

Durée : 90 minutes. 1 document personnel manuscrit A4 autorisé. Sujet sur 1 recto simple à rendre avec la copie.

I. Code de Stibitz (barème indicatif : 7 points)

<< Le code décimal binaire Excess-3 (XS-3), ou code de Stibitz, est un système de numération biaisé, utilisé principalement par d'anciens processeurs pour la représentation des nombres en base 10. Les représentations biaisées, ou Excess-N, sont des systèmes qui utilisent un nombre N prédéfini comme nombre biaisant, c'est-à-dire comme décalage avec la représentation canonique. En XS-3, les nombres sont représentés par 4 bits pour chaque chiffre décimal, chaque chiffre étant représenté par les quatre bits de sa représentation binaire, additionné de 3. [...] Ainsi, la représentation XS-3 de 127 est (0100, 0101, 1010). L'avantage principal de l'encodage XS-3 est qu'on peut calculer le complément¹ à 9 d'un nombre décimal aussi facilement qu'on peut calculer le complément à 1 d'un nombre binaire, simplement en inversant les bits. Cette propriété est particulièrement utile pour réaliser des soustractions. Toutefois, cela se fait au prix d'un algorithme moins naturel concernant l'addition. [...] Pour additionner deux chiffres XS-3, il faut additionner leurs représentations binaires, puis retrancher 3 s'il n'y a pas d'overflow (si le résultat n'utilise pas 5 bits), ou au contraire ajouter 3 s'il y a overflow. >> source Wikipédia

QI.1a. Donnez la table de représentation des chiffres de 0 à 9 en base 2 (binaire naturel) et en code de Stibitz.

QI.2a. Inversez les bits des codes binaires naturels et des codes de Stibitz de 1, 6 et 9, obtenez-vous les codes binaires naturels ou les code de Stibitz des compléments à 9 de ces chiffres ? Avez-vous une explication ?

QI.3a. Selon Wikipédia, l'addition avec les codes de Stibitz est moins naturelle. Posez les 2 additions 1+1 et 5+5 avec les codes de Stibitz, qu'observez-vous ? Est-ce que le texte en parle ?

QI.4a. Le texte de Wikipédia semble dire que les codes de Stibitz permettent de faire des soustractions facilement mais ne donne pas d'exemple. Pouvez-vous, par exemple, expliquer comment faire 9-7 ?

Indication : essayez, comme en complément à 2, de faire $A - B = A + (-B) = A + \bar{B} + 1$

II. Addition d'une constante (barème indicatif : 8 points)

Les code de Stibitz utilisent une addition où l'un des opérandes est constant : l'addition de 3 (+3). L'exercice qui suit propose de faire un circuit spécifique pour cette addition (+3). Les deux premières questions concernent des entiers de 4 bits. Pour 4 bits, le circuit proposé est construit à partir de 2 circuits, le premier effectue l'addition de 3 (+3) pour des nombres de 2 bits et peut générer une retenue. Le second circuit ne fait pas d'addition mais propage la retenue pour les 2 bits restants.

QII.1a. Réalisez un circuit prenant en entrée un nombre sur 2 bits ($A_1 A_0$) et additionnant 3 (+3). Détaillez votre démarche (table de vérité, formule logique, circuit)

QII.2a. Réalisez un circuit prenant en entrée un nombre sur 2 bits ($A_1 A_0$), un bit de retenue R et additionnant R.

QII.3a. À partir des circuits précédents proposez un circuit effectuant l'addition de 3 (+3) pour des nombres de 4 bits.

QII.4a. Généralisez à un circuit effectuant l'addition de 3 (+3) pour des nombres de 14 bits.

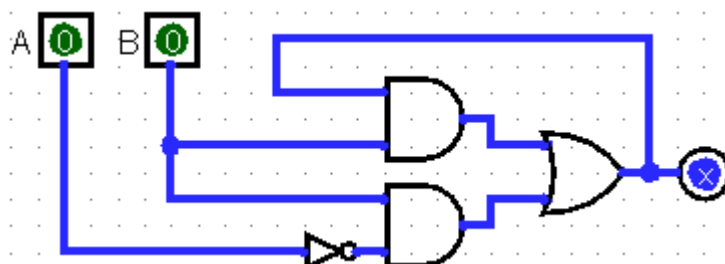
QII.Bonus (à faire à la fin). Comparez la complexité d'un circuit similaire 64 bits avec celle de l'addition classique.

III. Boucle (barème indicatif : 5 points)

QIII.1a. Combien de transistors sont nécessaires pour la réalisation du circuit suivant.

QIII.2a. Analysez le comportement de ce circuit. Indiquez les comportements utiles des différentes configurations possibles des entrées.

QIII.3a. Ce circuit peut-il servir comme élément de mémoire ?



¹ X est le complément à N de T si $T+X=N$