

Rappel à propos des consignes et quelques conseils et remarques

- Durée : 2 heures.
- Pas de sortie avant 30 minutes. Pas d'entrée avant 30 minutes.
- Tout document du cours ou du TD est autorisé. Tout autre document est interdit.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- **Le soin de votre copie sera pris en compte (-1 point si manque de soin).**
- Les exercices sont indépendants.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 3 points)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes. Justifier soigneusement et de façon concise vos réponses (sans preuve). Si une proposition est fautive, répondre par un contre-exemple.

1. Tout langage infini n'est pas un langage d'états finis.
2. Tout langage fini peut être représenté par une expression régulière.
3. Un automate non déterministe et complet reconnaît le langage universel.
4. Si un automate a une boucle, le langage qu'il reconnaît ne peut pas être fini.
5. La différence entre deux langages non-réguliers peut être un langage régulier.
6. Soit L un langage pour lequel il existe une expression régulière qui le définit, alors $L \cap L$ est un langage d'états finis.

Exercice 2 (Déterminisation, minimisation, expression régulière - 4 points)

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Considérons l'automate de la Figure 1.

1. Déterminiser l'automate.
2. Minimiser l'automate obtenu.
3. Calculer une expression régulière pour cet automate en utilisant la méthode associant des équations aux états.

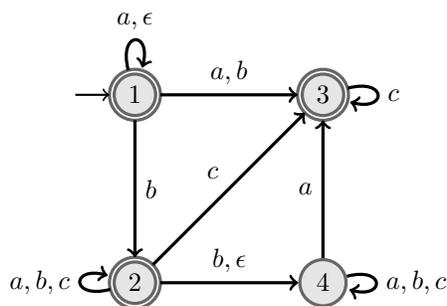


FIGURE 1: Automate pour l'exercice 2

Exercice 3 (Différence de langages - 3 points)

La différence de deux langages non-réguliers L_1 et L_2 peut être régulière ou pas. Justifier sans preuve vos réponses aux questions suivantes.

1. Donner un exemple de deux langages non-réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \setminus L_2$ n'est pas régulier.

2. Donner un exemple de deux langages non-réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \setminus L_2$ est régulier.

Exercice 4 (Expressions régulières et Algorithmes - 4 points)

Dans cet exercice, tous les algorithmes du cours peuvent être réutilisés directement sans être refinis. Pour une expression régulière E , $L(E)$ dénote la sémantique de l'expression régulière, c'est-à-dire le langage qu'elle représente. Soient E_1, E_2, E_3 des expressions régulières.

1. Donner un algorithme qui détermine si $L(E_1 \cdot E_2) = L(E_3^*)$.
2. Pour une expression régulière E , on considère que le cardinal du langage qu'elle dénote est un élément de $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$. De plus, par abus de notation, on considère que $\forall n \in \mathbb{N} : n < \infty$. Donner un algorithme qui détermine si $|L(E_1)| = |L(E_2)|$, $|L(E_1)| < |L(E_2)|$ ou $|L(E_1)| > |L(E_2)|$.

Exercice 5 (Détermination, minimisation, expression régulière - 3 points)

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Considérons l'automate de la Figure 2a.

1. Supprimer les ϵ -transitions et déterminer l'automate (soit directement ou en deux étapes).
2. Minimiser l'automate obtenu.

Exercice 6 (Calcul d'expressions régulières - 3 points)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Considérons l'automate de la Figure 2b.

1. Calculer une expression régulière en utilisant la méthode associant des équations aux chemins.

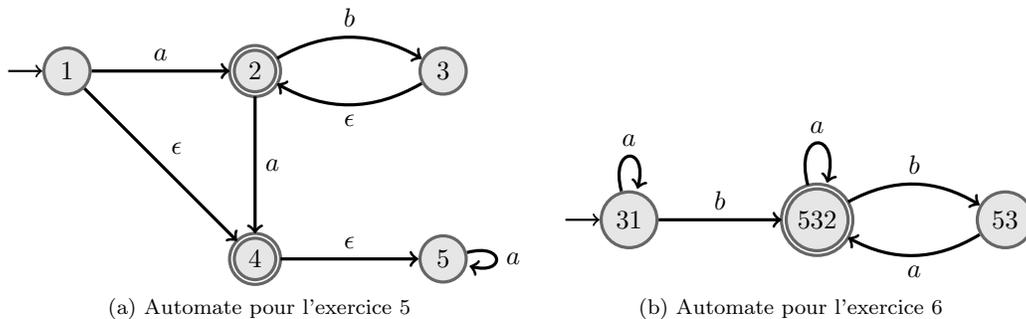


FIGURE 2: Automates pour les exercices 5 et 6