Licence Sciences et Technologies
Université Joseph Fourier

Examen à mi-parcours
INF 232: Langages et Automates
L2, 2012/2013

Rappel des consignes et quelques conseils/remarques

– Durée : 2 heures (14h00 $\rightarrow$ 16h00).
– Aucune sortie avant 30 minutes. Aucune entrée après 30 minutes.
– Tout document du cours ou du TD est autorisé.
– Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
– Le soin de la copie sera pris en compte. Justifier soigneusement vos réponses.
– Les exercices sont indépendants.
– L'examen est sur 25 points. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 3 points)

Répondre par Vrai ou Faux aux questions suivantes. Justifier *soigneusement* vos réponses.

1. Étant donné un langage, on peut trouver un automate d'états finis déterministe qui reconnaît ce langage.
2. Étant donné un langage régulier, on peut trouver un automate d'états finis déterministe qui reconnaît ce langage.
3. Pour tout langage régulier, on peut trouver un automate d'états finis déterministe qui satisfait les deux conditions suivantes :
   – l'automate reconnaît ce langage, et
   – si on enlève n'importe quel état de l'automate, alors le nouvel automate reconnaît un langage différent.
4. Pour tout langage régulier, on peut trouver un automate avec un nombre fini d'états et sans ϵ-transitions.

Exercice 2 (Vrai ou Faux suite - 3 points)

Répondre par Vrai ou Faux aux questions suivantes. Justifier *soigneusement* vos réponses.
Soient Σ et Σ' deux alphabets, soit Q un ensemble d'états, et soit $\Delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ une relation de transition. On considère les deux automates définis par les quintuplets suivants : $A = (Q, q_0, \Sigma, \Delta, F)$ et $A' = (Q, q_0, \Sigma', \Delta, F)$. On note $\mathcal{L}(A)$ et $\mathcal{L}(A')$ les langages reconnus par A et A', respectivement.

1. Si $\Sigma \subseteq \Sigma'$, alors $\mathcal{L}(A) \subseteq \mathcal{L}(A')$.
2. On a toujours $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(A')$.
3. Si $\Sigma \subset \Sigma'$, alors $\mathcal{L}(A) \subset \mathcal{L}(A')$.

Exercice 3 (Un peu d'algo - 4 points)

1. Donner un algorithme qui prend un ADEF sur un alphabet Σ en paramètre et détermine si le langage reconnu par cet automate est le langage universel sur Σ. Dans cette question, les algorithmes du cours peuvent être utilisés directement sans être redéfinis.
2. Donner un algorithme qui prend un automate en paramètre et détermine si cet automate est déterministe. Dans cette question, les algorithmes du cours ne peuvent pas être utilisés.

Exercice 4 (Expression régulières vers automates - 5 points)

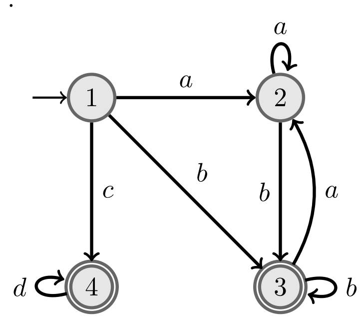
On considère l'expression régulière suivante sur l'alphabet $\{a, b, c, d\}$:

$$\big(a \cdot b + a^* \cdot b + c \cdot d\big) \cdot \big((c \cdot a^* + b \cdot d) \cdot (a \cdot b^* + a \cdot b \cdot d)\big)^*$$

1. Donner un automate non-déterministe avec ϵ-transitions qui reconnaît le langage dénoté par cette expression régulière. Nous n'êtes pas obligés de suivre la méthode compositionnelle donnée en cours. Vous pouvez peut-être simplifier l'expression (avec les justifications appropriées).
2. Éliminer les ϵ-transitions dans l'automate obtenu dans la question précédente.
3. Déterminiser l'automate obtenu dans la question précédente.
4. Est-ce que cet automate est minimal ? Si l'automate n'est pas minimal, donner l'automate minimisé.

Exercice 5 (Automate vers expression régulière - 3 points)

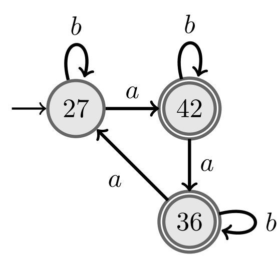
Nous considérons l'automate suivant :



1. Donner une expression régulière associée à cet automate en utilisant **la méthode associant des équations aux *états***.

Exercice 6 (Automate vers expression régulière suite - 3 points)

Nous considérons l'automate suivant :



1. Donner une expression régulière associée à cet automate en utilisant la **méthode associant des équations aux *chemins***.

Exercice 7 (Un langage non régulier - 4 points)

1. Prouver que $\{a^m \cdot b^n \cdot c^p \mid m \geq 0 \text{ et } n > p \geq 0\}$ n'est pas un langage régulier.