

## Rappel à propos des consignes et quelques conseils et remarques

- Durée : 2 heures.
- Pas de sortie avant 30 minutes. Pas d'entrée après 30 minutes.
- Tout document du cours ou du TD est autorisé. Tout autre document est interdit.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- **Le soin de votre copie sera pris en compte (-1 point si manque de soin).**
- Les exercices sont indépendants.
- Le barème est donné à titre indicatif.

### Exercice 1 Vrai/Faux (1 points)

1. Plus le nombre d'états est grand dans un automate d'états finis, plus celui-ci reconnaît de mots.
2. Dans la méthode de Floyd, tout programme est partiellement correct par rapport à n'importe quelle spécification qui s'écrit (Faux, P), où P est un prédicat quelconque.

### Exercice 2 Des automates à trouver (2 points)

Soit  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

1. Soit  $L_1$  l'ensemble des mots dans  $\Sigma^*$  qui contiennent 010. Donner un automate  $A_1$  d'états finis (déterministe ou non-déterministe) qui reconnaît  $L_1$ .
2. Soit  $L_2$  l'ensemble des mots qui ne contiennent pas 010. Construire à partir de l'automate  $A_1$  de la première question un automate d'états finis  $A_2$  qui reconnaît le langage  $L_2$ .
3. Soit  $L_3$  l'ensemble des mots qui commencent par 01 ou 10. Donner un automate d'états finis (déterministe ou non-déterministe)  $A_3$  qui reconnaît  $L_3$ .
4. Soit  $L_4$  l'ensemble des mots qui commencent par 01 ou 10 et qui ne contiennent pas 010. Construire à partir des automates  $A_2$  et  $A_3$  un automate qui reconnaît  $L_4$ .

### Exercice 3 Expression régulière et automate (3 points)

1. Donner une expression régulière représentant l'ensemble des mots avec un nombre pair de zéros et un nombre pair de uns, en définissant d'abord un automate reconnaissant ce langage puis en utilisant la méthode associant les équations aux états.

### Exercice 4 Déterminisation et minimisation (4 points)

Soit  $\Sigma = \{a, b\}$ . Déterminiser l'automate de la Figure 1 et minimiser l'automate obtenu.

### Exercice 5 Langages non réguliers (5 points)

1. Montrer que le langage  $\{a^{2n}b^{2n} \mid n \geq 0\}$  n'est pas régulier en se servant du lemme d'itération.
2. En utilisant le résultat de la question précédente, montrer que :  $\{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b = 2k, k \geq 0\}$  n'est pas régulier.
3. En utilisant les résultats des questions précédentes, montrer que :  $\{a^i b^j c^{2k} \mid i + j = 2k\}$  n'est pas régulier.

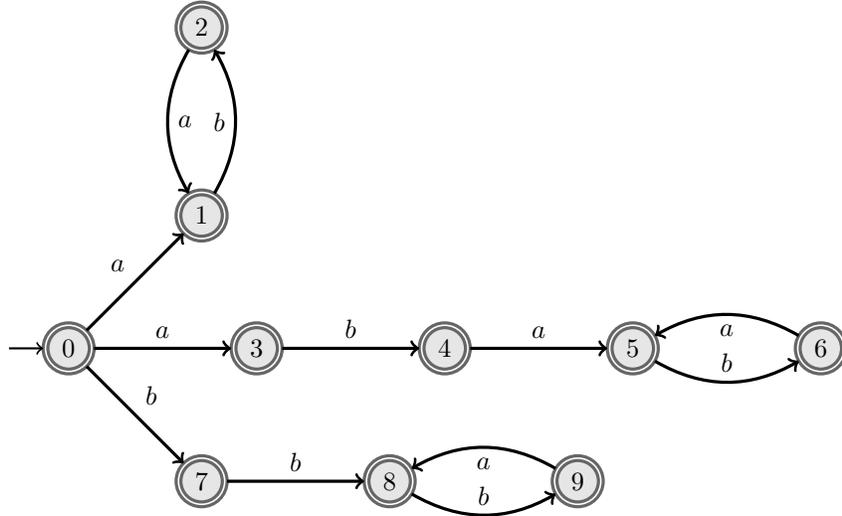


FIGURE 1: Un automate à déterminer

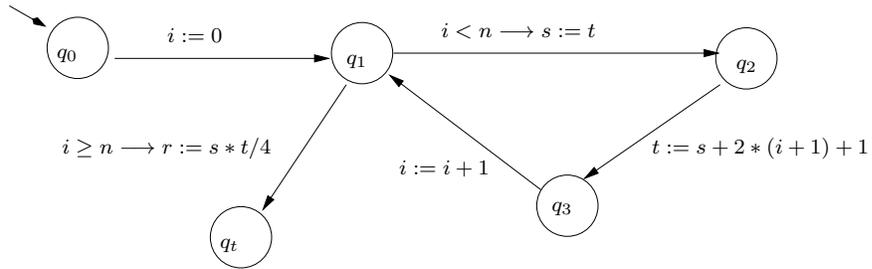


FIGURE 2: Un automate étendu

### Exercice 6 Méthode de Floyd (5 points)

On considère l'automate étendu de la Figure 2, où  $q_0$  est l'état initial et  $q_t$  est l'état terminal.

1. Calculer les exécutions de cet automate dans les états initiaux suivants :

- (a)  $\sigma(t) = 1, \sigma(s) = 0$  et  $\sigma(n) = 3$
- (b)  $\sigma(t) = 1, \sigma(s) = 0$  et  $\sigma(n) = 5$
- (c)  $\sigma(t) = 1, \sigma(s) = 0$  et  $\sigma(n) = 6$

2. Montrer, en utilisant la méthode de Floyd, que l'automate satisfait la spécification

$$(P, Q) \text{ où } P \equiv s = 0 \wedge t = 1 \wedge n \geq 0 \text{ et } Q \equiv r = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

**Indication :** Pour  $P_{q_1}$ , compléter le prédicat suivant :

$$s = i \dots \wedge t = (i + \dots)^2 \wedge \dots$$