

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

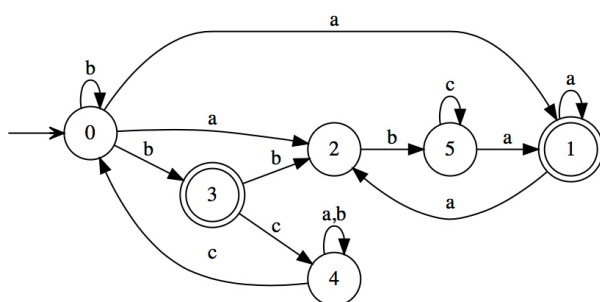


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

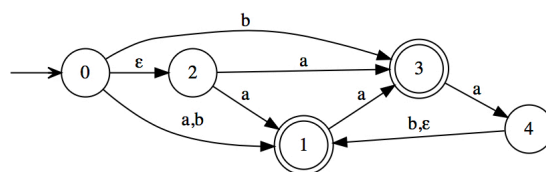
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [d] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [e] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [c] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [f] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.2.
- ☐ b) Celui de la Figure III.3.
- ☐ c) Celui de la Figure III.1.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

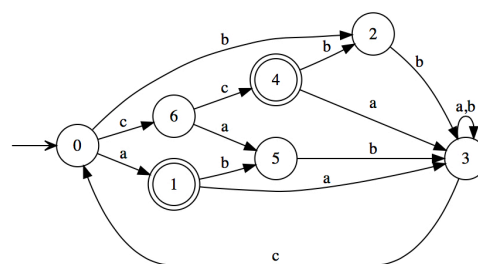
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures

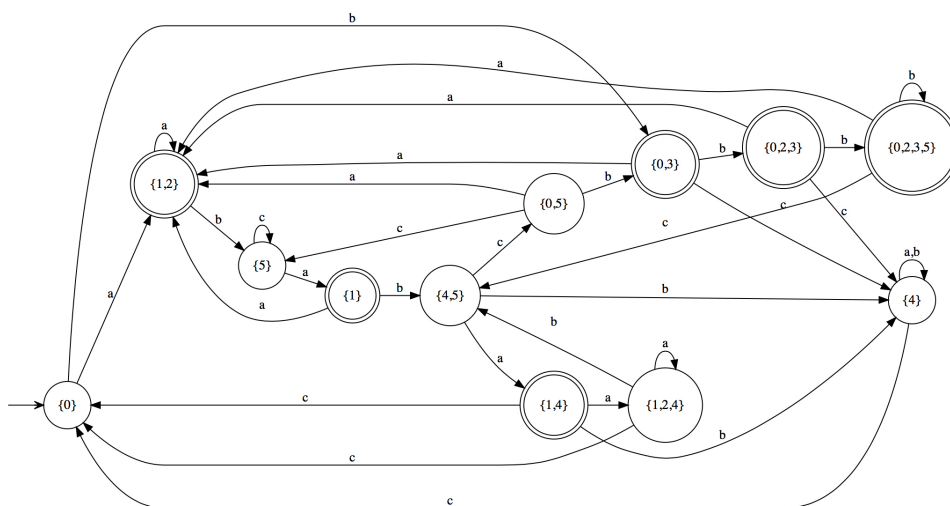


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

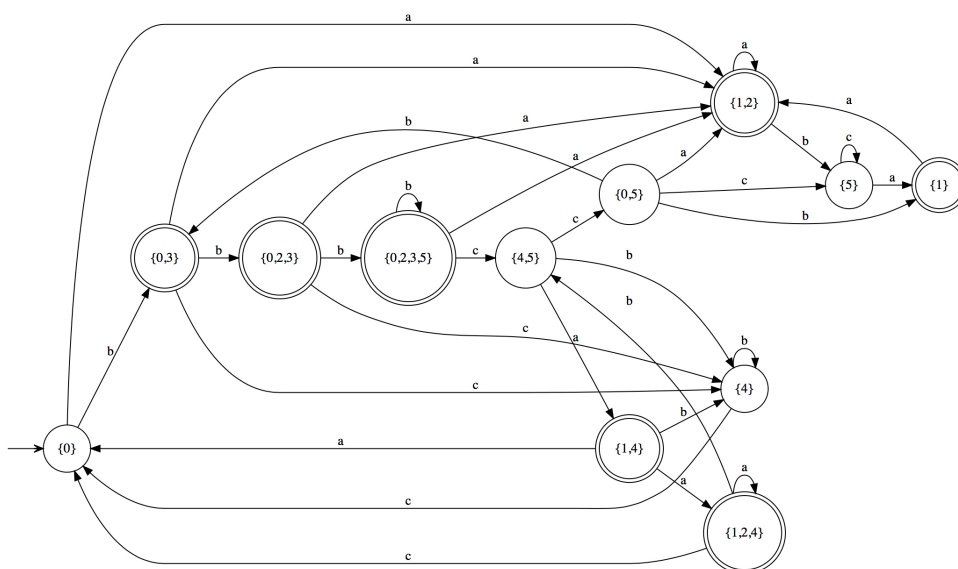
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

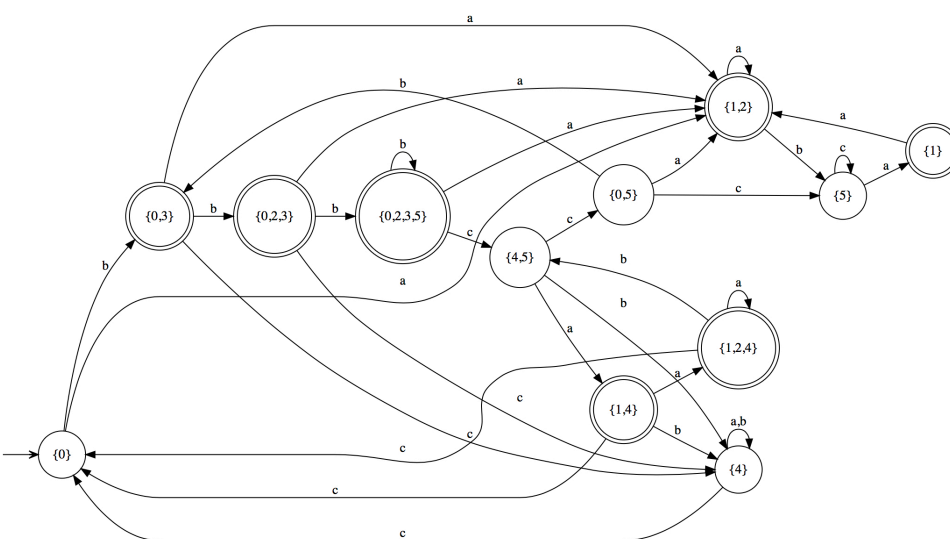
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

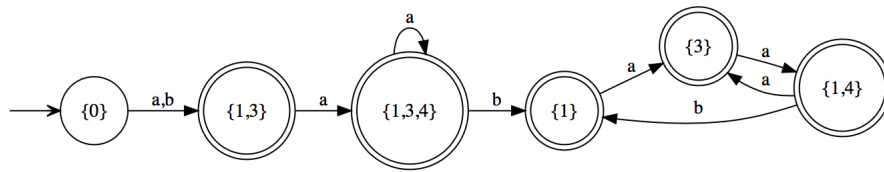


(.2)

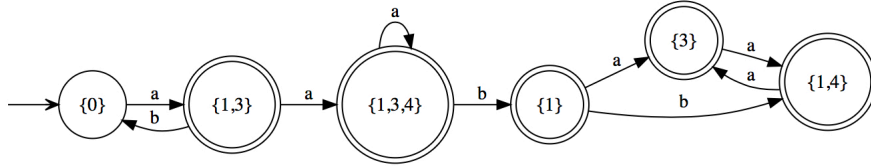


(.3)

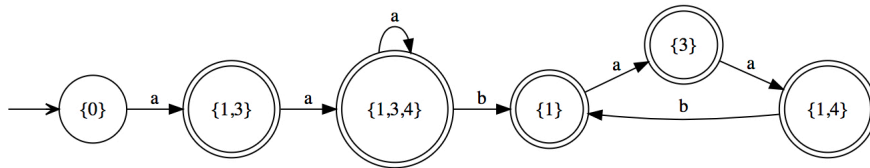
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



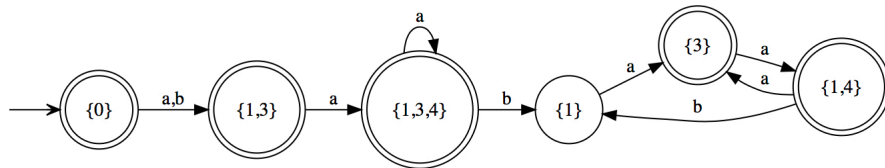
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



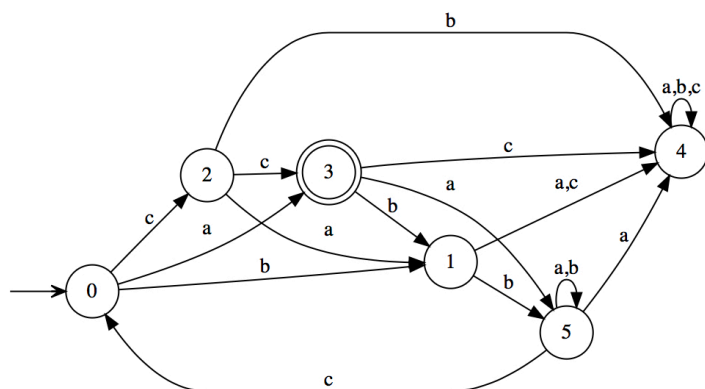
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

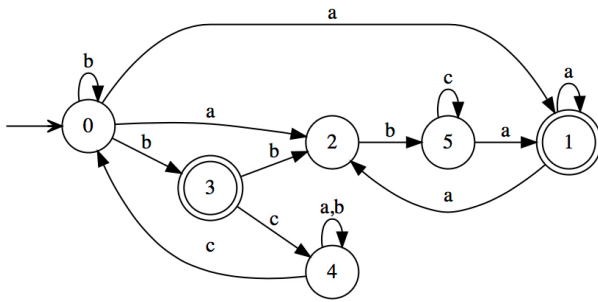


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

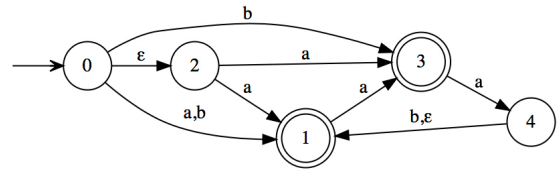
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [e] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [e] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

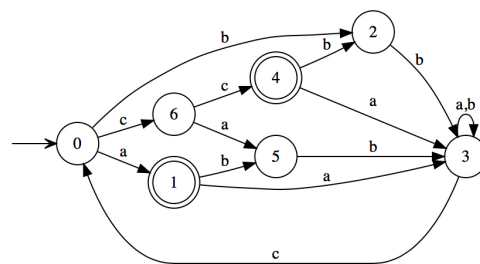
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



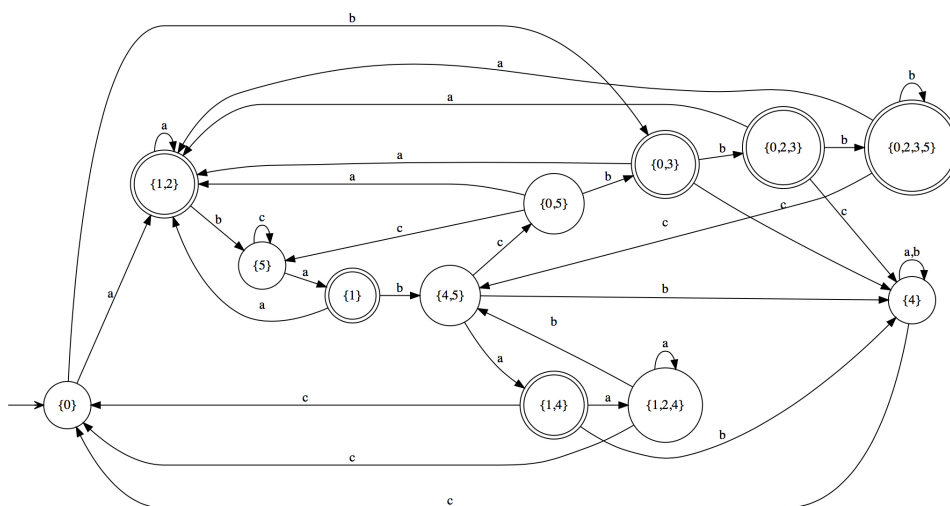
- [b] la Figure V.2. [d] la Figure V.1.
[a] la Figure V.3. [c] la Figure V.4. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

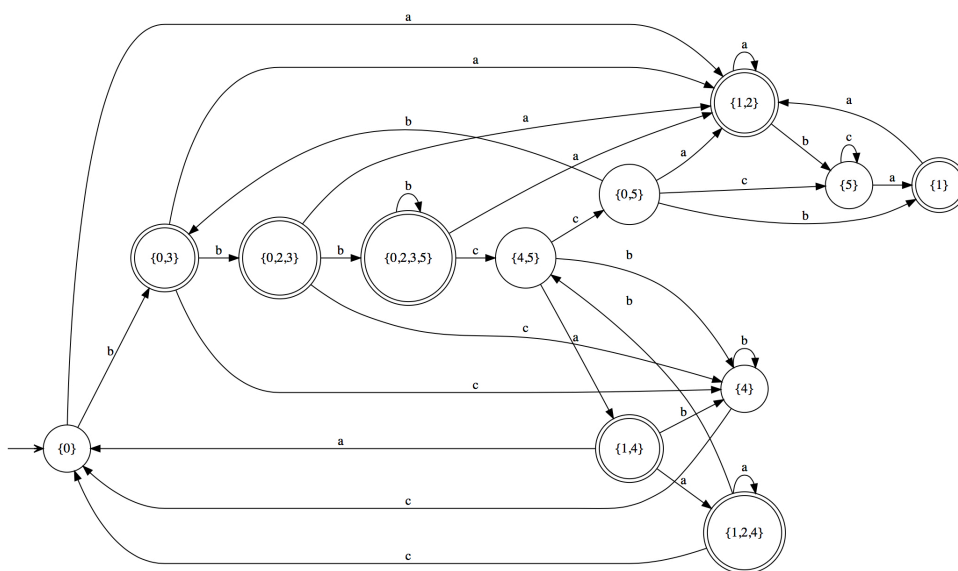
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

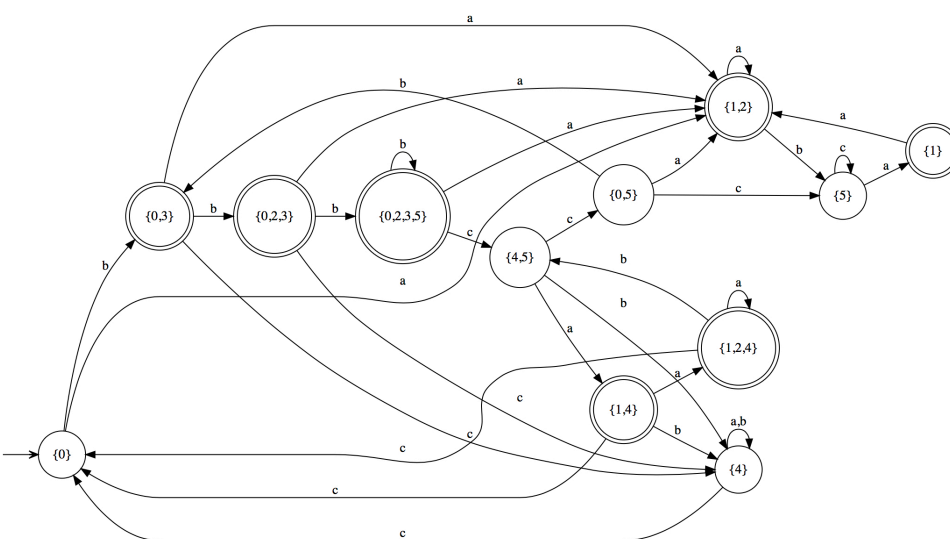
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

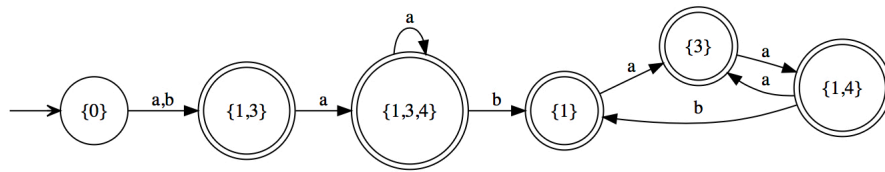


(.2)

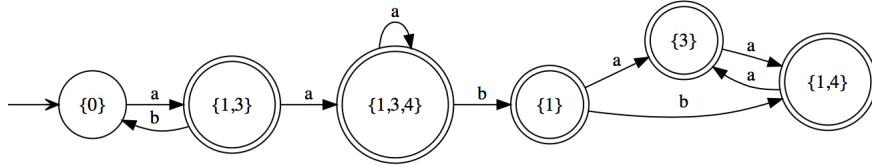


(.3)

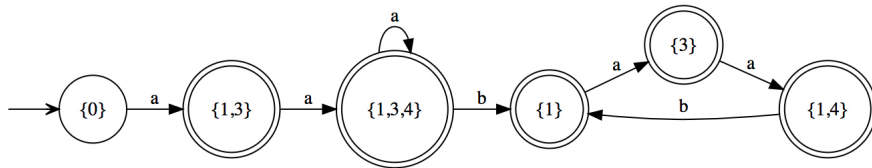
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



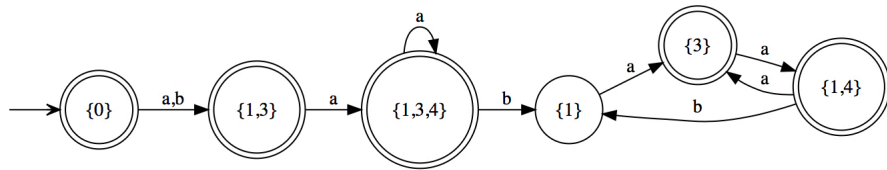
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



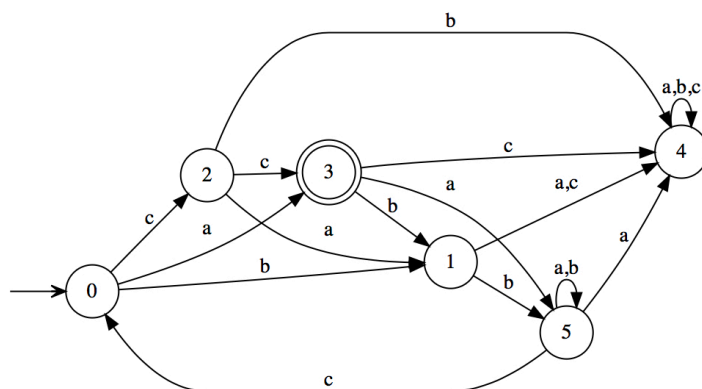
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

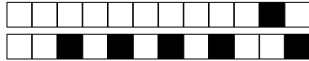
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

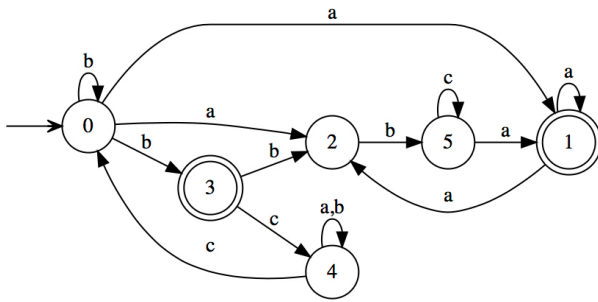


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

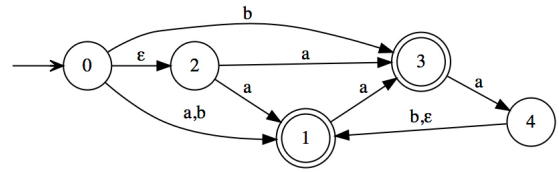
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

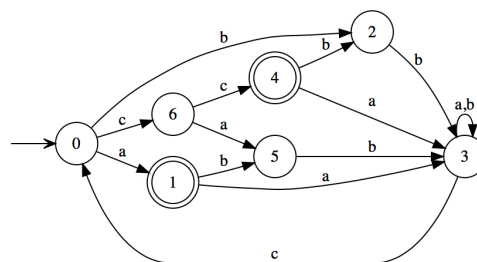
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures

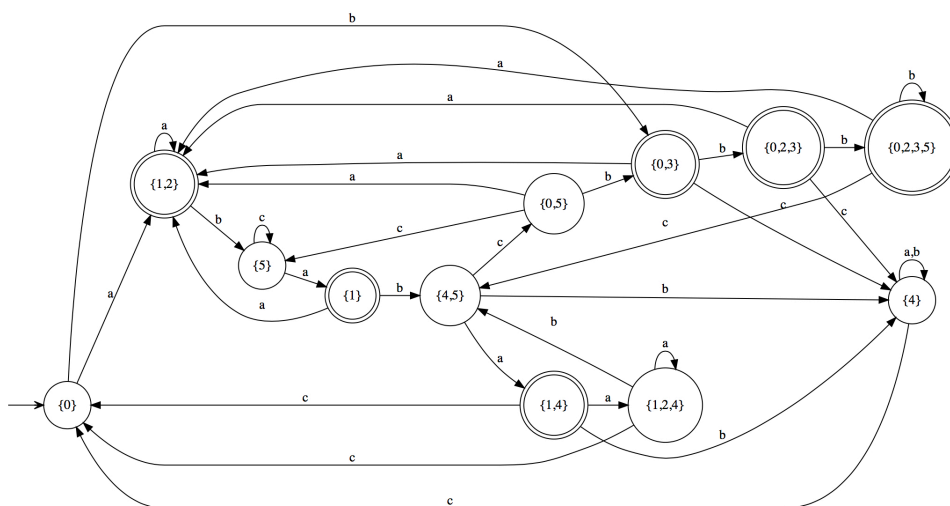


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

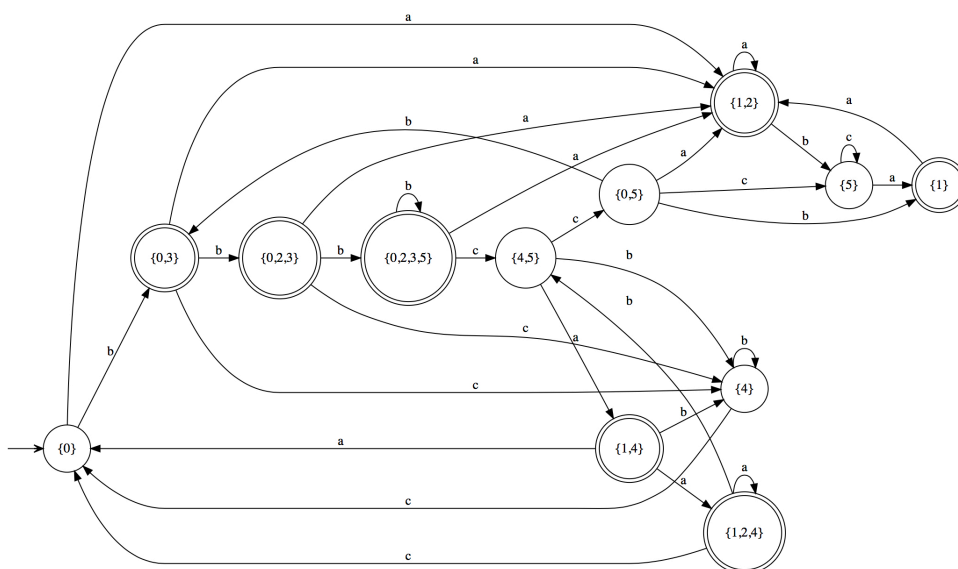
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

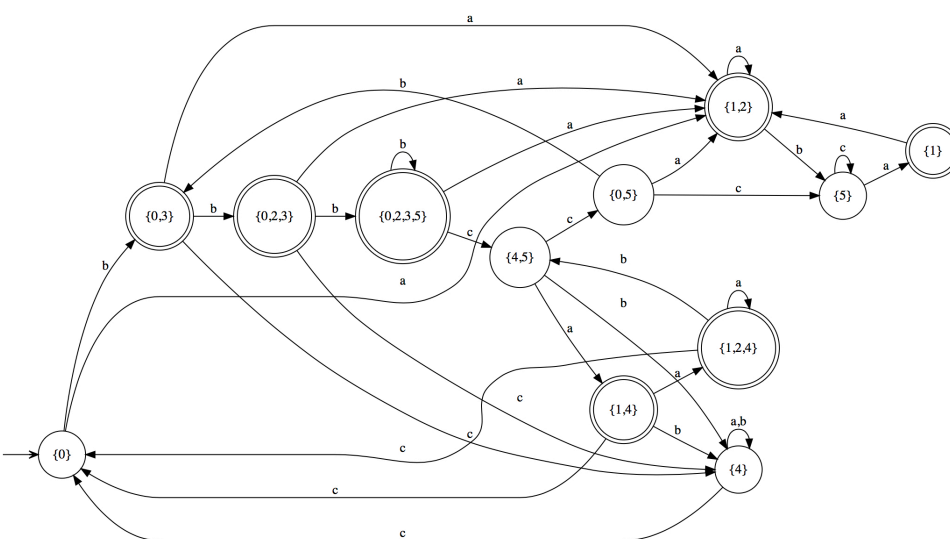
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

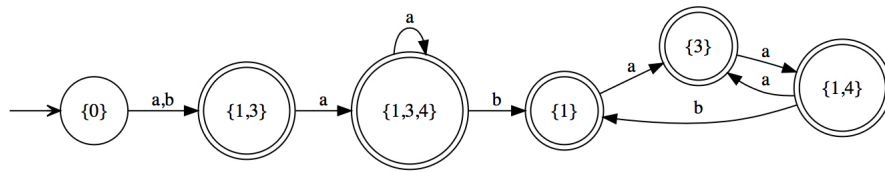


(.2)

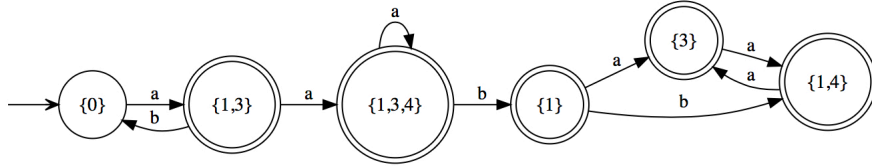


(.3)

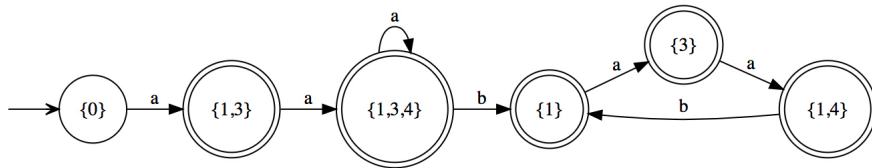
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



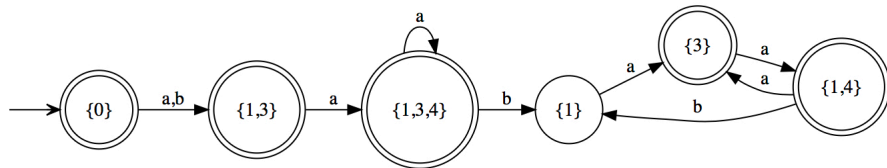
(.1)



(.2)

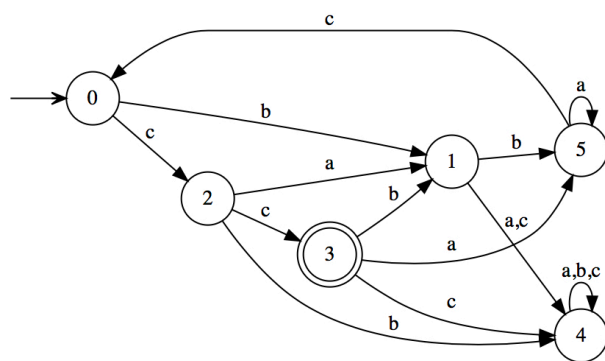


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



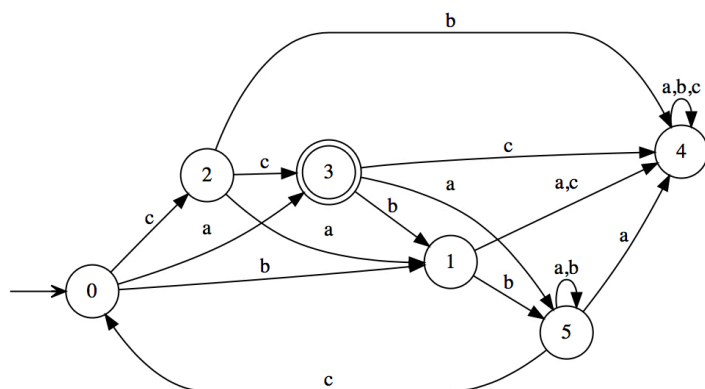
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Examen de seconde session du 27/06/2023
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

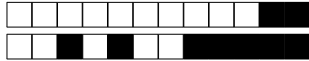
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

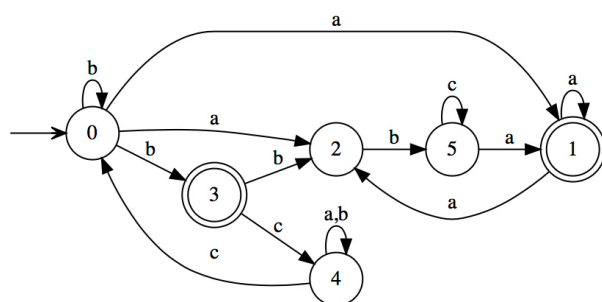


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

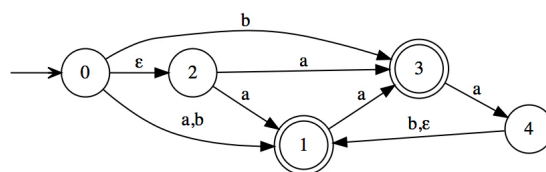
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- [d] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [e] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [f] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [b] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [d] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [e] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

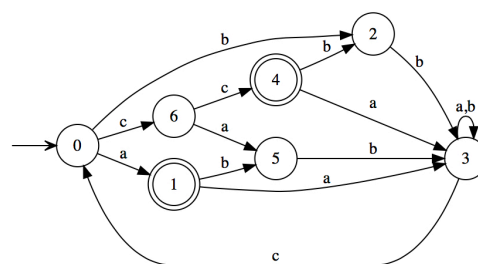
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures

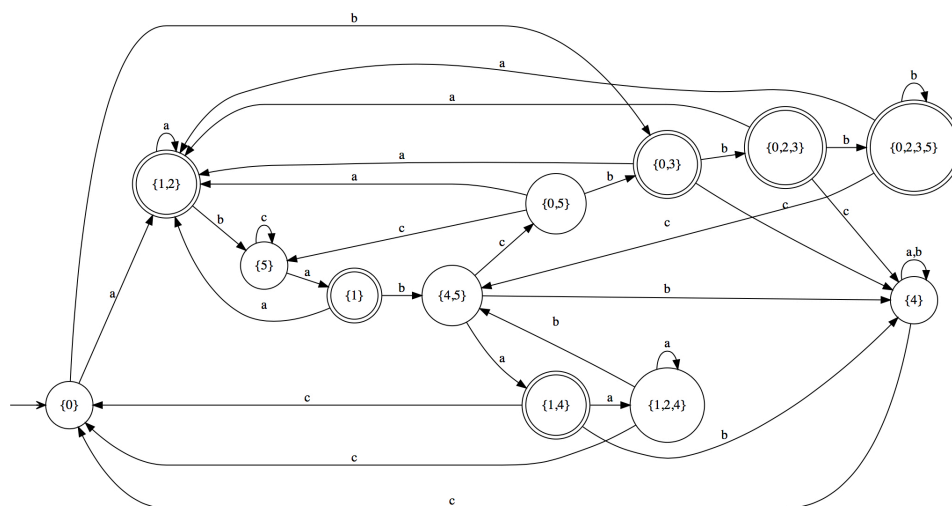


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

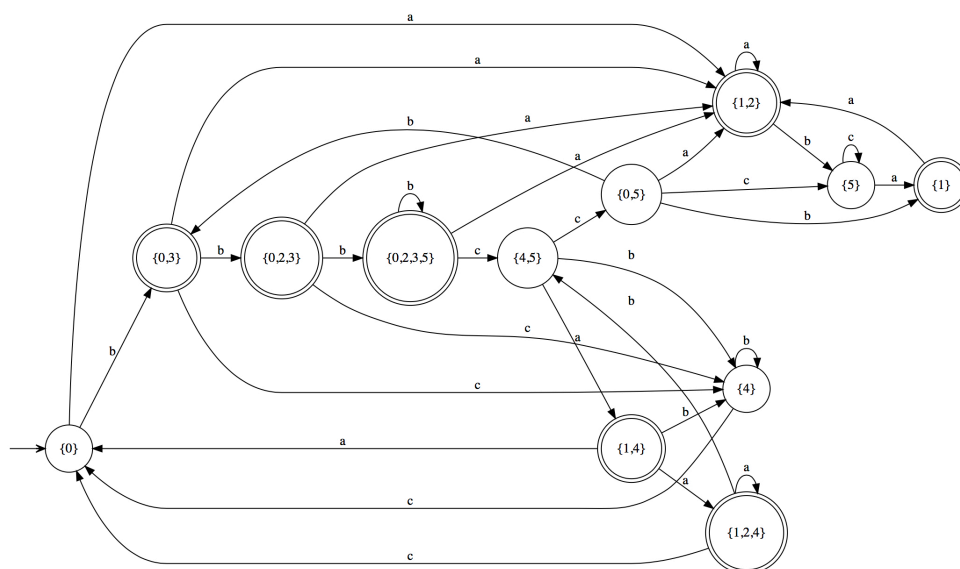
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

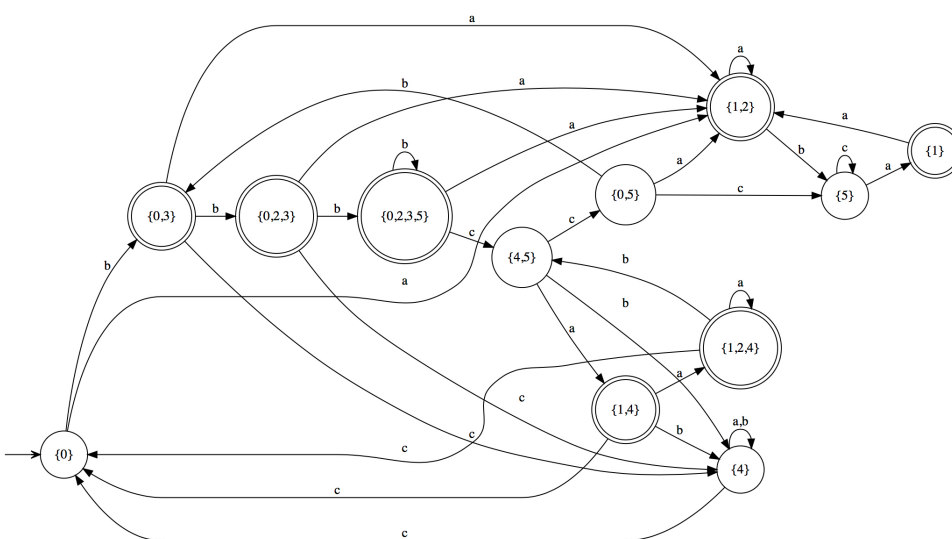
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

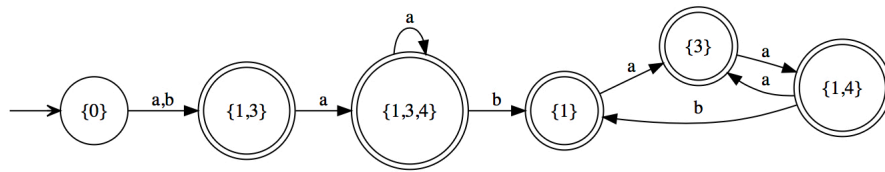


(.2)

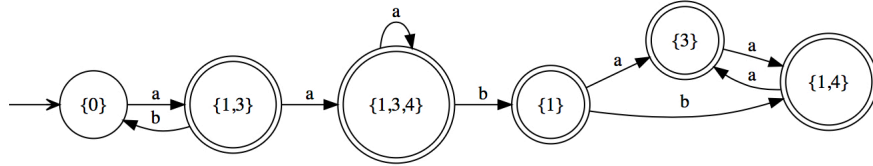


(.3)

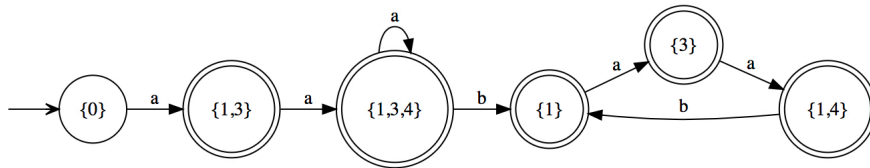
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



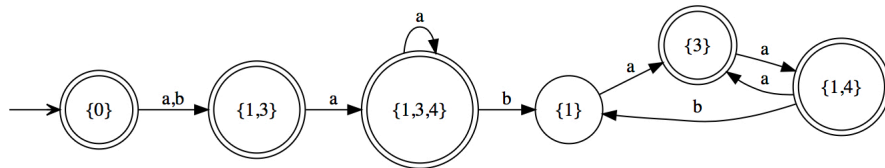
(.1)



(.2)

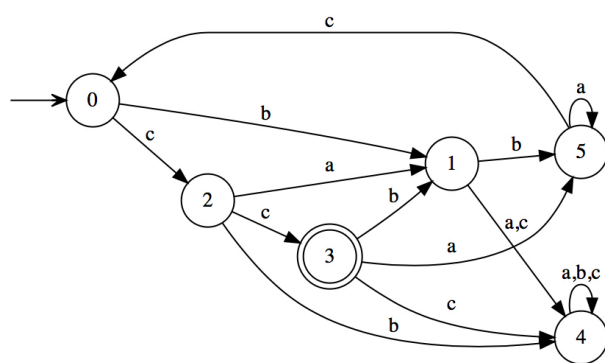


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



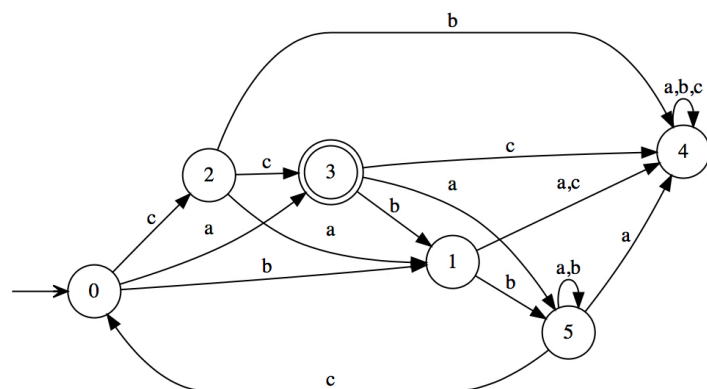
(.1)



(.2)

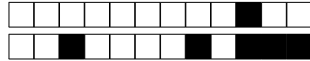


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

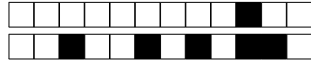
Question 1 :

f **p** **p** **j** *Réservé enseignant*

Question 2 : **a** **b** **c** **d** **e** **f** **g** **h** **i**

Question 3 : **a** **b** **c** **d** **e** **f** **g** **h** **i**

Question 4 : **a** **b** **c** **d**



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

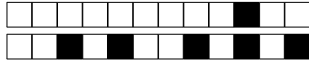
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

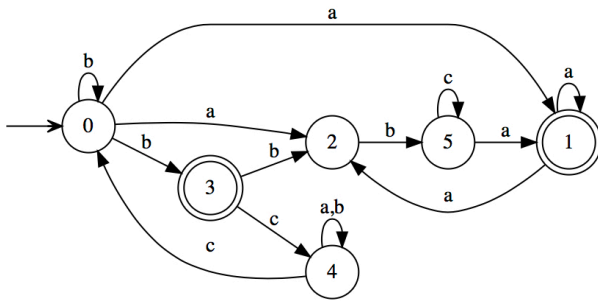


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

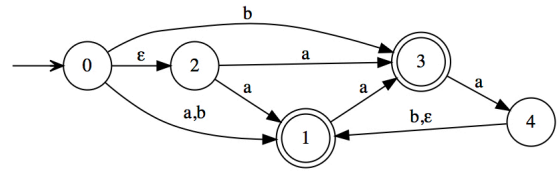
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- | |
|---|
| ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $ \Sigma = 1$. |
| ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L . |
| ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec un seul état accepteur. |
| ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $ \Sigma = 1$. |
| ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier. |
| ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec un seul état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier. |
| ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $ \Sigma = 1$. |
| ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec un seul état accepteur. |
| ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte. |

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

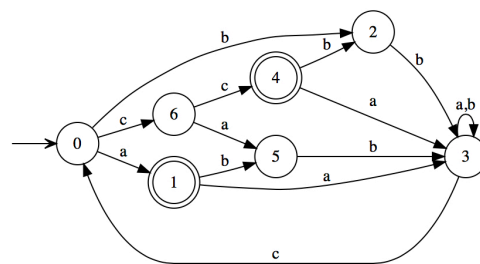
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.1.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.2. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

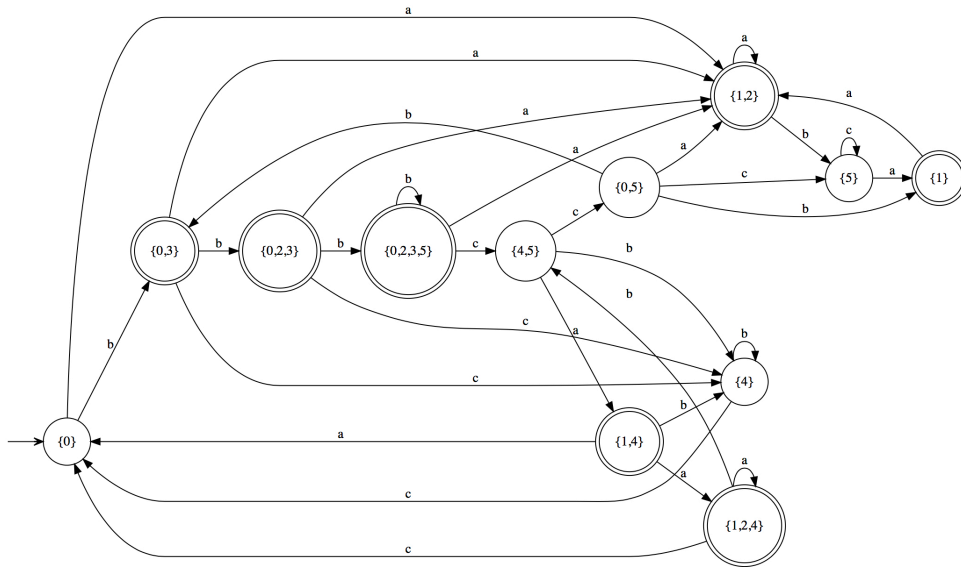
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

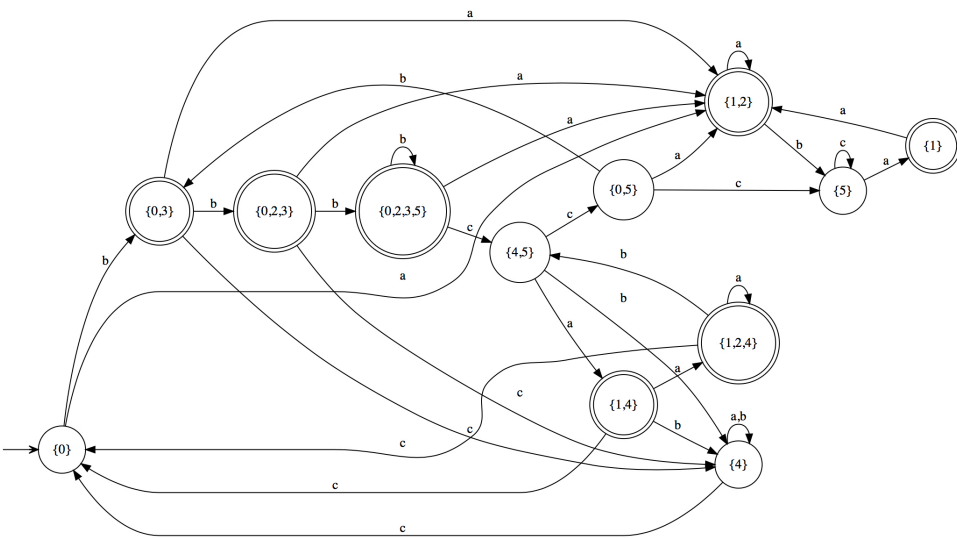
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

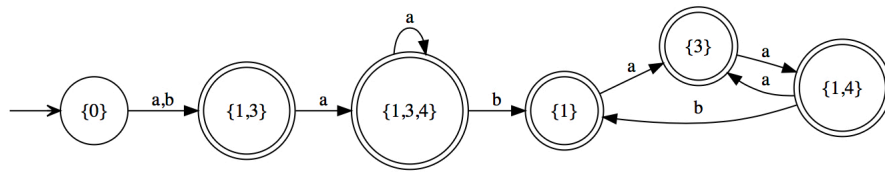


(.2)

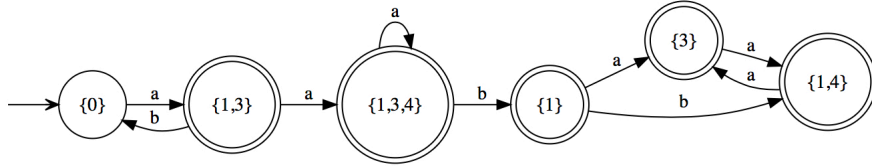


(.3)

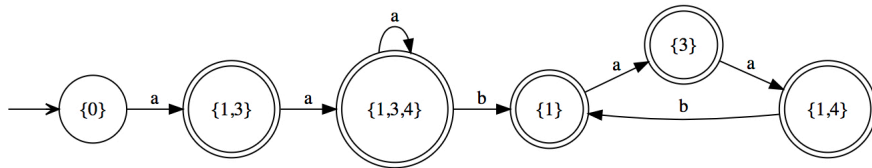
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



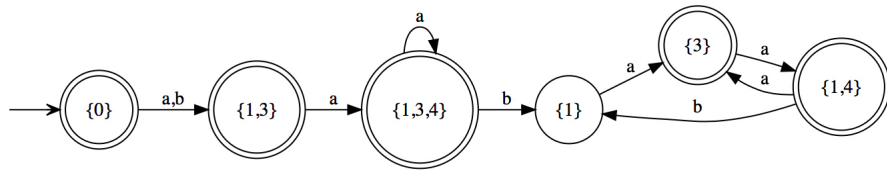
(.1)



(.2)

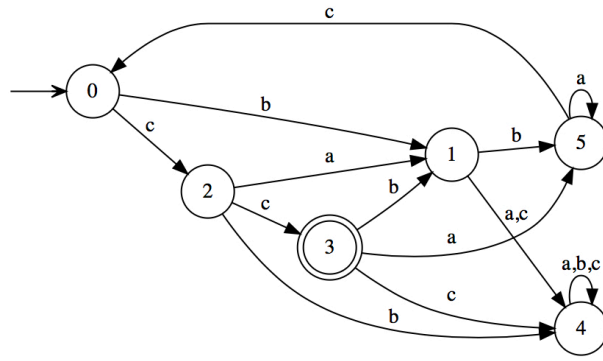


(.3)

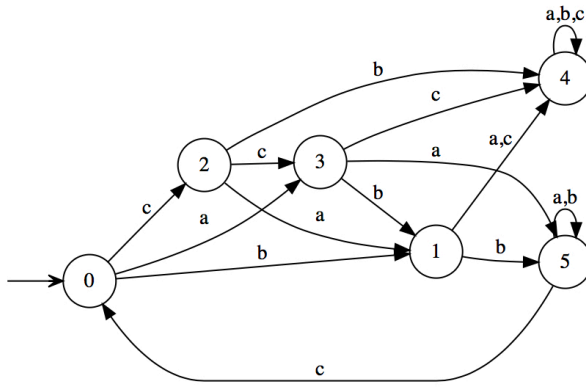


(.4)

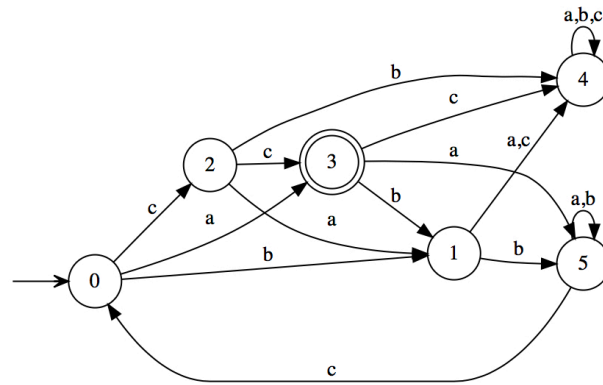
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



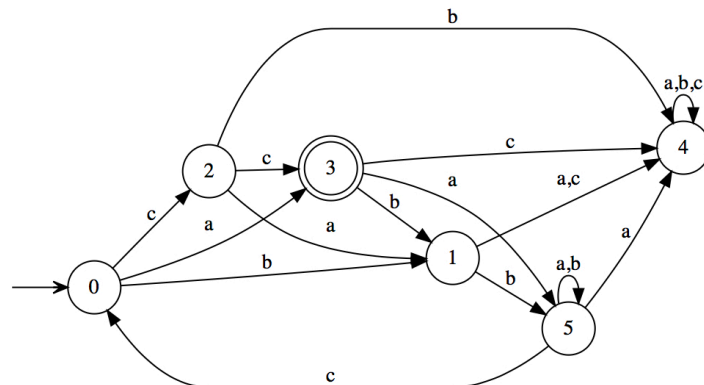
(.1)



