

## Rappel à propos des consignes et quelques conseils et remarques

- Durée : 2 heure (08h00 → 10h00).
- Pas de sortie avant 30 minutes. Pas d'entrée avant 30 minutes.
- Tout document du cours ou du TD est autorisé. Tout autre document est interdit.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- **Le soin de votre copie sera pris en compte (-1 point si manque de soin).**
- Les exercices sont indépendants.
- Le barème est donné à titre indicatif.

### Exercice 1 (Vrai ou Faux - 3 points)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes. Justifier soigneusement et de façon concise vos réponses (sans preuve). Si une proposition est fausse, répondre par un contre-exemple.

1. Tout langage fini est un langage d'état fini.
2. Tout langage d'état fini est un langage fini.
3. Un automate déterministe et complet reconnaît le langage universel.
4. Si un automate a une boucle, le langage qu'il reconnaît est infini.
5. La différence entre deux langages réguliers est un langage régulier.
6. Soit  $L$  un langage, alors  $L \cap L$  est un langage d'états finis.

### Exercice 2 (Déterminisation, minimisation, expression régulière - 4 points)

Soit  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Considérons l'automate de la Figure 1.

1. Déterminiser l'automate.
2. Minimiser l'automate obtenu.
3. Calculer une expression régulière pour cet automate en utilisant associant des équations aux états.

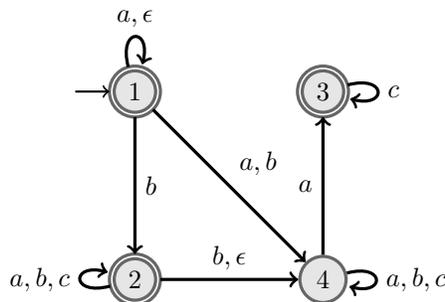


FIGURE 1: Automate pour l'exercice 2

### Exercice 3 (Intersection de langages - 3 points)

On considère un alphabet  $\Sigma$  pour cet exercice. L'intersection de deux langages non-réguliers  $L_1$  et  $L_2$  peut être régulier ou pas. Justifier sans preuve vos réponses aux questions suivantes.

1. Donner un exemple de deux langages non-réguliers  $L_1$  et  $L_2$  tels que  $L_1 \cap L_2$  n'est pas régulier.
2. Donner un exemple de deux langages non-réguliers  $L_1$  et  $L_2$  tels que  $L_1 \cap L_2$  est régulier.

### Exercice 4 (Quelques relations entre expressions régulières - 4 points)

Soit  $\Sigma = \{a, b\}$ . Pour une expression régulière  $e$ , nous notons  $L(e)$  le langage associé à  $e$ . Nous considérons deux relations,  $\rightarrow$  et  $\nrightarrow$ , définies entre deux expressions régulières comme suit :

$$e_1 \rightarrow e_2 \text{ si et seulement si } L(e_1) \subseteq L(e_2)$$

$$e_1 \nrightarrow e_2 \text{ si et seulement si } L(e_1) \not\subseteq L(e_2)$$

- Établir toutes les relations ( $\rightarrow$ ,  $\nrightarrow$ ) entre les expressions régulières suivantes, en justifiant les relations  $\nrightarrow$  avec des contre exemples :

- $(a^*b^*)^*$
- $(aa^* + bb^*)^*$
- $(\epsilon + a + b)^*(a + b)$
- $\epsilon + a(a + b)^* + b(a + b)^*$

### Exercice 5 (Détermination, minimisation, expression régulière - 3 points)

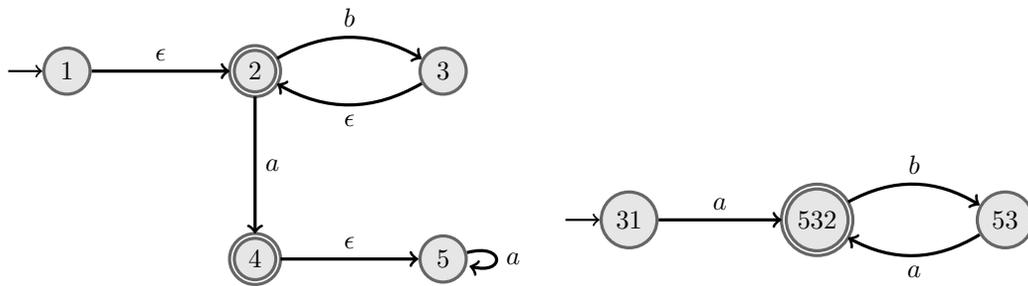
Soit  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Considérons l'automate de la Figure 2a.

- Supprimer les  $\epsilon$ -transitions et déterminer l'automate (soit directement ou en deux étapes).
- Minimiser l'automate obtenu.

### Exercice 6 (Calcul d'expressions régulières - 3 points)

Soit  $\Sigma = \{a, b\}$ . Considérons l'automate de la Figure 2b.

- Calculer une expression régulière en utilisant la méthode associant des équations aux chemins.



(a) Automate pour l'exercice 5

(b) Automate pour l'exercice 6

FIGURE 2: Automates pour les exercices 5 et 6