DS Automates et langages L2 : INF232

5 novembre 2008

Exercice 1

Soit L l'ensemble des mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ défini par le schéma suivant :
- Base : ϵ (le mot vide)
- Induction : Si $u \in L$ et $v \in L$ alors $aub \in L$, $bua \in L$, $uv \in L$

1. Pour $u \in \Sigma^*$, un mot sur Σ, on note par $|u|_a$ le nombre d'occurrences de a et par $|u|_b$ le nombre d'occurrences de b. Montrer la proposition suivante :

$$\forall m (m \in L \Rightarrow |m|_a = |m|_b)$$

2. Montrer la proposition suivante :

$$\forall m (m \in L \text{ ssi } m = \epsilon \text{ ou il existe } u \in L \text{ et } v \in L \text{ tels que } m = aubv \text{ ou } m = buav)$$

Exercice 2

On considère l'automate étendu A de la Figure 1. L'état q_0 est l'unique état de contrôle initial et q_t est l'unique état de contrôle terminal. Dans l'automate étendu A, la notation a/p signifie "p divise a".

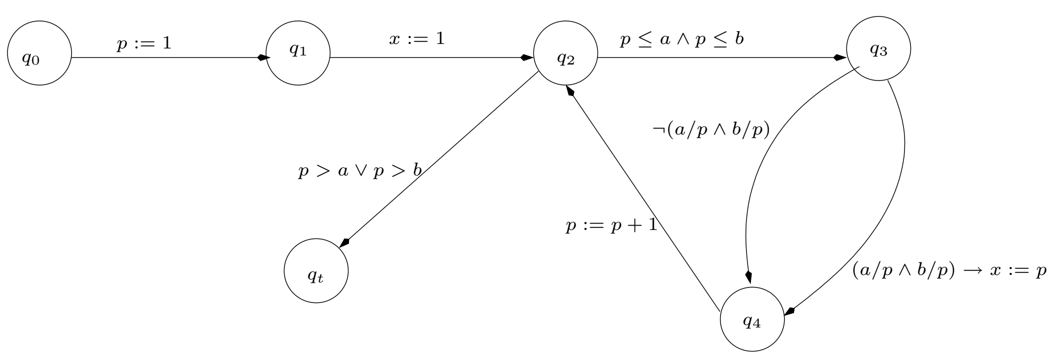

FIG. 1 – L'automate A

1. Donner les exécutions de ce programme à partir des états suivants :
   - $\sigma(a) = 7$ et $\sigma(b) = 4$.
   - $\sigma(a) = 12$ et $\sigma(b) = 3$.
2. Montrer, en utilisant la méthode de Floyd, que A satisfait la spécification :

$$(P, Q) \text{ où } P \equiv a > 0 \wedge b > 0 \text{ et } Q \equiv x = PGCD(a, b)$$

   Indication : L'assertion P_{q_2} est de la forme :

$$a/\cdots \wedge b/\cdots \wedge x < p \;\Rightarrow [\forall q \; x < q \leq p \Rightarrow \neg(\cdots/q \wedge \cdots/q)]$$

Exercice 3

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. On considère le langage L formé de tous les mots sur Σ^* contenant ab et ne contenant pas abc.

1. Donner un automate déterministe reconnaissant L.