(.2)

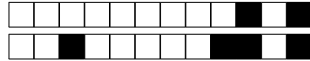


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

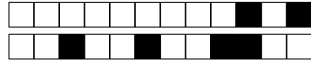
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

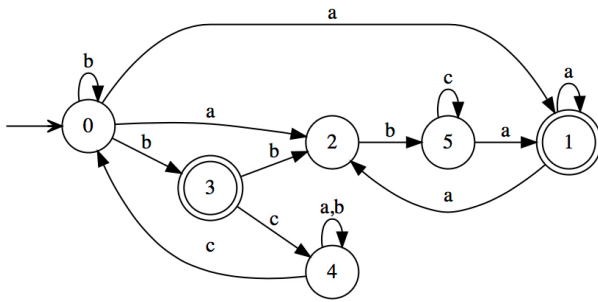


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

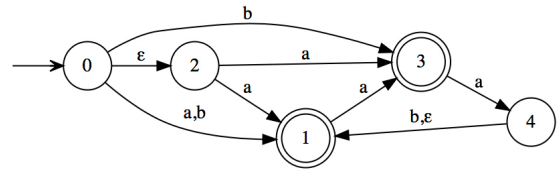
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- | |
|---|
| ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération. |
| ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération. |
| ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération. |
| ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération. |
| ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération. |
| ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération. |
| ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération. |
| ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération. |
| ☐ i Toutes les affirmations sont correctes. |
| ☐ j Il manque des données pour répondre à la question. |
| ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte. |

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a) Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ c) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e) Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f) Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i) Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.3.
- ☐ b) Celui de la Figure III.2.
- ☐ c) Celui de la Figure III.1.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e) Aucun des automates.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.4.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

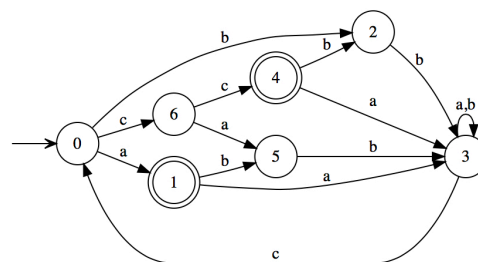
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures

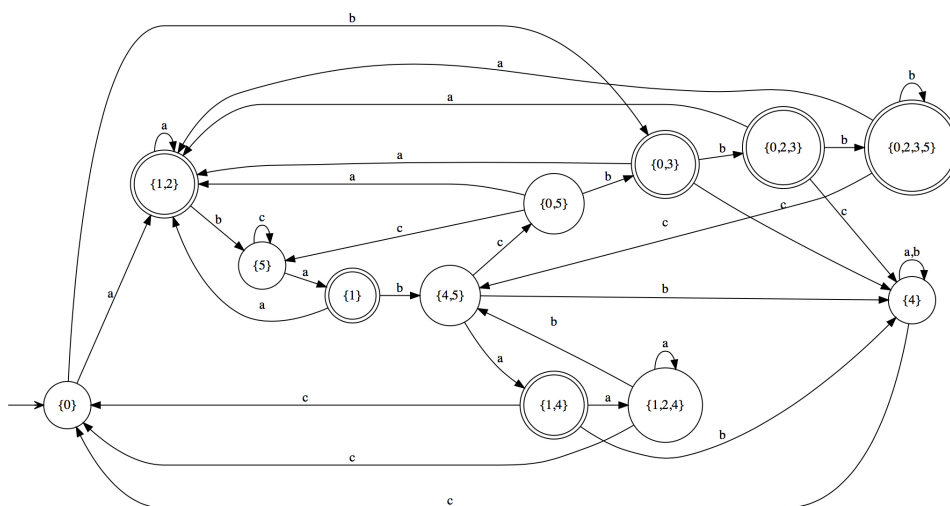


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

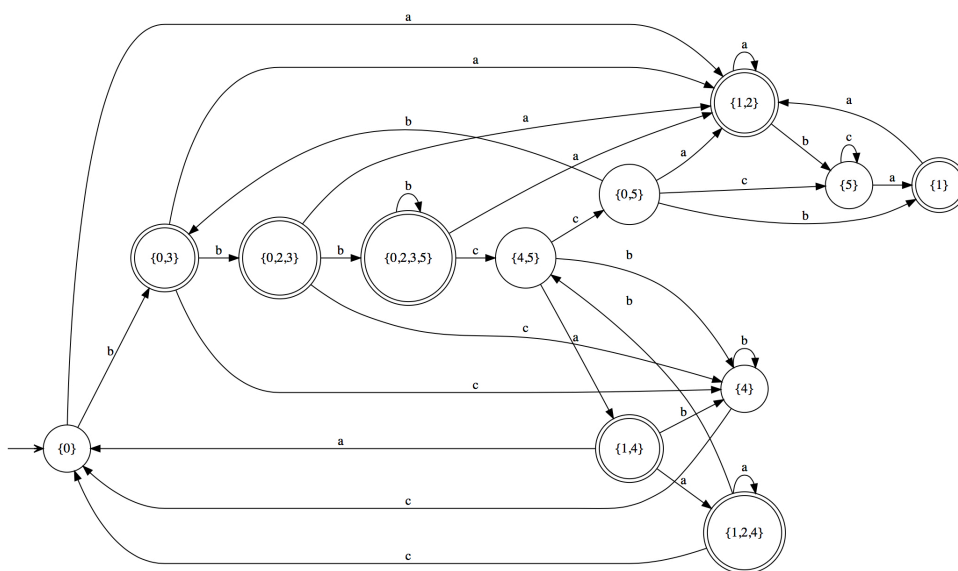
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

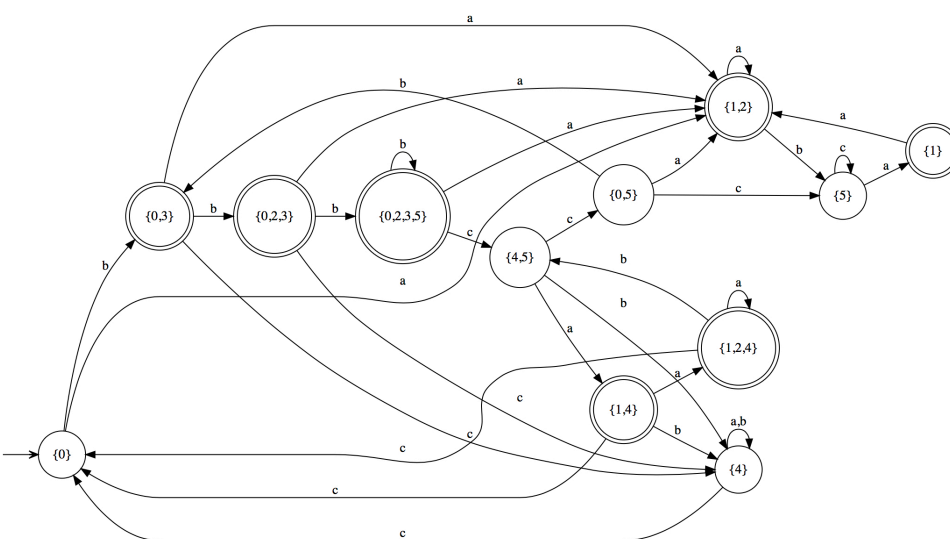
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

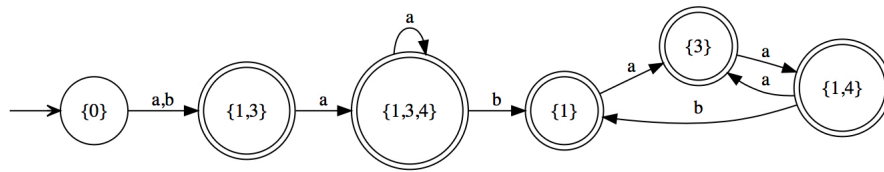


(.2)

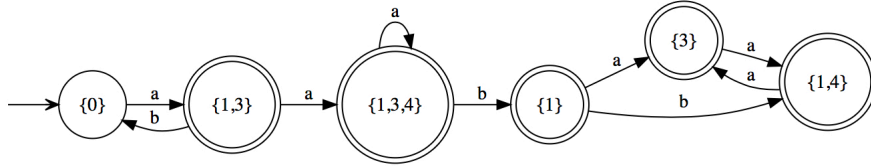


(.3)

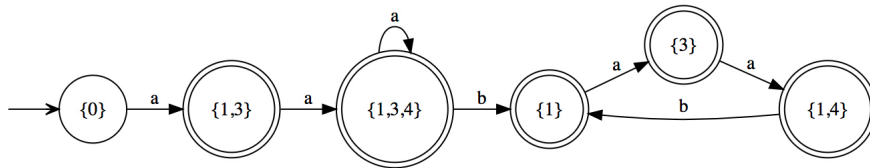
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



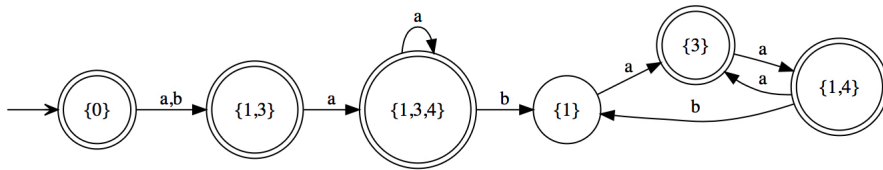
(.1)



(.2)

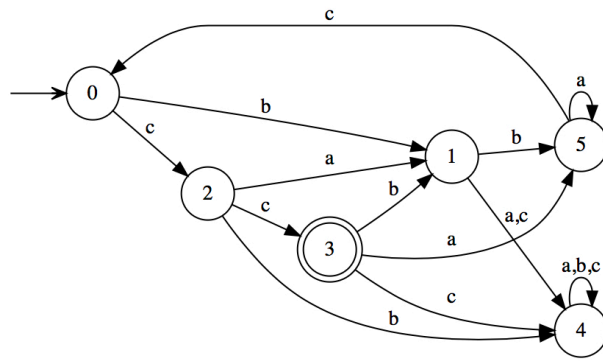


(.3)

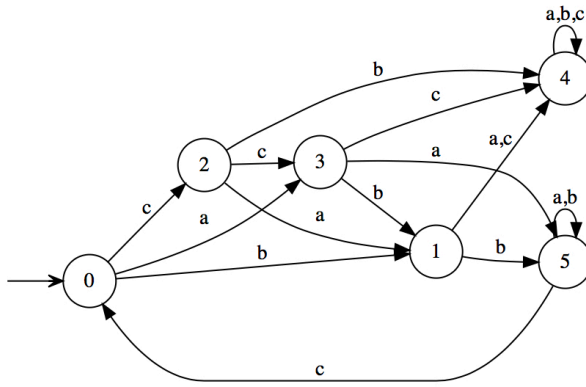


(.4)

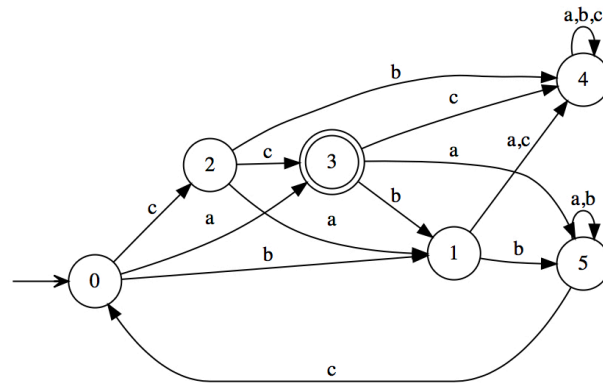
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



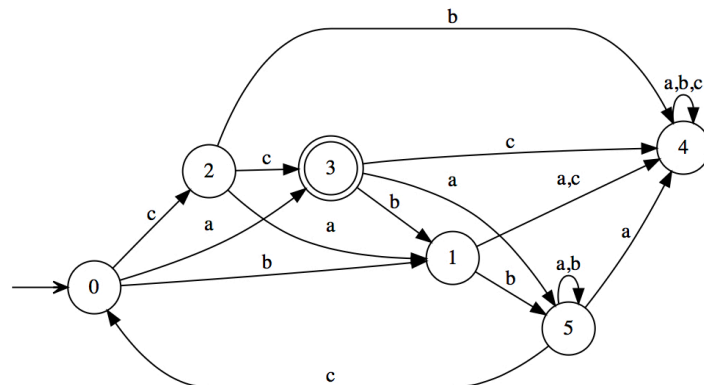
(.1)



(.2)

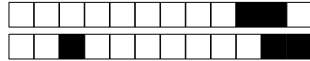


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



+6/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

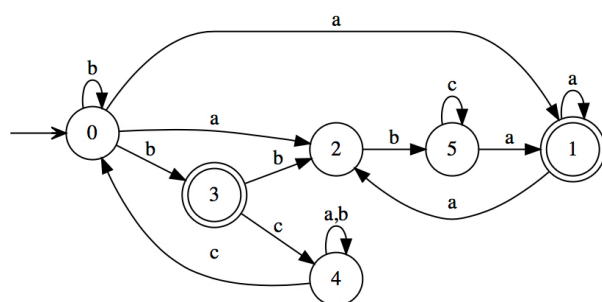


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

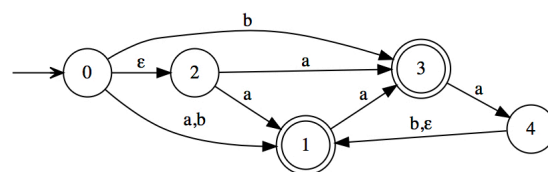
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

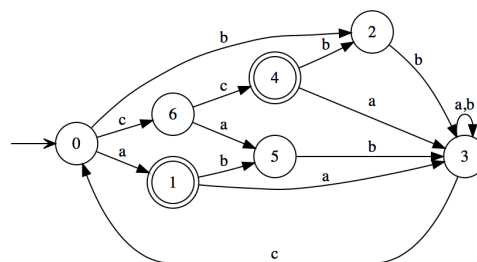
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



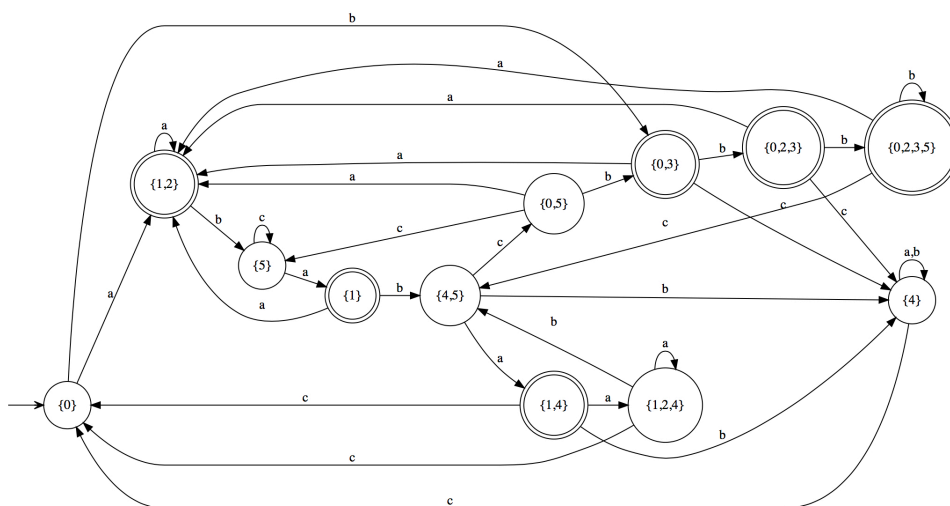
- ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

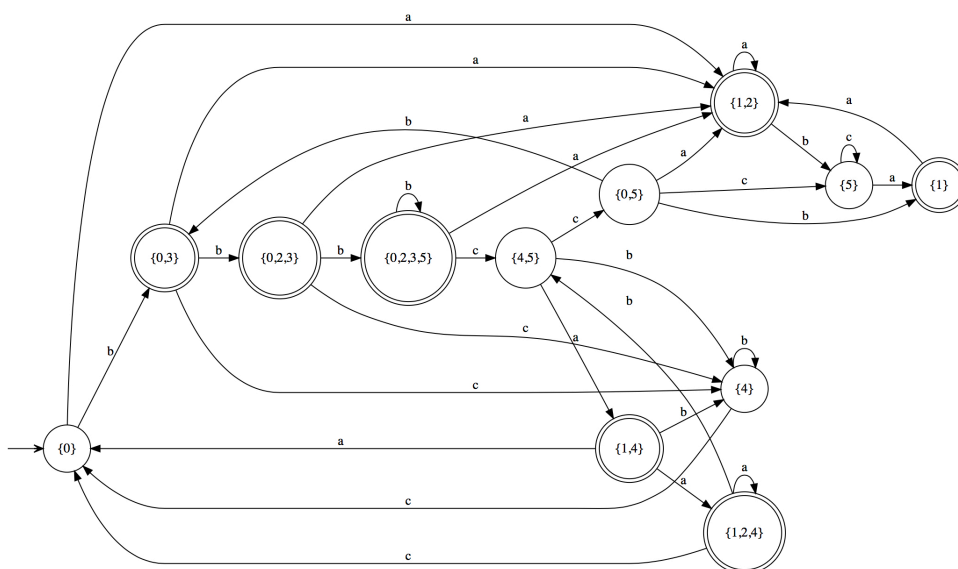
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

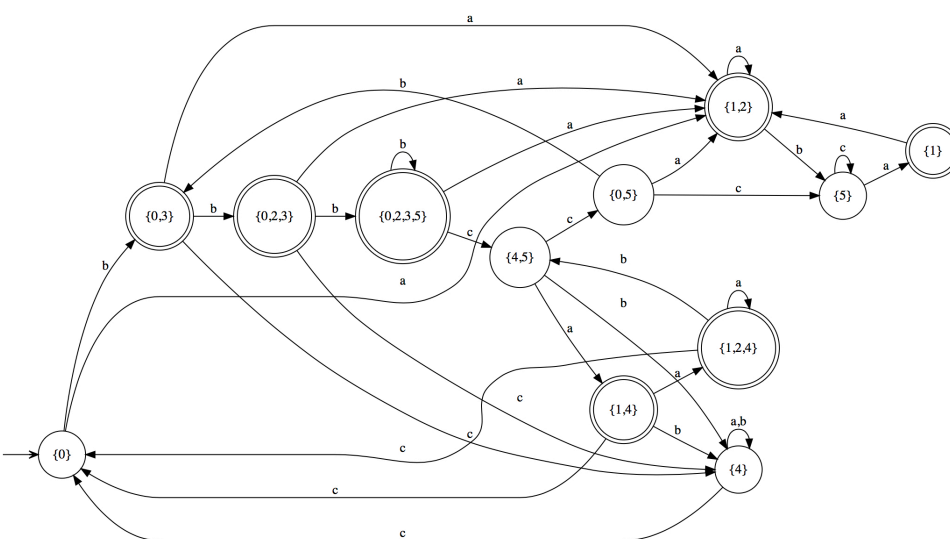
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

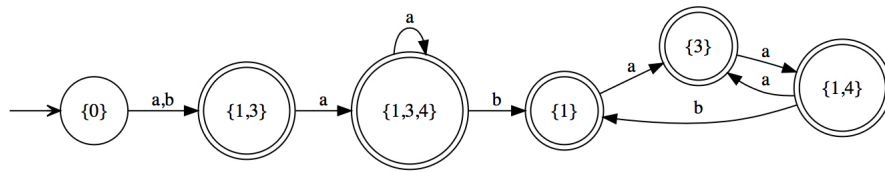


(.2)

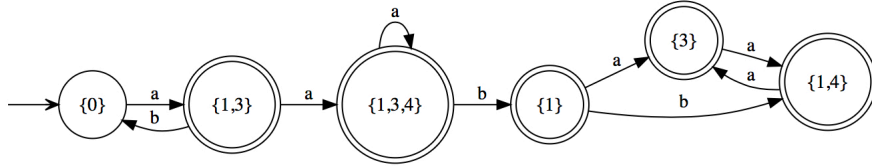


(.3)

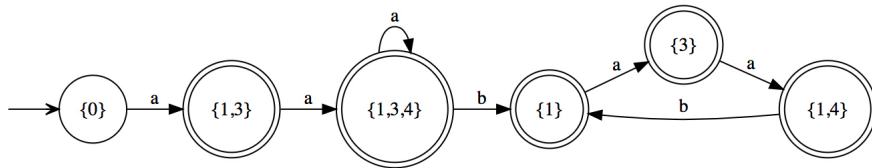
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



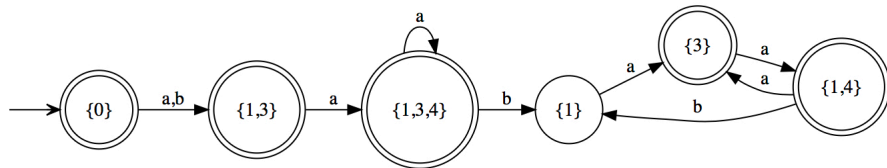
(.1)



(.2)

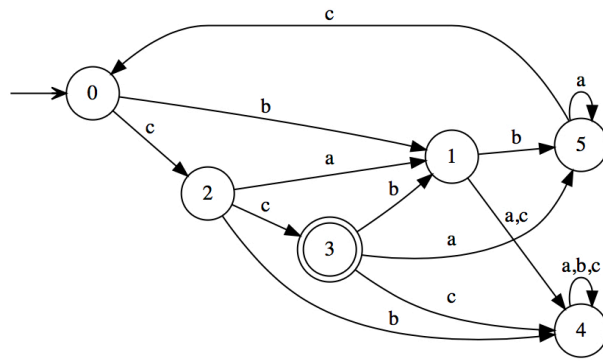


(.3)

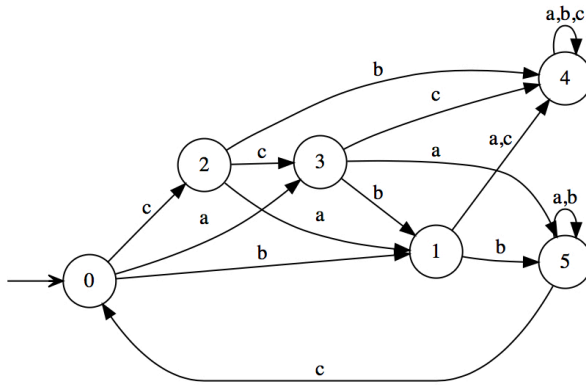


(.4)

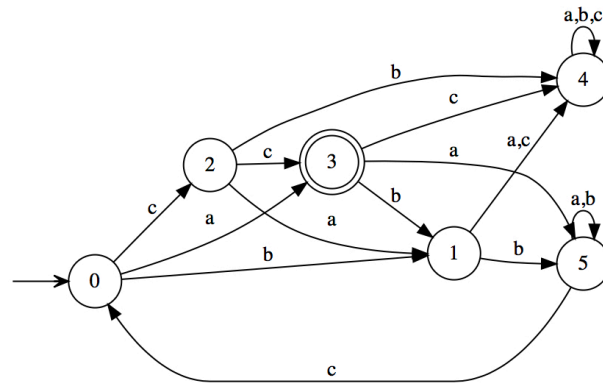
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



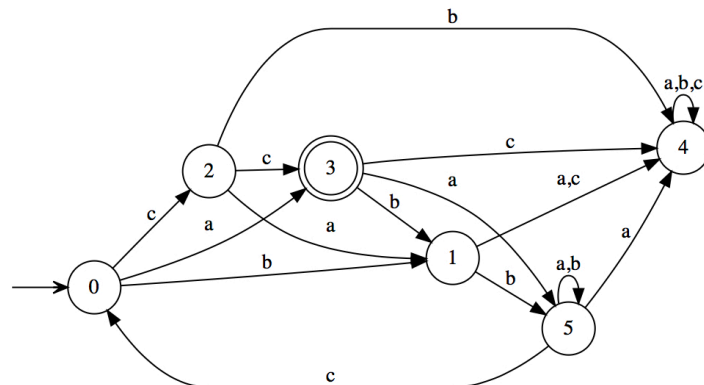
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

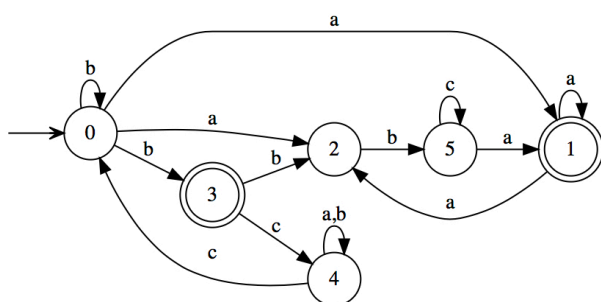


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

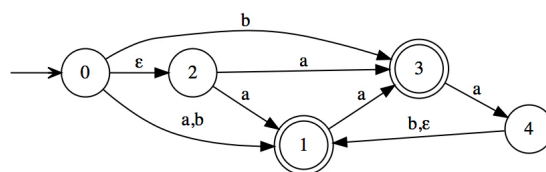
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

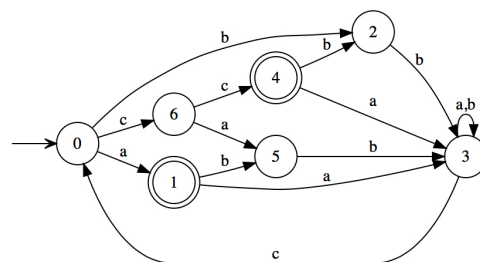
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures

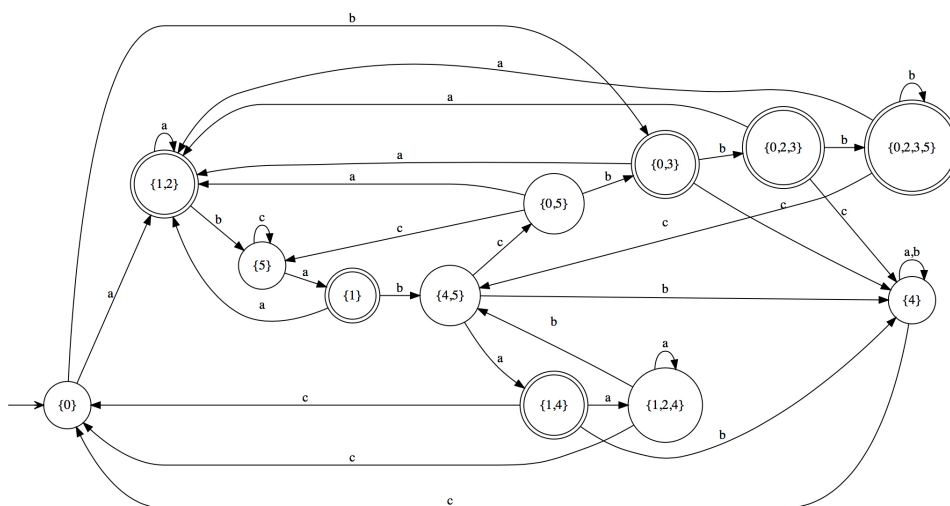


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

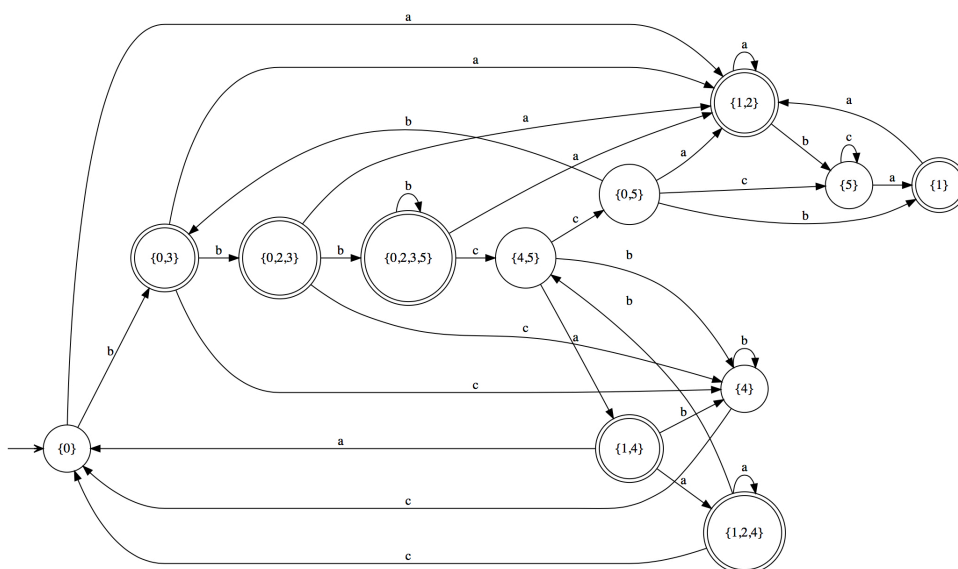
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

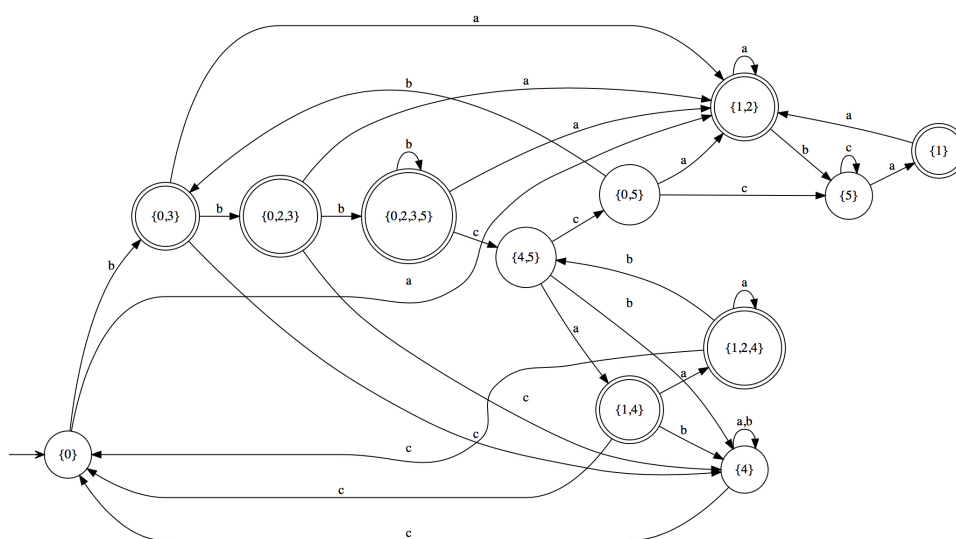
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

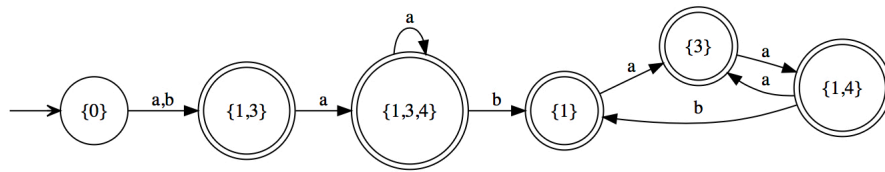


(.2)

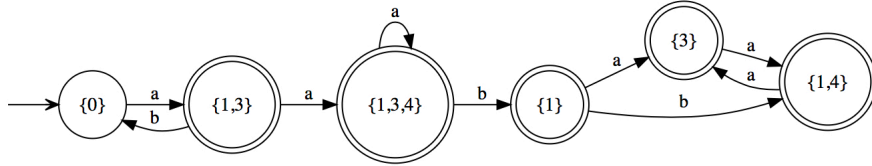


(.3)

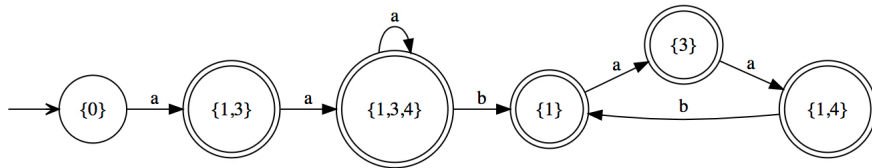
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



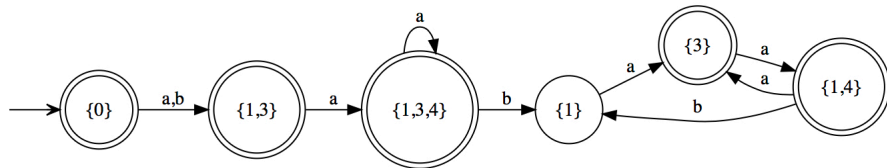
(.1)



(.2)

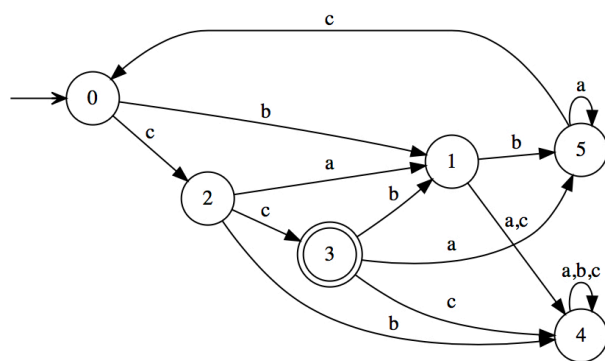


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



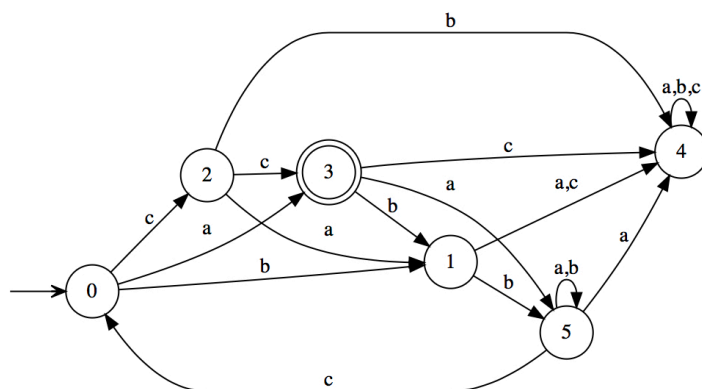
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

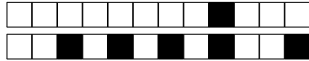
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

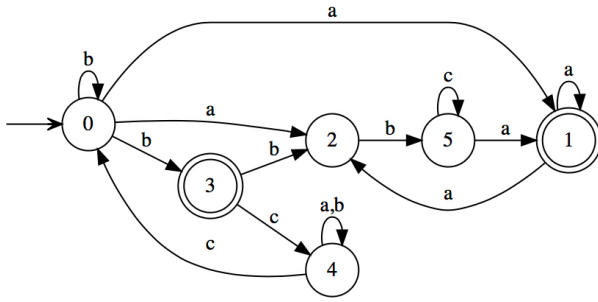


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

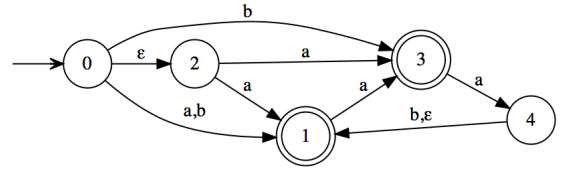
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

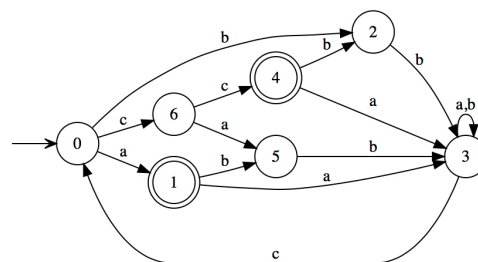
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures

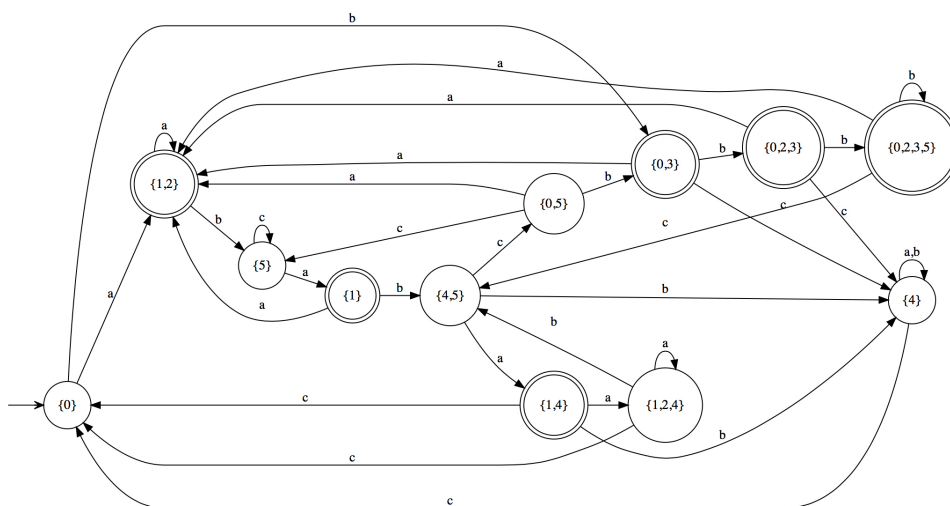


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

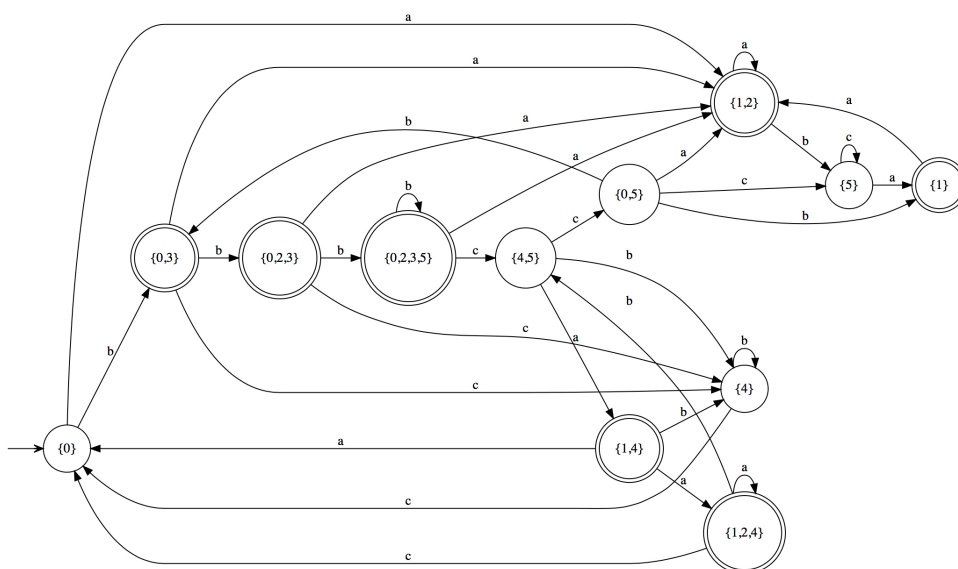
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

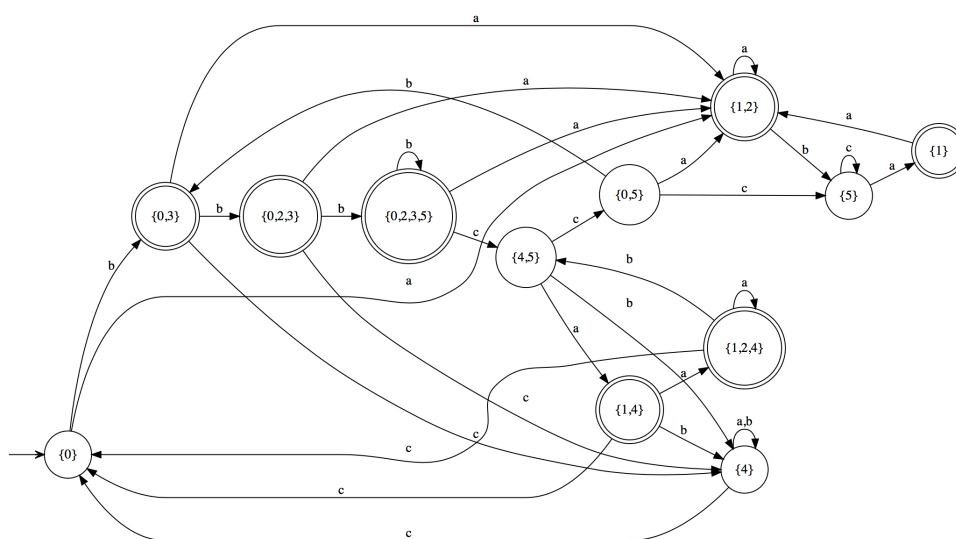
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

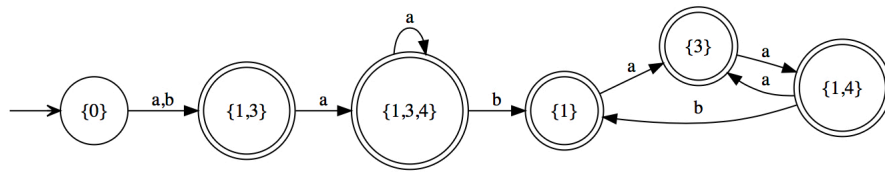


(.2)

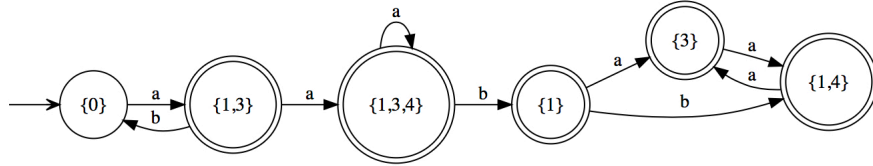


(.3)

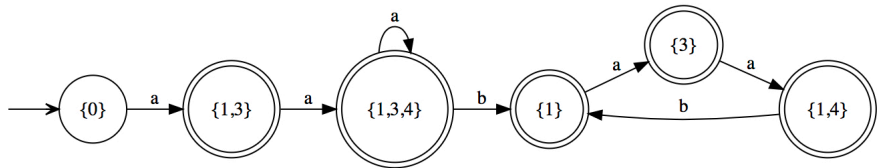
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



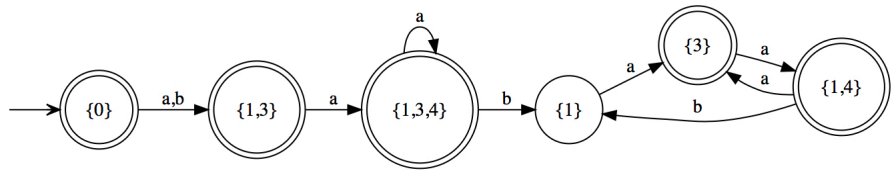
(.1)



(.2)

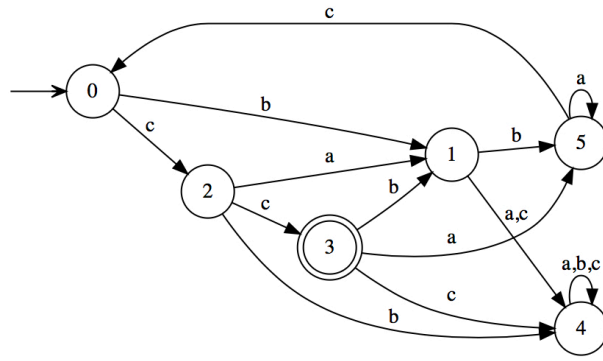


(.3)

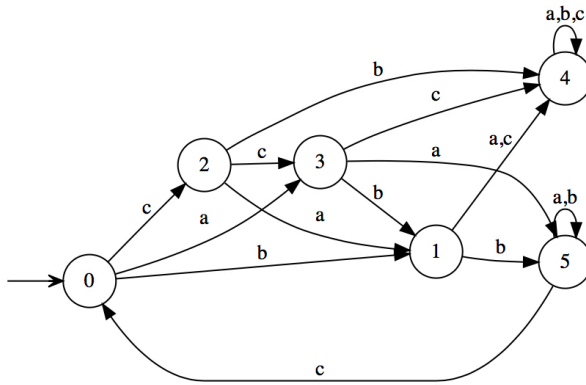


(.4)

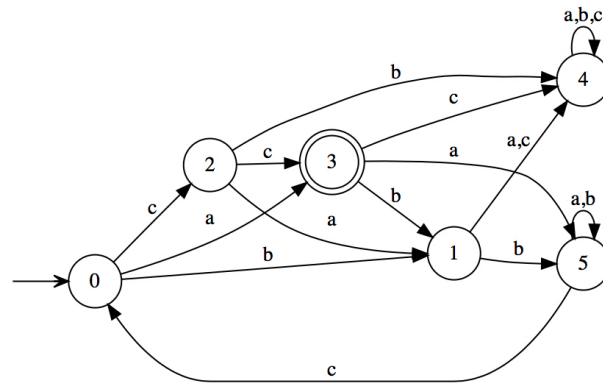
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



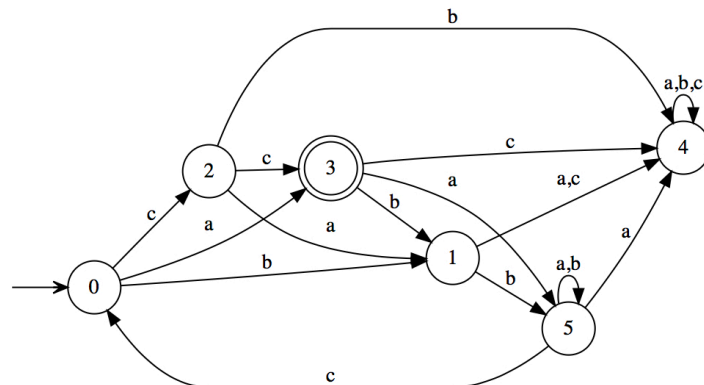
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Examen de seconde session du 27/06/2023
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

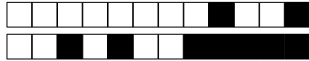
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

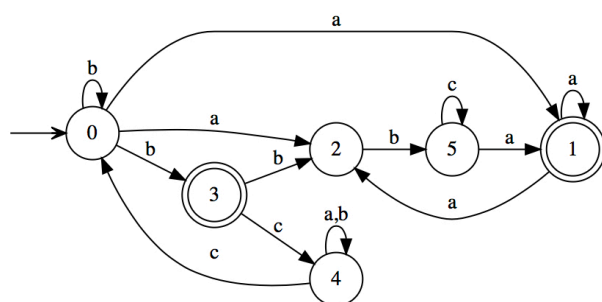


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

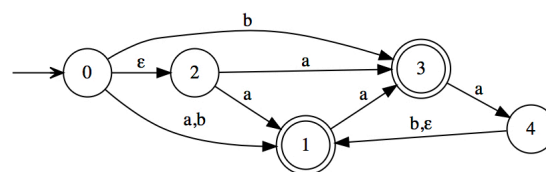
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

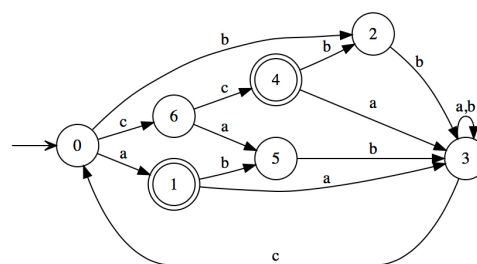
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

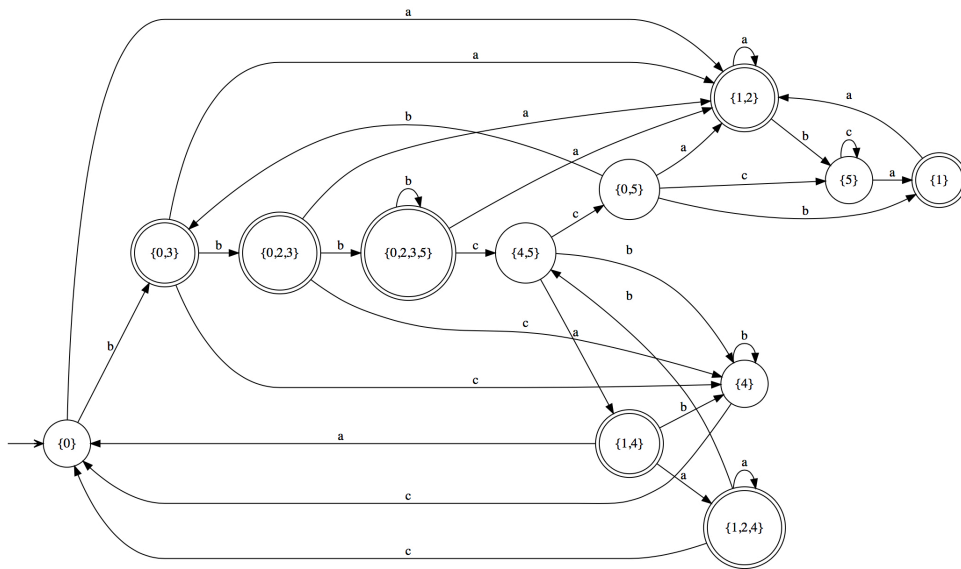
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

