Licence Sciences et Technologies
Université Joseph Fourier

Examen de seconde session
INF 232: Langages et Automates
L2, 2012/2013

Rappel des consignes et quelques conseils/remarques

– Durée : 2 heures (10h45 → 12h45). Aucune sortie avant 30 minutes. Aucune entrée après 30 minutes.
– Tout document du cours ou du TD est autorisé.
– Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
– **Le soin de la copie sera pris en compte.**
– Les exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.
– L'examen est sur 21 points. Il faut 20 points pour avoir la note maximale.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 3 points)

Répondre par Vrai ou Faux aux questions suivantes. Justifier *soigneusement* et sans preuve vos réponses.

1. Un langage régulier contient un nombre fini de mots.
2. Un automate complet déterministe reconnaît le langage universel.
3. Si L n'est pas d'états finis et L' est fini alors $L \cap L'$ est d'états finis.
4. La différence de deux langages réguliers est un langage régulier.
5. Soit L un langage, alors $L \cap L$ est d'états finis.
6. Dans la méthode de Floyd, la post-condition doit être impliquée par au moins une des conditions des états terminaux.

Exercice 2 (Union de Langages - 2 points)

L'union de deux langages L_1 et L_2 non réguliers peut être un langage régulier ou non-régulier. Justifier sans preuve vos réponses aux questions suivantes.

1. Donner un exemple de paire de langages L_1 et L_2 telle que $L_1 \cup L_2$ n'est pas régulier.
2. Donner un exemple de paire de langages L_1 et L_2 telle que $L_1 \cup L_2$ est régulier.

Exercice 3 (Langage régulier et non-régulier - 5 points)

On considère l'alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$. Pour un mot $w \in \Sigma^*$ on dénote par $f(w)$ la première position de w dont le symbole est 1, si une telle position existe ; et $|w| + 1$ sinon. On peut définir f inductivement :
– $f(\epsilon) = 1$.
– $f(1 \cdot u) = 0$, $f(0 \cdot u) = 1 + f(u)$ et $f(2 \cdot u) = 1 + f(u)$.

1. Calculer $f(0210)$ et $f(100)$.
2. Pour un mot $w \in \Sigma^*$, $|w|_0$ dénote le nombre de 0 dans w. Soit $L = \{w \in \Sigma^* \mid f(w) = |w|_0\}$. Démontrer que L n'est pas régulier.
3. Soit M le langage décrit par l'expression régulière $(0 + 1)^*$.
Montrer que $L \cap M$ est régulier.

Exercice 4 (Un Automate - 5 points)

Nous considérons l'automate de la Figure 1.

1. Supprimer les ϵ-transitions.
2. Déterminiser l'automate obtenu.
3. Minimiser l'automate obtenu.

Exercice 5 (Méthode de Floyd - 6 points)

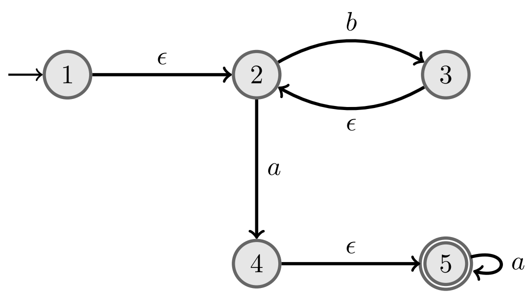

FIGURE 1: Automate de l'exercice 4

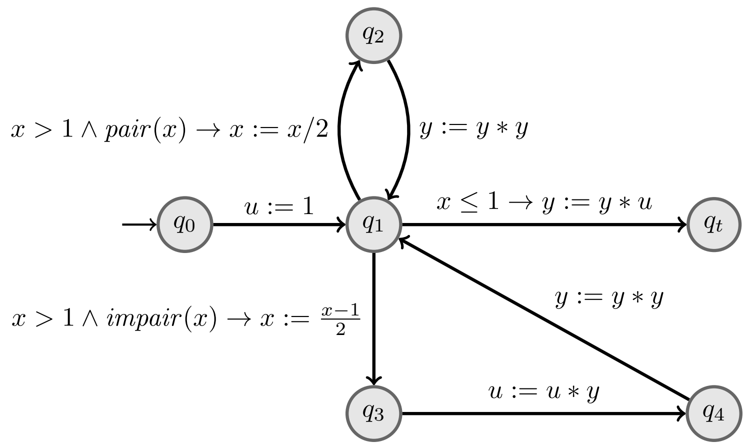

FIGURE 2: Automate étendu de l'exercice 5

Nous considérons l'automate étendu de la Figure 2.

1. Donner les exécutions de l'automate en prenant des états σ tels que :
   1. $\sigma(x) = 2$, $\sigma(y) = 5$ et $\sigma(u) = 0$,
   2. $\sigma(x) = 3$, $\sigma(y) = 4$ et $\sigma(u) = 0$,

   comme états initiaux.
2. Démontrer que l'automate étendu est partiellement correction par rapport à la spécification :

$$(x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge x_0 > 0, y = y_0^{x_0})$$

   Indice : On peut prendre $P_{q_3} : x \geq 1 \wedge y_0^{x_0} = u * y^{2x+1}$.
   Lorsque vous montrerez que l'automate est inductif, vous ne considérerez que les transitions de q_1 à q_3, de q_3 à q_4, de q_4 à q_1 et de q_1 à q_t.