec ϵ-transitions avec un seul état terminal.
9. Si tous les états d'un automate déterministe sont terminaux alors il accepte tous les mots sur son alphabet.
10. Si tous les états d'un automate déterministe complet sont terminaux alors il accepte tous les mots sur son alphabet.
11. Si L n'est pas d'états finis et L' est fini alors $L \cap L'$ est d'états finis.
12. Si deux automates déterministes reconnaissent le même langage alors ils ont le même nombre d'états.
13. On peut transformer tout automate non-déterministe en automate déterministe équivalent avec le même nombre d'états.

Exercice 3 (6 points)

On considère l'automate étendu B de la Figure 1, où q_0 est l'état initial et q_t est l'état terminal.

1. Calculer les exécutions de cet automate dans les états initiaux suivants :
   (a) $\sigma(t) = 1$, $\sigma(s) = 0$ et $\sigma(n) = 3$
   (b) $\sigma(t) = 1$, $\sigma(s) = 0$ et $\sigma(n) = 5$
   (c) $\sigma(t) = 1$, $\sigma(s) = 0$ et $\sigma(n) = 6$
2. Montrer, en utilisant la méthode de Floyd, que B satisfait la spécification

$$(P, Q) \text{ où } P \equiv s = 0 \wedge t = 1 \wedge n \geq 0 \text{ et } Q \equiv r = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Indication : Pour P_{q_1}, compléter le prédicat suivant :

$$s = i^{\cdots} \wedge t = (i + \cdots)^2 \wedge \cdots$$

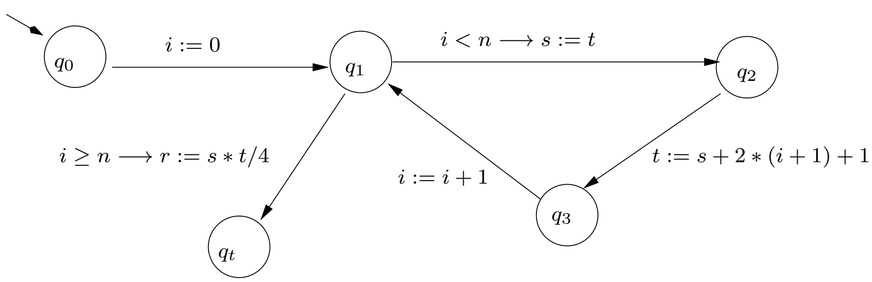

FIGURE 1 – L'automate étendu B

Exercice 3 (6 points)

Soit le langage L défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ par l'expression régulière suivante :

$$\big((c.a^* + \epsilon).(a^*.b + b.a)\big)^*$$

1. Donner un automate fini non déterministe qui accepte le langage L.
2. Déterminiser cet automate.
3. Minimiser l'automate obtenu.

Exercice 4 (4 points)

Soit le langage $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a\}$. Montrer que L n'est pas régulier.