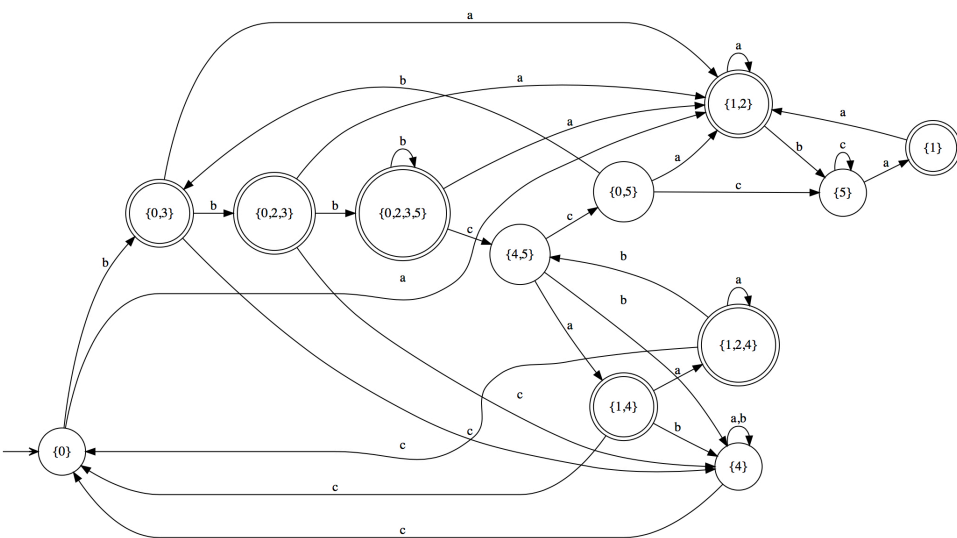
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

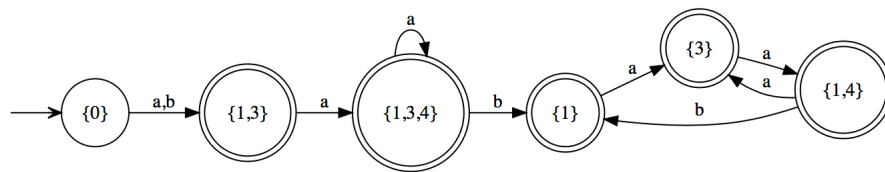


(.2)

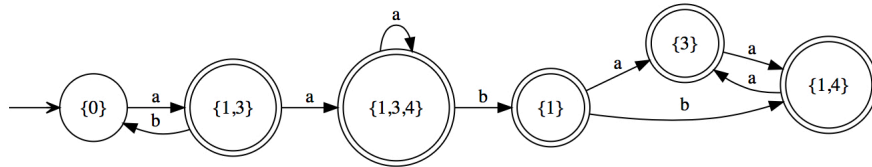


(.3)

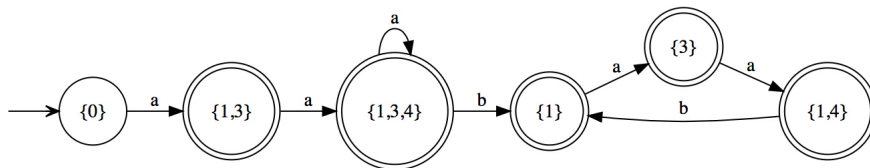
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



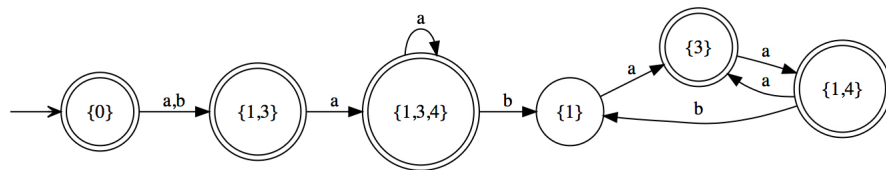
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



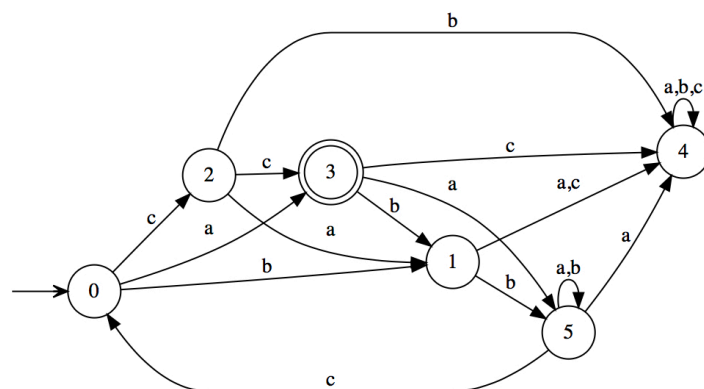
(.1)



(.2)

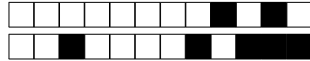


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

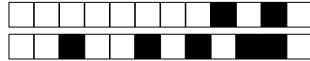
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

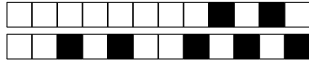
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

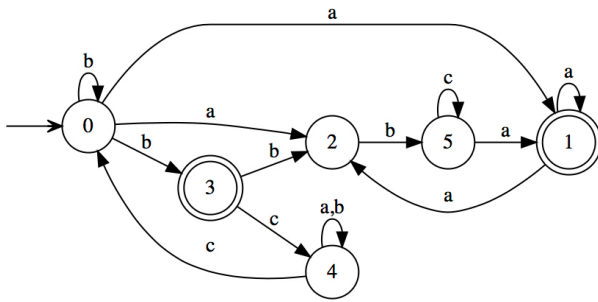


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

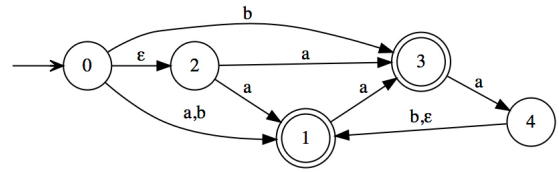
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ b	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

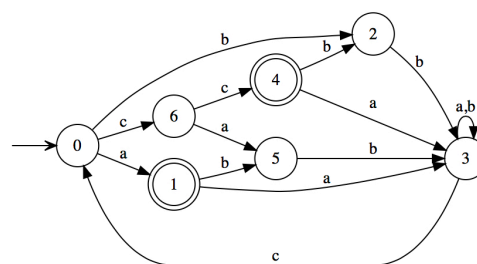
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

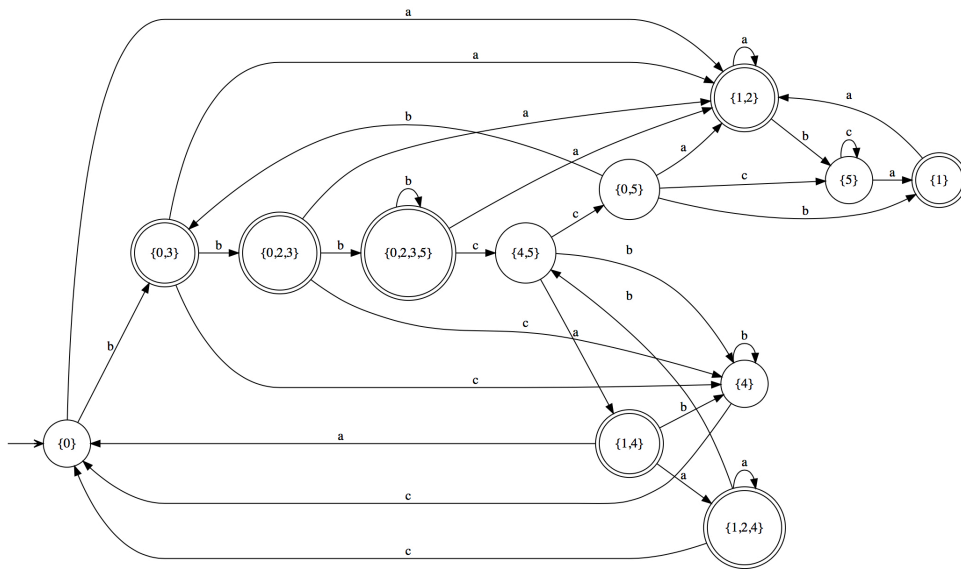
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

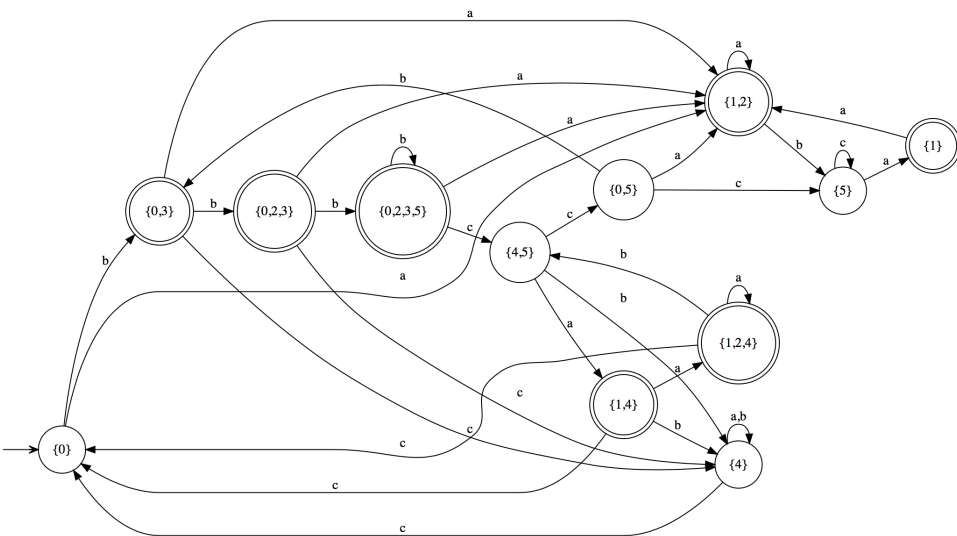
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

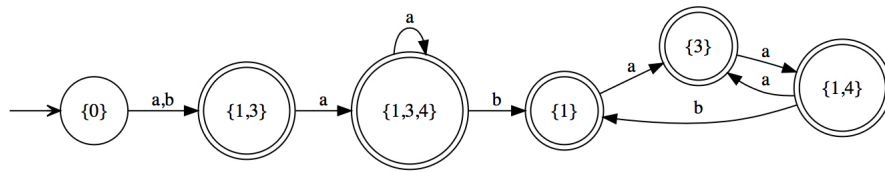


(.2)

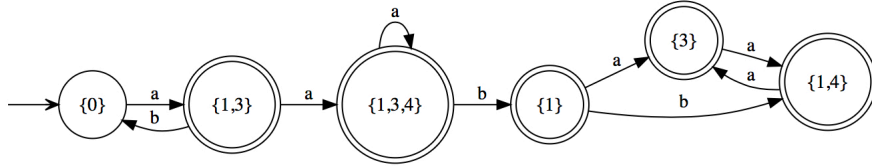


(.3)

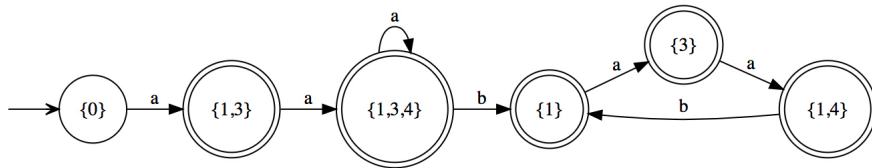
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



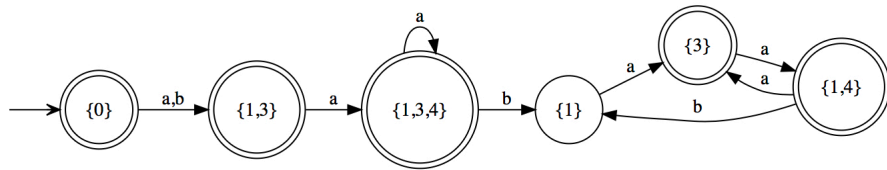
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



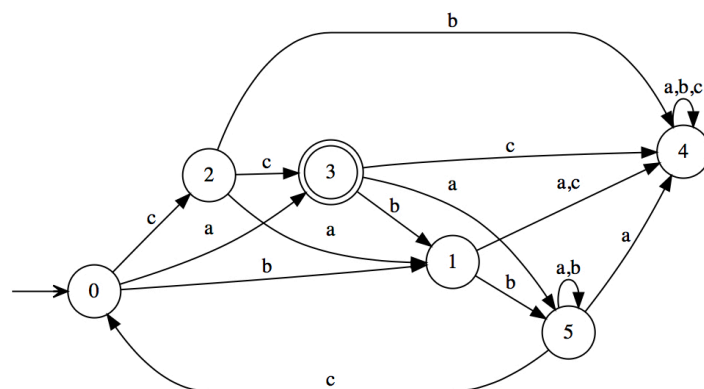
(.1)



(.2)

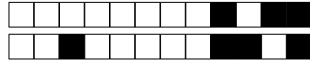


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

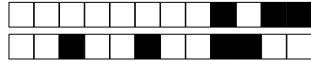
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

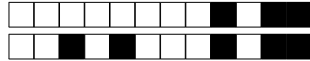
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

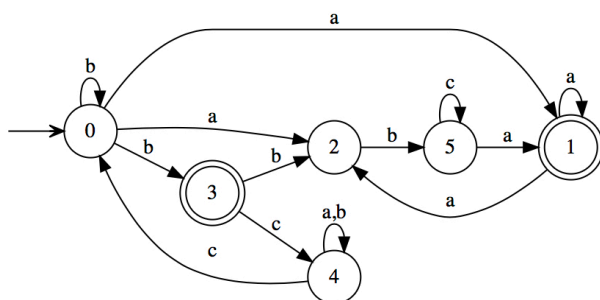


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

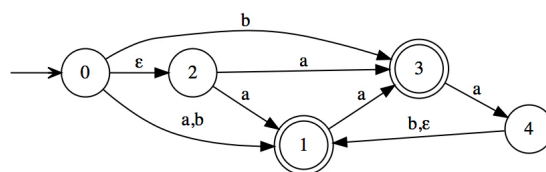
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.1.
- ☐ b) Celui de la Figure III.2.
- ☐ c) Celui de la Figure III.3.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

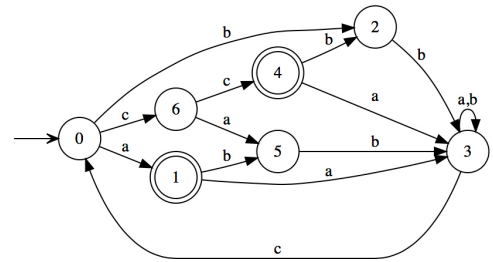
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

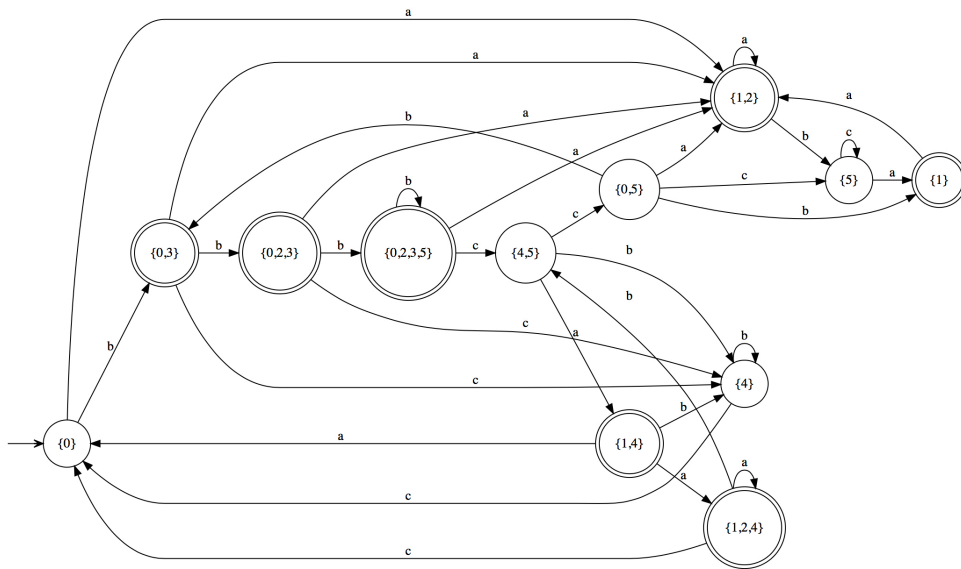
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

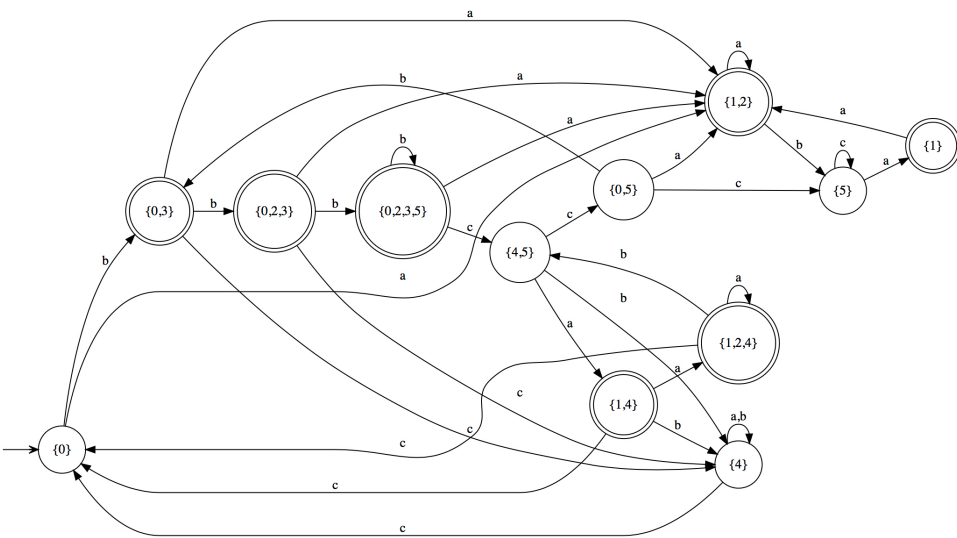
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

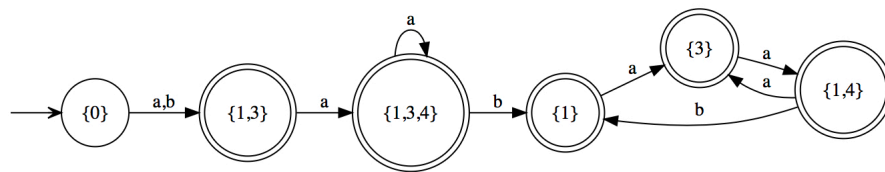


(.2)

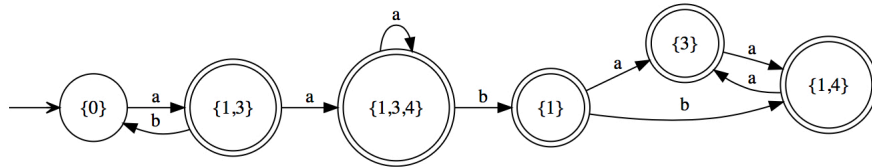


(.3)

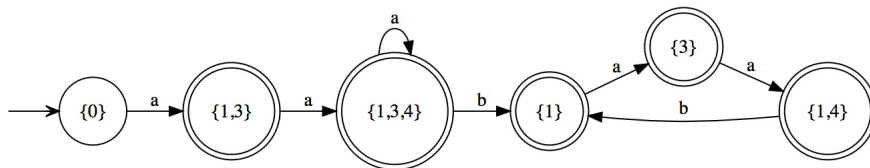
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



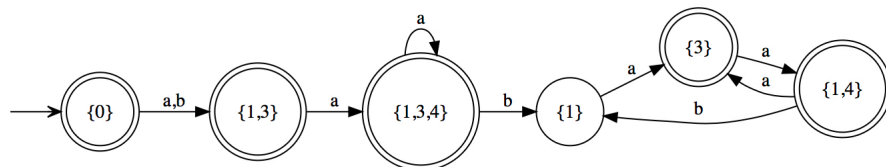
(.1)



(.2)

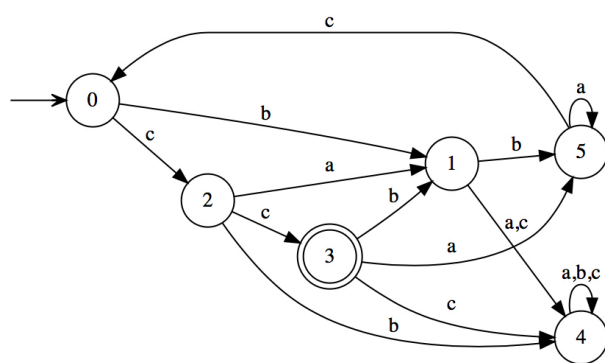


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



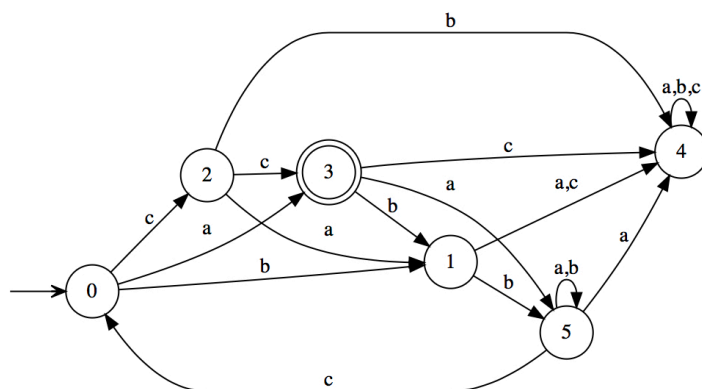
(.1)



(.2)

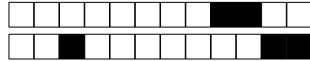


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

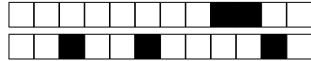
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



+12/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

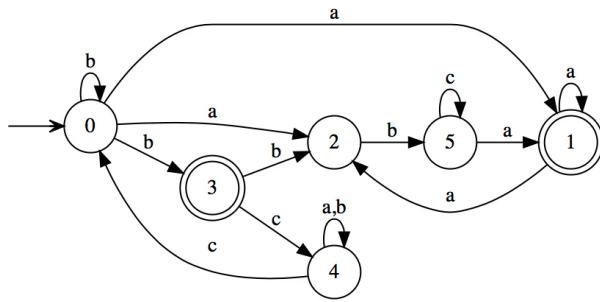


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

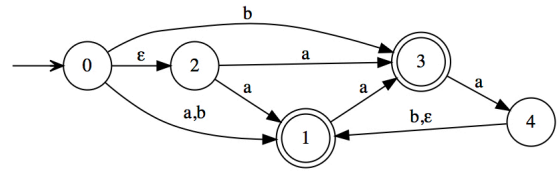
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

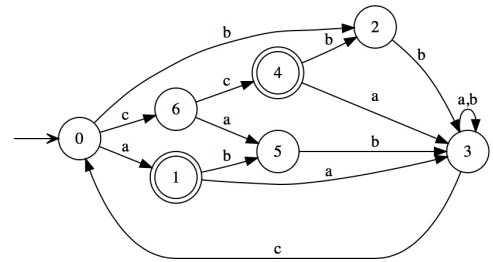
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

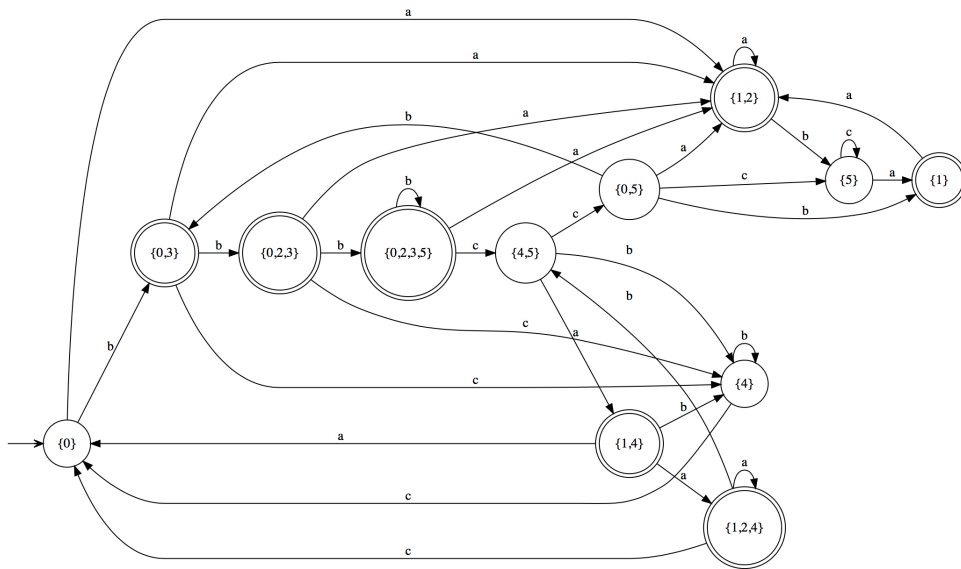
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

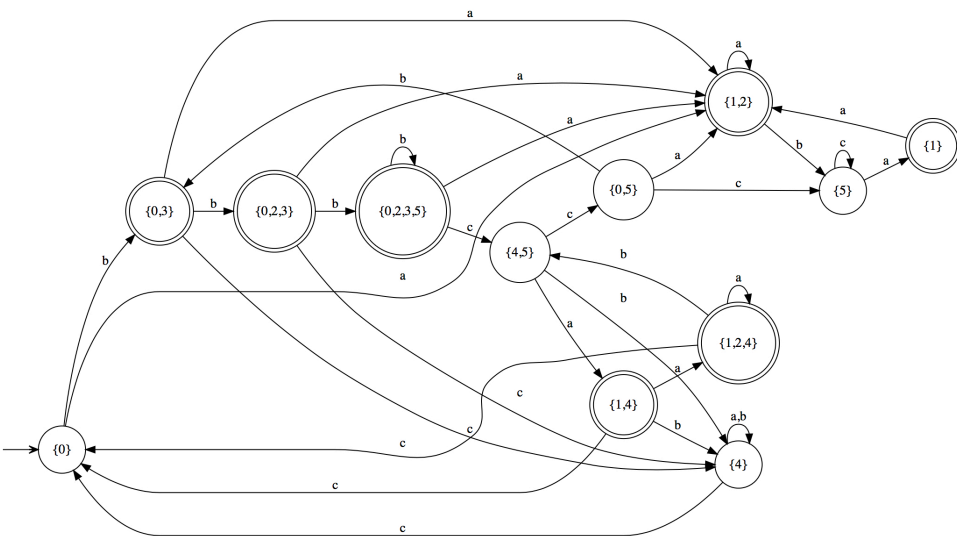
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

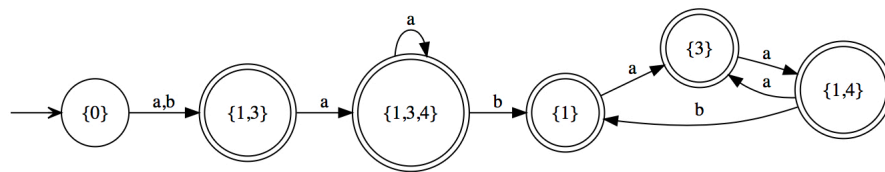


(.2)

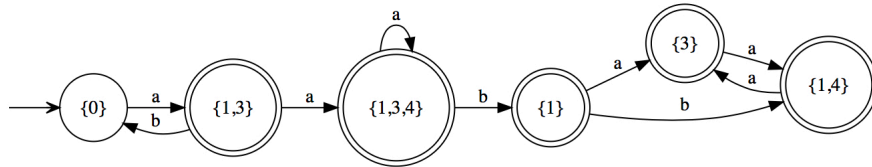


(.3)

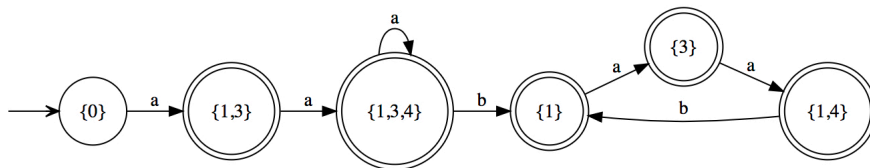
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



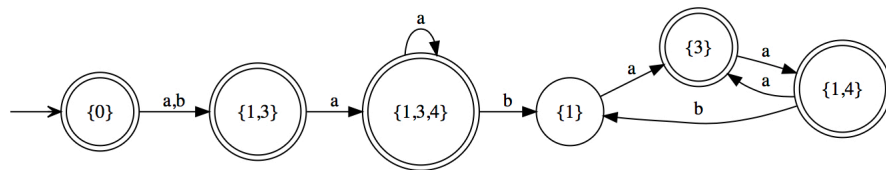
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



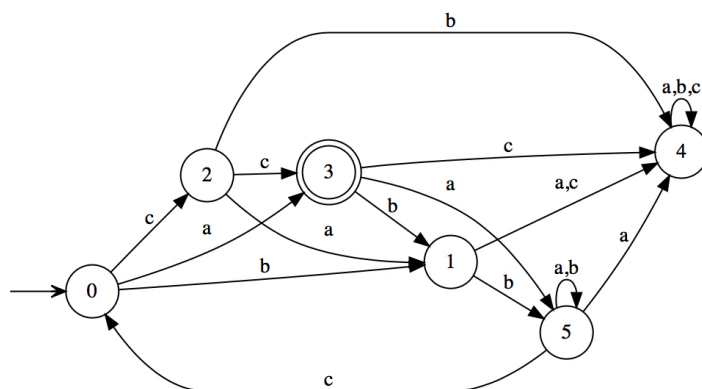
(.1)



(.2)

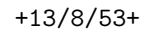


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

Numéro d'anonymat

.....

f pf pj j *Réservé enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

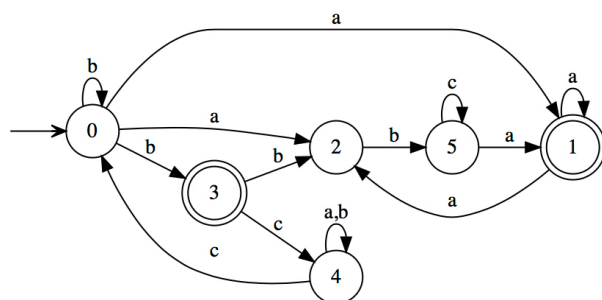


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

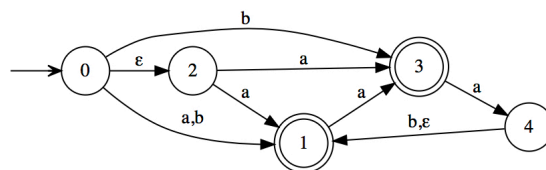
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ c) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ d) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ e) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ f) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

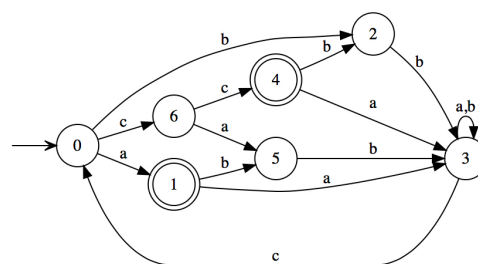
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

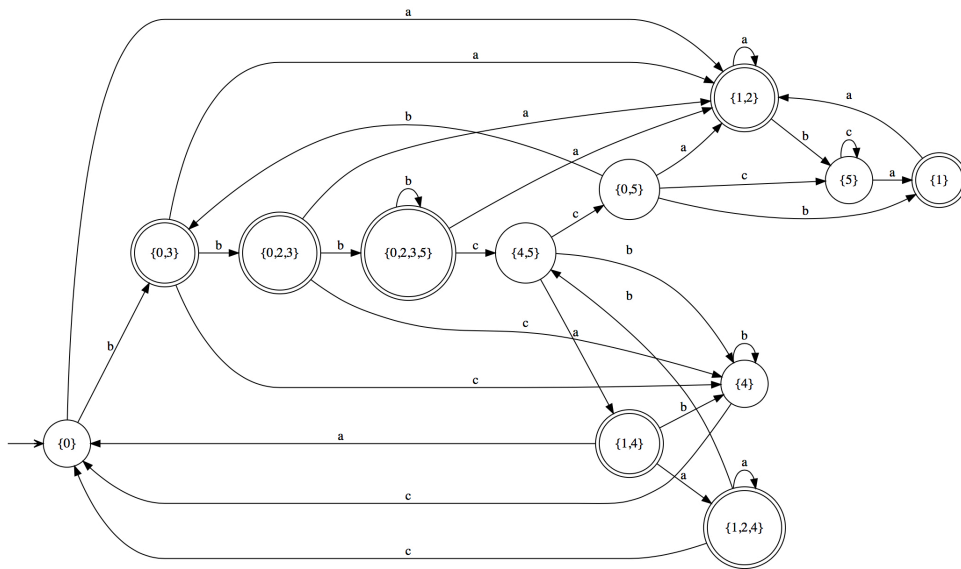
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

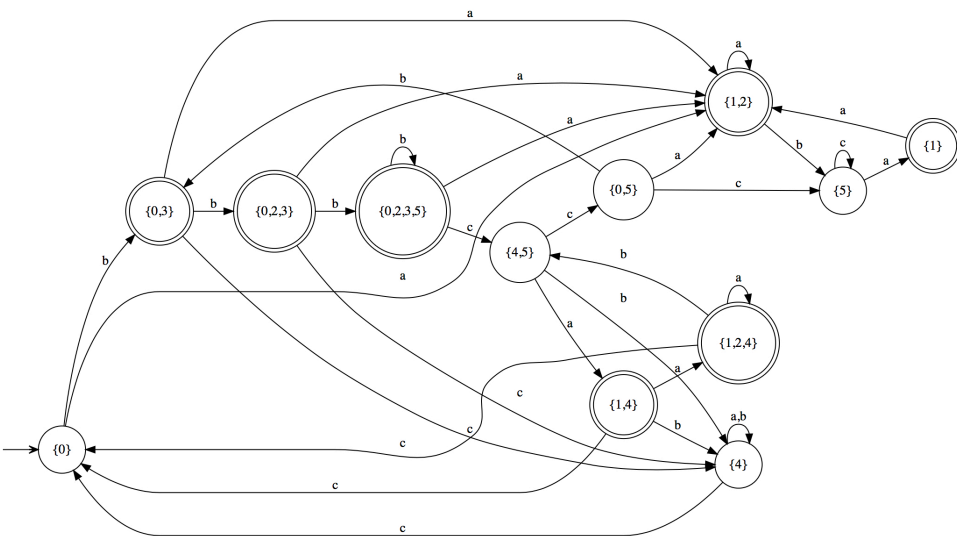
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

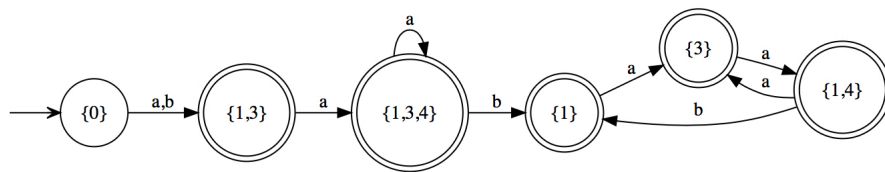


(.2)

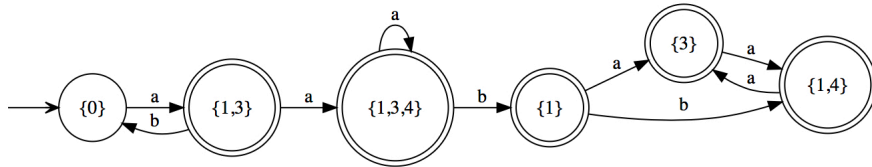


(.3)

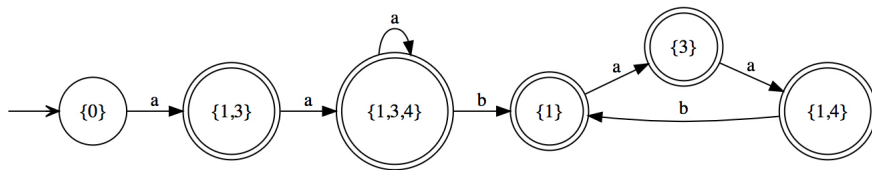
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



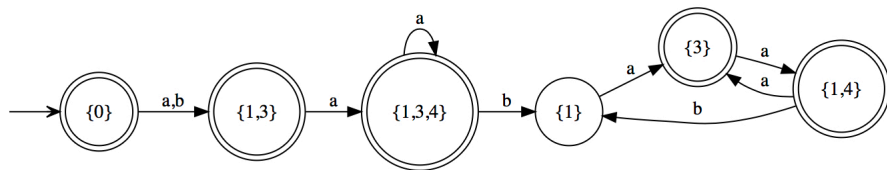
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



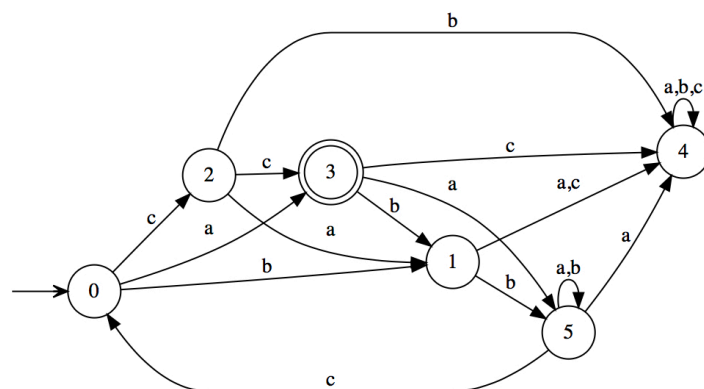
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

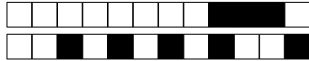
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

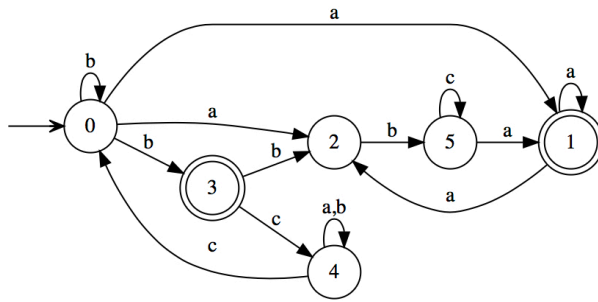


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

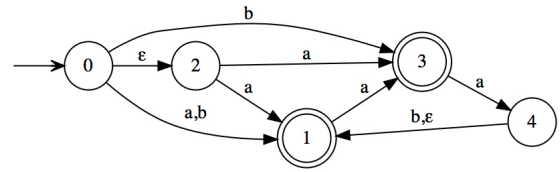
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [b] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [c] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [e] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

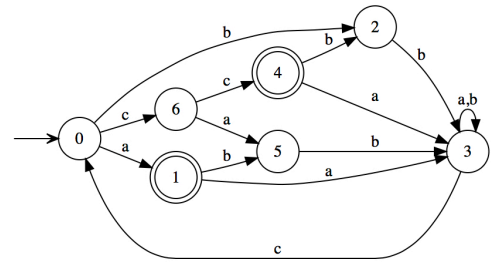
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

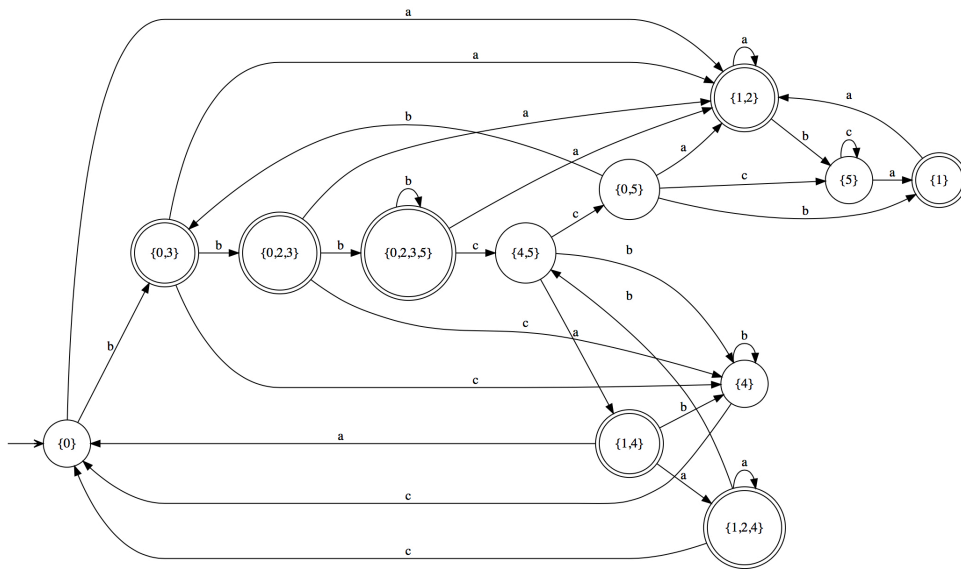
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

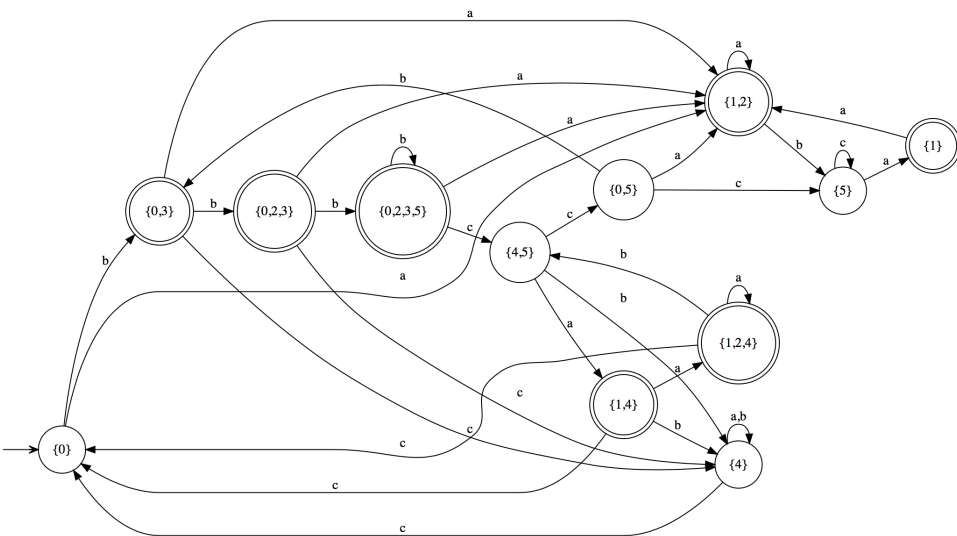
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

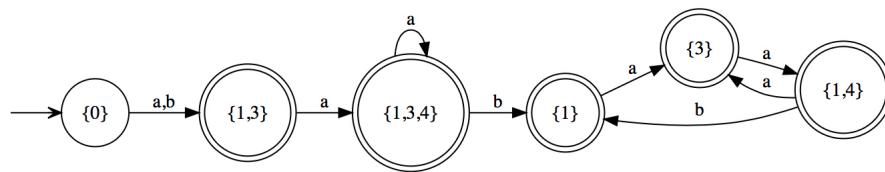


(.2)

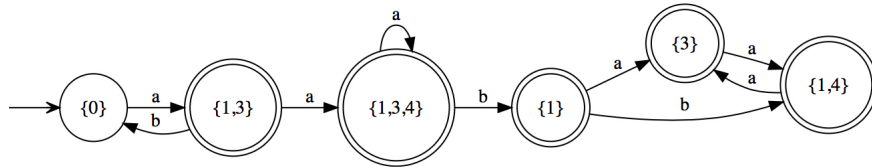


(.3)

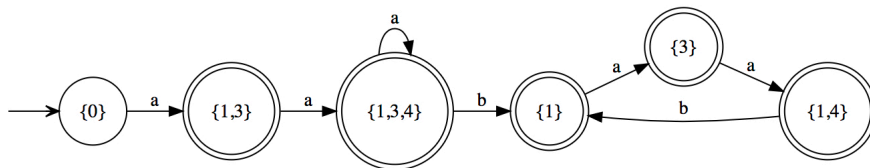
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



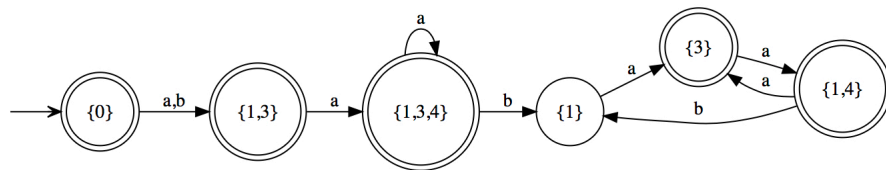
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



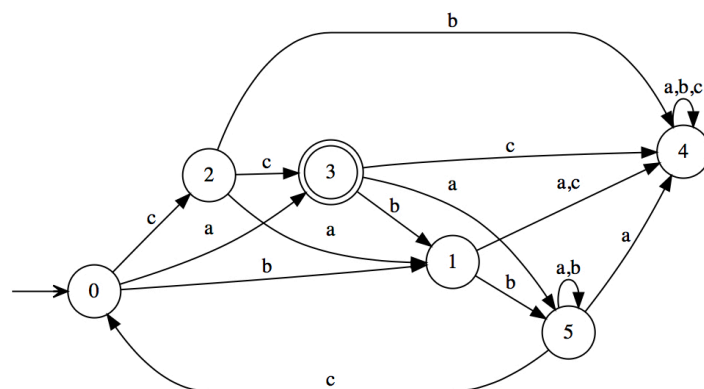
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

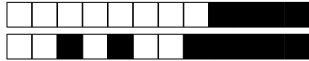
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

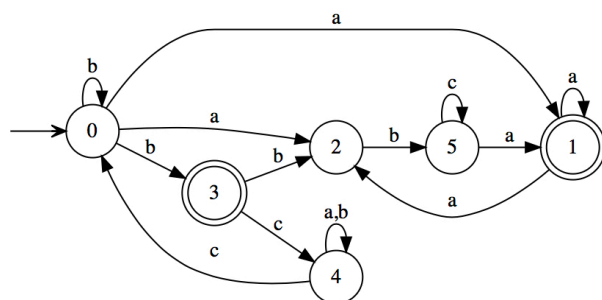


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

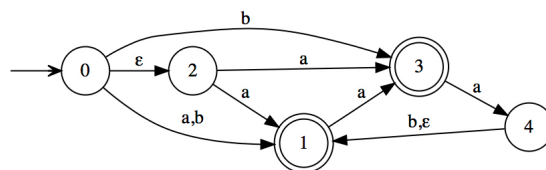
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ c	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

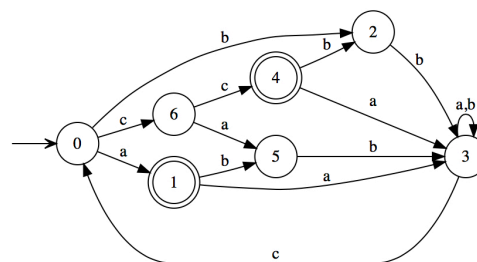
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

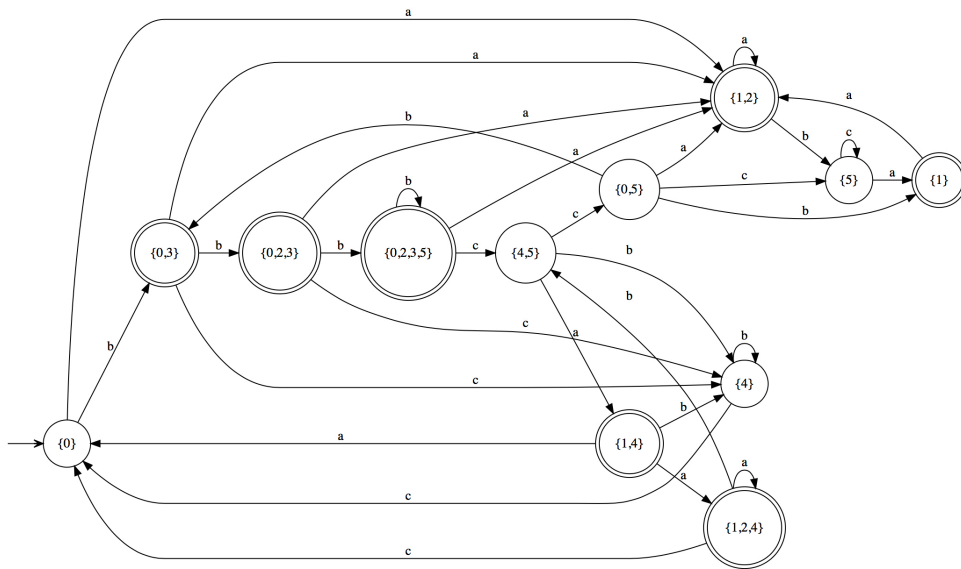
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

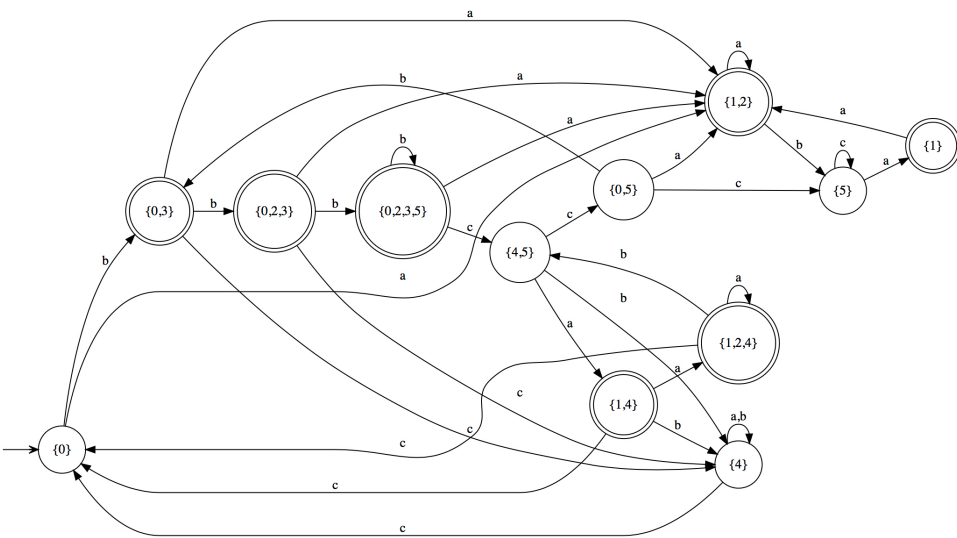
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

