

Sujet d'examen

Automates et Langages L2 - INF232

2006/07

Avertissement

La durée de cette épreuve écrite est de deux heures. Tous les documents sont autorisés. Le barème est à titre indicatif.

1 Exercice (4 pts)

Répondre aux questions suivantes par oui ou par non en justifiant la réponse. On dit qu'un langage est irrégulier s'il n'est pas régulier.

1. L'intersection de deux langages irréguliers est toujours un langage irrégulier.
2. Le complément dans $\{a, b\}^*$ du langage $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ est un langage régulier.
3. L'union de deux langages irréguliers est toujours un langage irrégulier.
4. L'intersection d'un langage irrégulier et un langage régulier est toujours un langage régulier.

2 Exercice (4 pts)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$ et soit A l'automate donné dans la Figure 1.

Éliminer les ϵ -transitions, déterminer et ensuite minimiser l'automate obtenu.

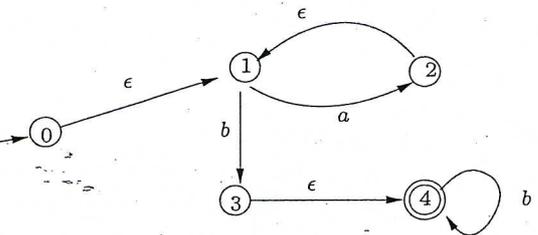


Figure 1: Automate du deuxième exercice

3 Exercice (3 pts)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$ et soit A l'automate donné dans la Figure 2.

- Calculer une expression régulière équivalente à A .

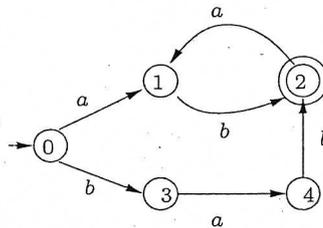


Figure 2: Automate du troisième exercice

4 Exercice(5 pts)

On considère l'automate A étendu donné dans la Figure 3 où q_0 est l'état initial et q_t est l'état terminal.

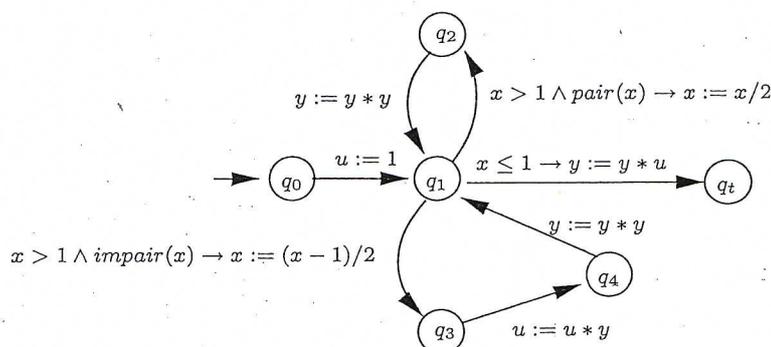


Figure 3: Puissance

- Donner une exécution de l'automate en prenant un état σ tel que : $\sigma(x) = 2$ et $\sigma(y) = 5$ comme état initial.
- Démontrer que A satisfait la spécification :

$$(x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge x_0 > 0, y = y_0^{x_0})$$

Indice: On peut prendre $P_{q_3} : x \geq 1 \wedge y_0^{x_0} = u * y^{2x+1}$.

Ne considérer que les transitions de q_1 à q_3 , de q_3 à q_4 , de q_4 à q_1 et de q_1 à q_t .

5 Exercice (4 pts)

On considère l'alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$. Pour un mot w on dénote par $\delta(w)$ la première position de w où on a 0, si une telle position existe; et $|w| + 1$ sinon. On peut définir δ inductivement :

- $\delta(\epsilon) = 1$.
- $\delta(0 \cdot u) = 0$, $\delta(1 \cdot u) = 1 + \delta(u)$ et $\delta(2 \cdot u) = 1 + \delta(u)$.

1. Calculer $\delta(1201)$ et $\delta(011)$.
2. Pour un mot $w \in \Sigma^*$, $|w|_1$ dénote le nombre de 1 dans w . Soit $L = \{w \in \Sigma^* \mid \delta(w) = |w|_1\}$. Démontrer que L n'est pas régulier.
3. Soit M le langage décrit par l'expression régulière $(0 + 1)^*$. Démontrer que $L \cap M$ est régulier.