

Rappel des consignes et quelques conseils/remarques

- Durée : 2 heures (13h00 → 15h00). Aucune sortie avant 30 minutes. Aucune entrée après 30 minutes.
- Tout document du cours ou du TD est autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte. Justifier soigneusement vos réponses.
- Les exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.
- L'examen est sur 22 points. Il faut 20 points pour avoir la note maximale.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 3 points)

Répondre par Vrai ou Faux aux questions suivantes. Justifier *soigneusement* et sans preuve vos réponses.

1. Un automate complet reconnaît le langage universel.
2. Un automate complet déterministe reconnaît le langage universel.
3. Un automate complet déterministe dont tous les états sont accepteurs reconnaît le langage universel.
4. La différence de deux langages réguliers est un langage régulier.
5. Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
6. Il est possible que des langages non-réguliers satisfont le lemme de l'itération.
7. Dans la méthode de Floyd, la pré-condition doit être impliquée par la condition associée à chaque état initial.
8. Dans la méthode de Floyd, la post-condition doit être impliquée par au moins une des conditions des états terminaux.

Exercice 2 (Expression régulière vers automate - 4 points)

On considère l'expression régulière suivante sur l'alphabet $\{a, b, c, d\}$:

$$(a^* \cdot b + d \cdot c)^* \cdot (b^* \cdot d + a \cdot d)^*$$

1. Donner un automate non-déterministe avec ϵ -transitions qui reconnaît le langage dénoté par cette expression régulière. Vous n'êtes pas obligés de suivre la méthode compositionnelle donnée en cours.
2. Éliminer les ϵ -transitions dans l'automate obtenu dans la question précédente.
3. Déterminer l'automate obtenu dans la question précédente.
4. Est-ce que cet automate est minimal ? Si l'automate n'est pas minimal, donner l'automate minimisé.

Exercice 3 (Automate vers expression régulière - 2 points)

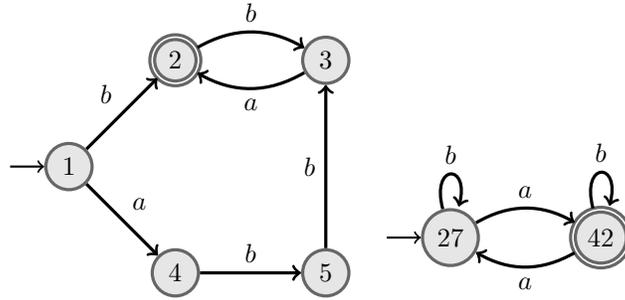
Nous considérons l'automate de la Figure 1a.

1. Donner une expression régulière associée à cet automate en utilisant **la méthode associant des équations aux états**.

Exercice 4 (Automate vers expression régulière suite - 2 points)

Nous considérons l'automate de la Figure 1b.

1. Donner une expression régulière associée à cet automate en utilisant **la méthode associant des équations aux chemins**.



(a) Automate de l'exercice 3 (b) Automate de l'exercice 4

FIGURE 1: Automates pour les exercices 3 et 4

Exercice 5 (Un automate à trouver - 3 points)

Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w .

- On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage

$$\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}.$$

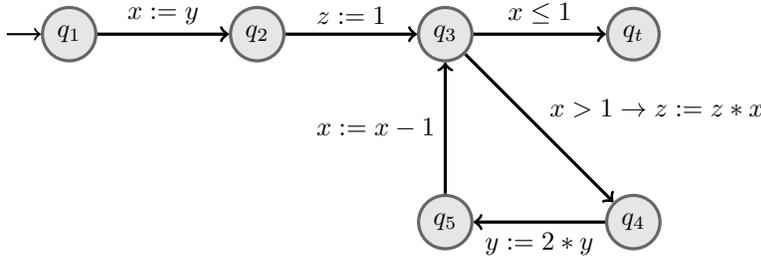
Exercice 6 (Un langage non régulier - 3 points)

Étant donné un alphabet quelconque, on note w^R , le mot miroir de w , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant w de droite à gauche.

- On considère l'alphabet $\{a, b\}$. Prouver que $\{w \cdot w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ n'est pas un langage régulier.

Exercice 7 (Vérification d'automate étendu - 5 points)

On considère l'automate étendu suivant :



- Donner l'exécution de cet automate sur un état initial tel que la valeur de y est 1, et toutes les autres variables sont initialisées à 0.
- Donner l'exécution de cet automate sur un état initial tel que la valeur de y est 2, et toutes les autres variables sont initialisées à 0.
- Quelles sont les valeurs finales de y et z après une exécution où y est initialisée à 3. On ne demande pas d'exécution.
- Montrer que cet automate étendu est partiellement correct par rapport à la spécification

$$(y > 0, z = y_0! \wedge y = 2^{y_0-1} * y_0).$$

L'invariant est de la forme $\dots! * z = y_0! \wedge \dots = y_0 * 2^{\dots}$.
Rappel : la factorielle d'un entier naturel n est notée $n!$.