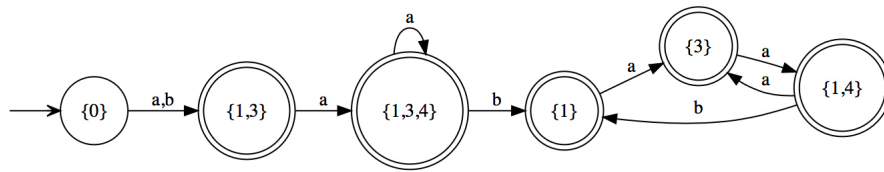


(.2)

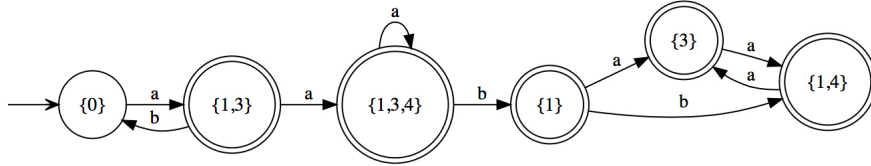


(.3)

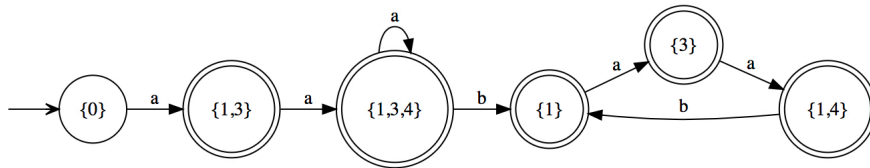
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



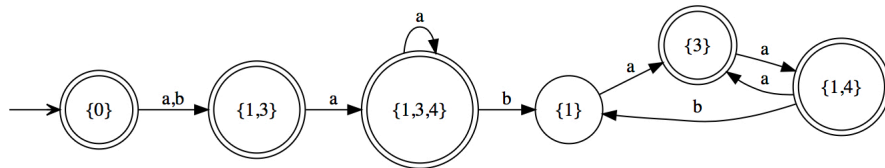
(.1)



(.2)

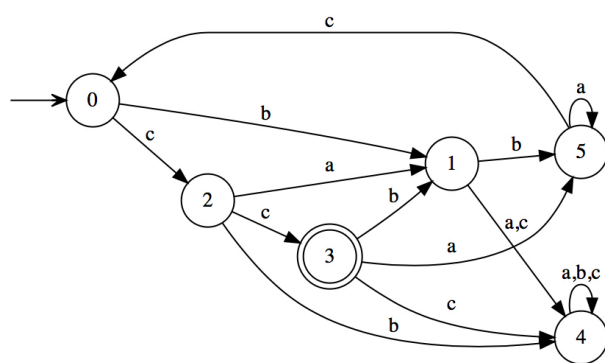


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



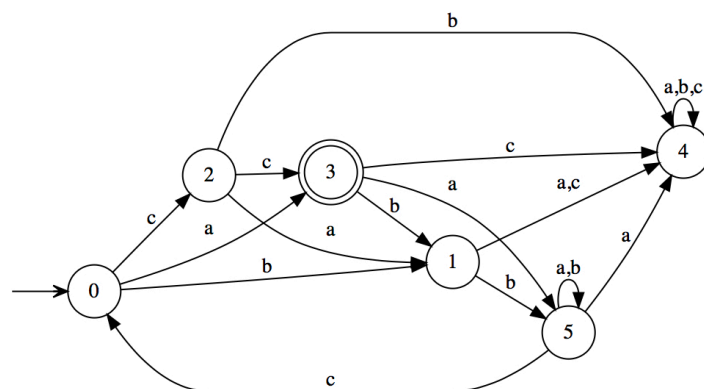
(.1)



(.2)

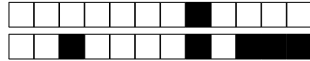


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

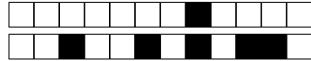
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

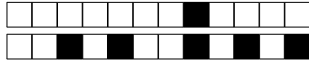
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

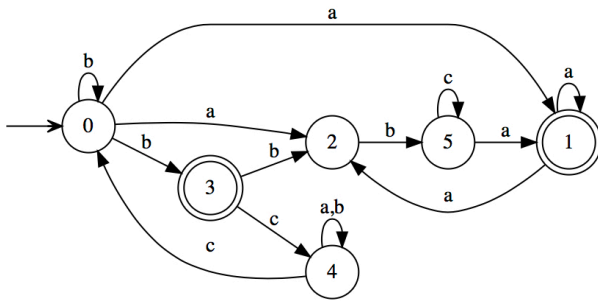


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

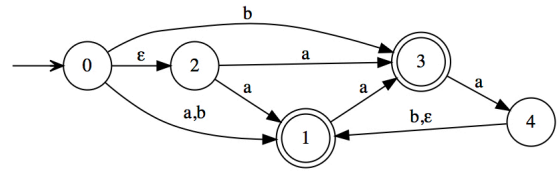
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [b] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [c] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [b] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [e] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

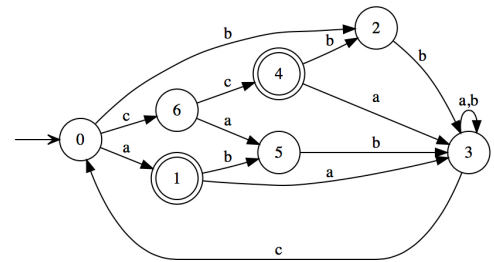
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.2. [d] la Figure V.4.
 [a] la Figure V.1. [c] la Figure V.3. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

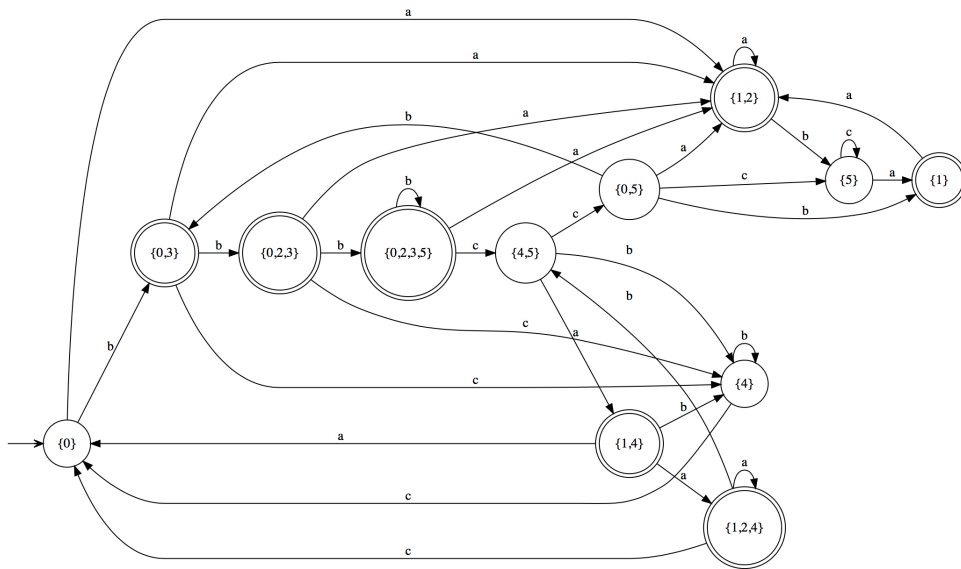
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

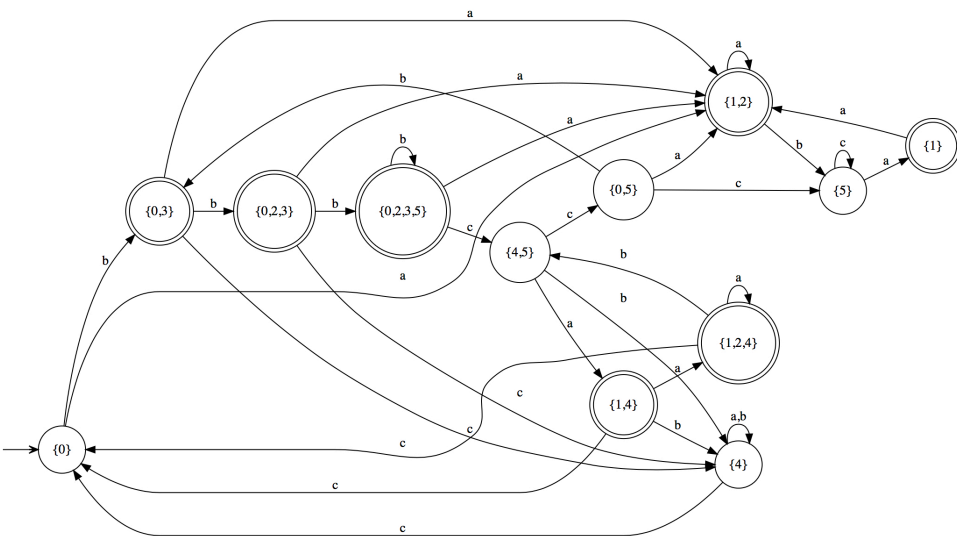
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

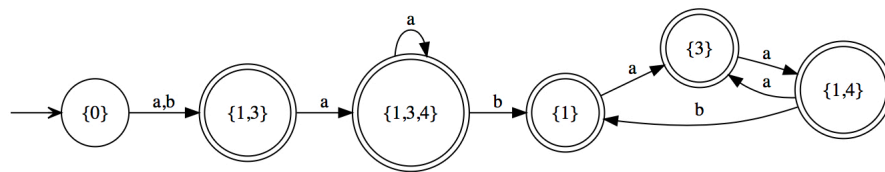


(.2)

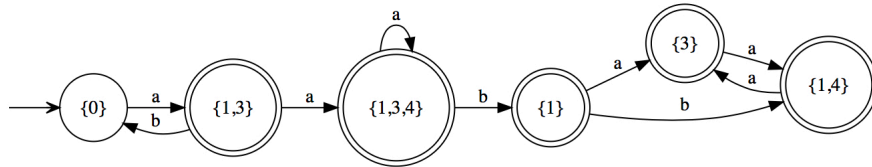


(.3)

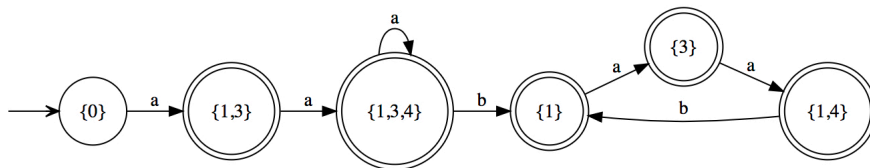
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



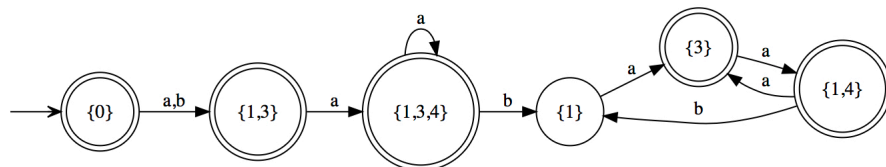
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



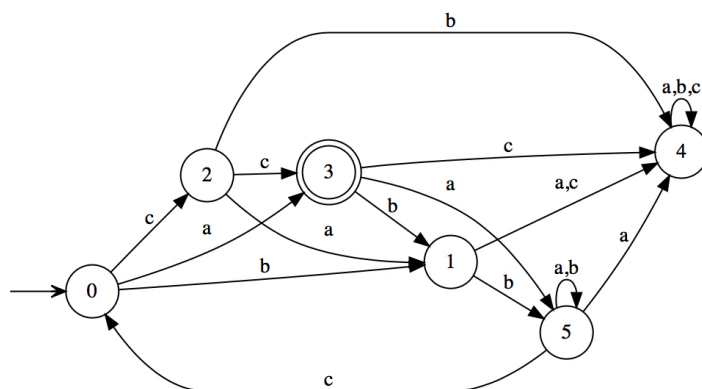
(.1)



(.2)

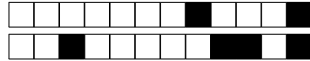


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

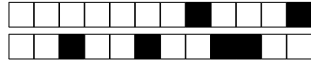
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

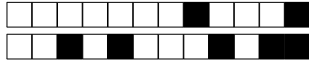
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

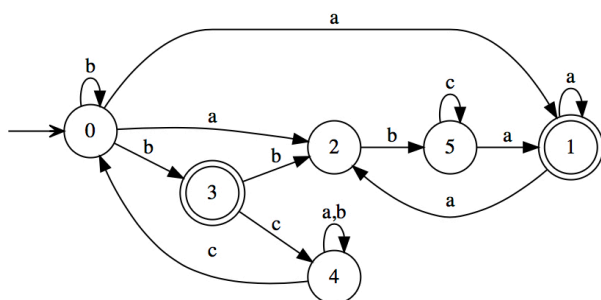


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

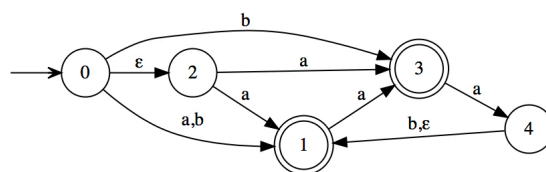
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

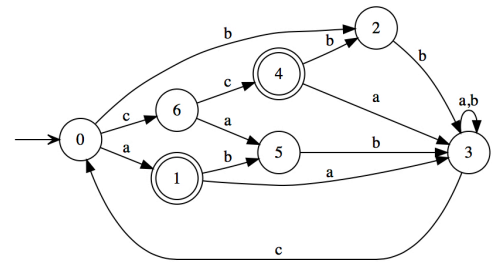
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.1. [d] la Figure V.3.
 [a] la Figure V.2. [c] la Figure V.4. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

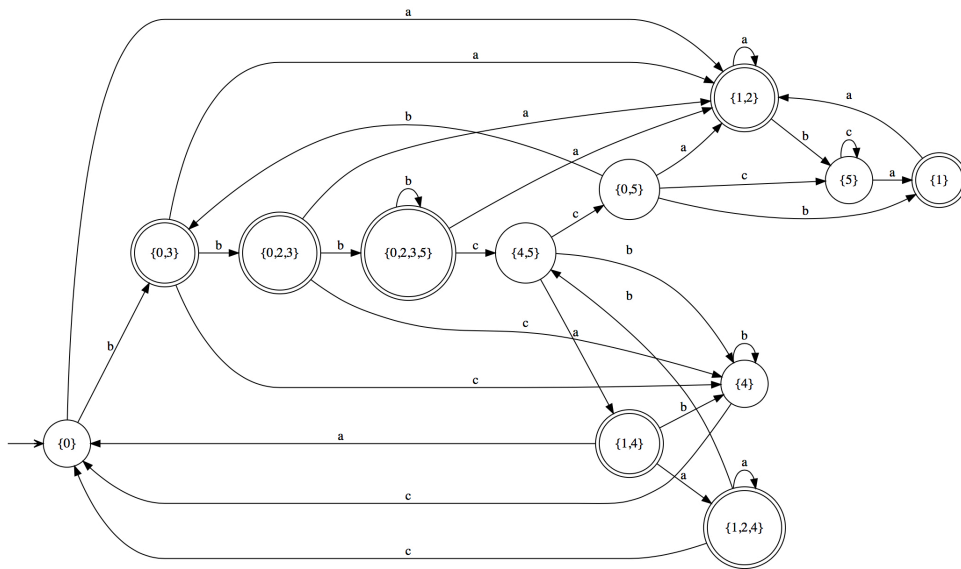
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

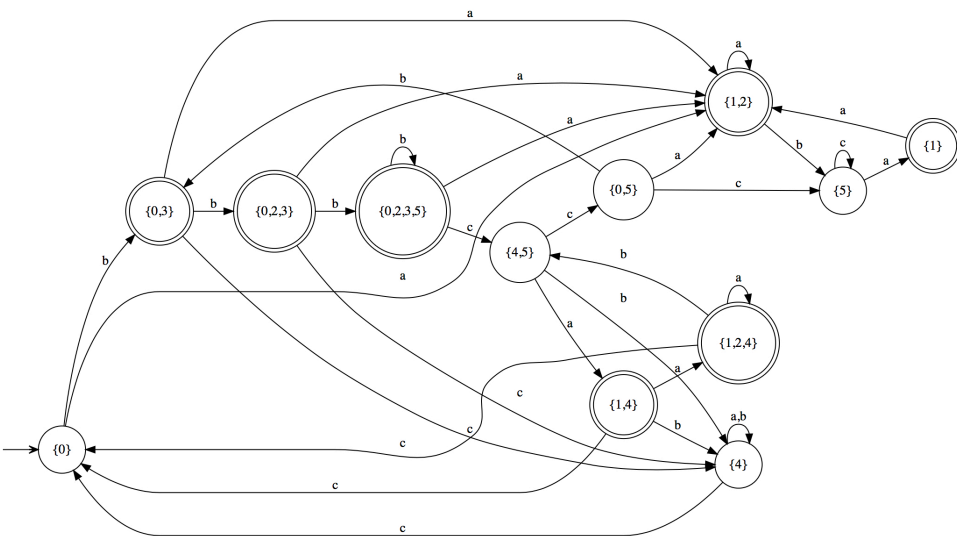
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

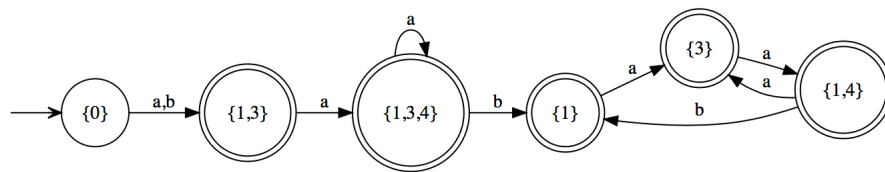


(.2)

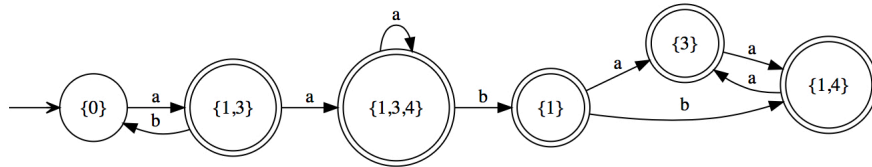


(.3)

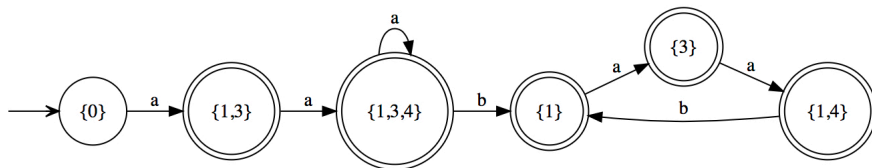
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



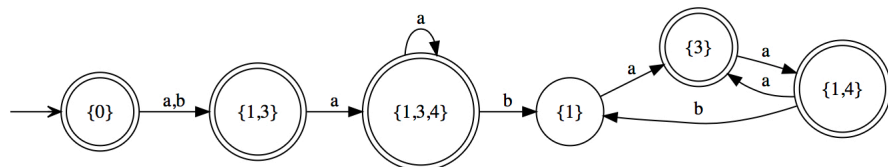
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



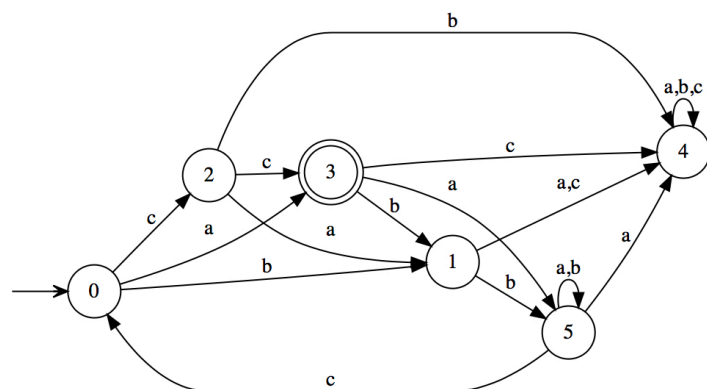
(.1)



(.2)

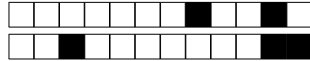


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

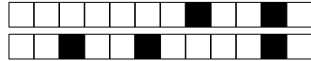
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



+18/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

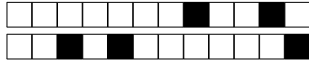
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

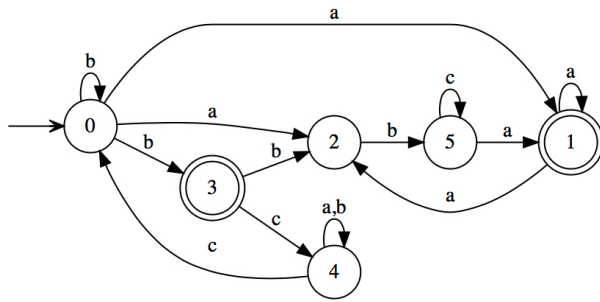


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

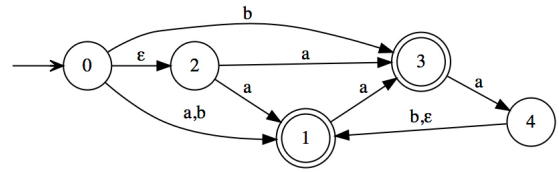
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

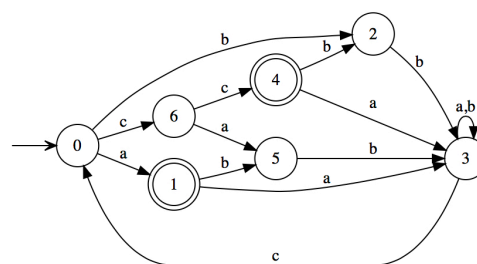
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

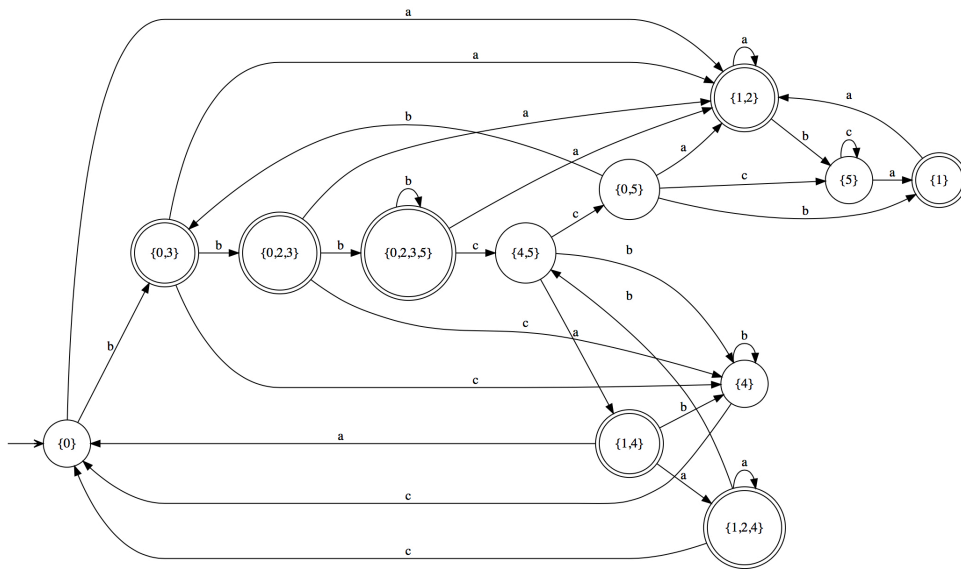
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

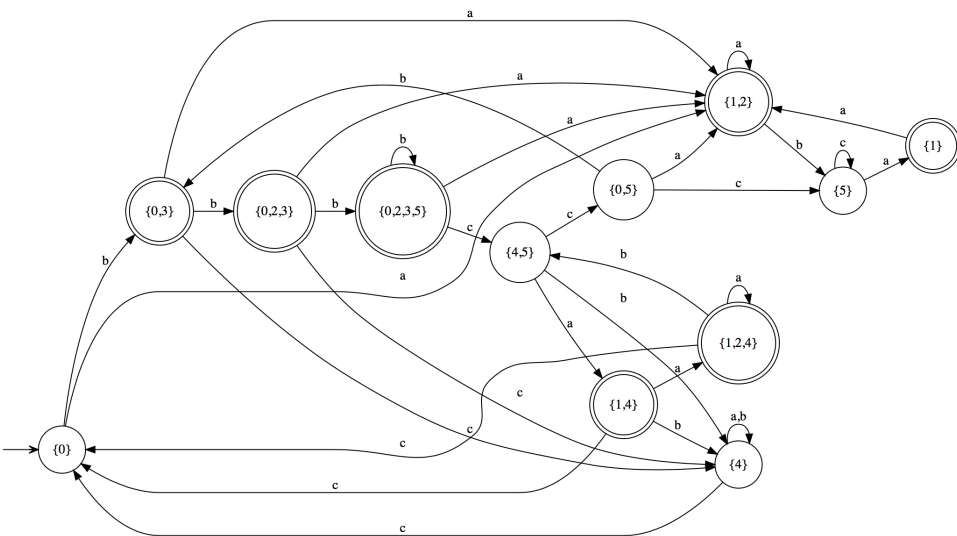
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

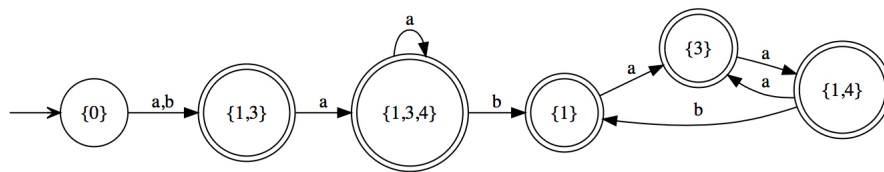


(.2)

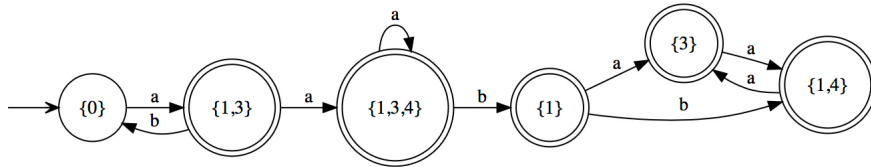


(.3)

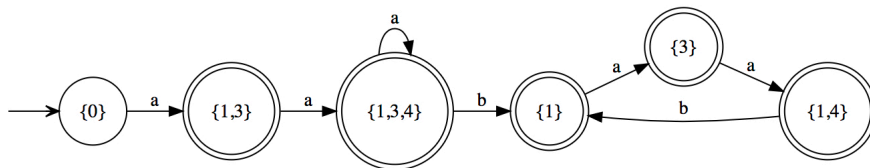
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



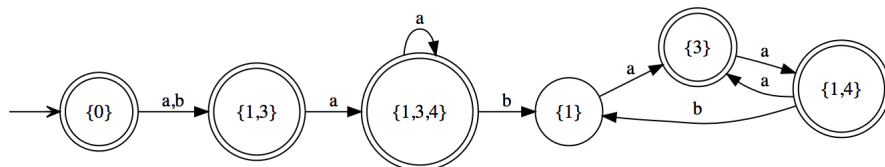
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



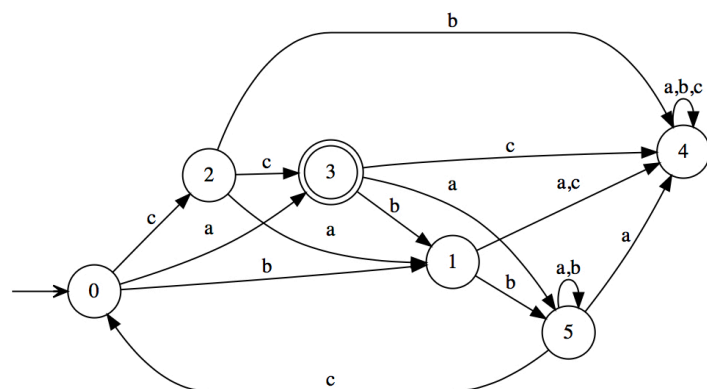
(.1)



(.2)

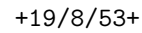


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

.....

f pf pj *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

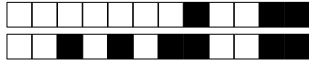
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

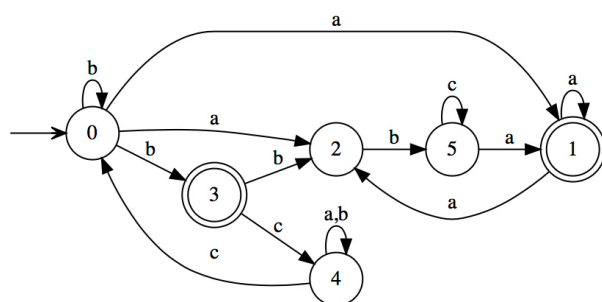


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

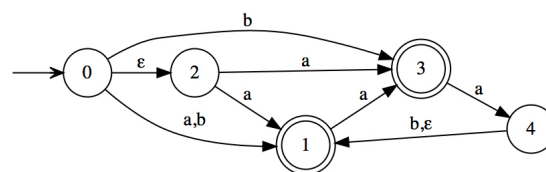
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.3.
- ☐ b) Celui de la Figure III.2.
- ☐ c) Celui de la Figure III.1.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

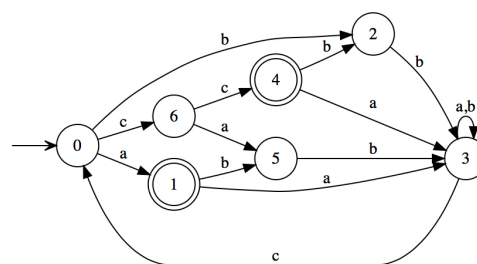
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

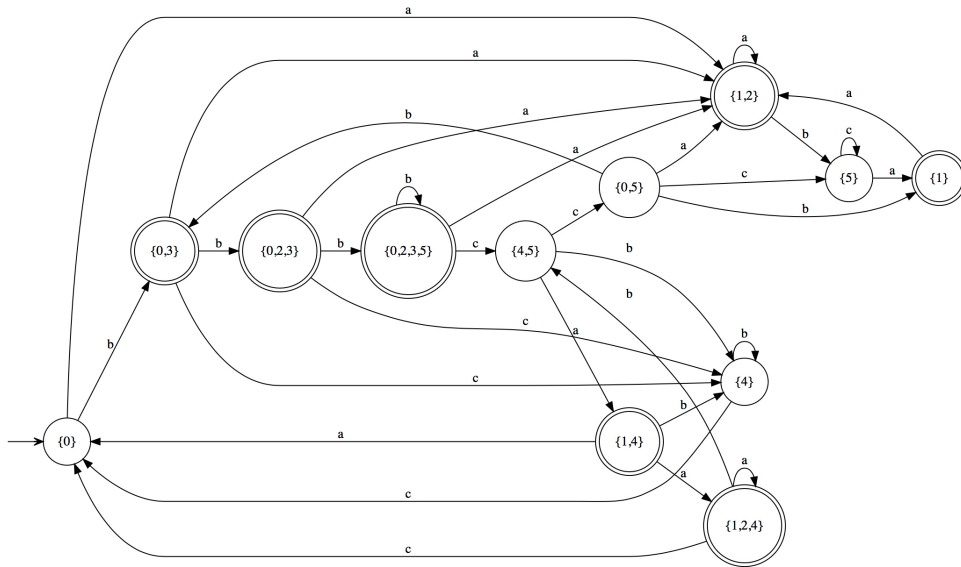
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

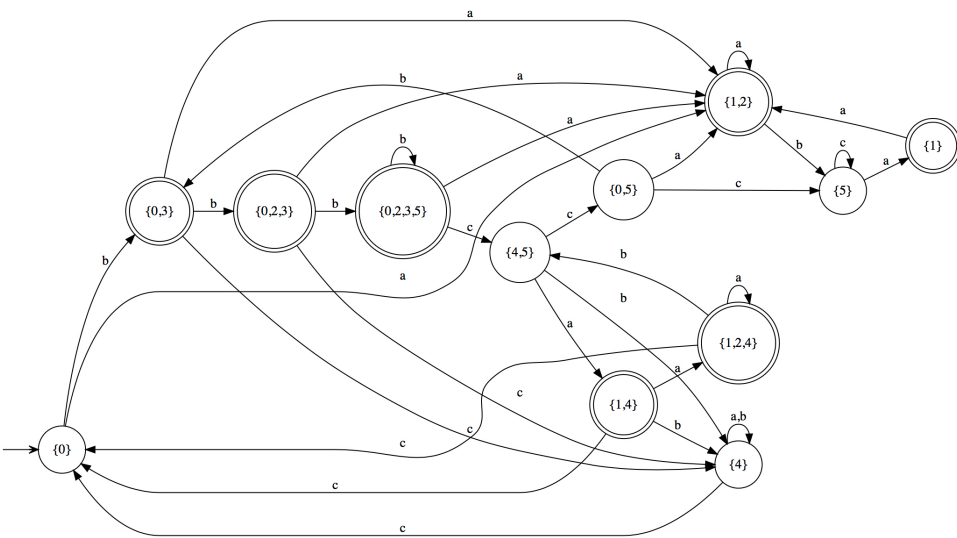
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

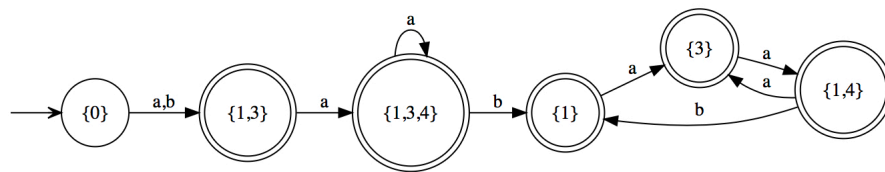


(.2)

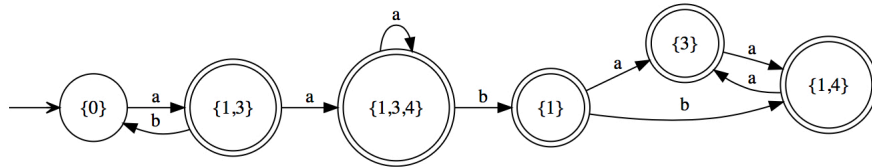


(.3)

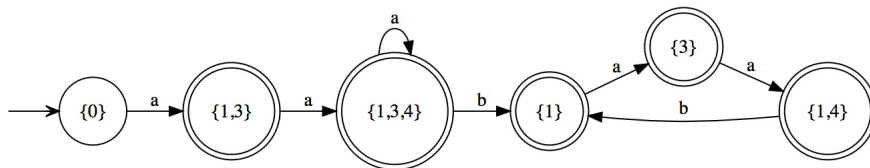
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



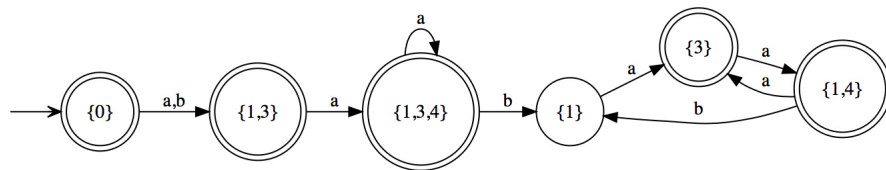
(.1)



(.2)

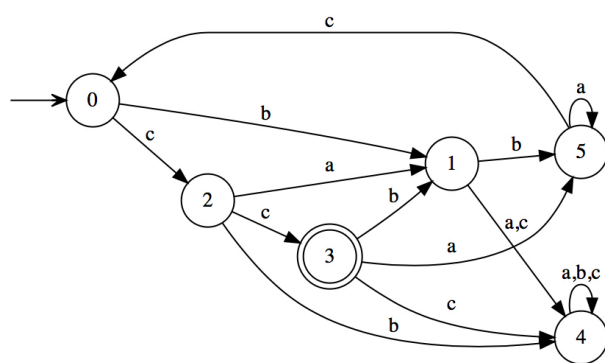


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



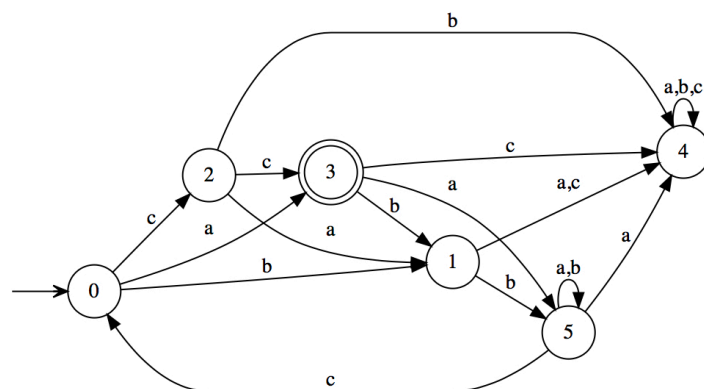
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

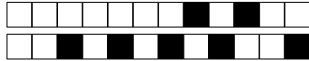
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

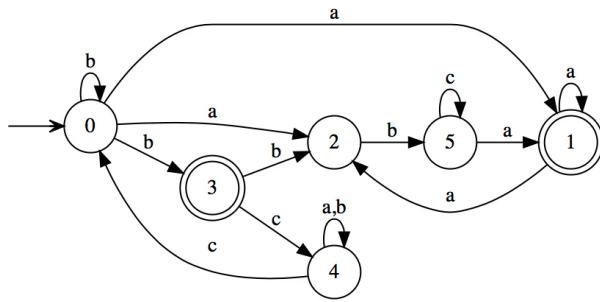


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

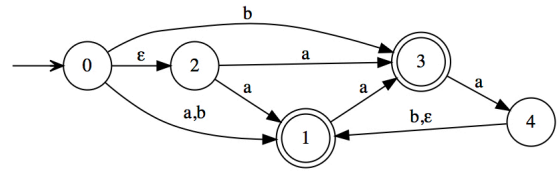
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ b	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ c	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ f	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

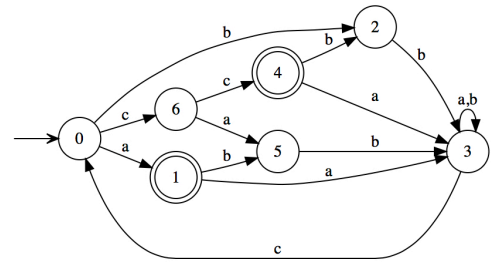
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

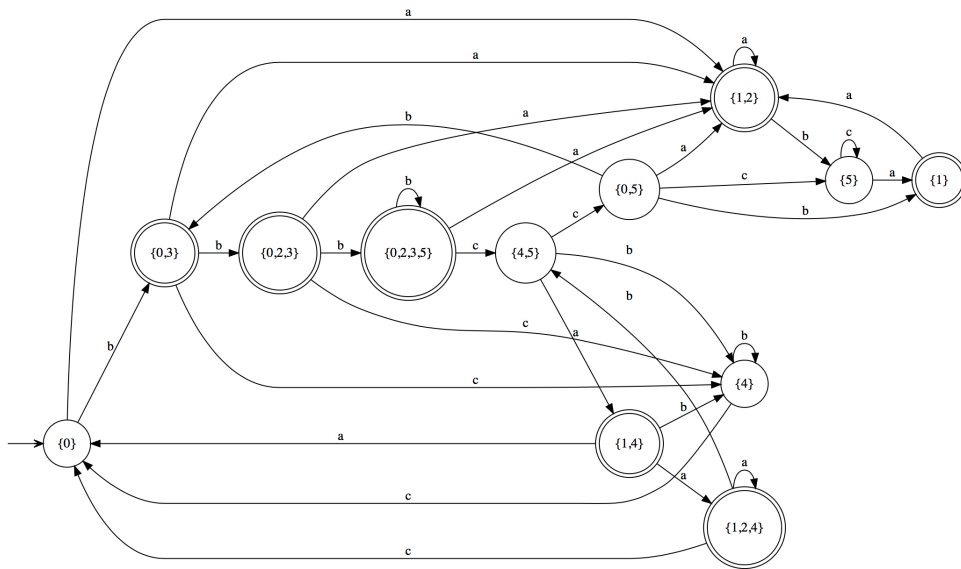
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

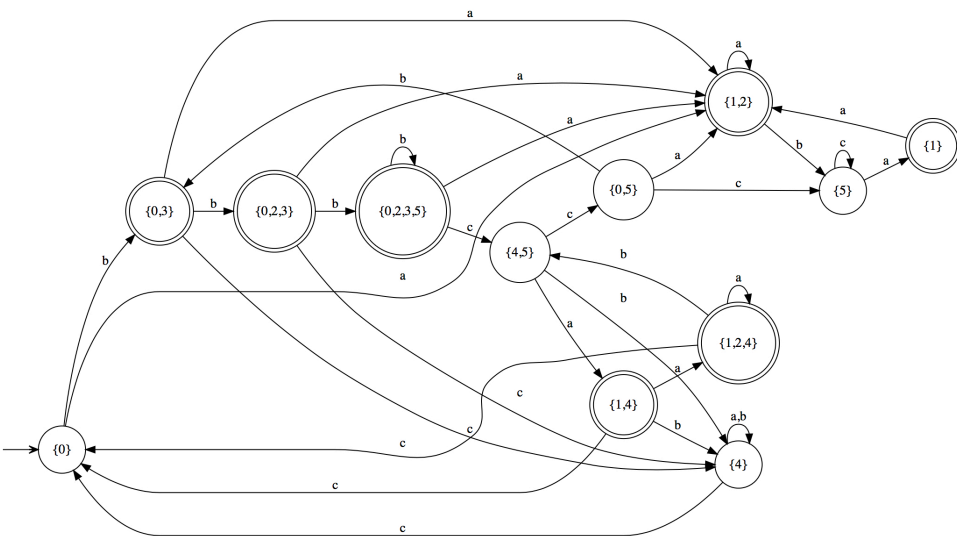
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

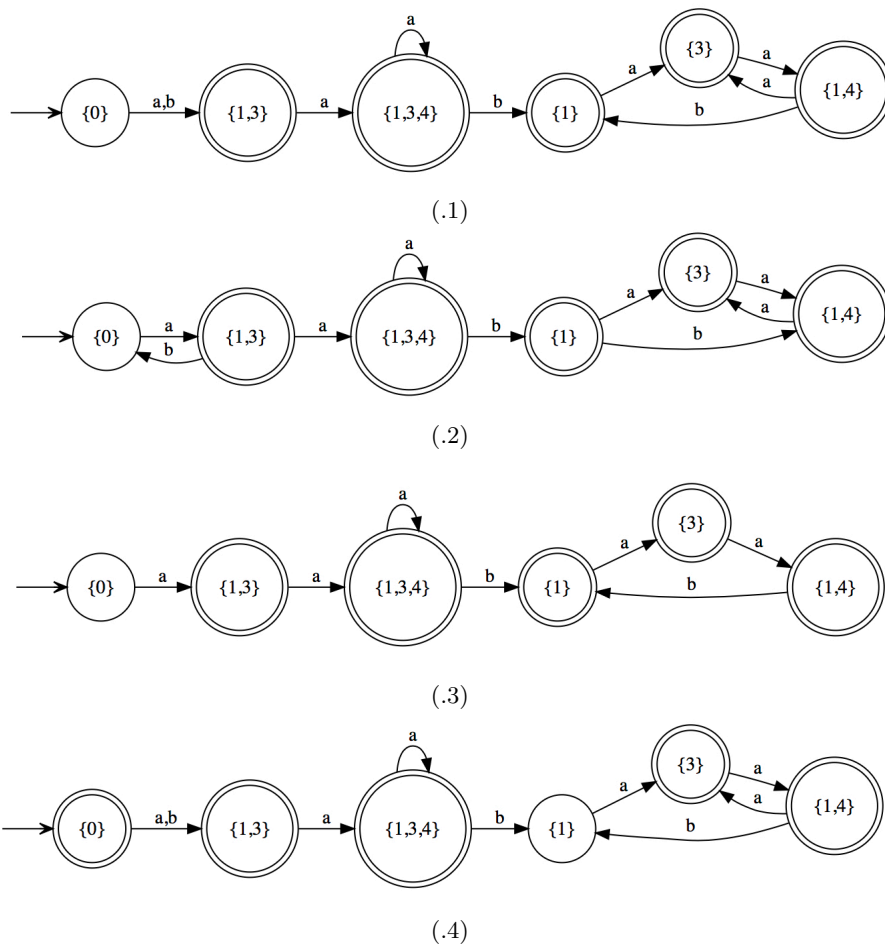


(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



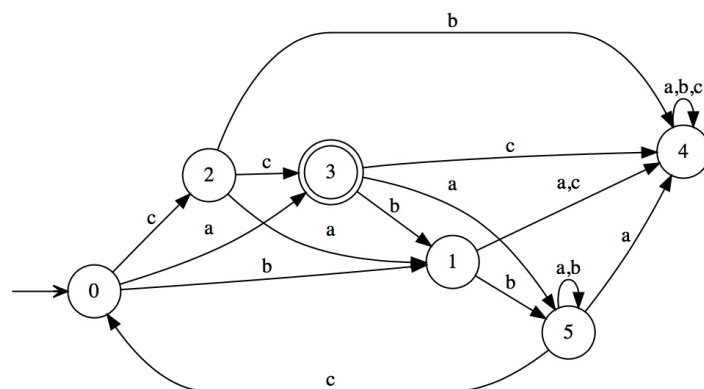
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

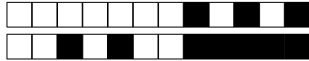
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

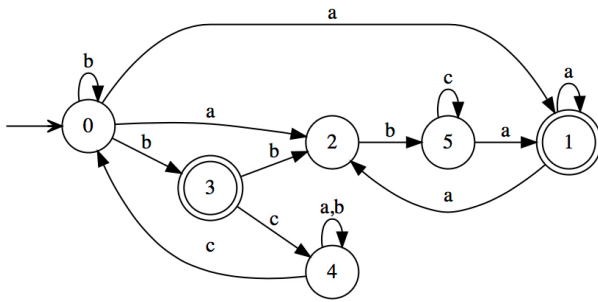


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

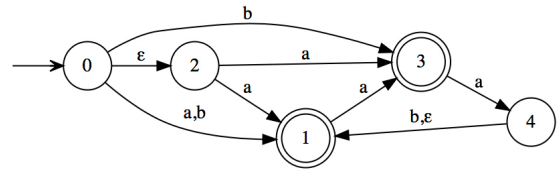
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

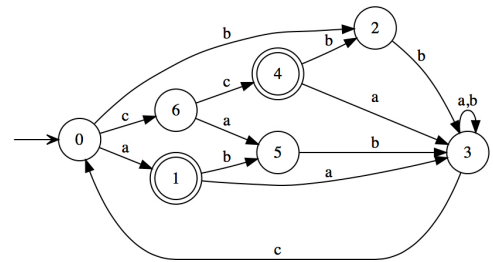
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.2.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

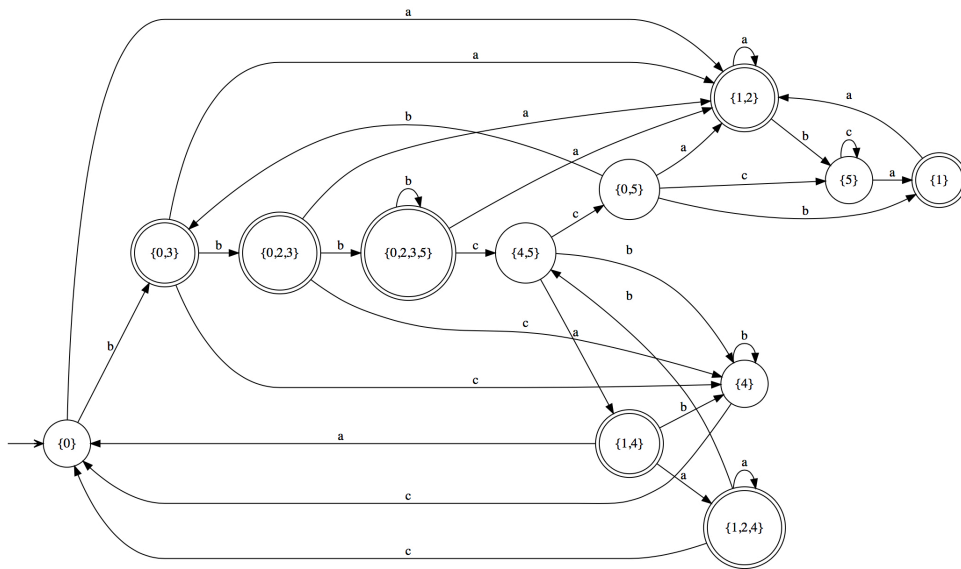
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

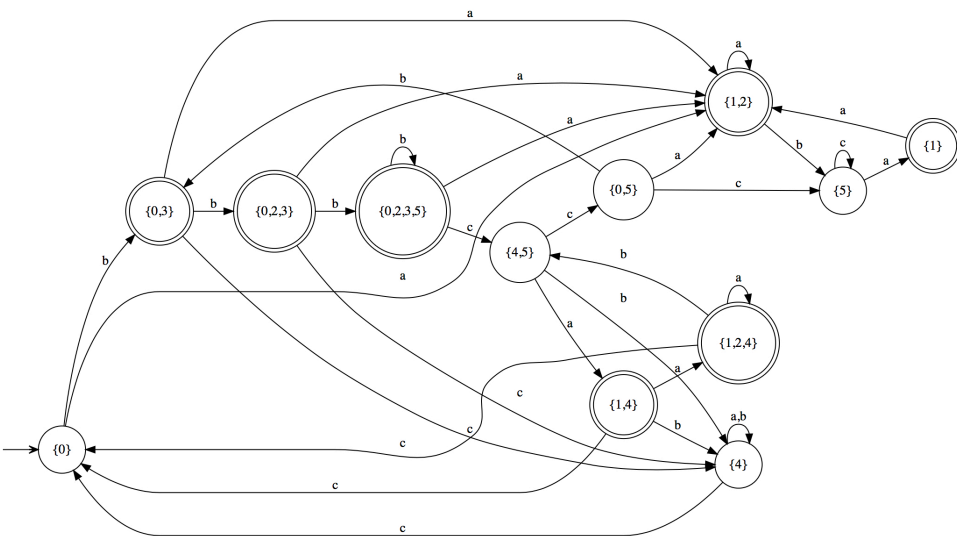
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

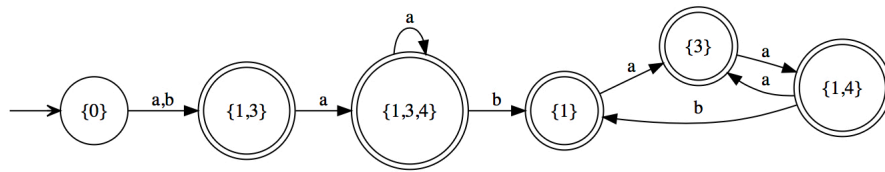


(.2)

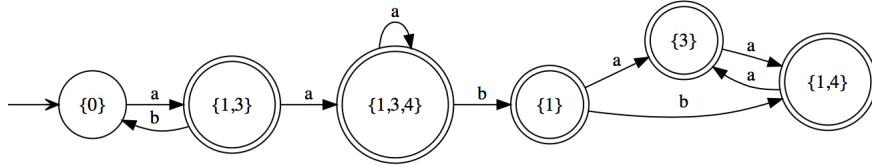


(.3)

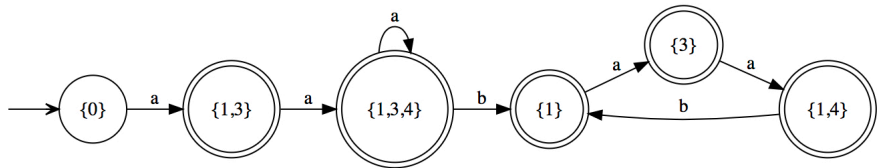
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



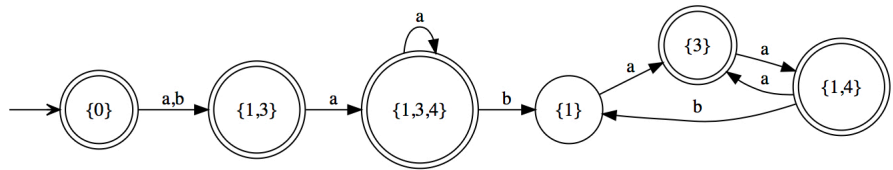
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



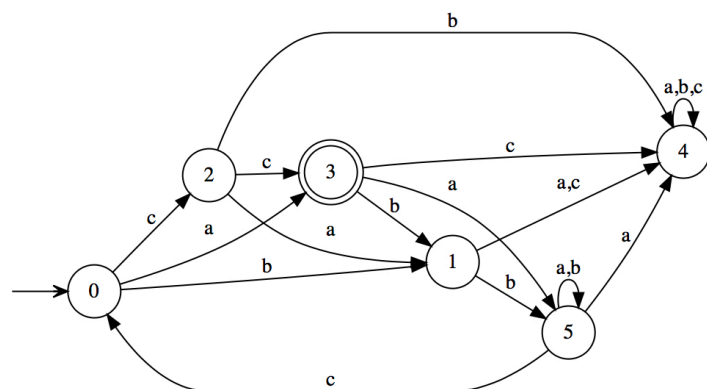
(.1)



(.2)

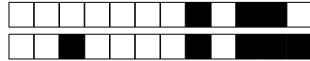


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

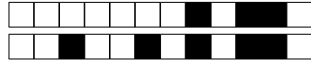
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

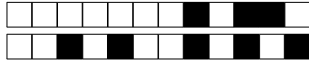
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

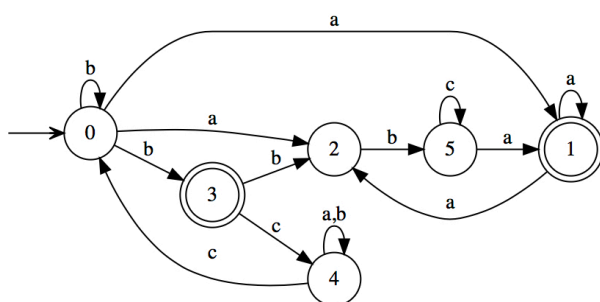


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

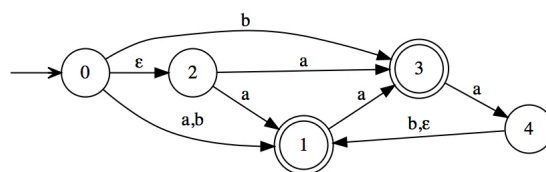
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

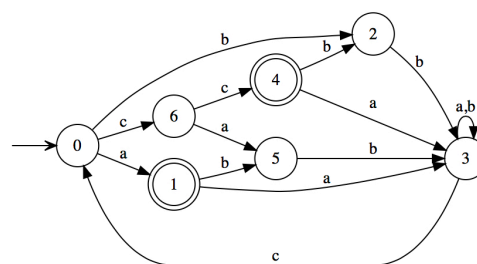
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

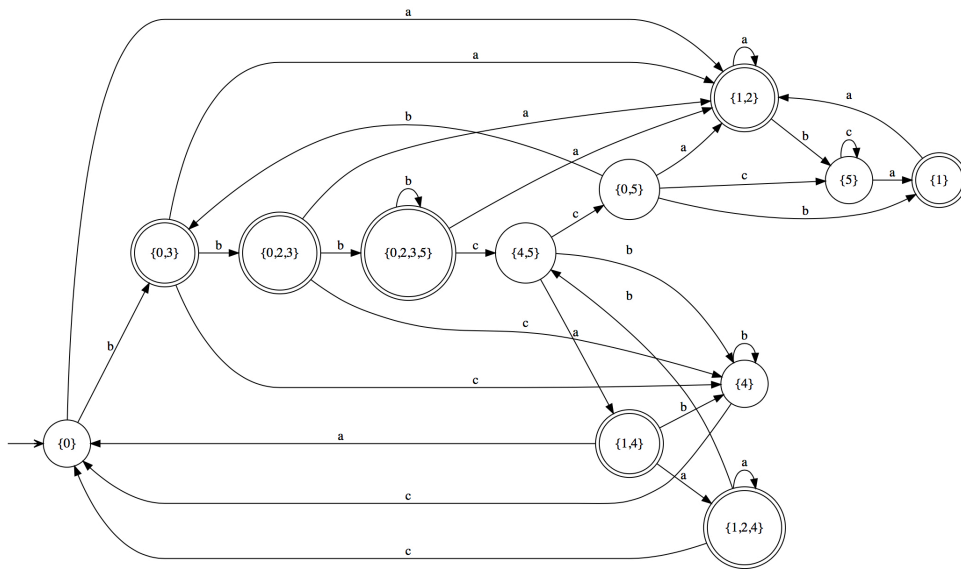
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

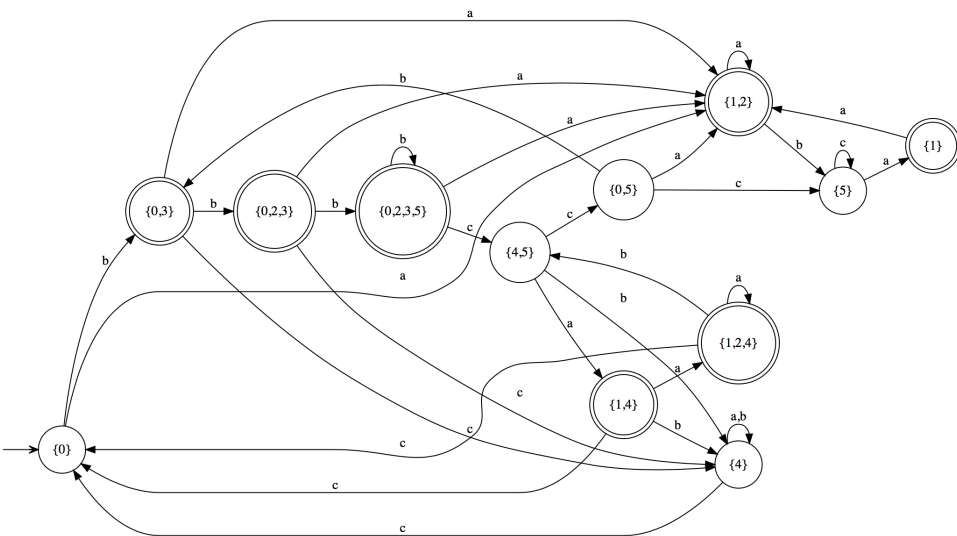
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

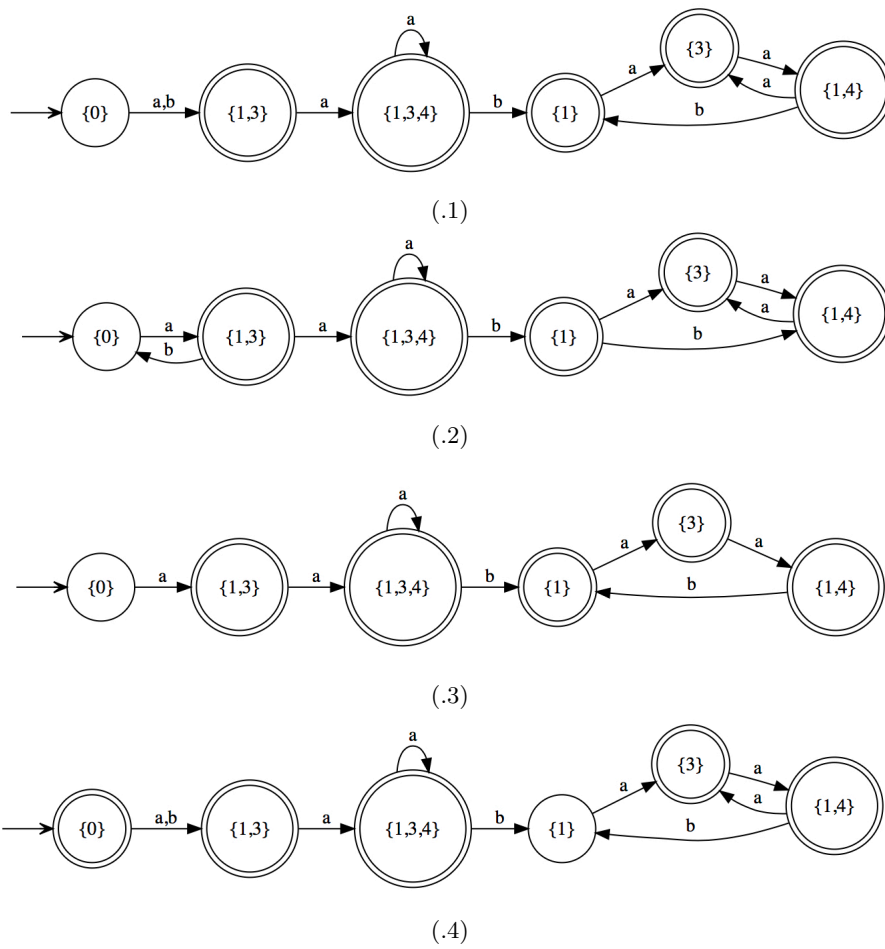


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



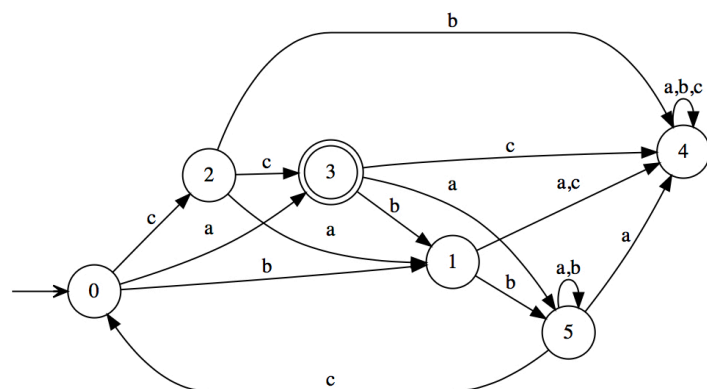
(.1)



(.2)

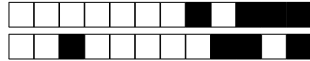


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

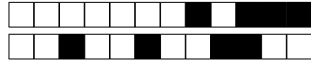
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

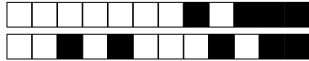
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

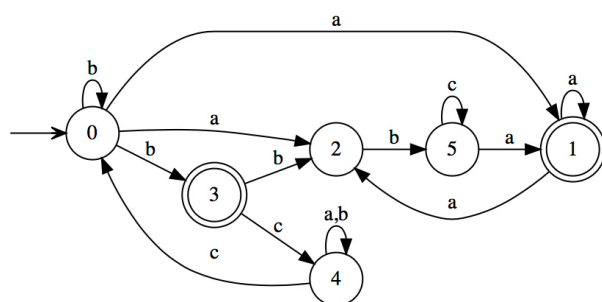


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

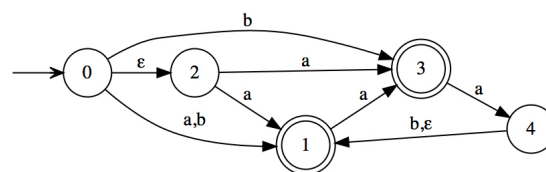
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

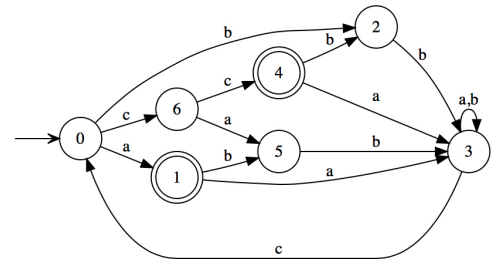
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ la Figure V.5.
 ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

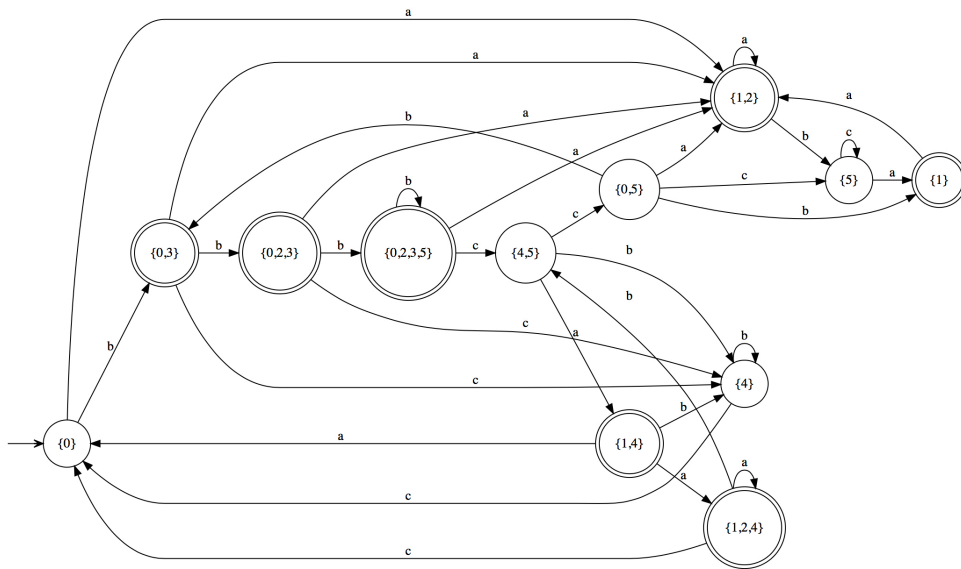
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

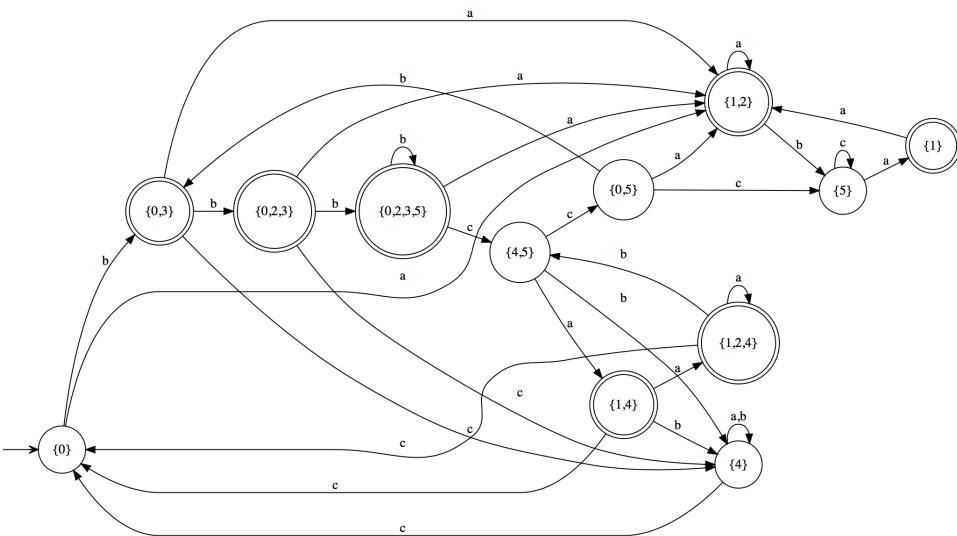
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

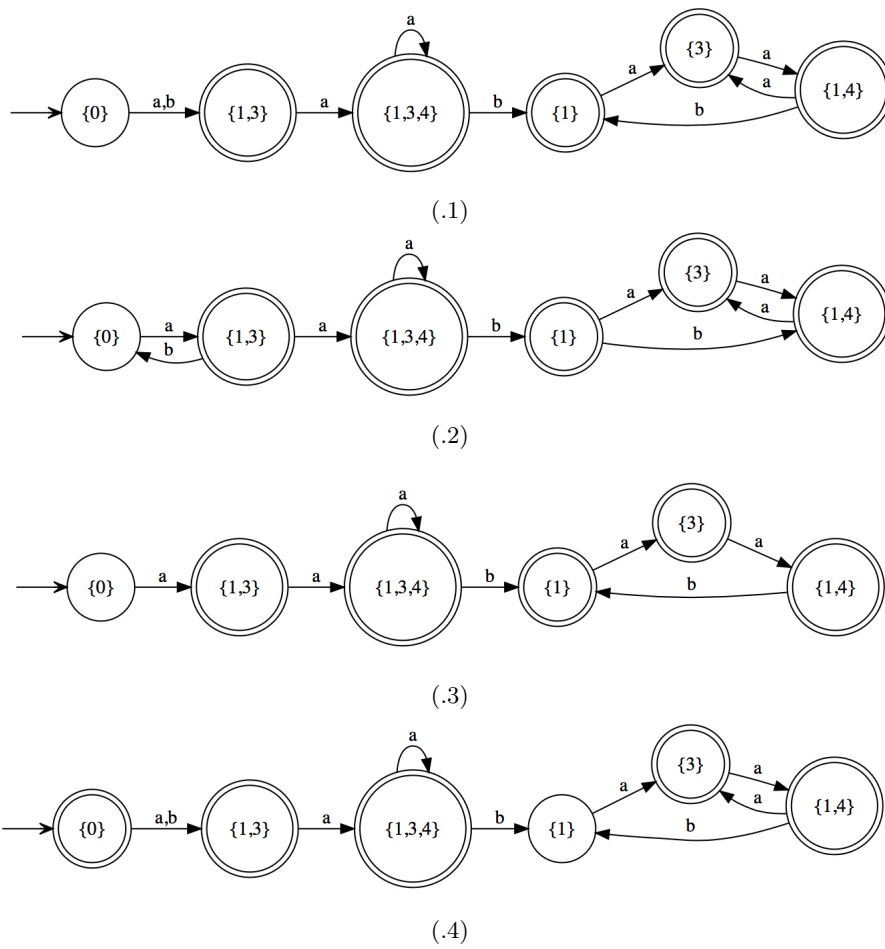
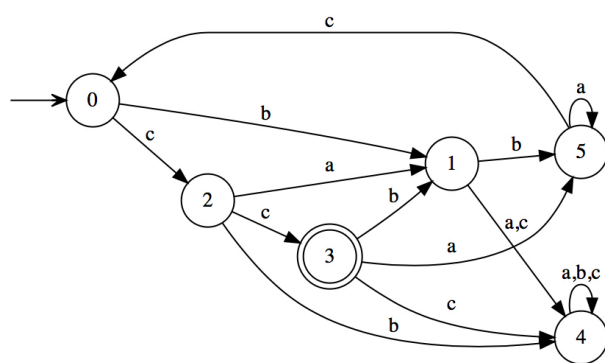


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



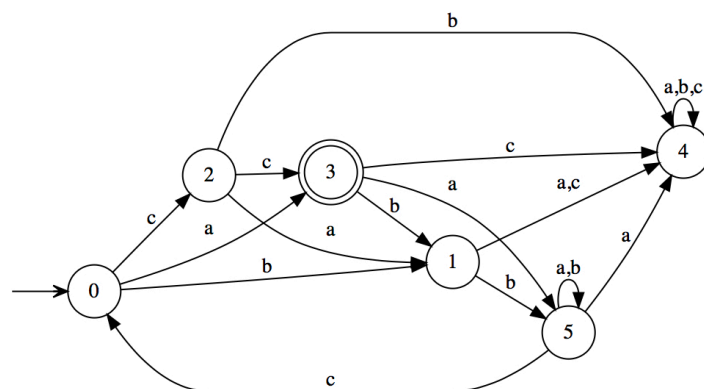
(.1)



(.2)

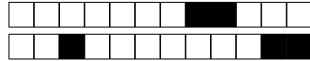


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

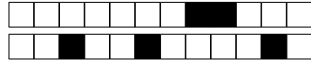
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

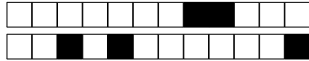
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

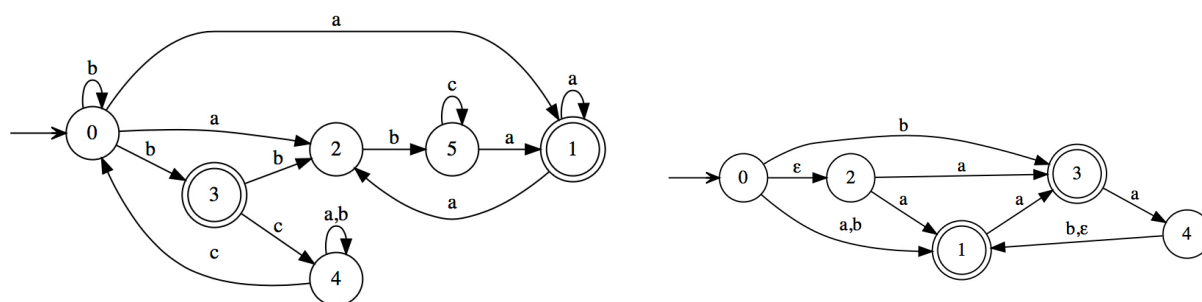


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

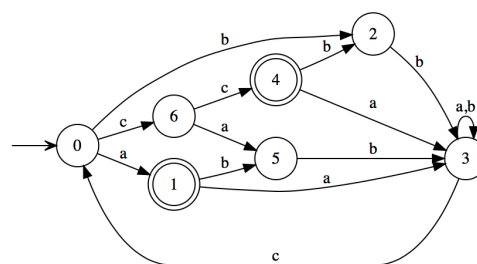
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

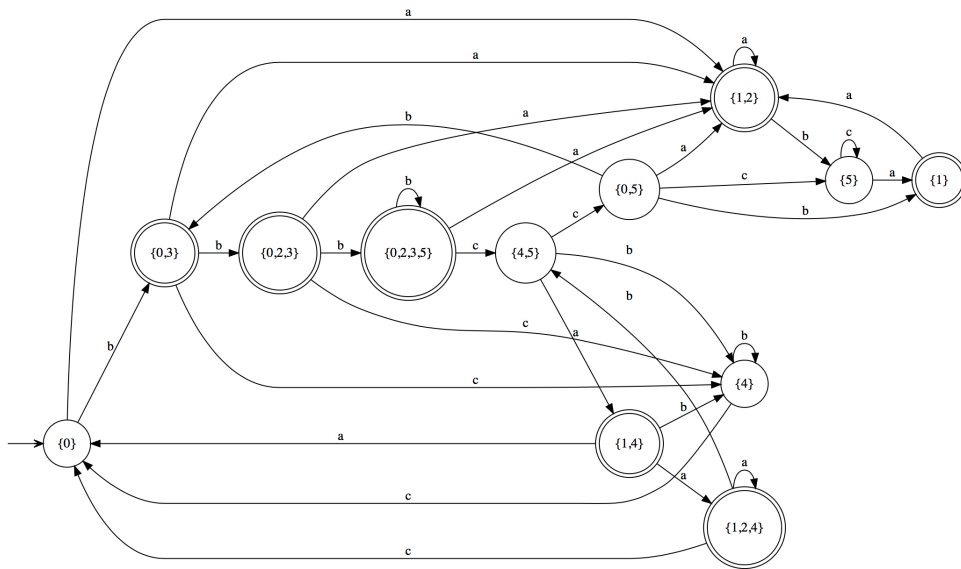
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

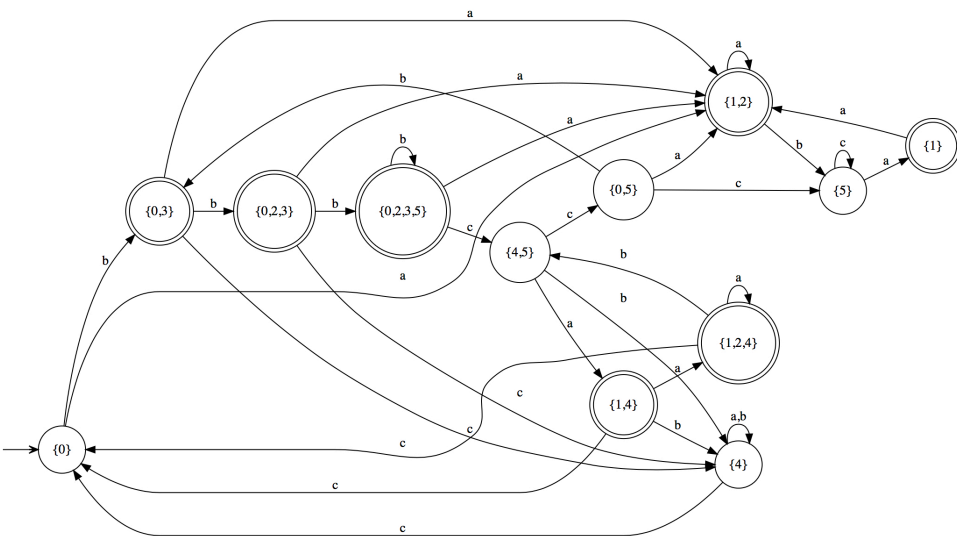
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

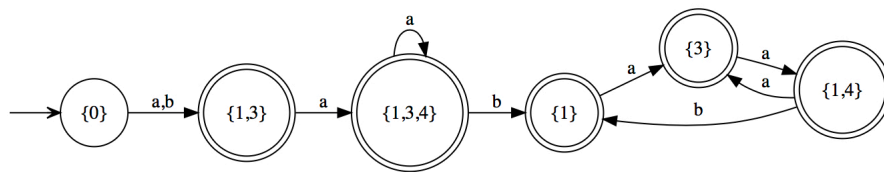


(.2)

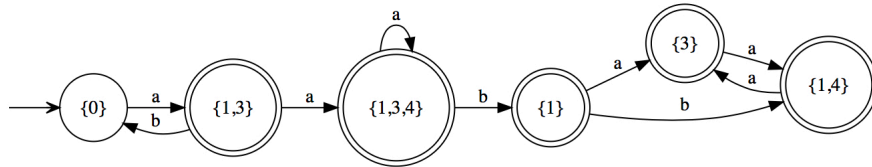


(.3)

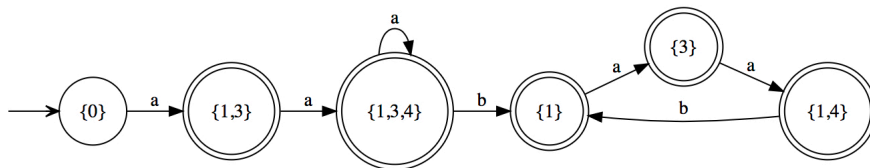
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



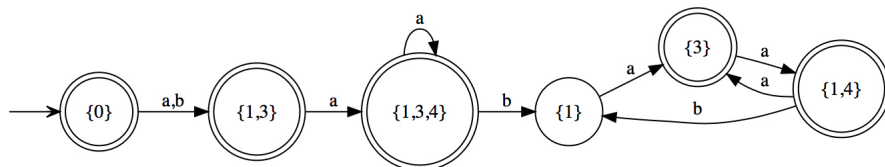
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



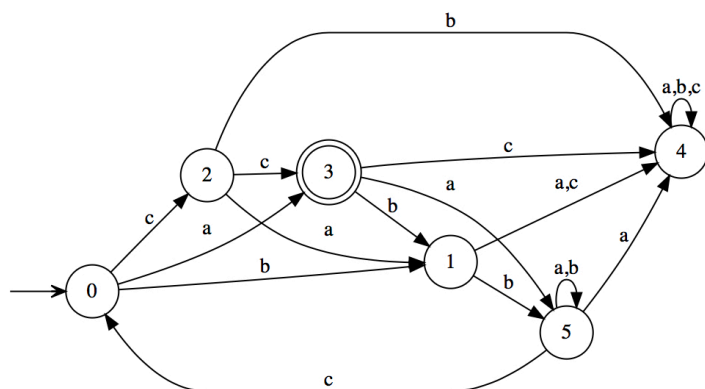
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j Réserve enseignant

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

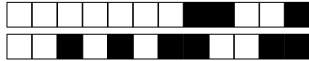
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

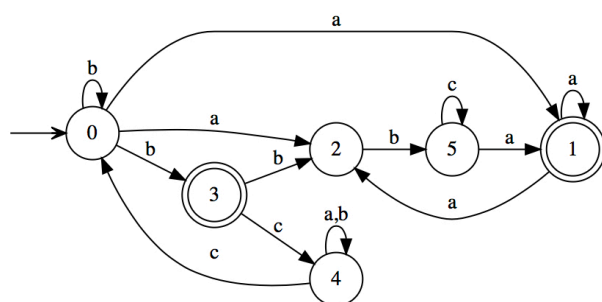


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

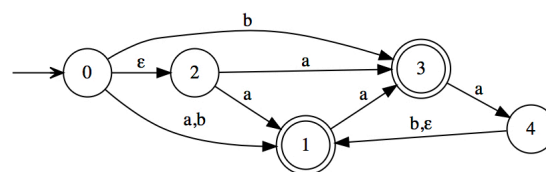
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a) Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ c) Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d) Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.1.
- ☐ b) Celui de la Figure III.3.
- ☐ c) Celui de la Figure III.2.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

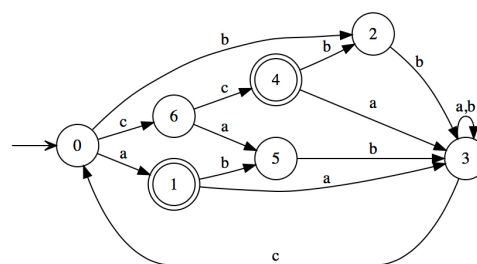
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

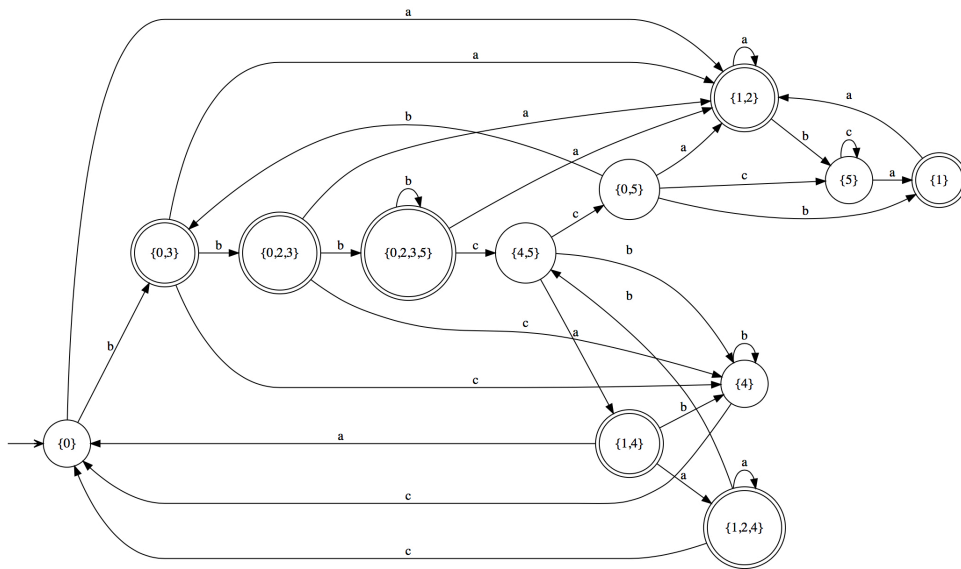
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

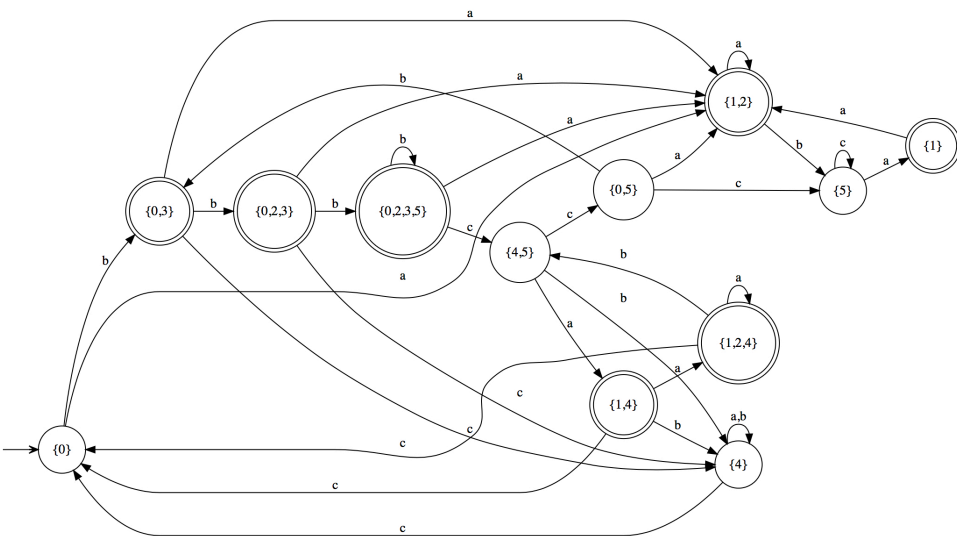
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

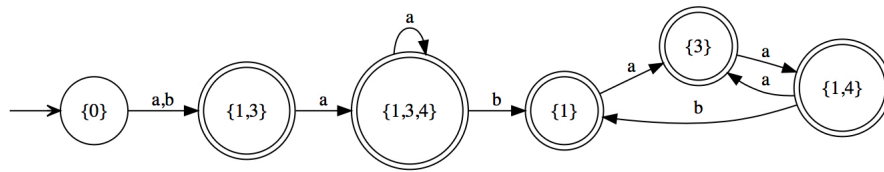


(.2)

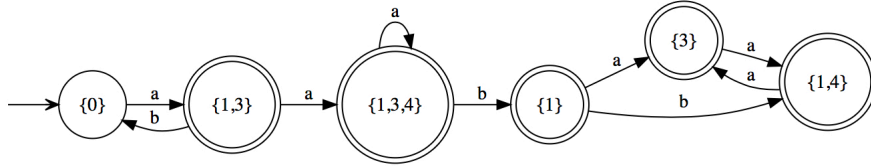


(.3)

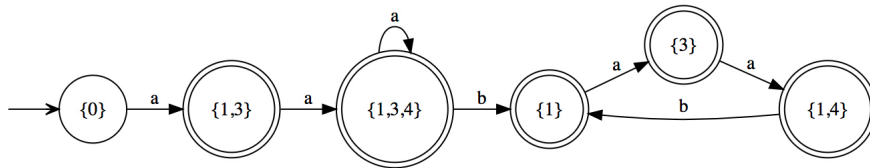
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



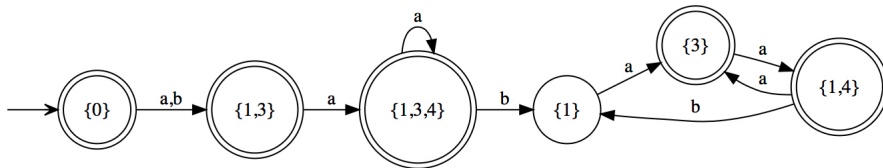
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



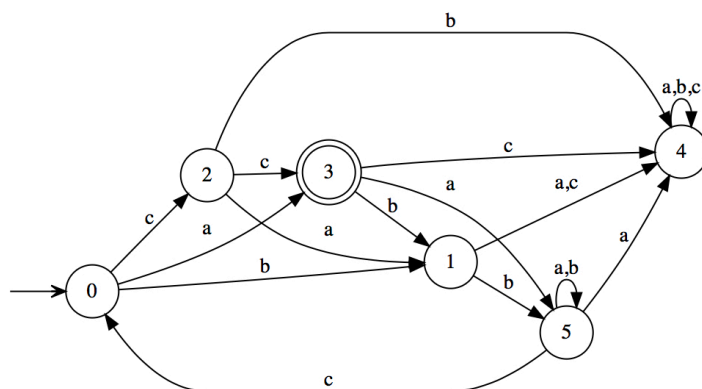
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

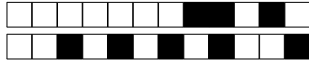
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

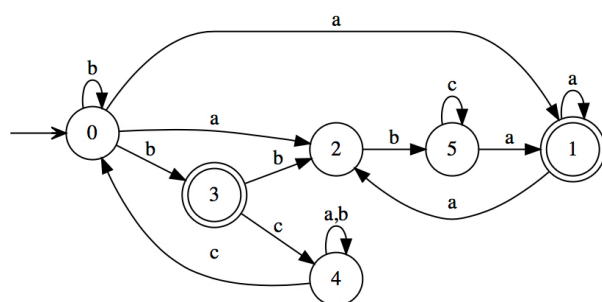


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

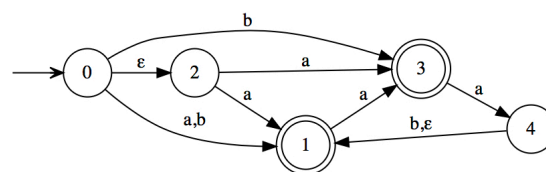
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

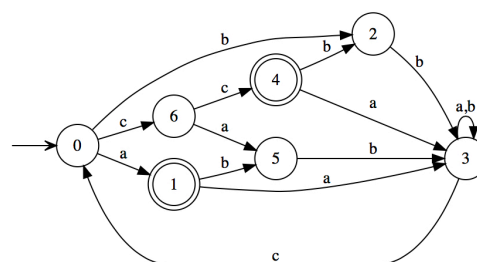
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

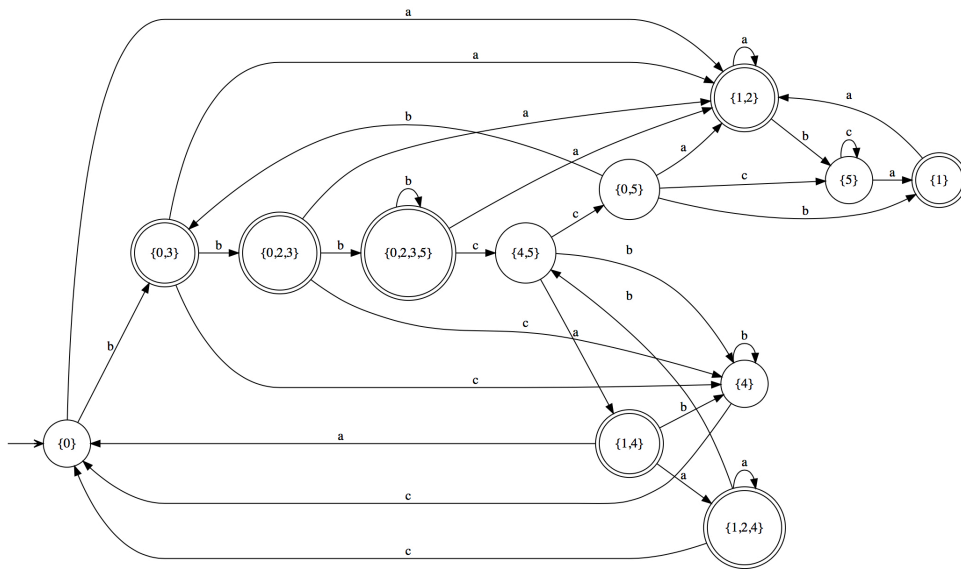
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

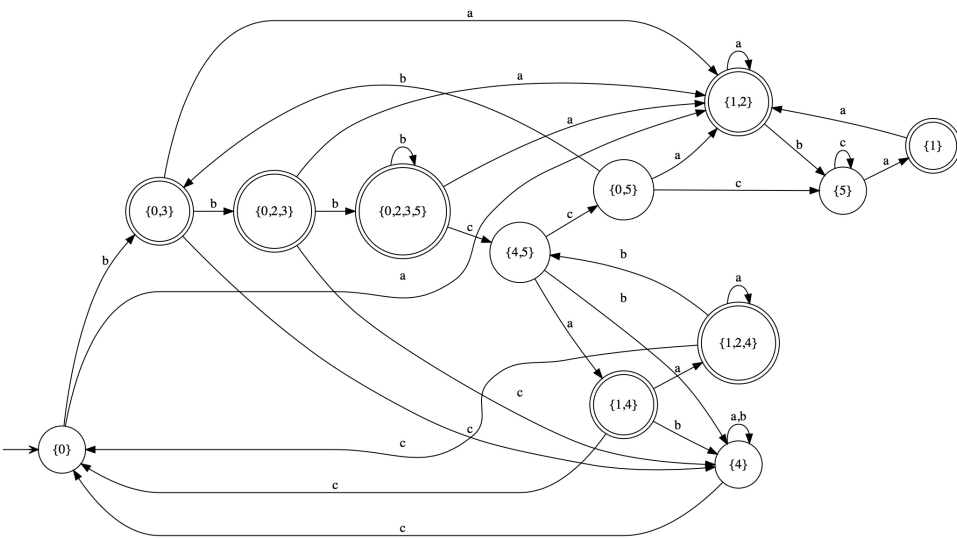
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

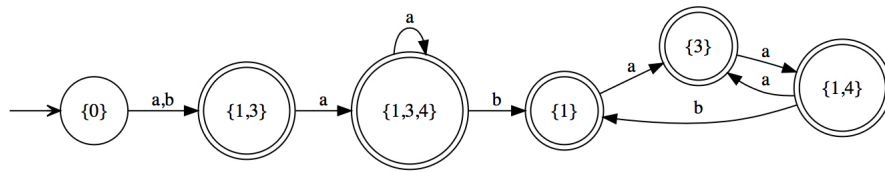


(.2)

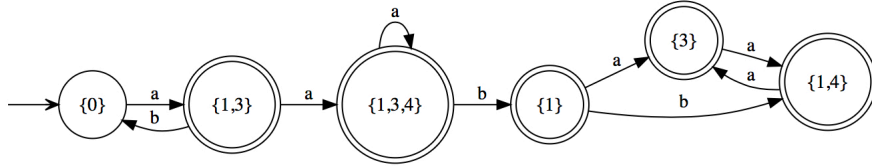


(.3)

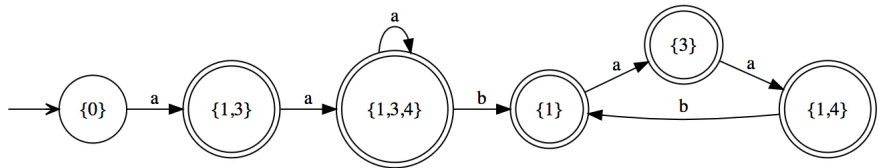
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



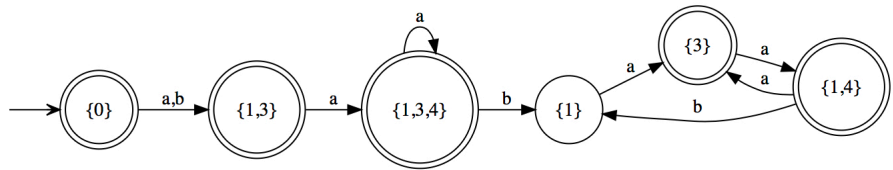
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



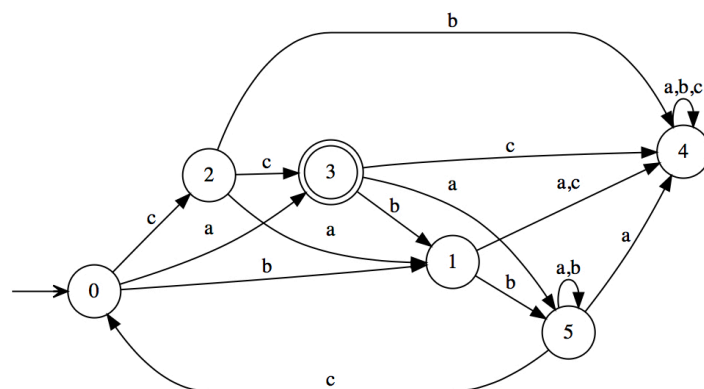
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

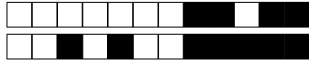
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

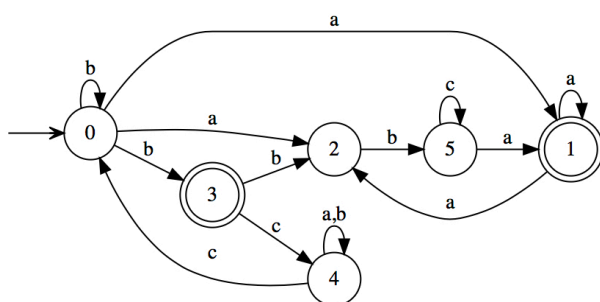


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

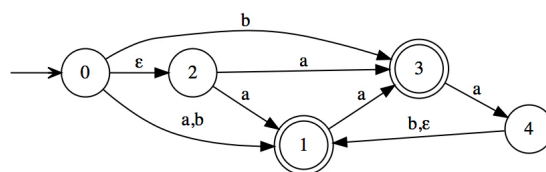
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

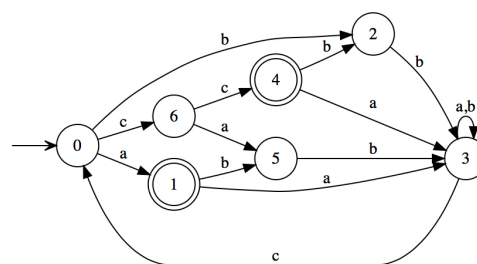
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

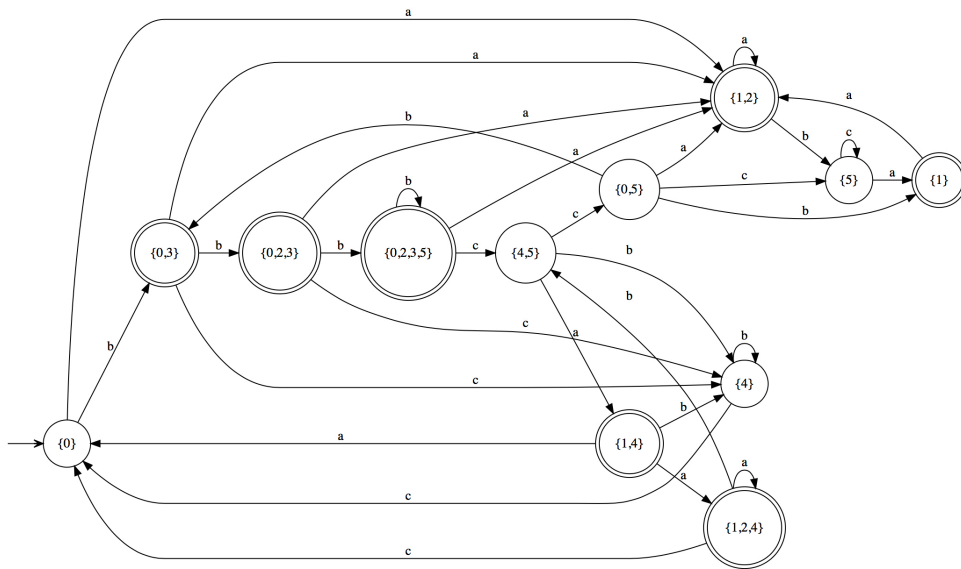
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

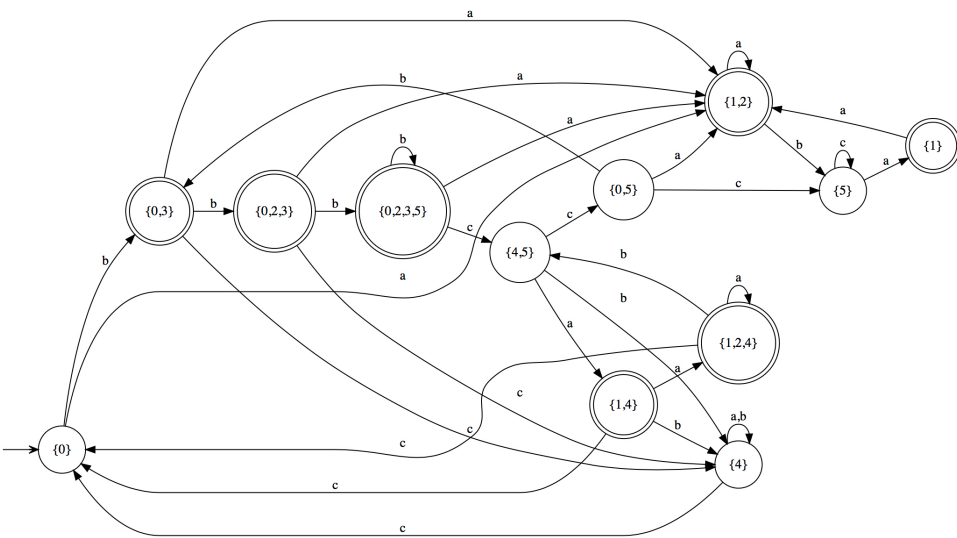
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

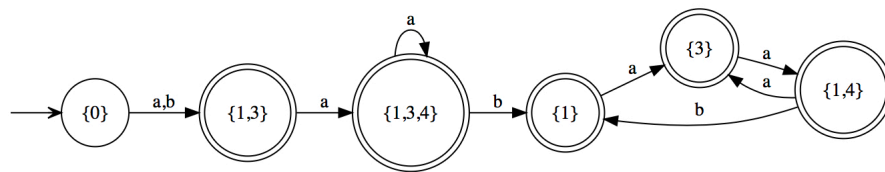


(.2)

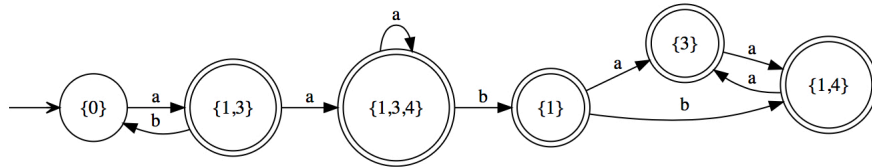


(.3)

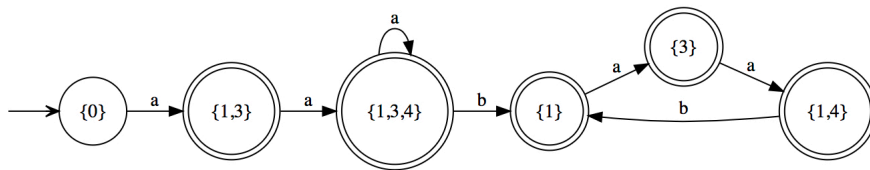
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



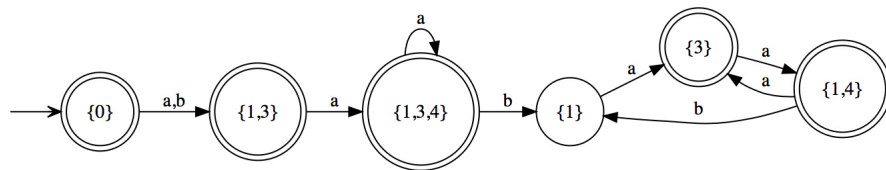
(.1)



(.2)

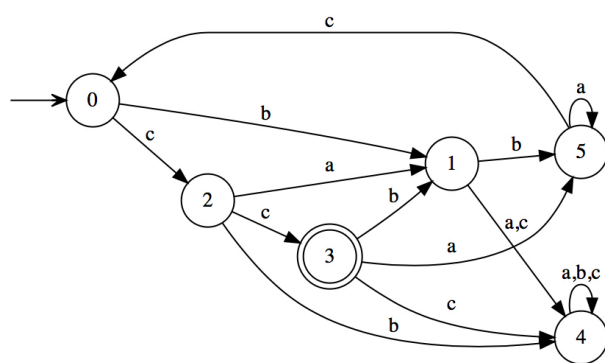


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



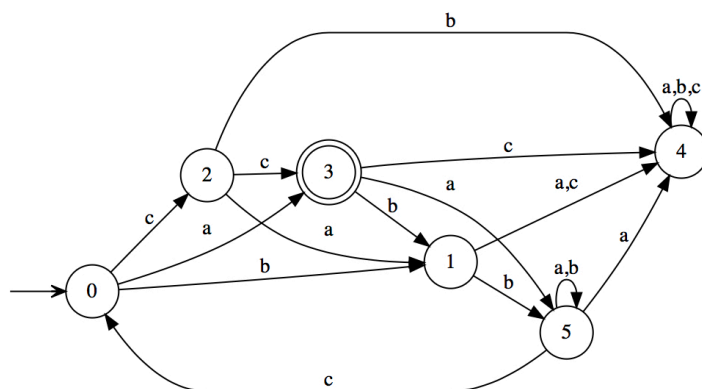
(.1)



(.2)

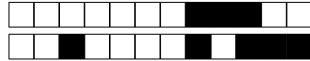


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

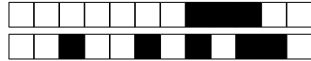
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

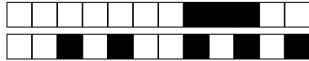
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

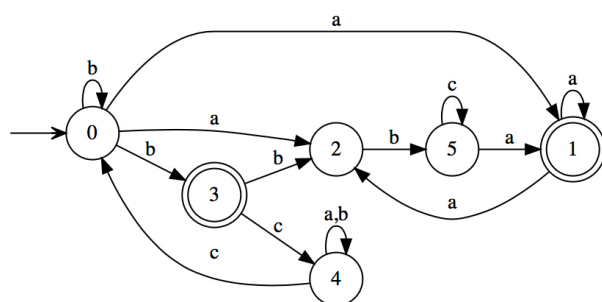


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

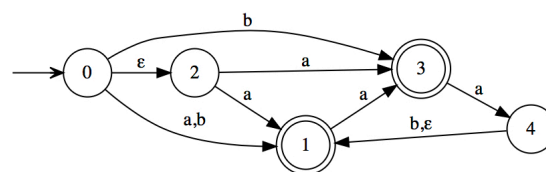
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

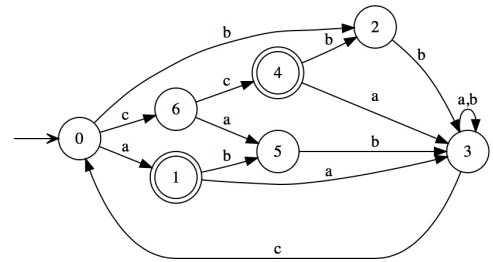
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

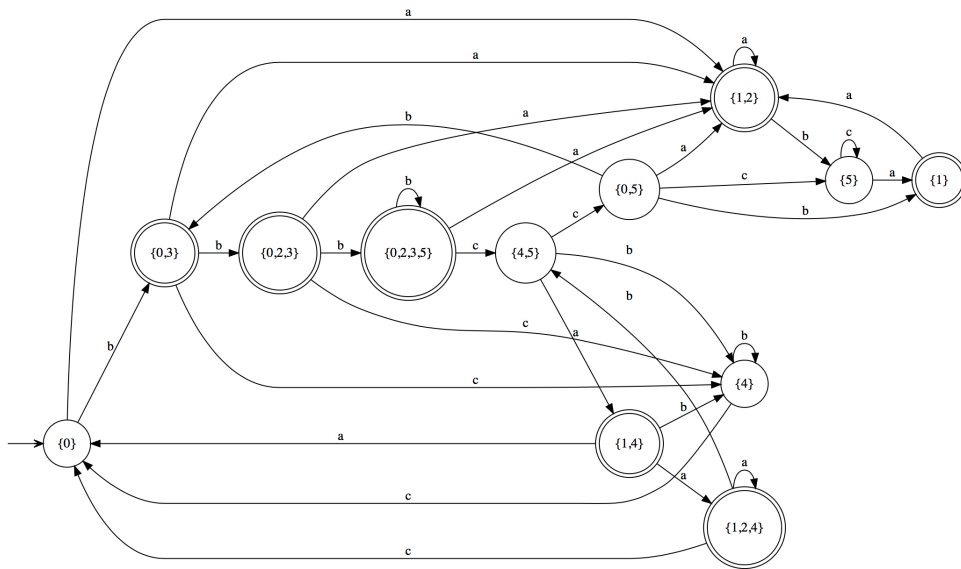
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

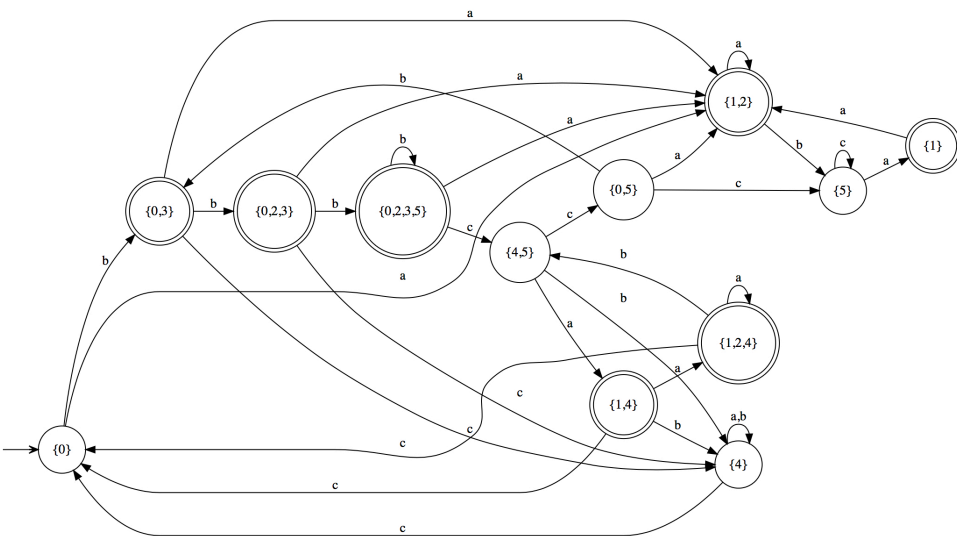
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

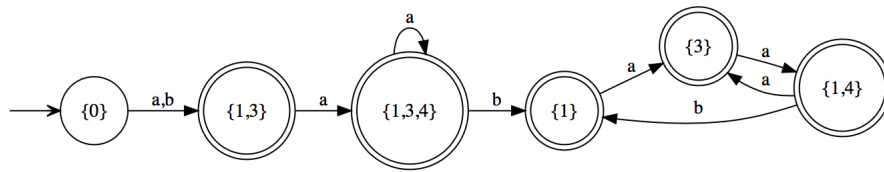


(.2)

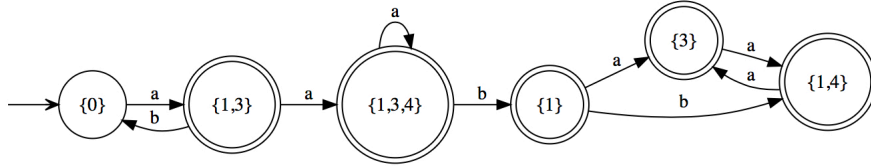


(.3)

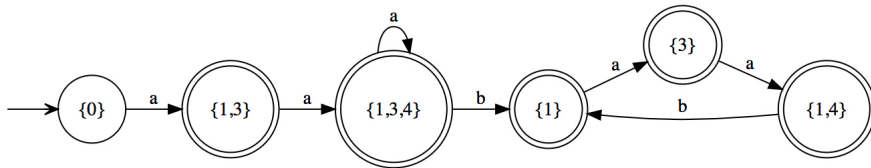
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



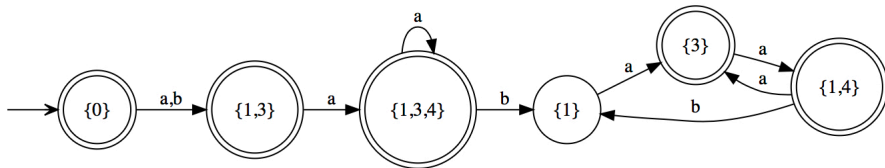
(.1)



(.2)

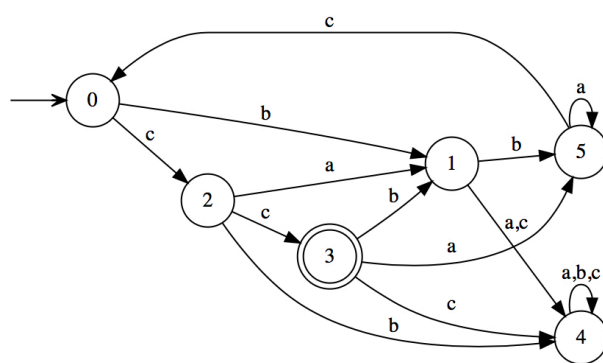


(.3)

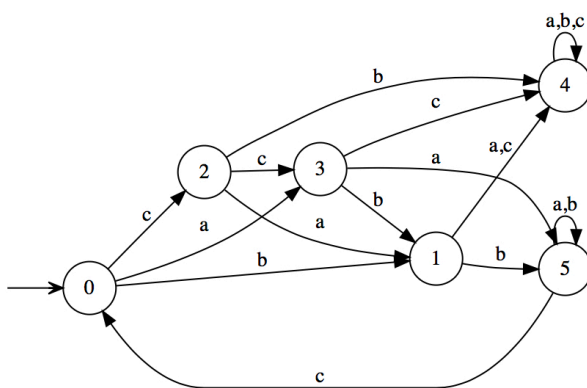


(.4)

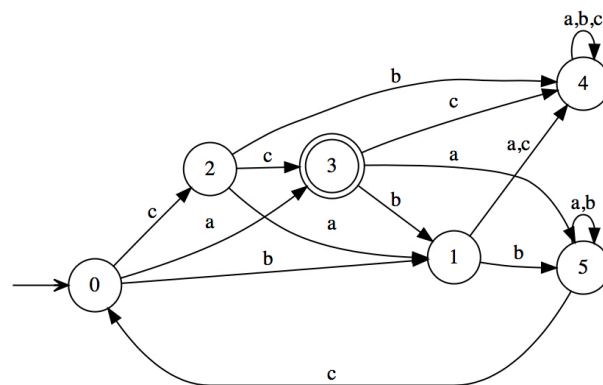
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



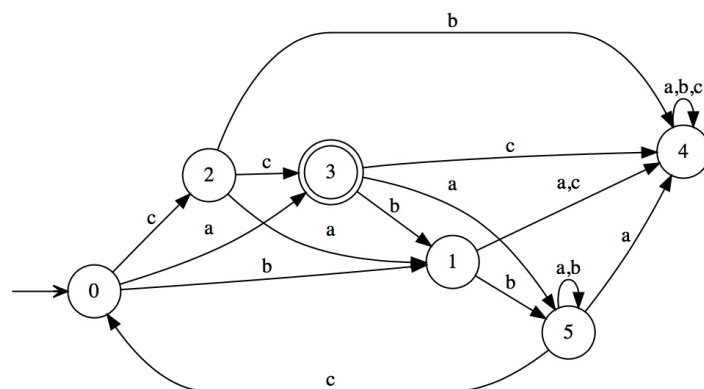
(.1)



(.2)

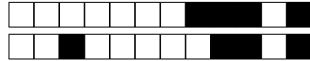


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

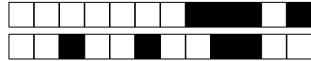
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

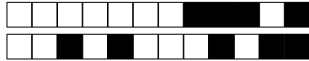
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

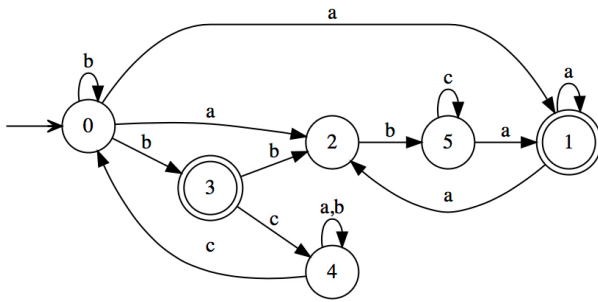


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

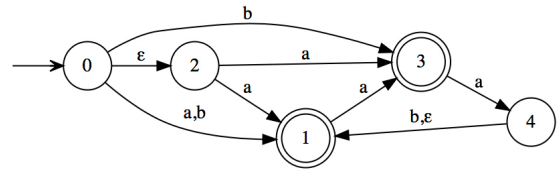
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

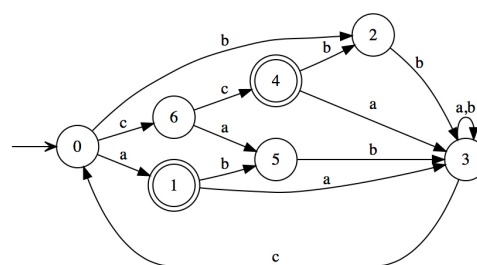
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.1.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.2. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

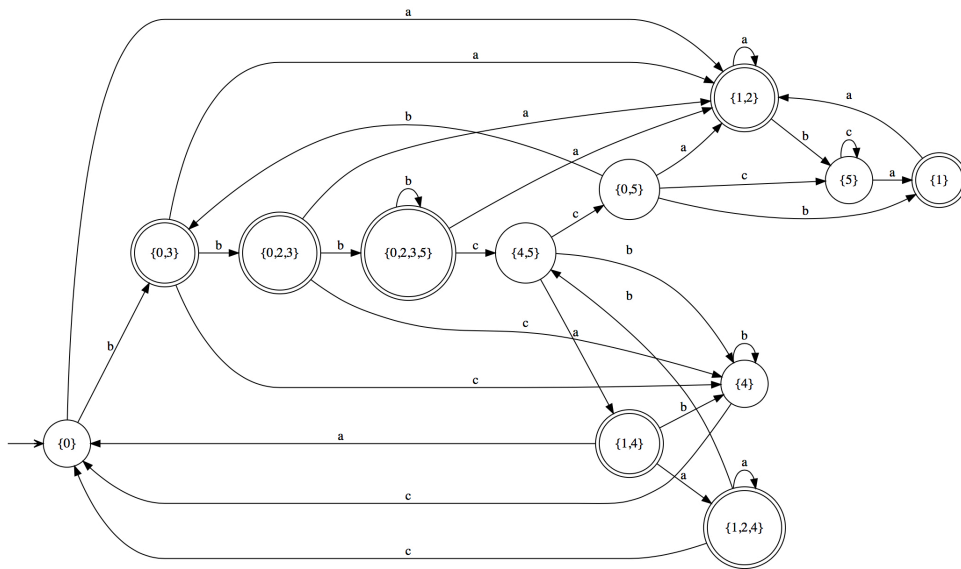
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

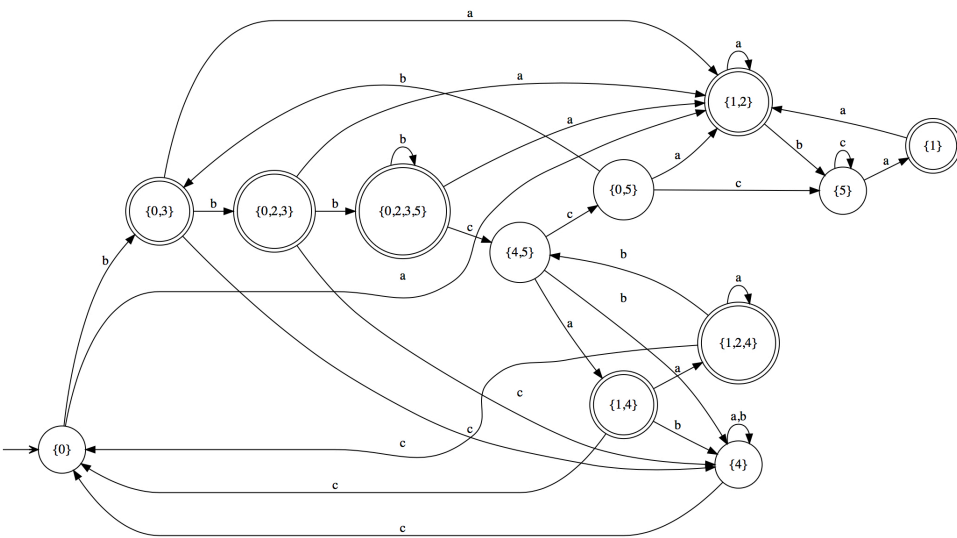
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

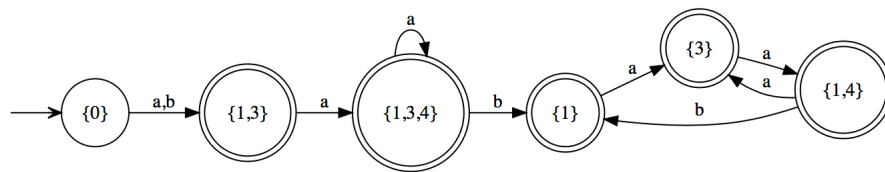


(.2)

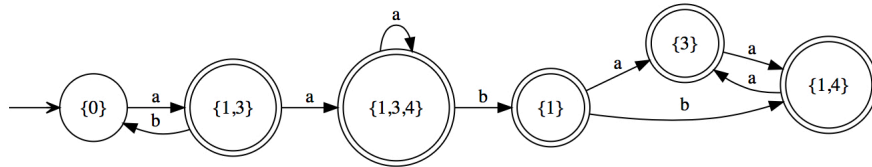


(.3)

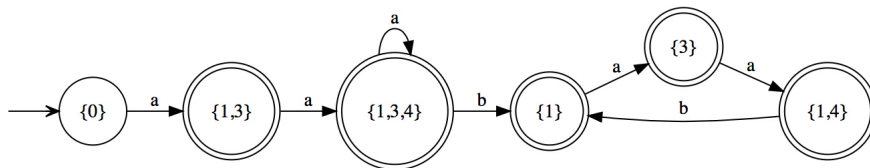
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



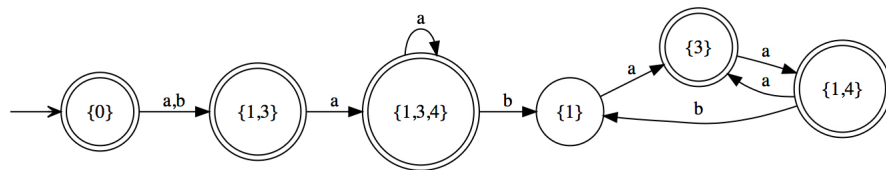
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



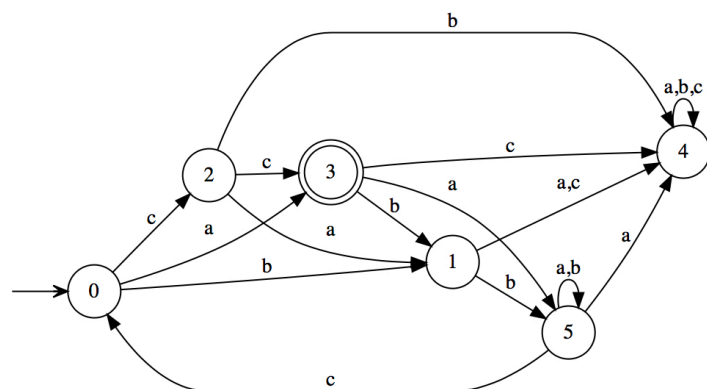
(.1)



(.2)

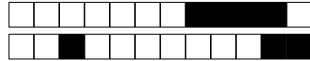


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



+30/8/3+

Examen de seconde session du 27/06/2023
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

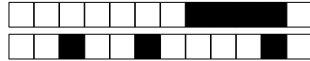
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

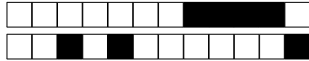
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

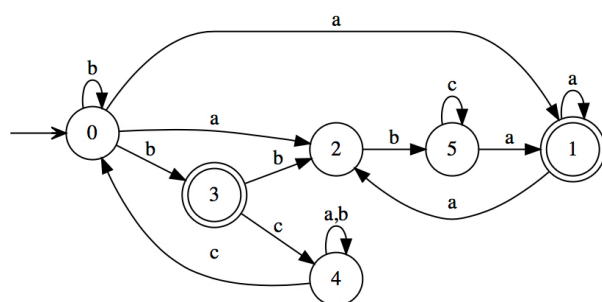


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

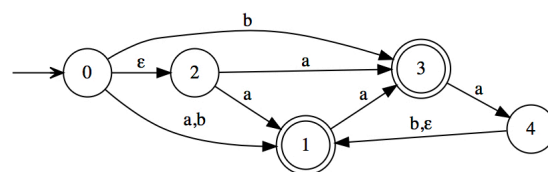
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

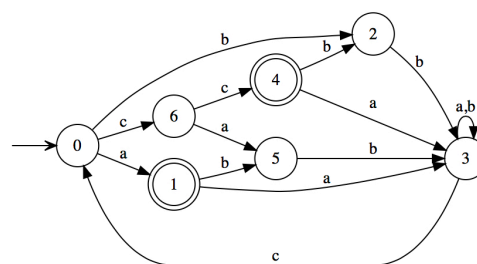
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

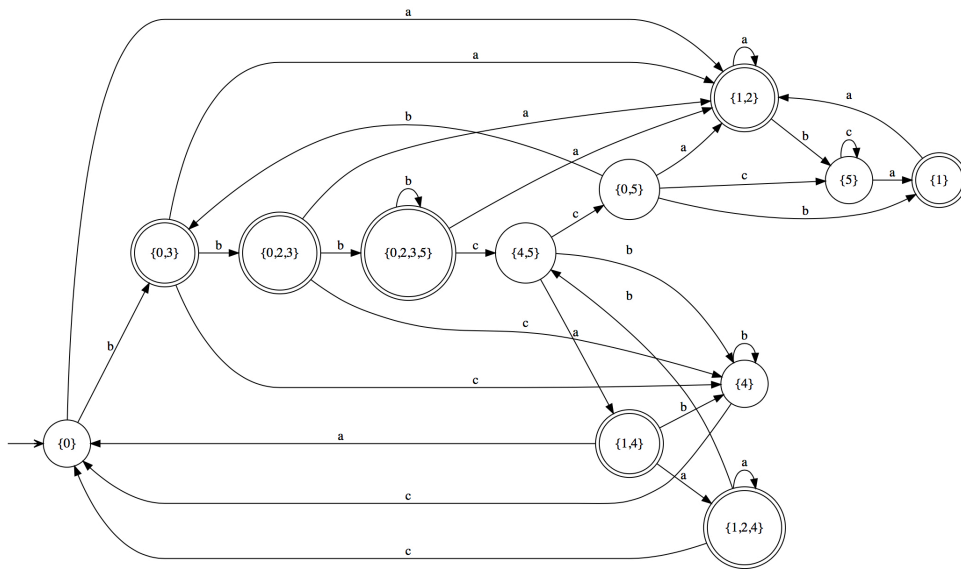
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

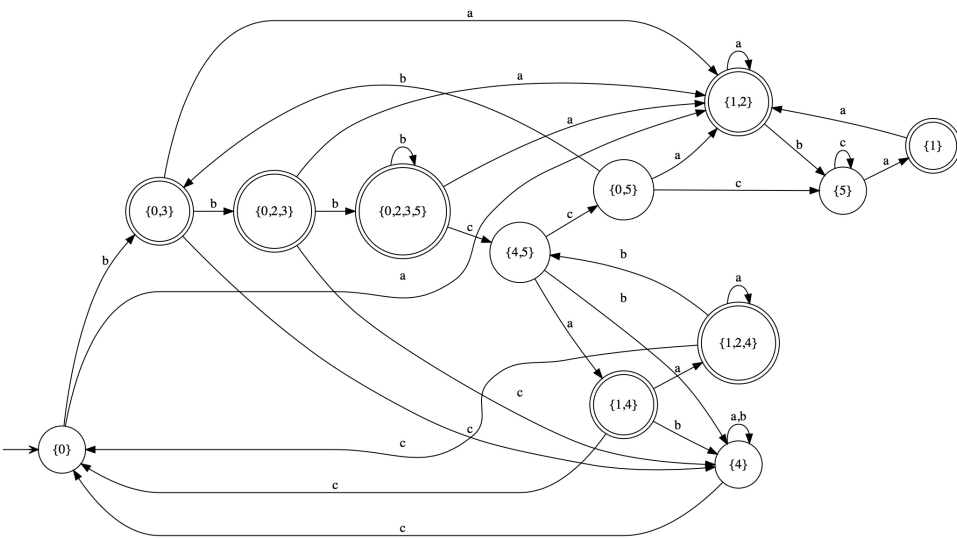
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

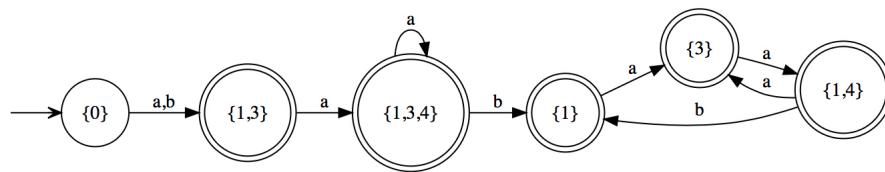


(.2)

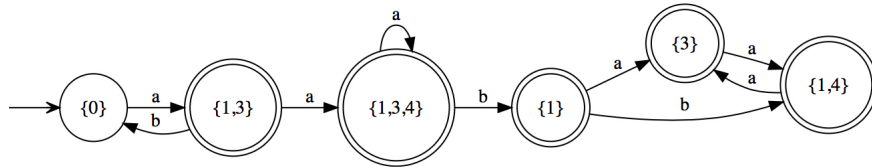


(.3)

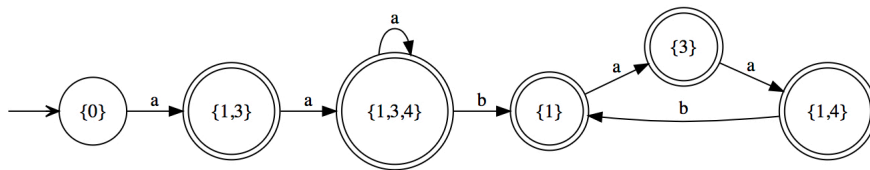
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



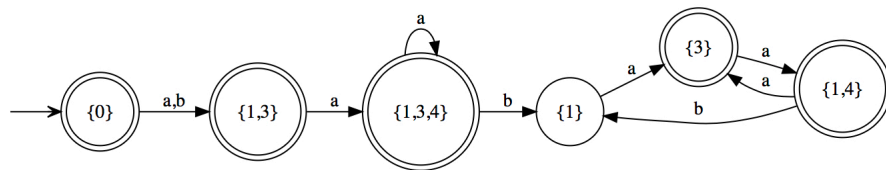
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



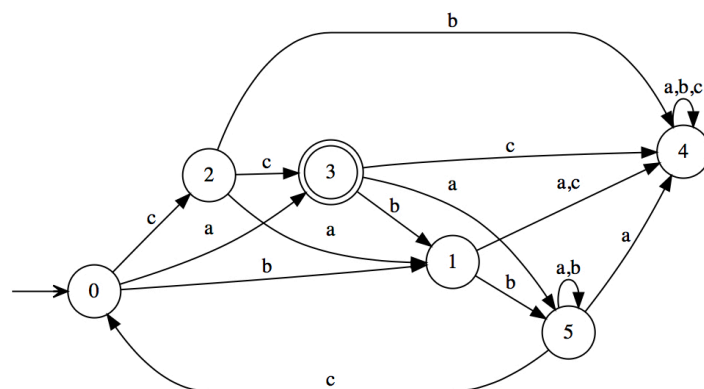
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

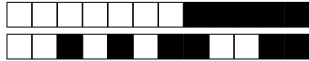
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

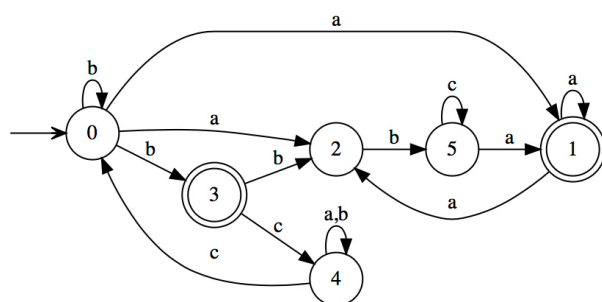


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

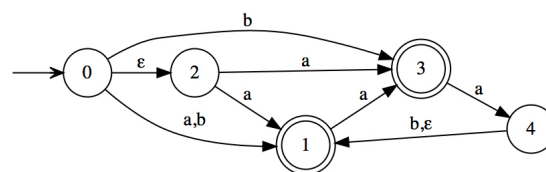
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

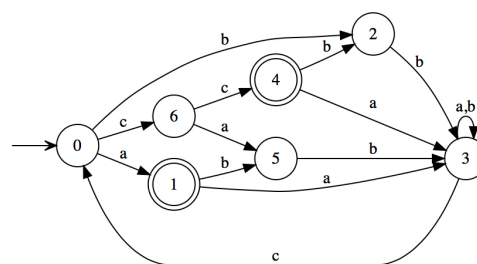
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

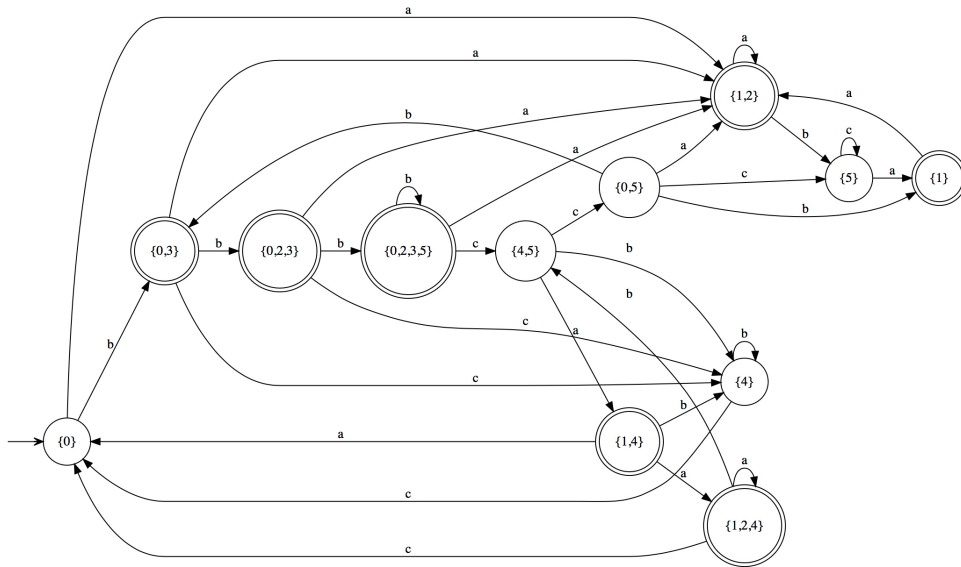
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

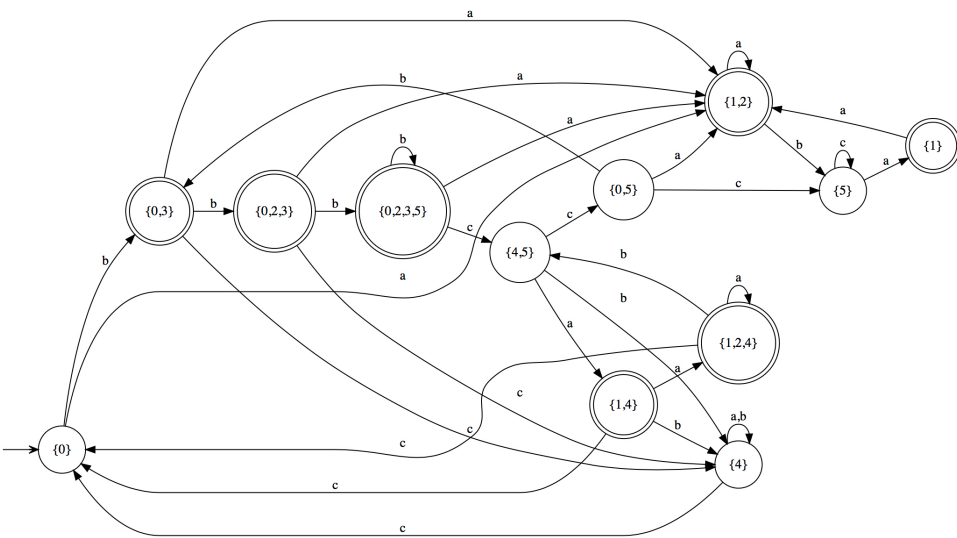
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

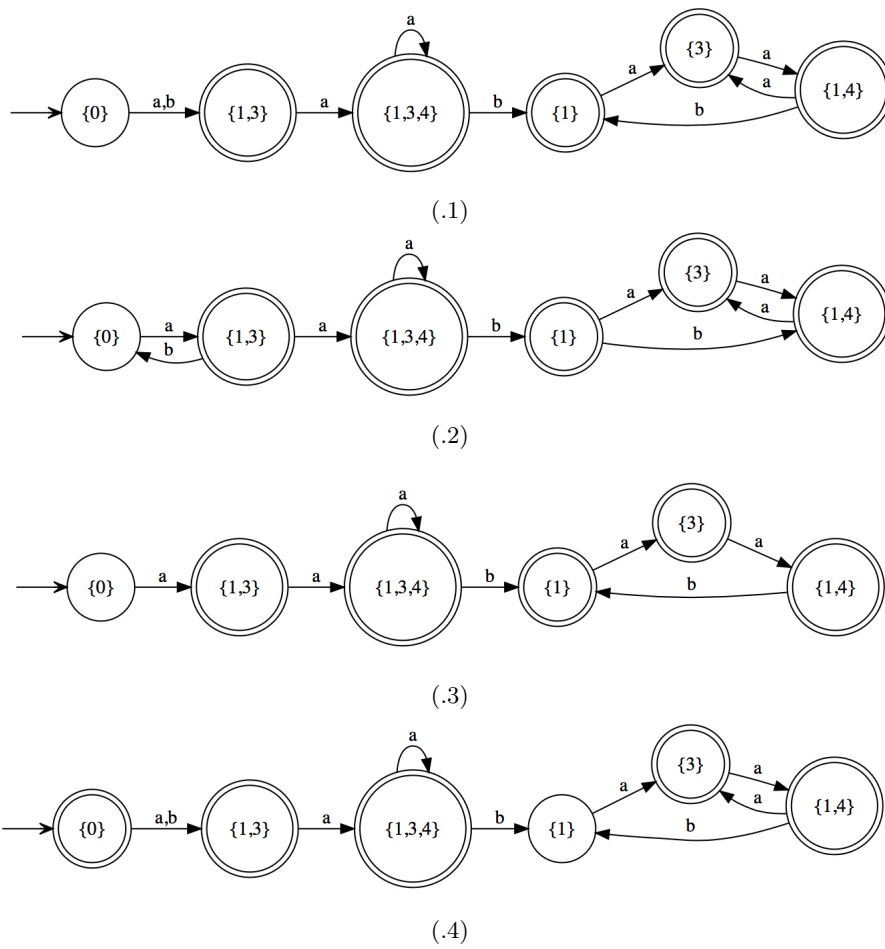
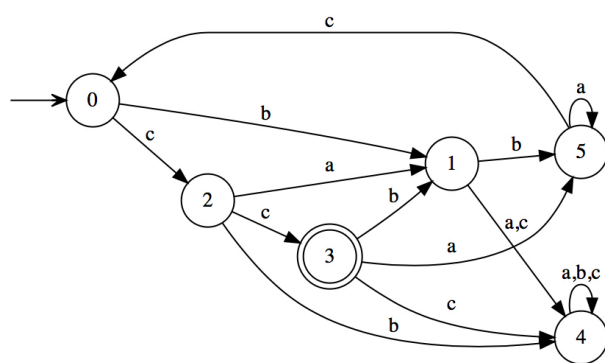


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



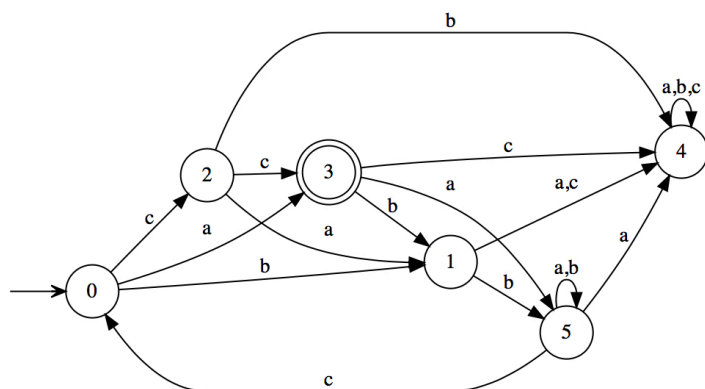
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

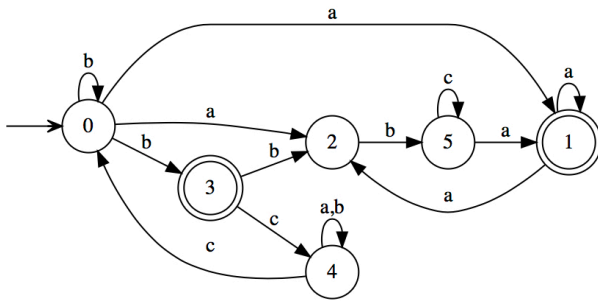


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

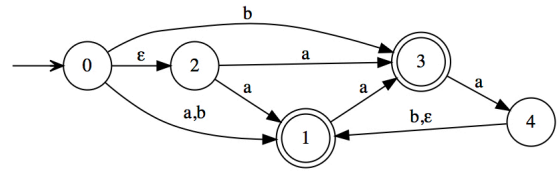
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [b] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [f] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [e] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

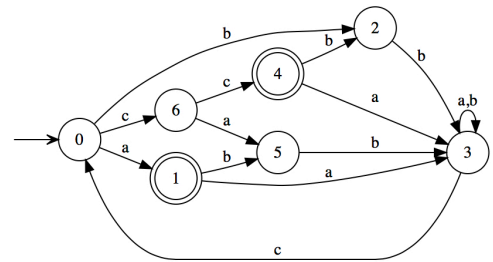
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



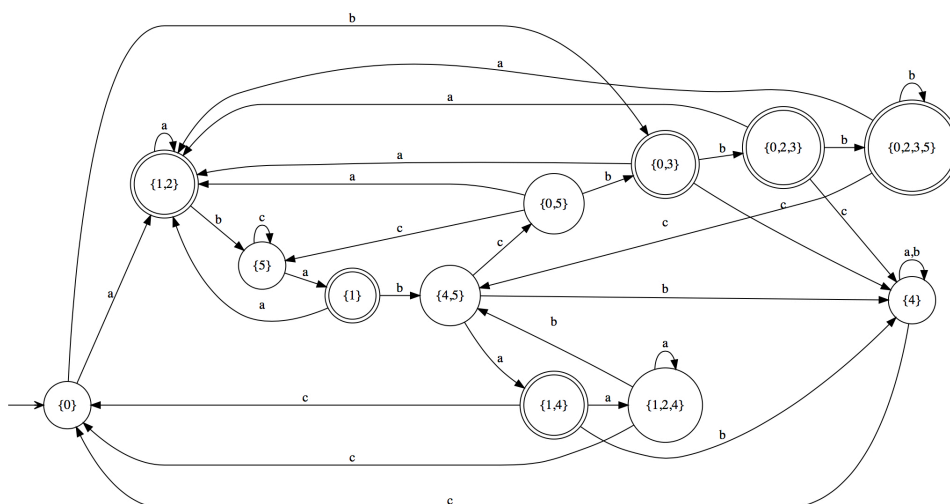
- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

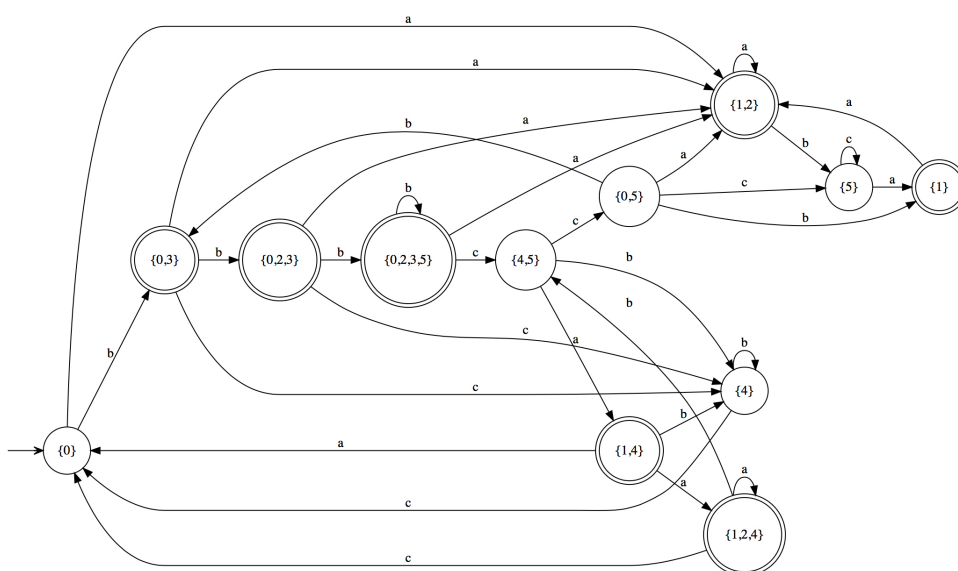
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

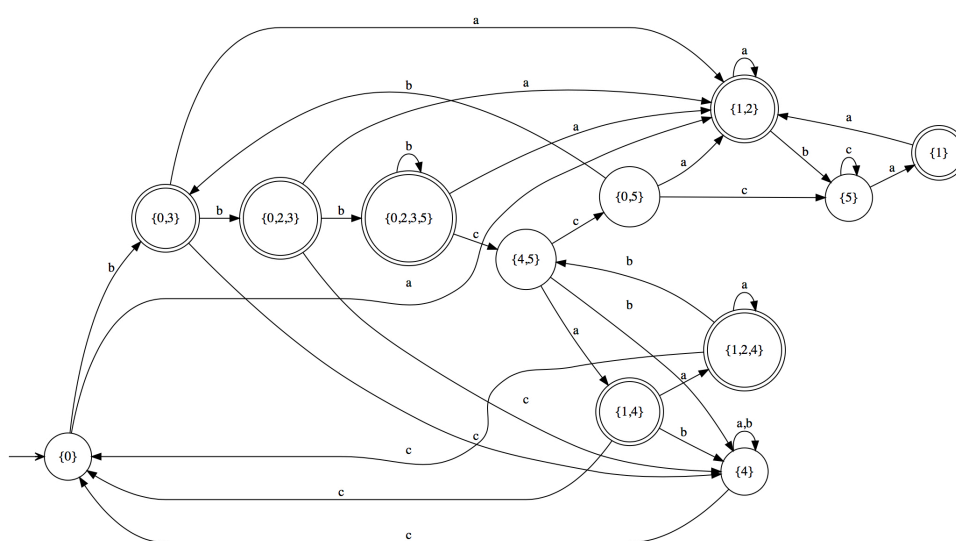
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

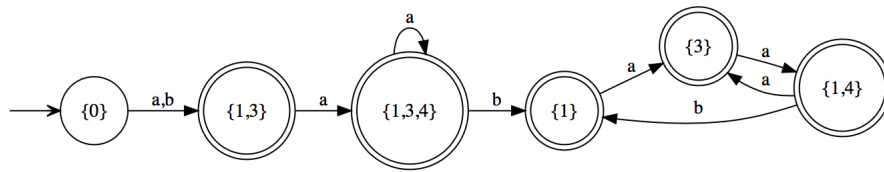


(.2)

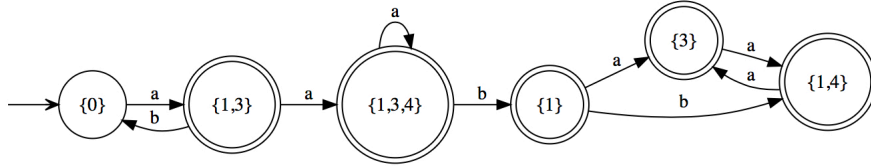


(.3)

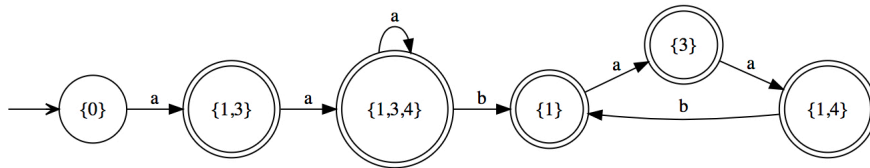
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



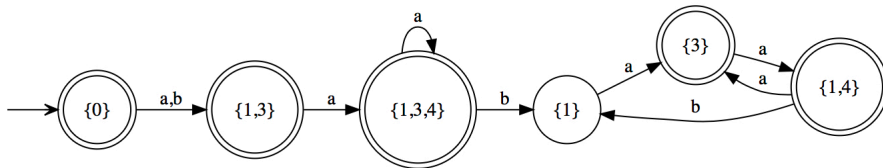
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



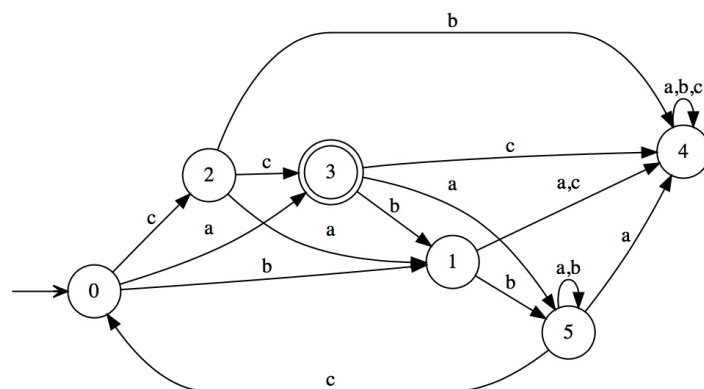
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

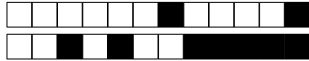
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

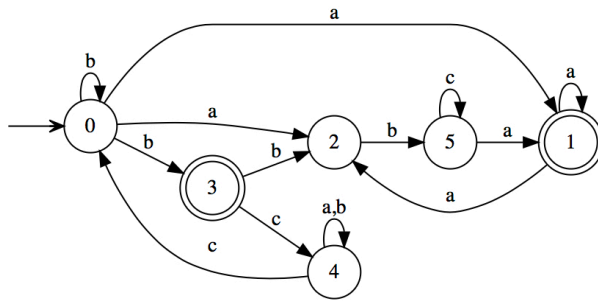


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

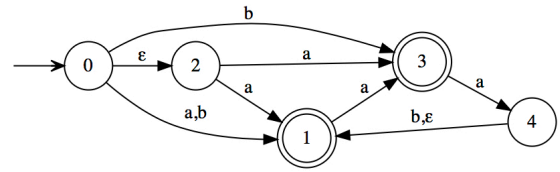
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

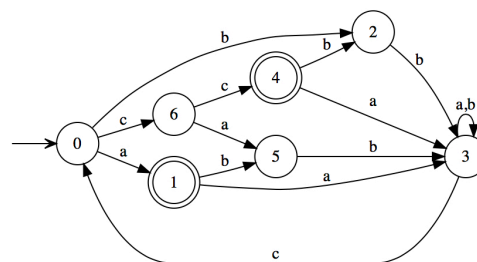
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

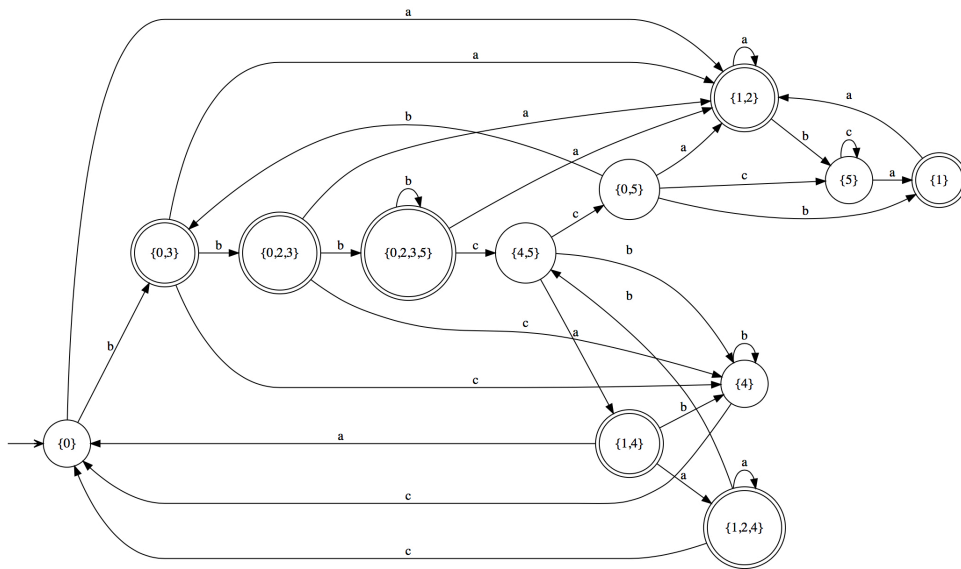
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

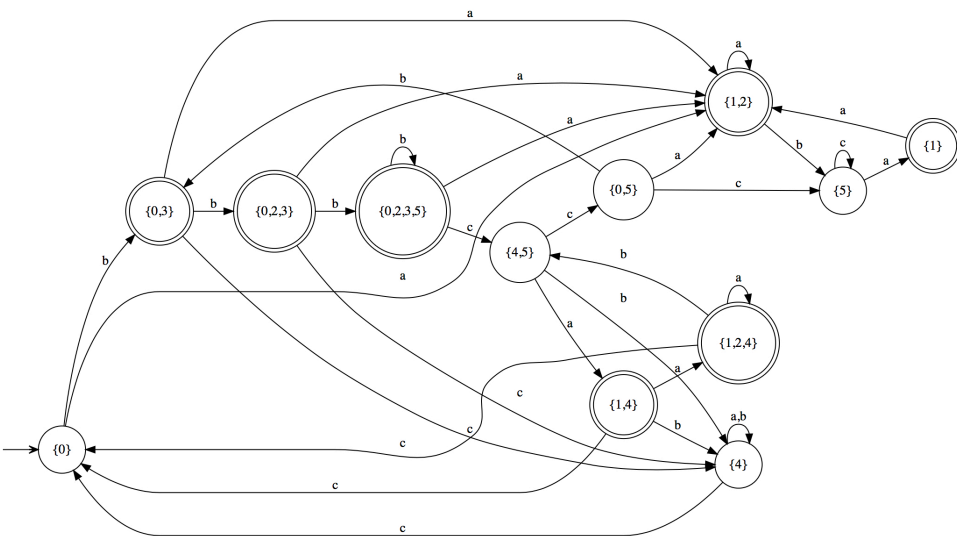
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

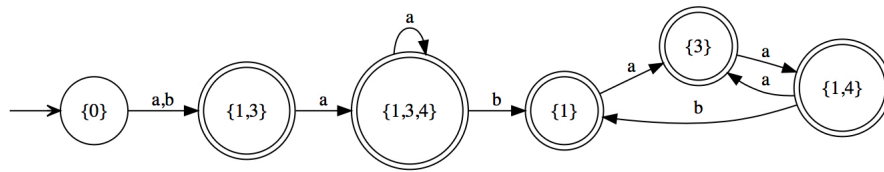


(.2)

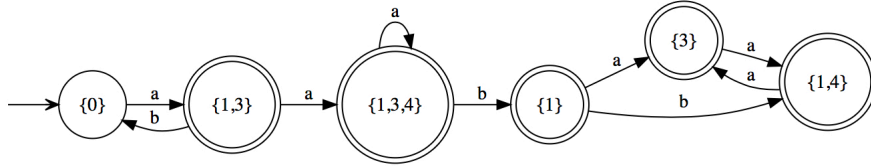


(.3)

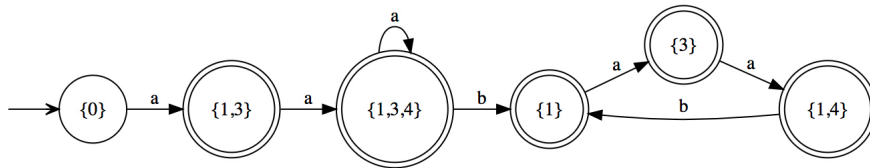
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



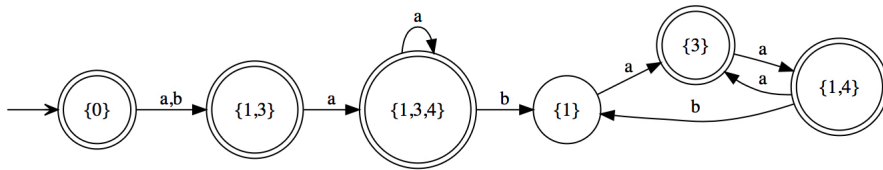
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



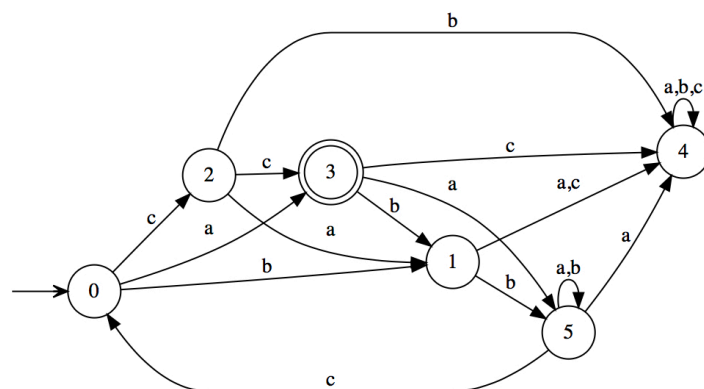
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

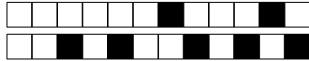
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

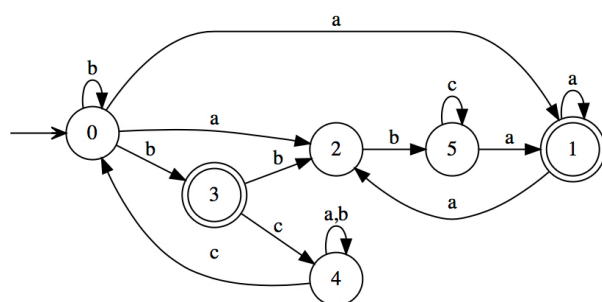


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

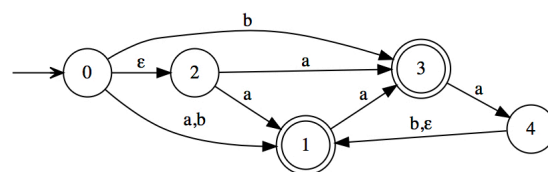
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

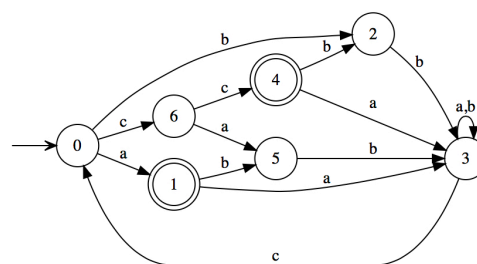
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

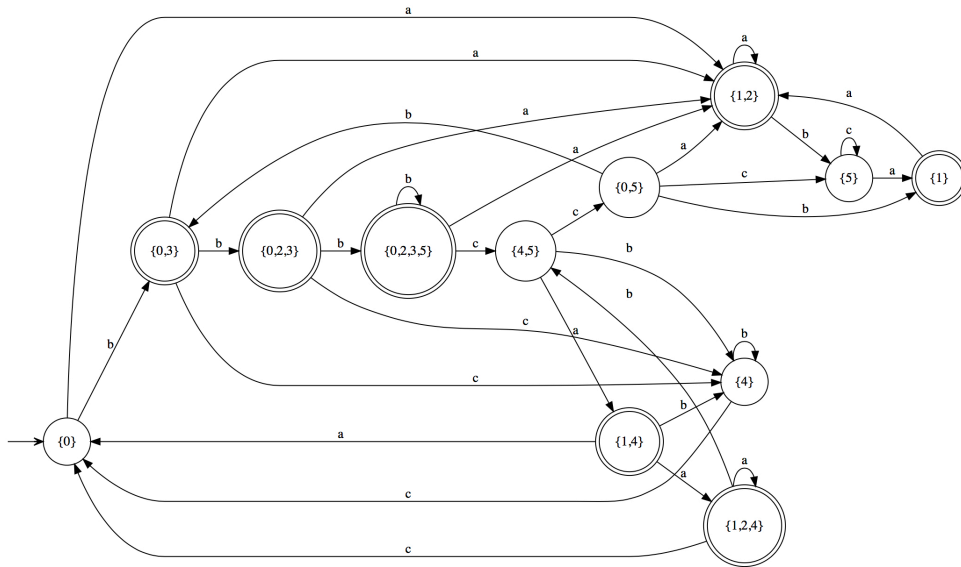
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

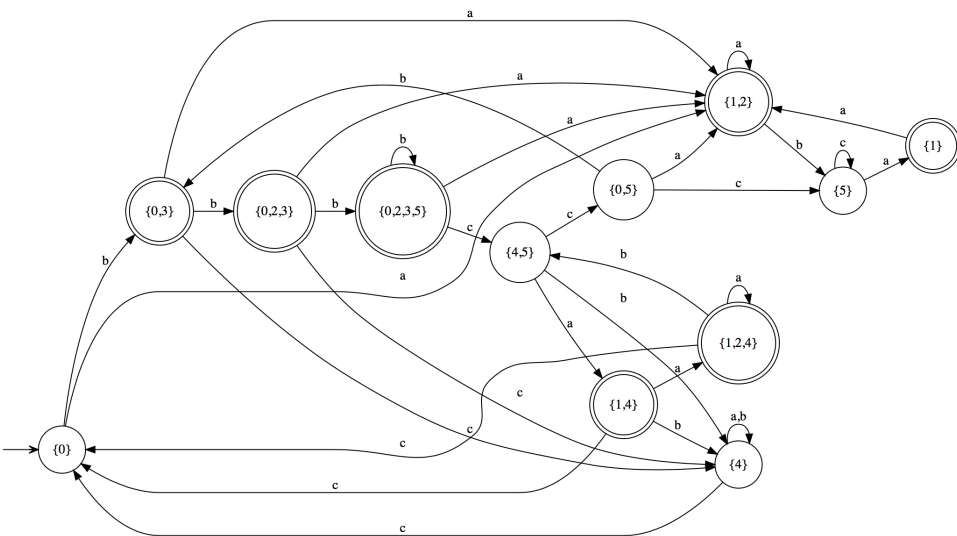
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

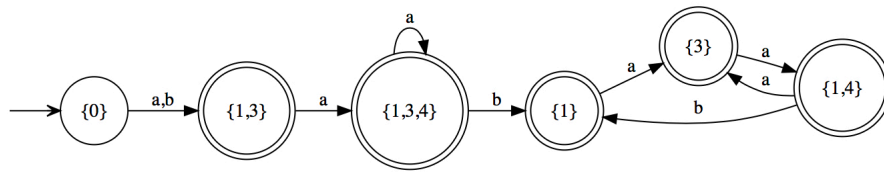


(.2)

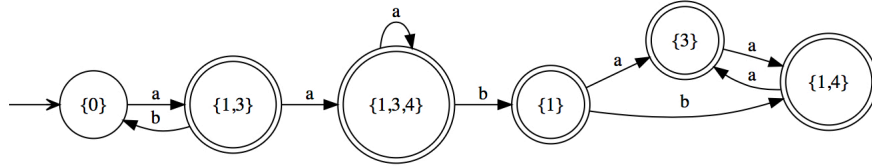


(.3)

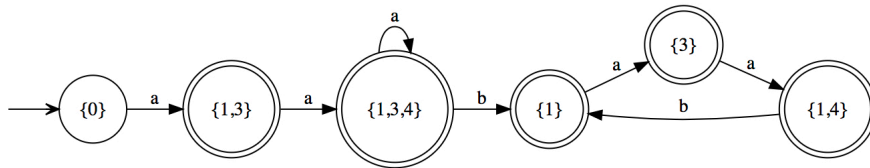
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



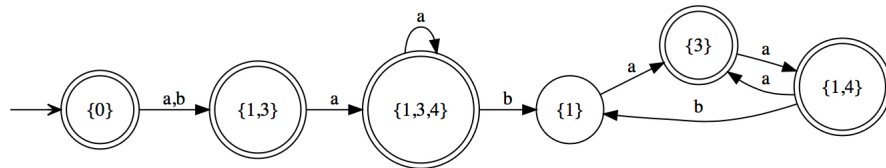
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



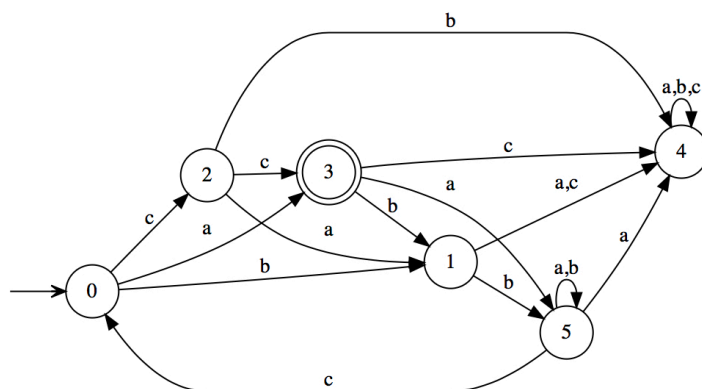
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

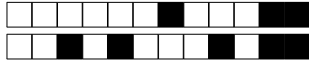
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

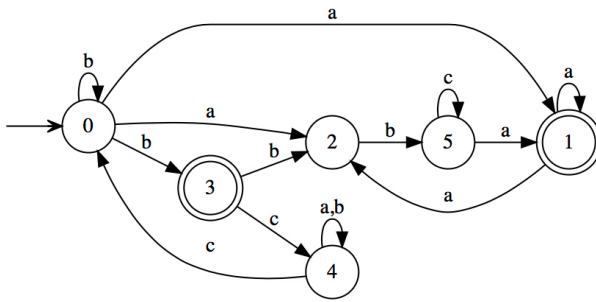


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

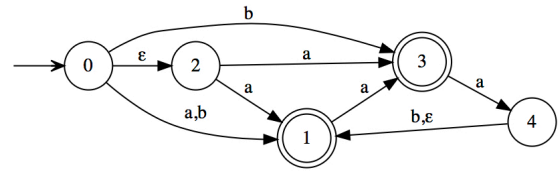
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [d] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [e] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [f] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [e] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.1.
- ☐ b) Celui de la Figure III.2.
- ☐ c) Celui de la Figure III.3.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

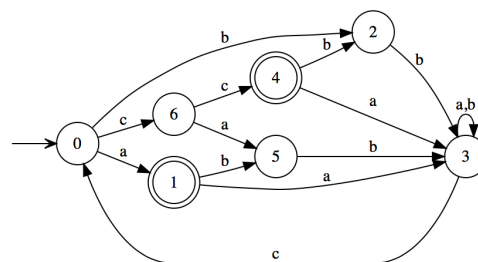
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

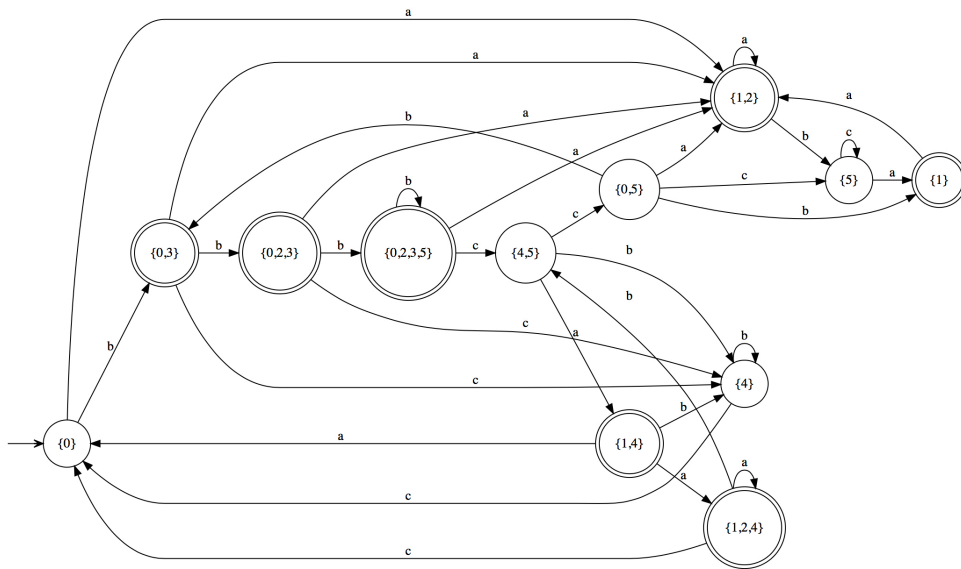
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

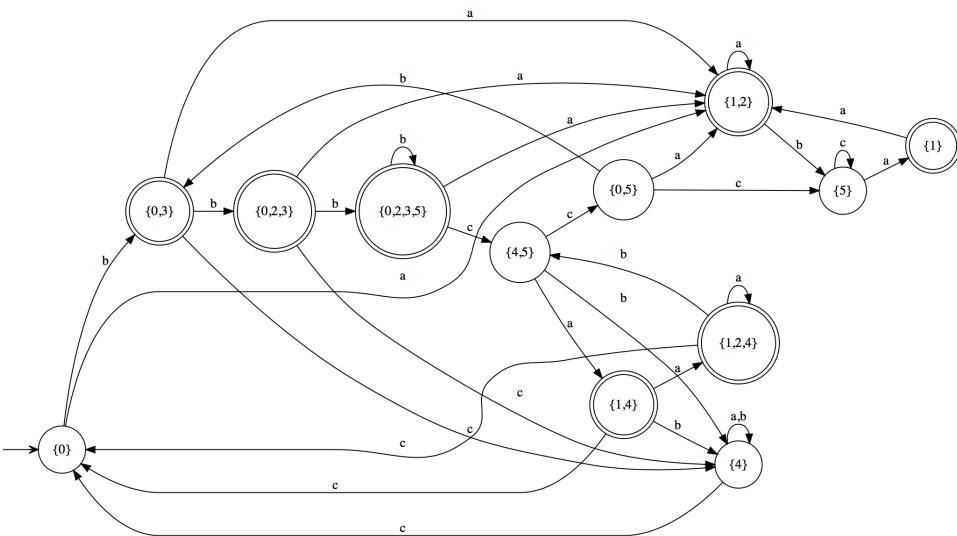
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

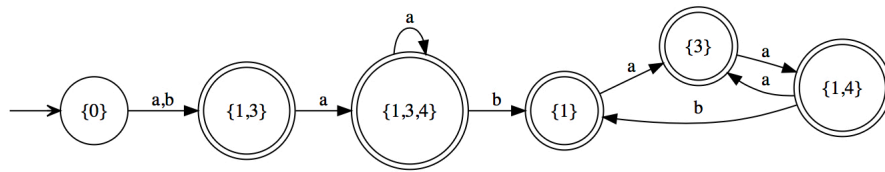


(.2)

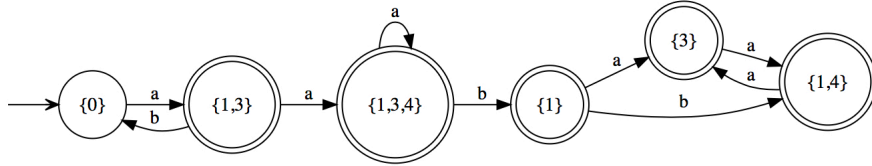


(.3)

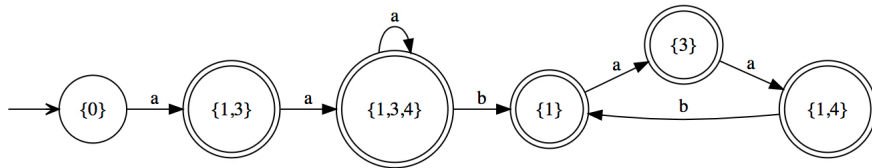
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



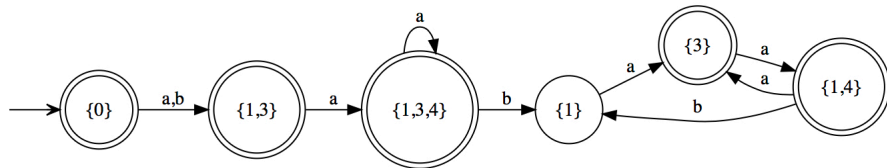
(.1)



(.2)

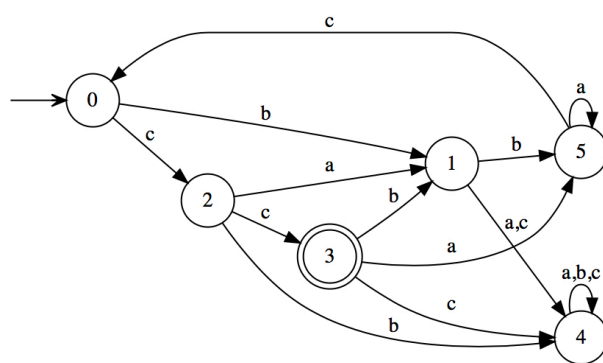


(.3)

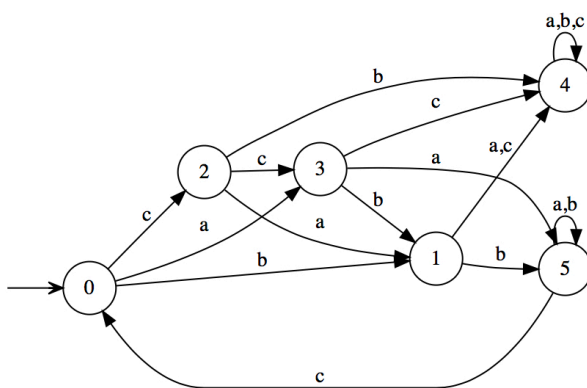


(.4)

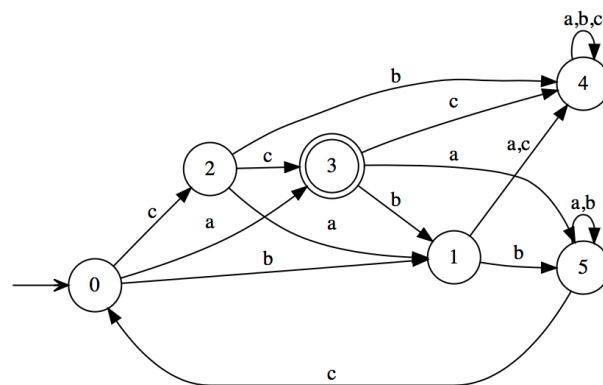
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



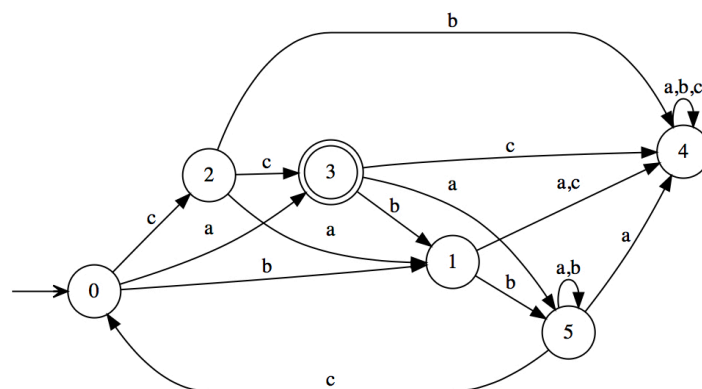
(.1)



(.2)

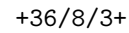


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

Numéro d'anonymat

.....

f pf pj j *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



+36/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

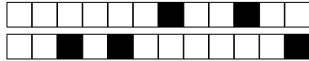
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

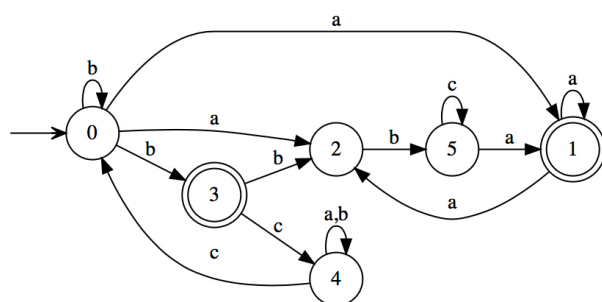


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

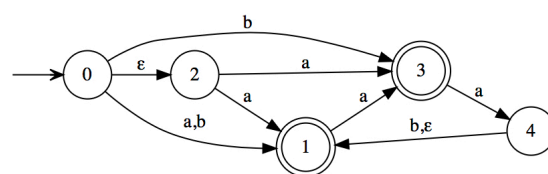
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

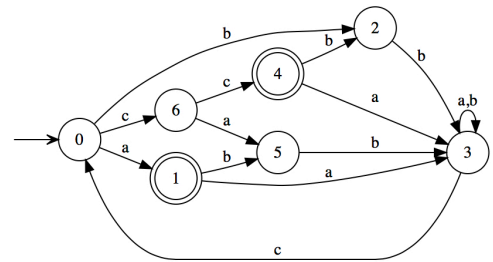
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

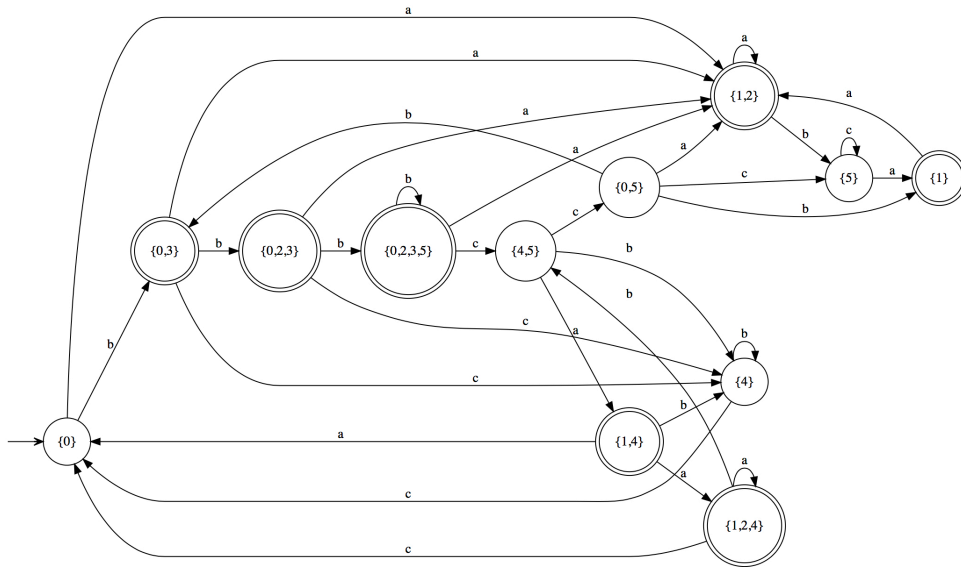
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

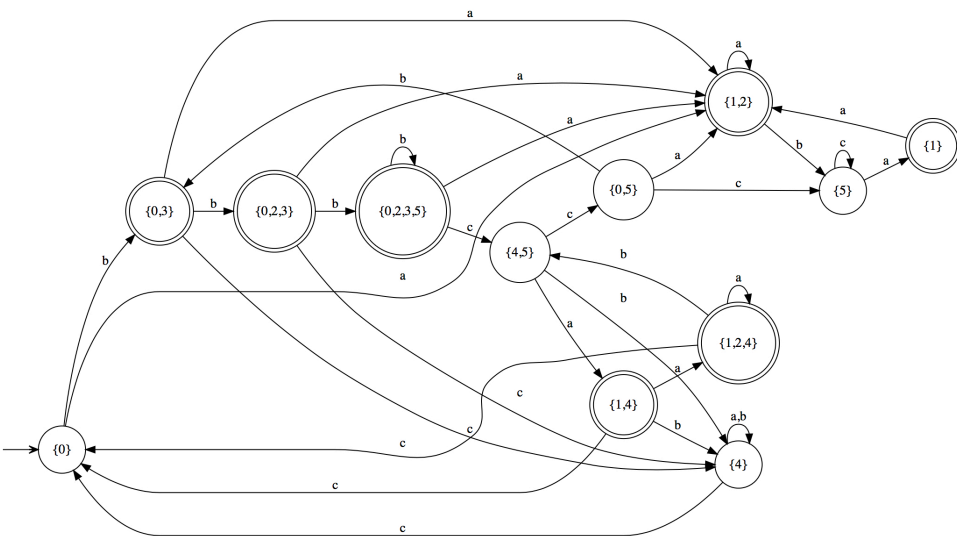
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

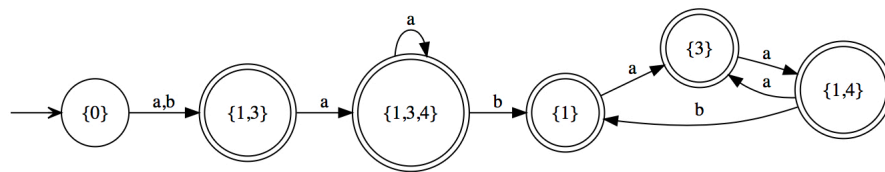


(.2)

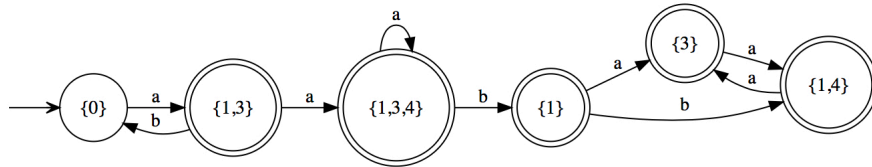


(.3)

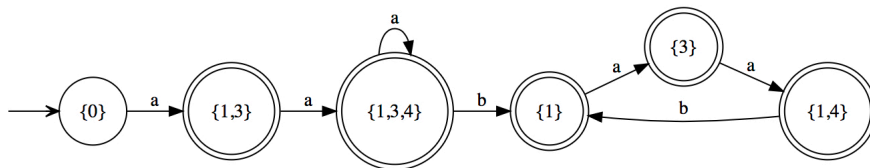
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



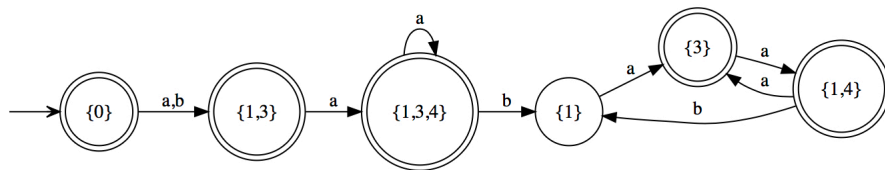
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



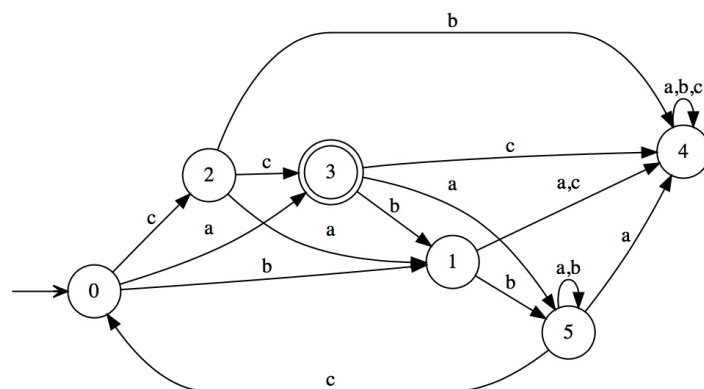
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.



(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.

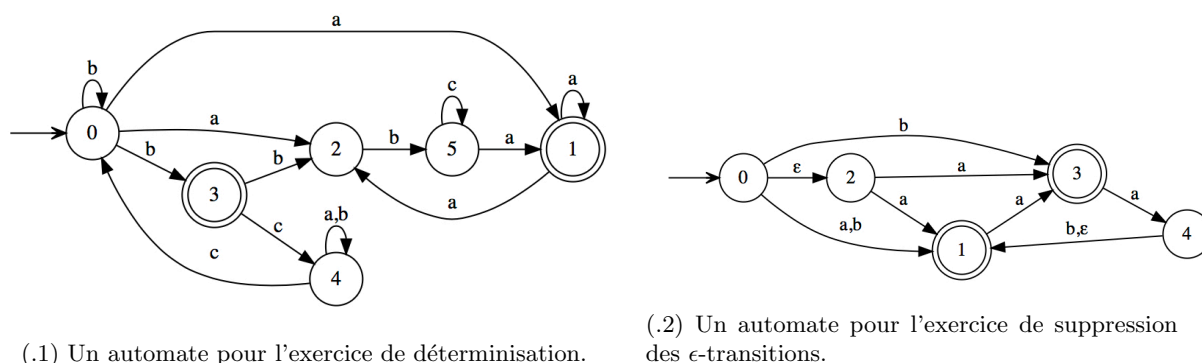


FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.3.
- ☐ b) Celui de la Figure III.1.
- ☐ c) Celui de la Figure III.2.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

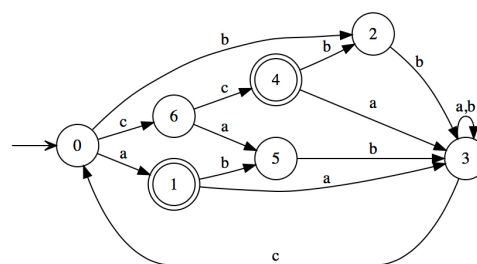
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

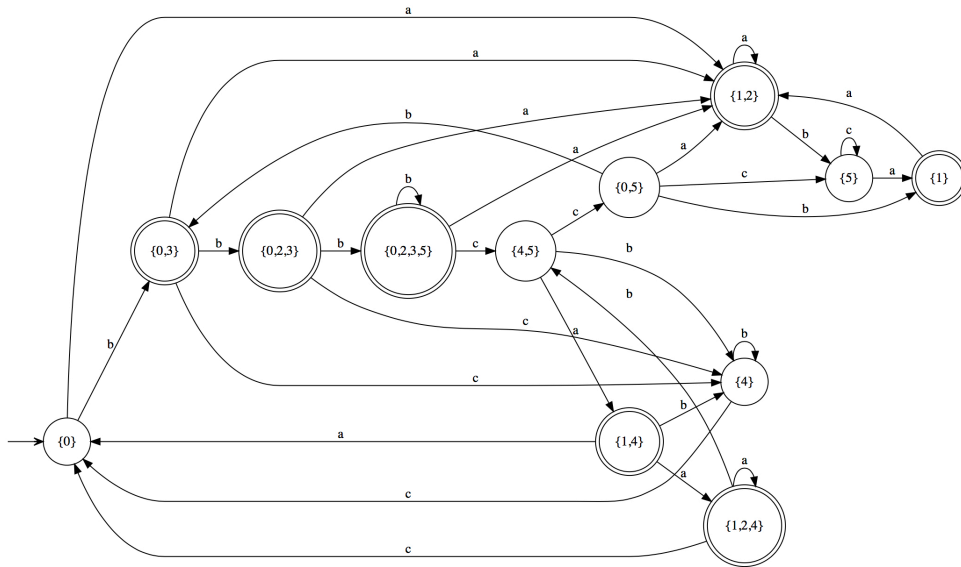
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

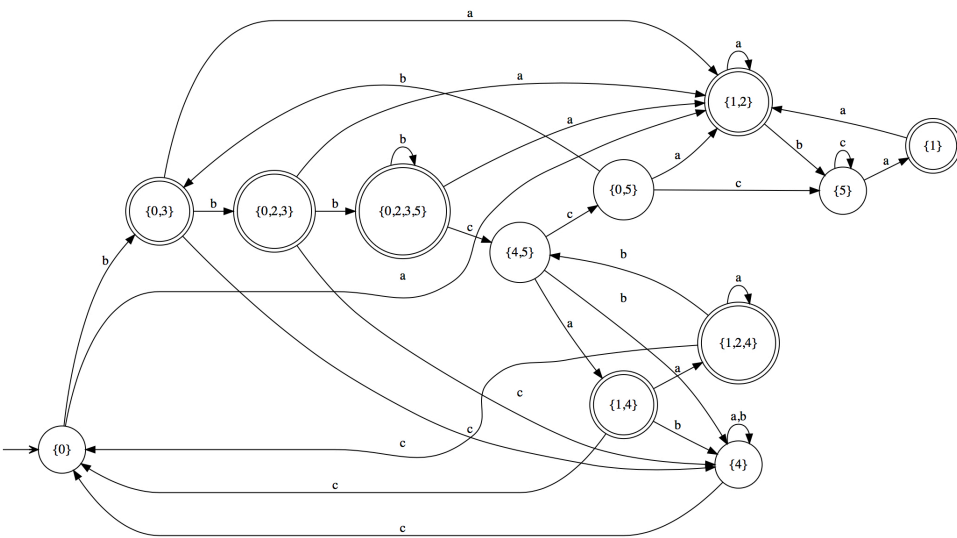
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

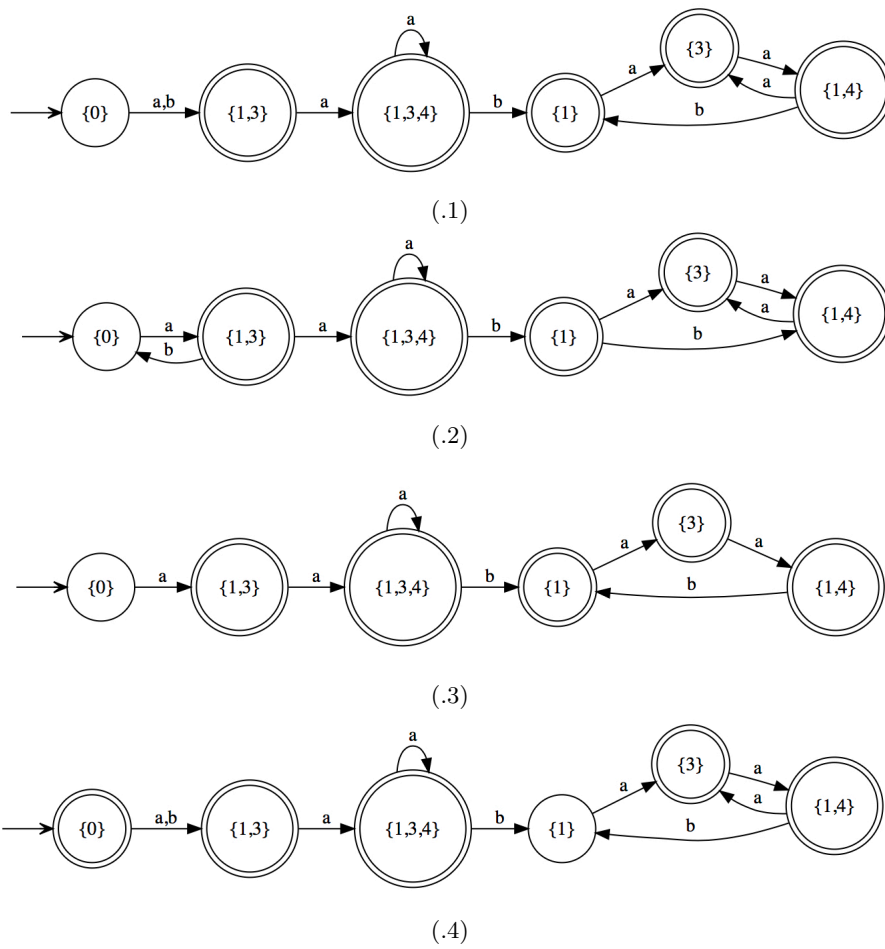


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



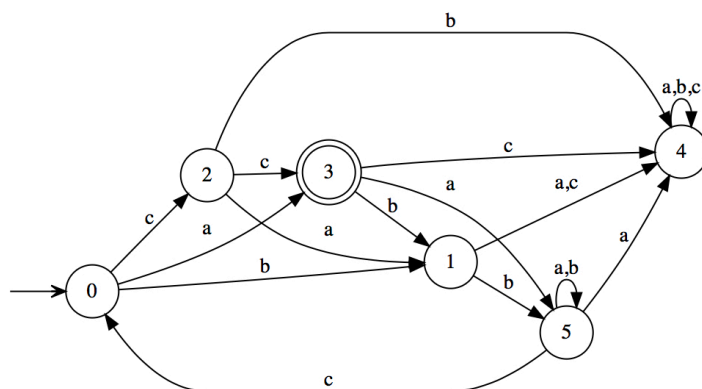
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

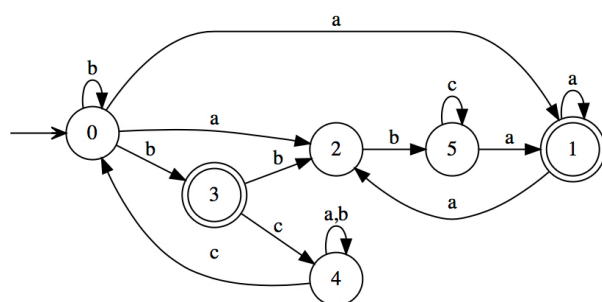


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

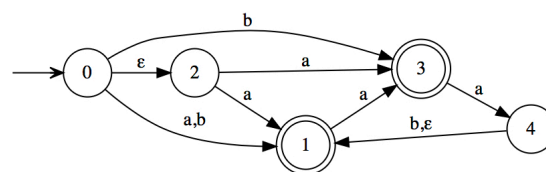
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

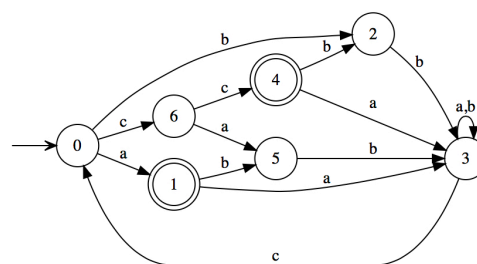
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

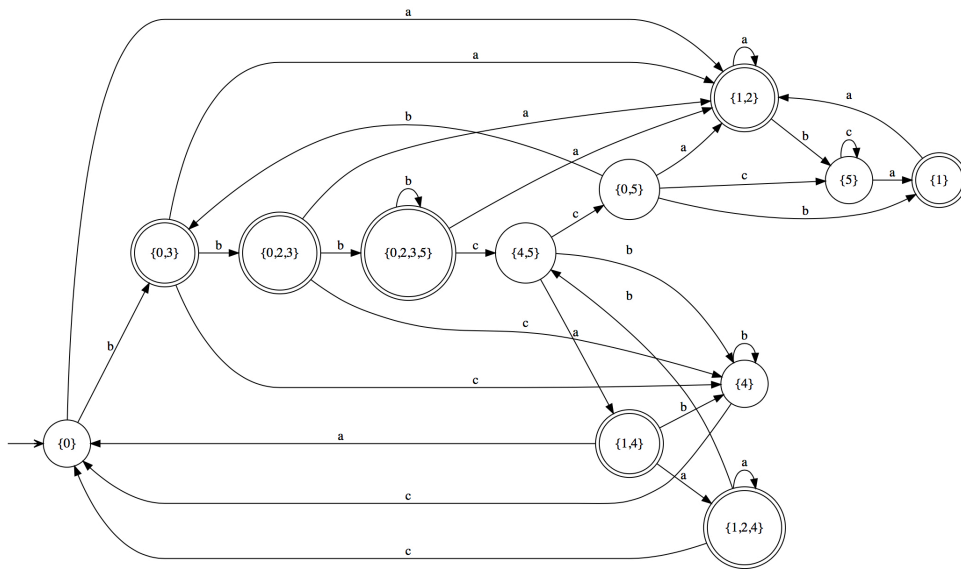
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

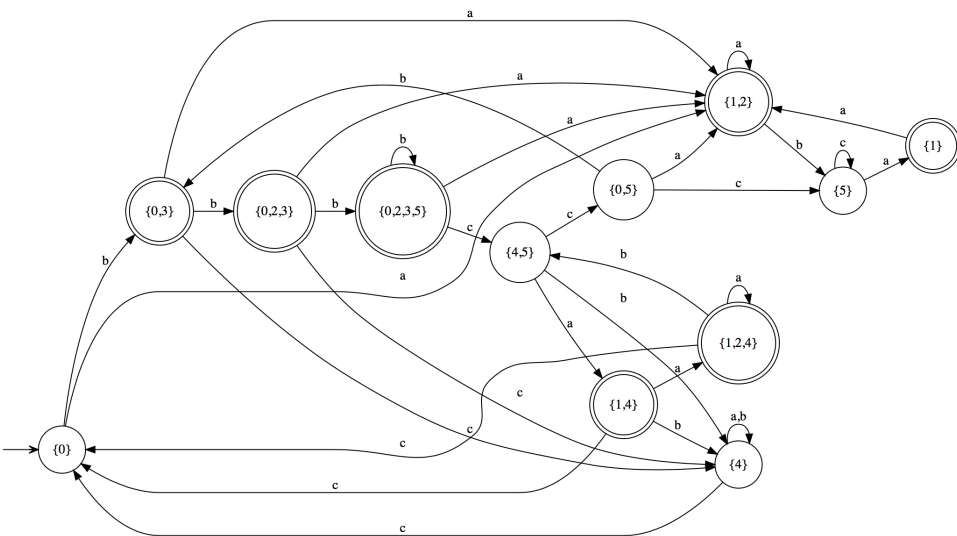
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

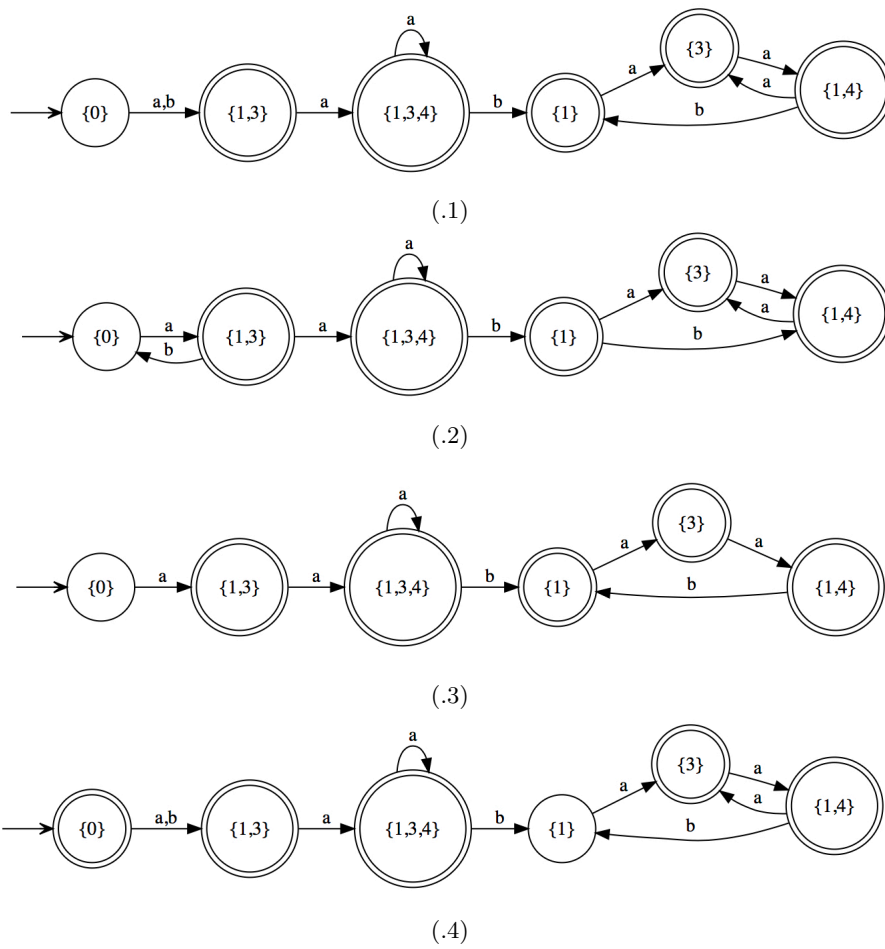


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



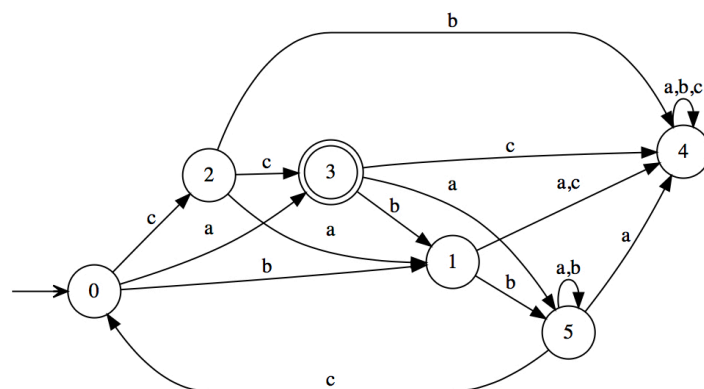
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

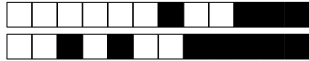
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

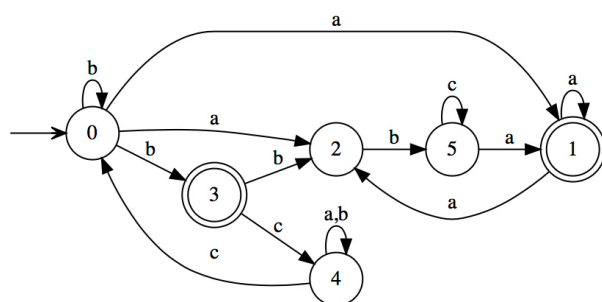


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

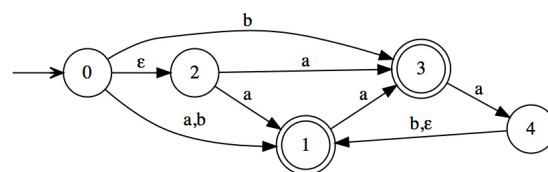
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

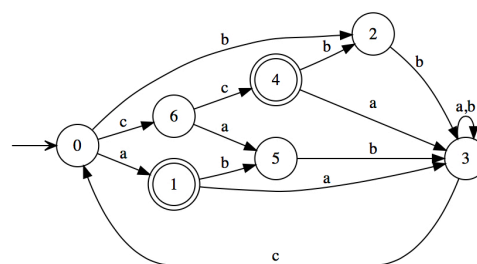
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ la Figure V.1.
 ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

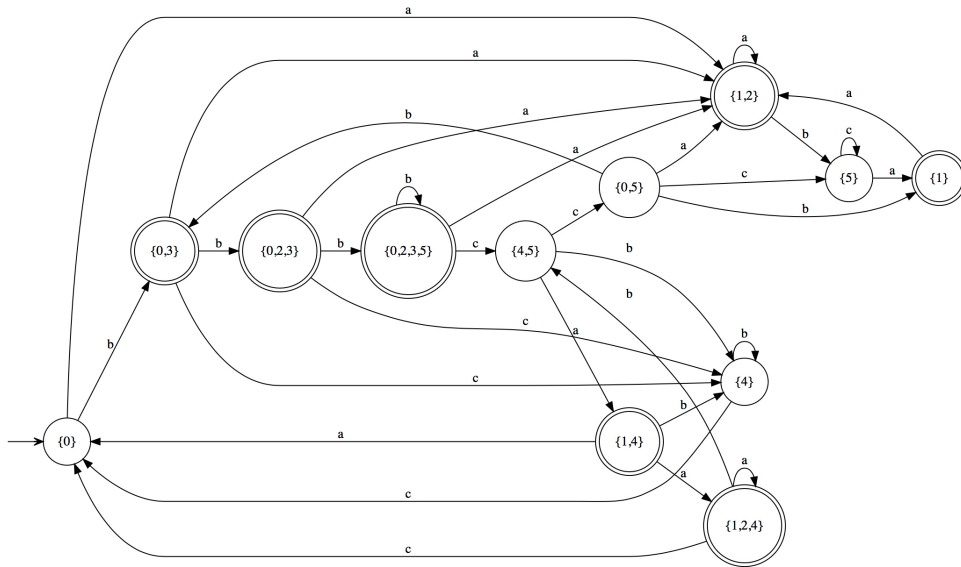
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

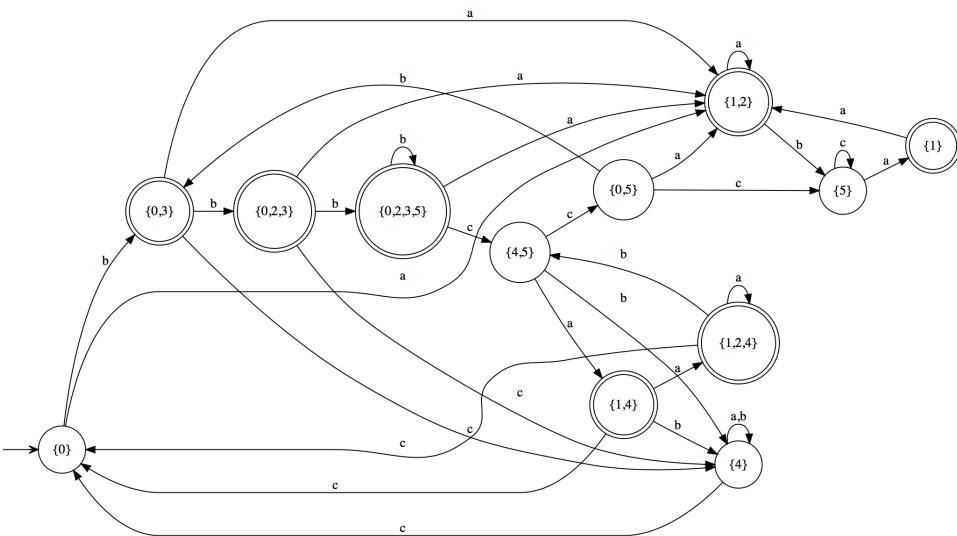
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

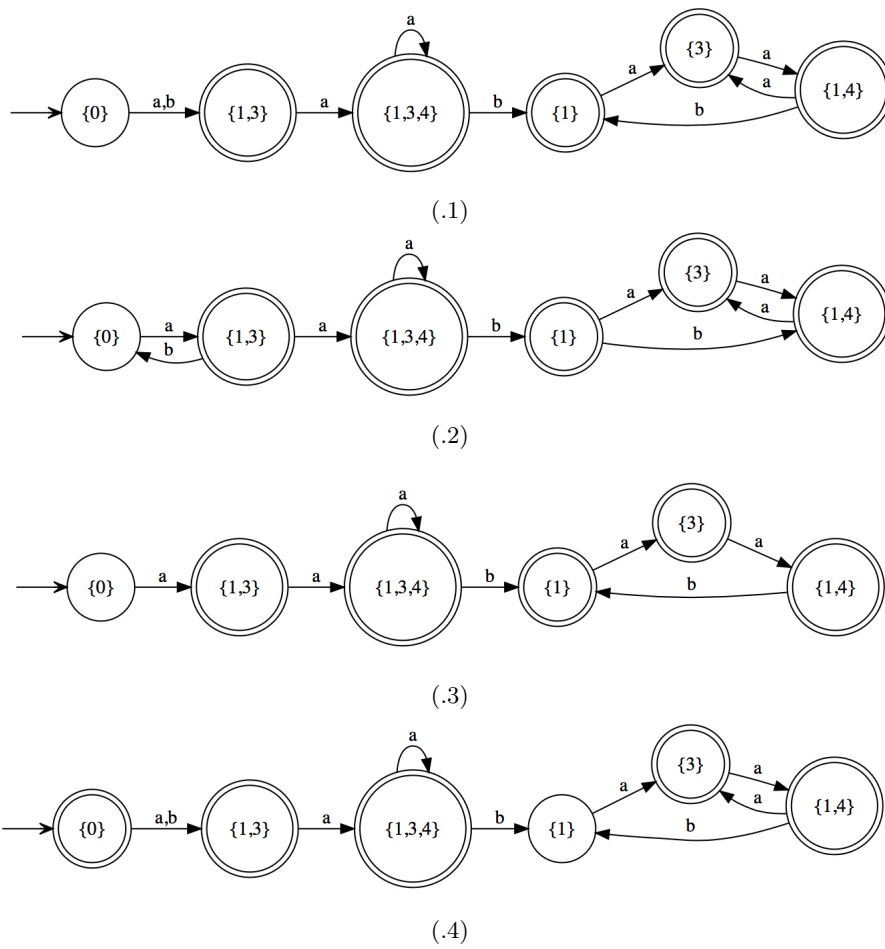
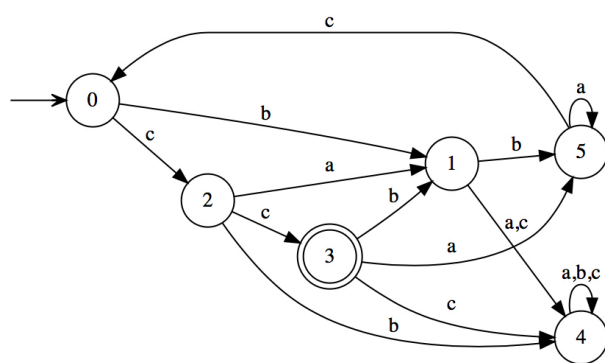


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



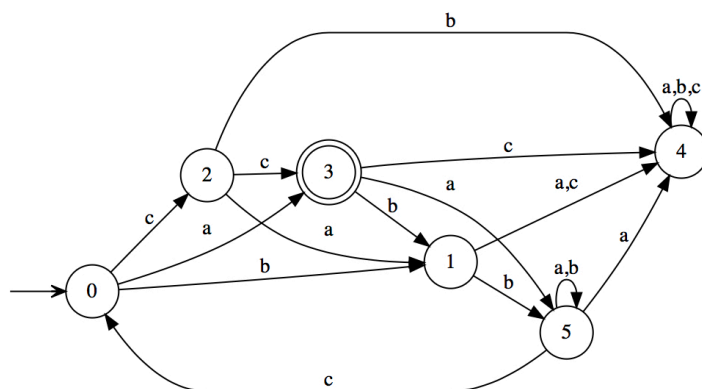
(.1)



(.2)

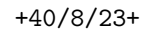


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

.....

Question 1 :

f pf pj j *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

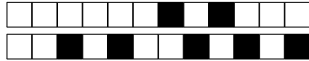
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

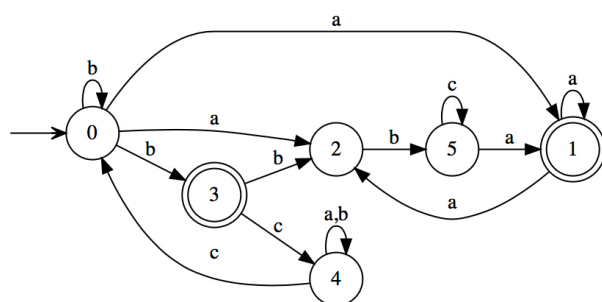


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

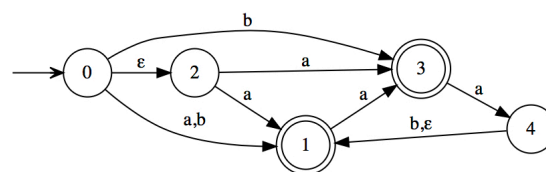
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

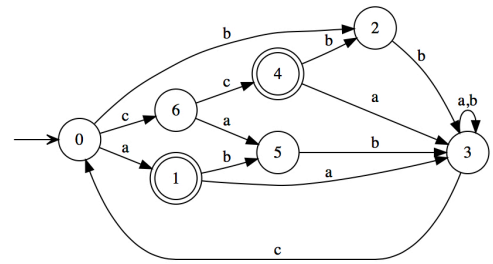
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.2. [d] la Figure V.4.
 [a] la Figure V.1. [c] la Figure V.3. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

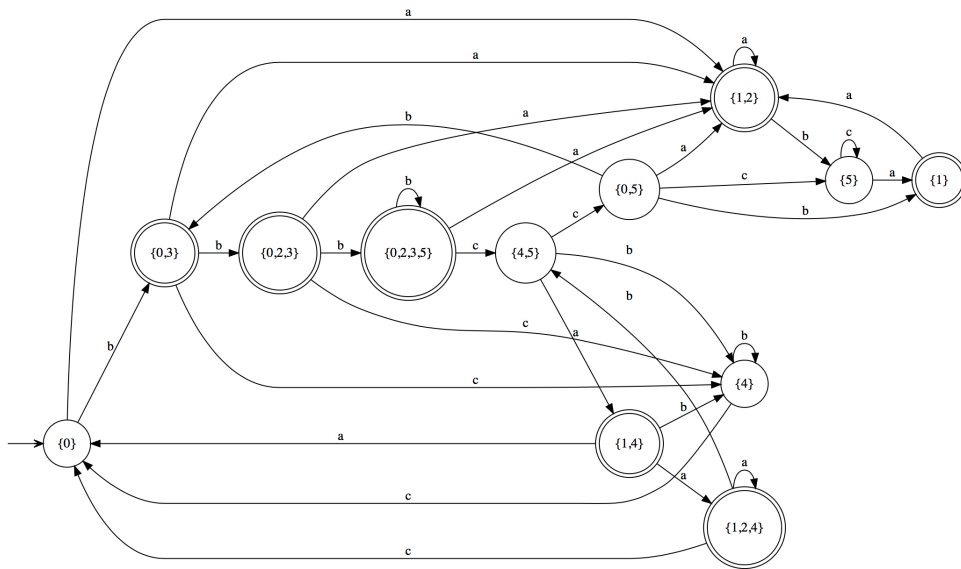
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

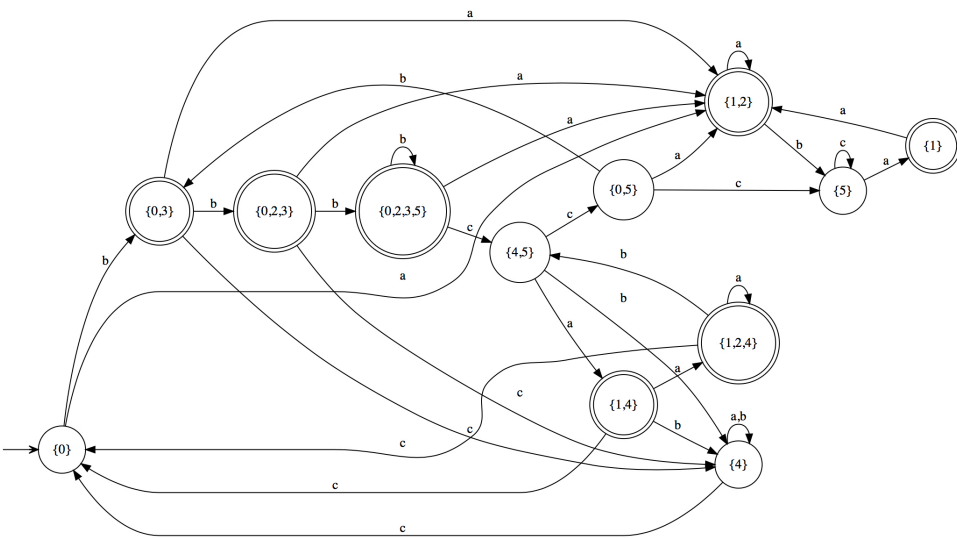
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

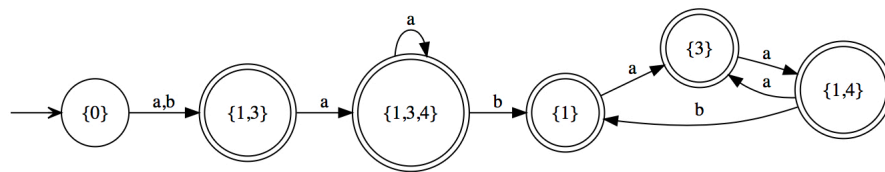


(.2)

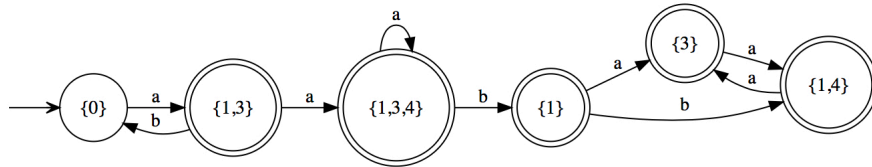


(.3)

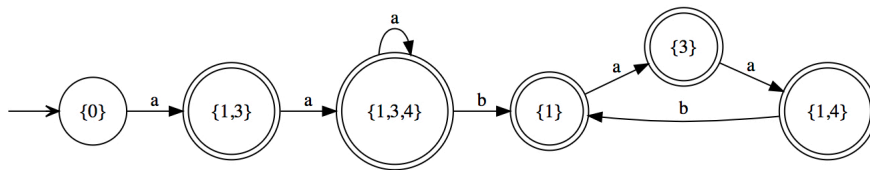
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



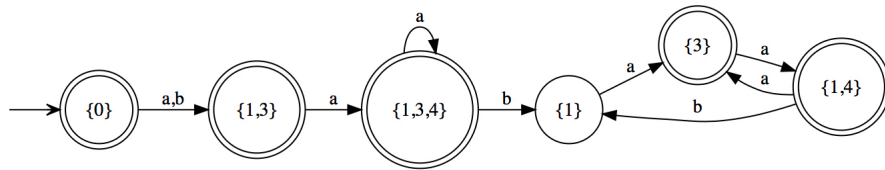
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



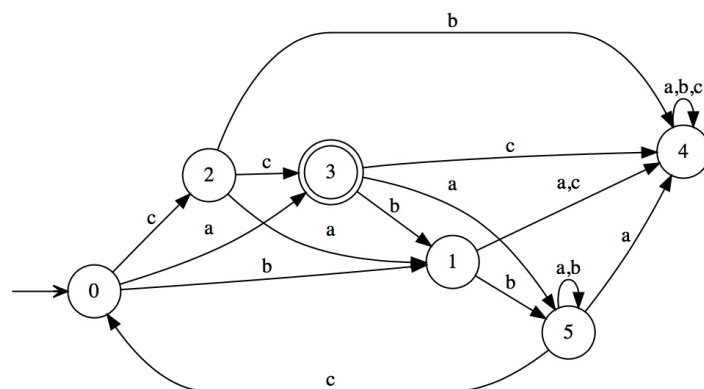
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

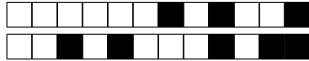
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

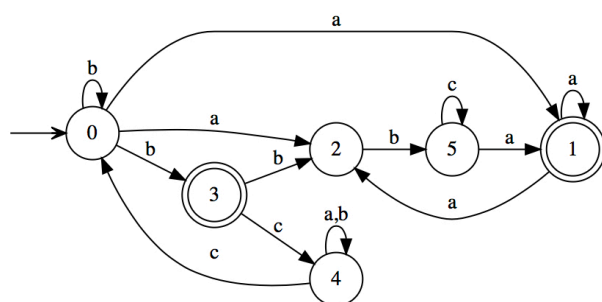


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

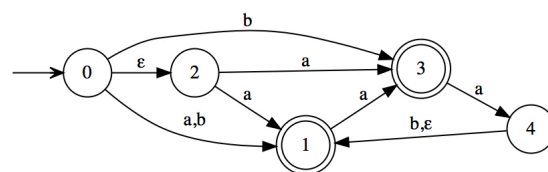
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

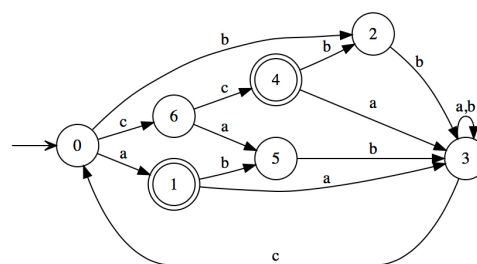
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

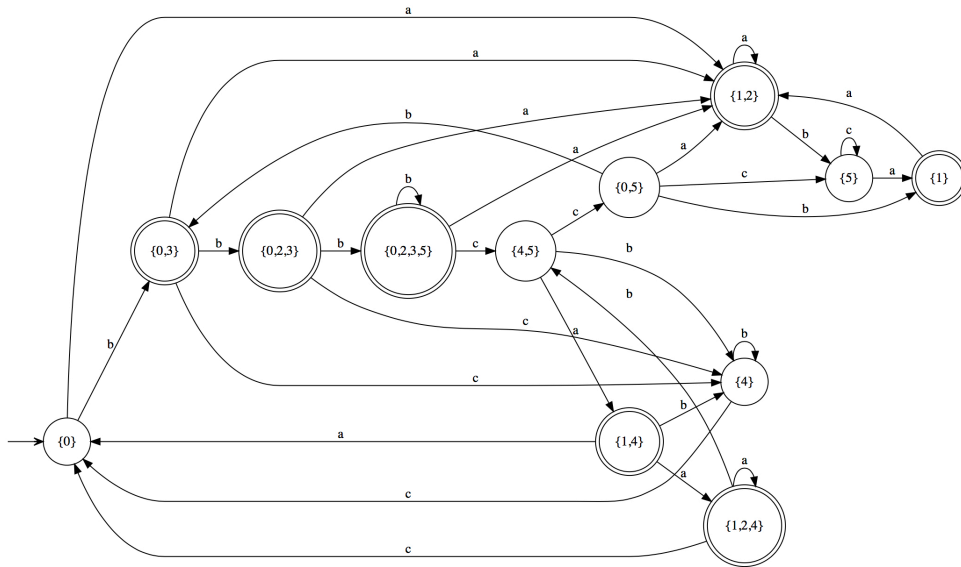
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

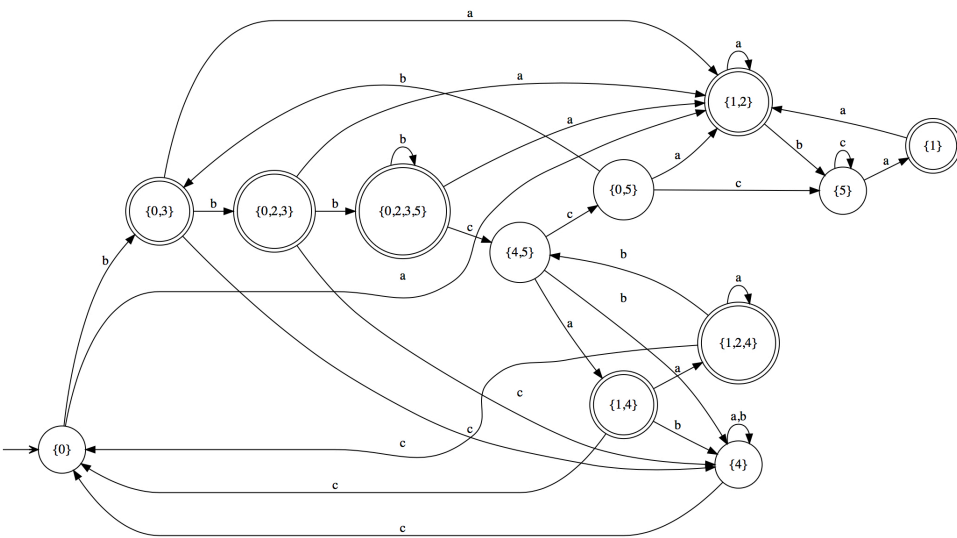
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

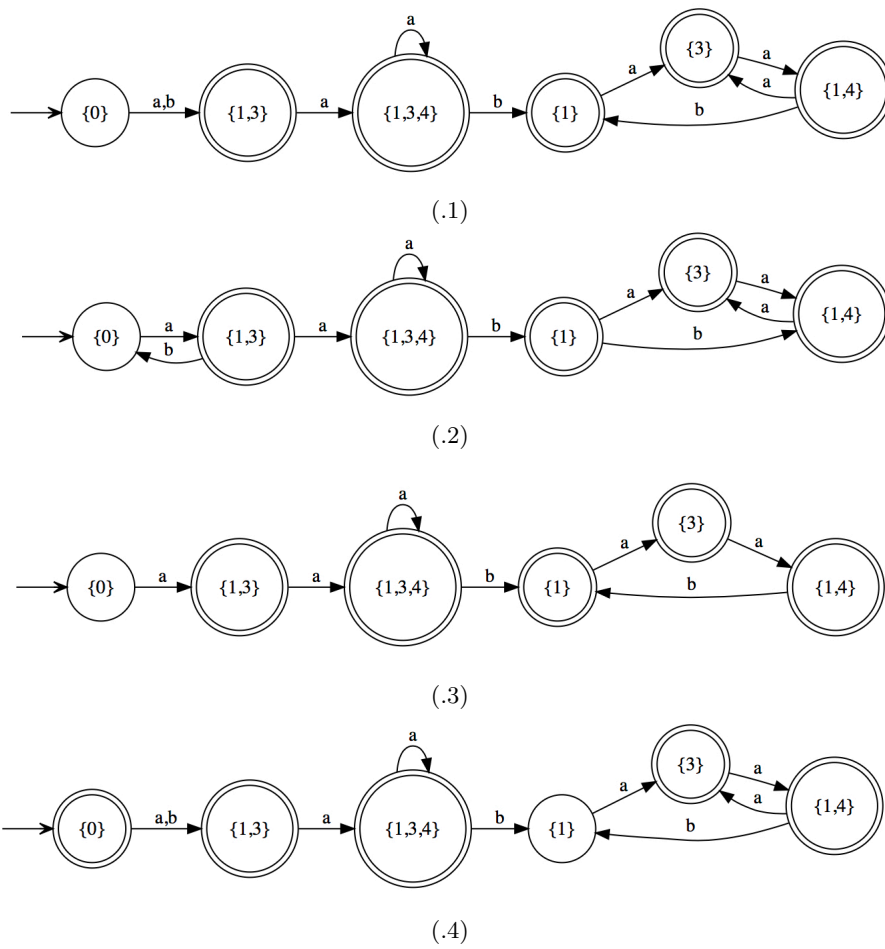


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



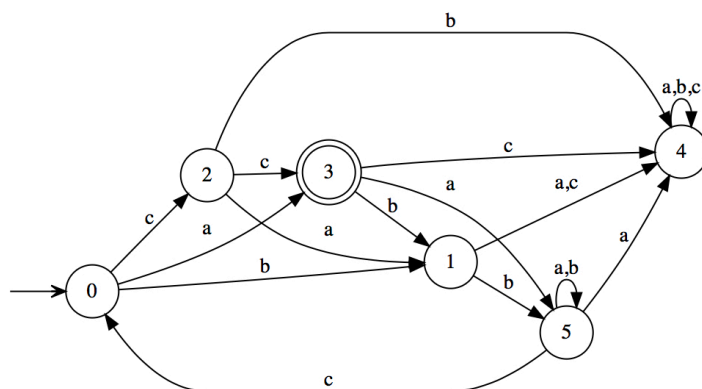
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

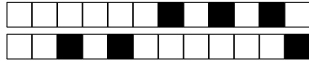
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

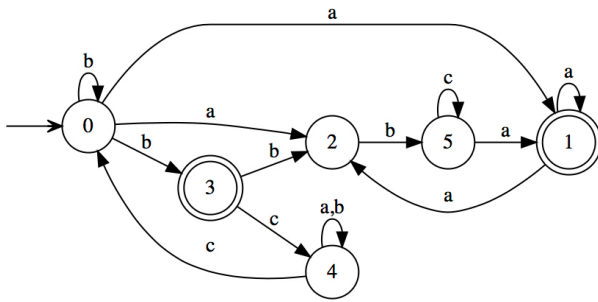


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

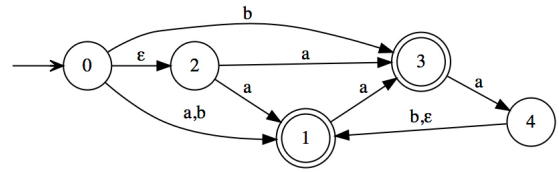
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

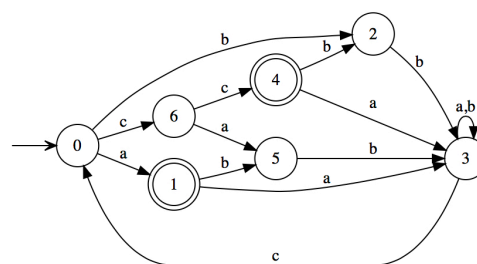
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

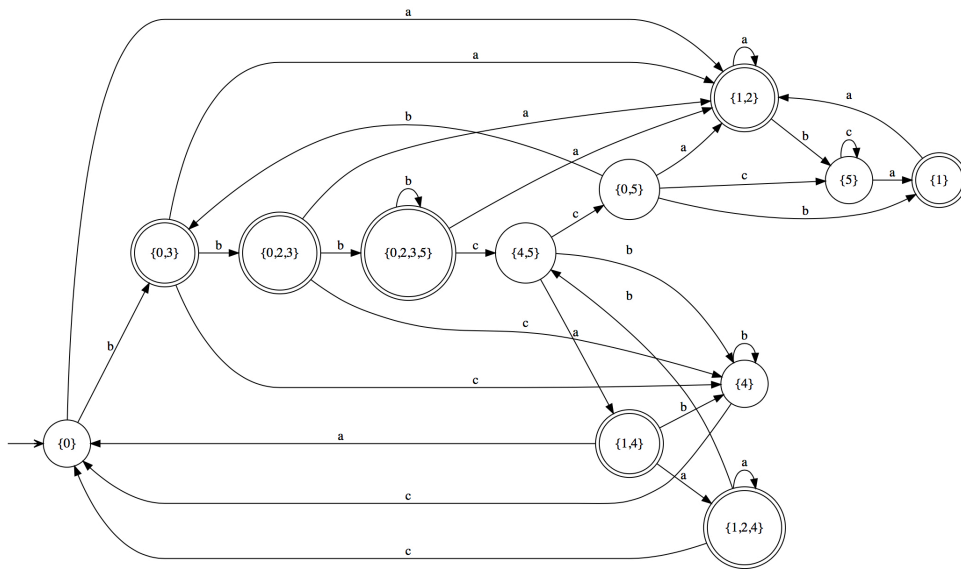
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

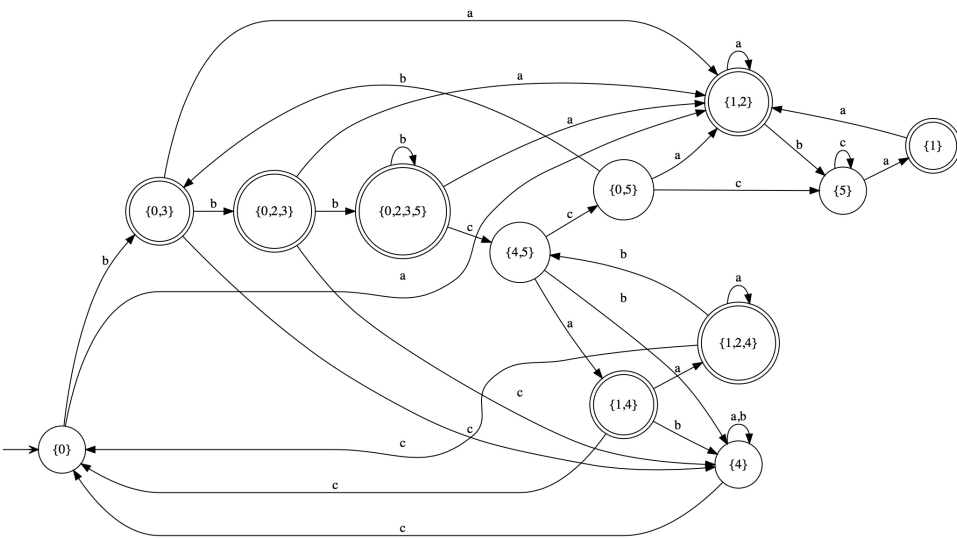
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

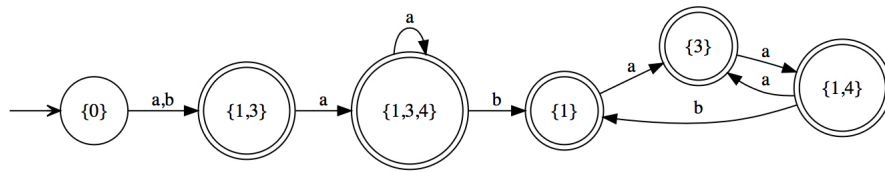


(.2)

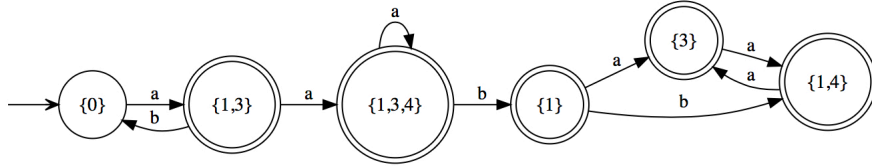


(.3)

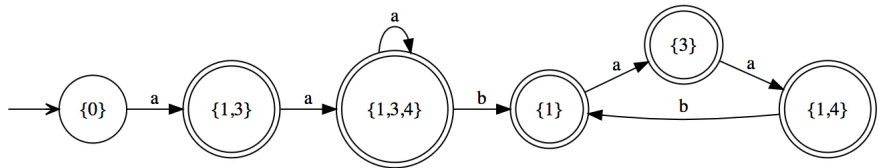
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



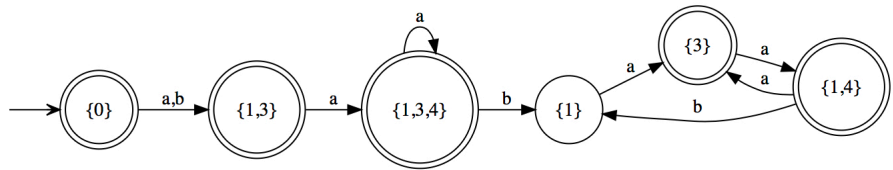
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



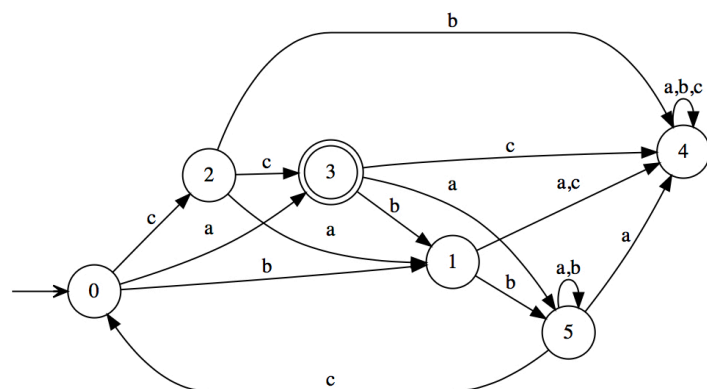
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

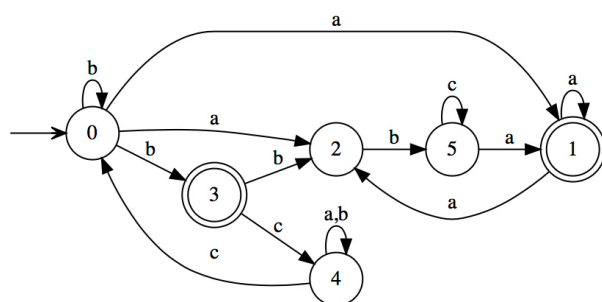


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

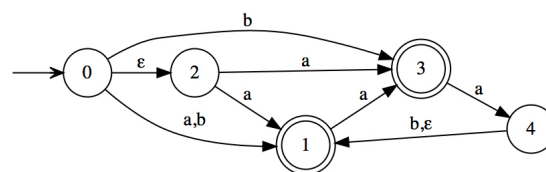
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

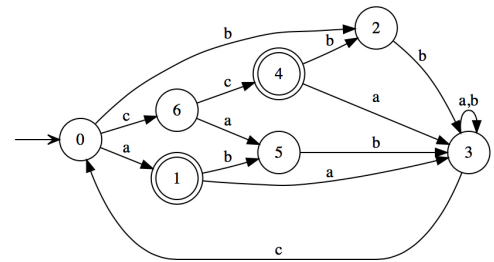
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.1. [d] la Figure V.2.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.4. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

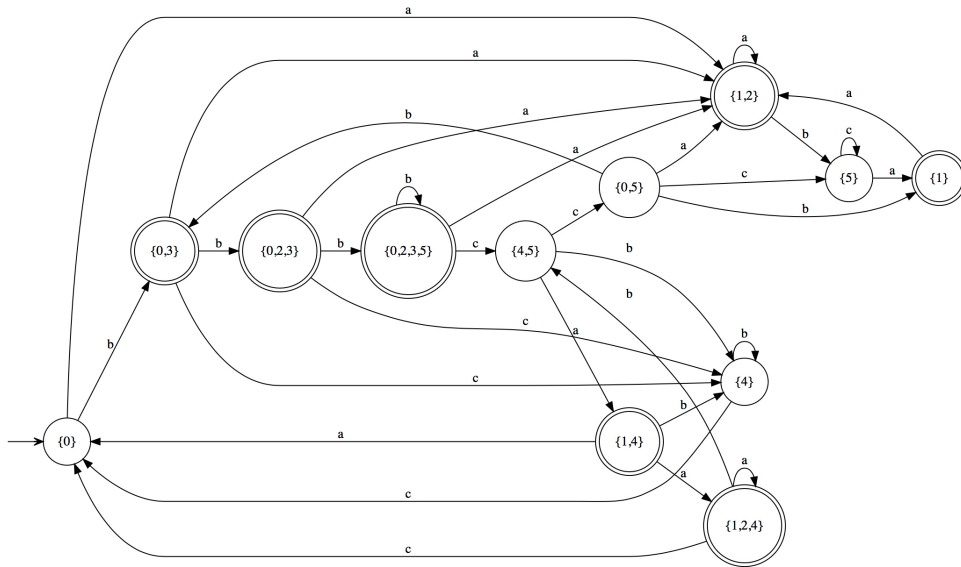
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

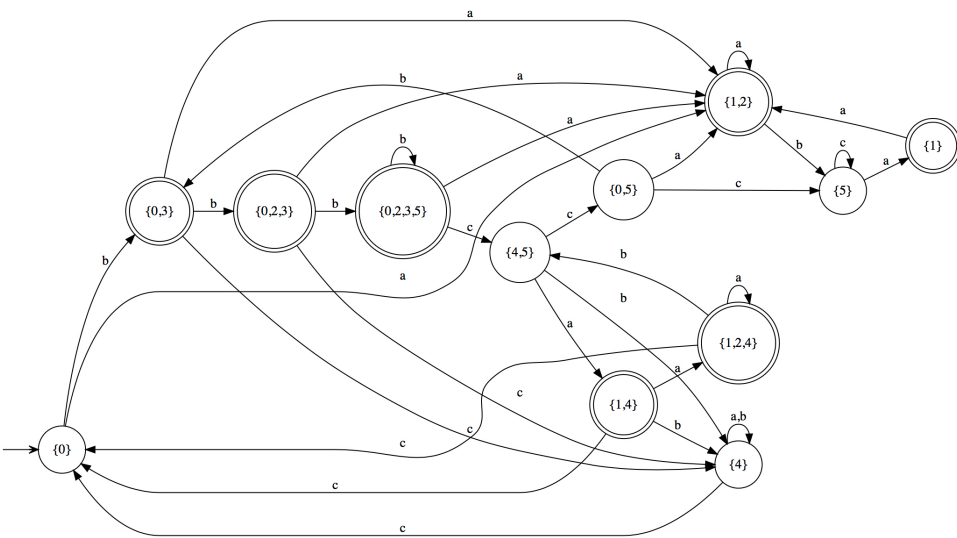
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

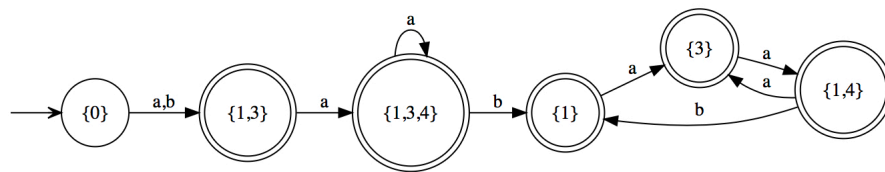


(.2)

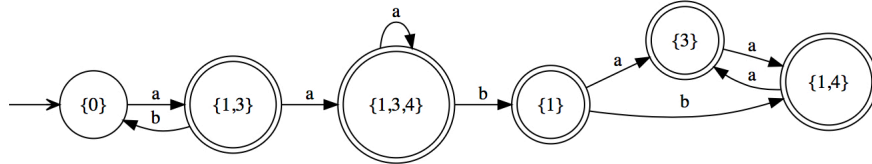


(.3)

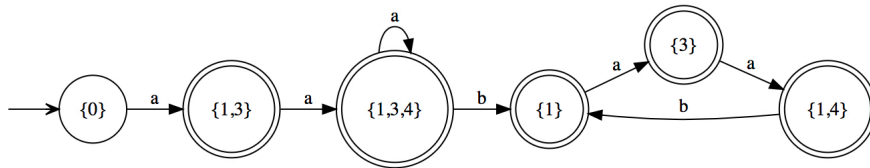
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



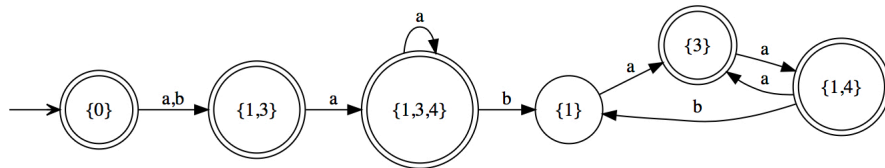
(.1)



(.2)

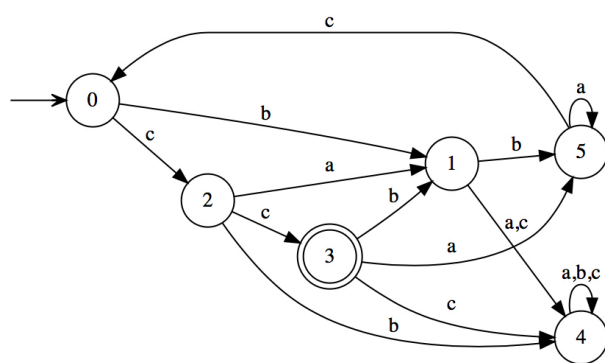


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



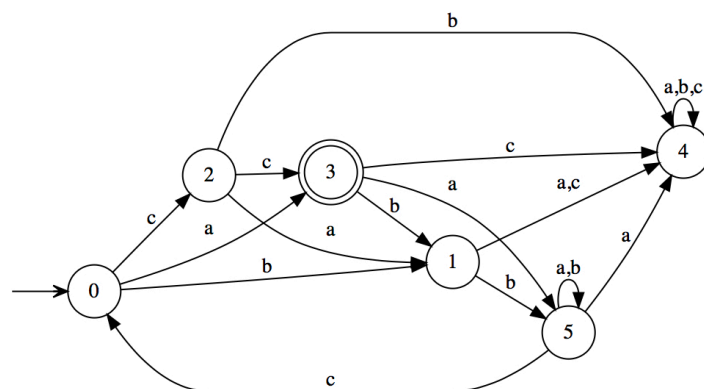
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

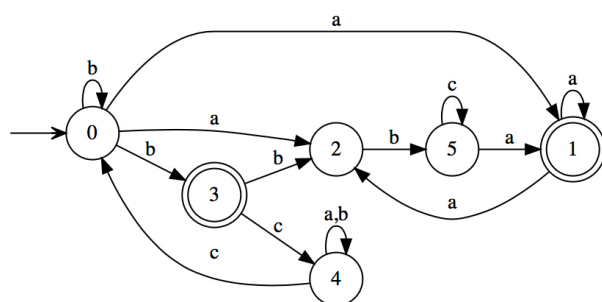


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

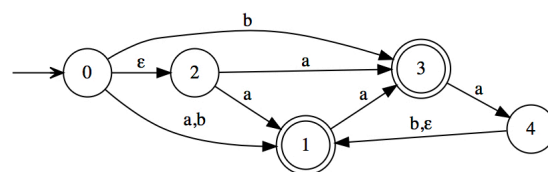
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

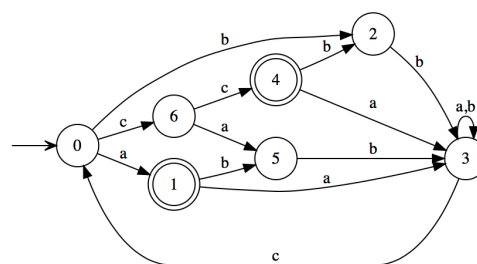
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

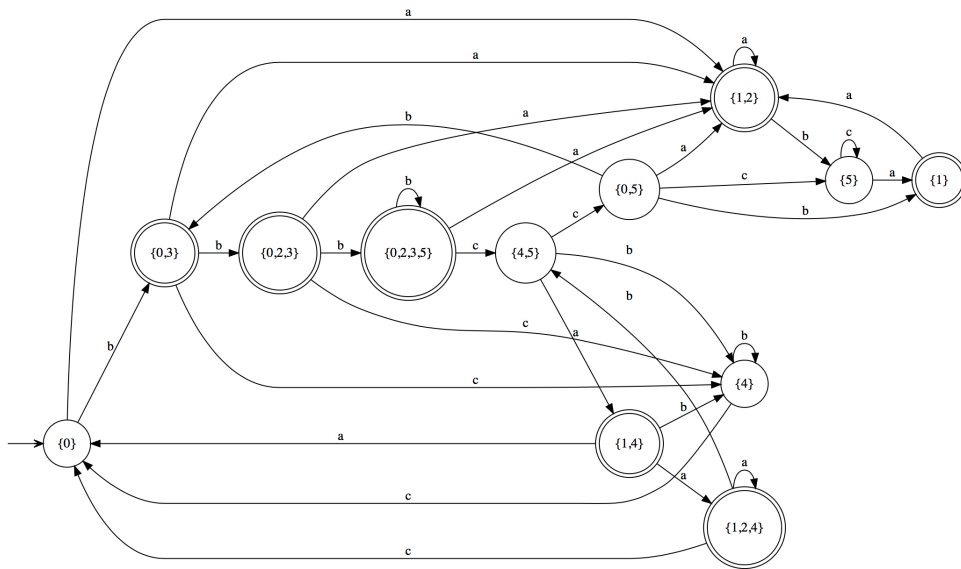
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

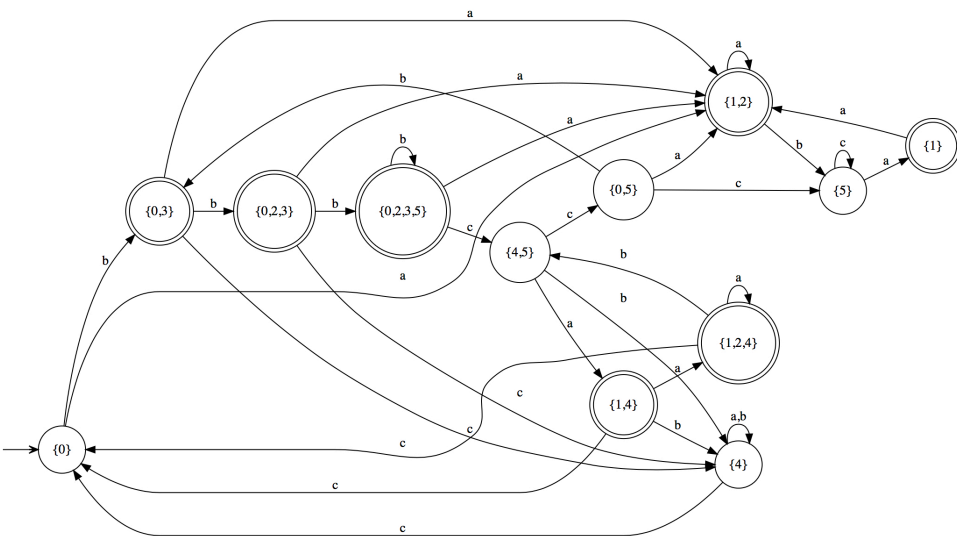
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

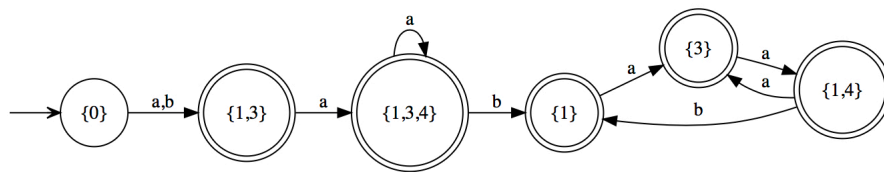


(.2)

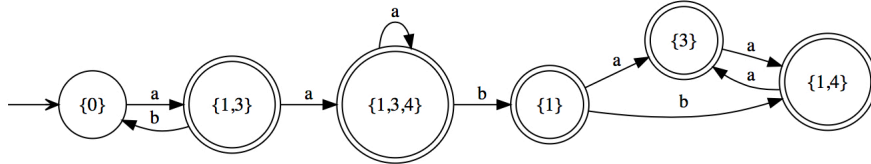


(.3)

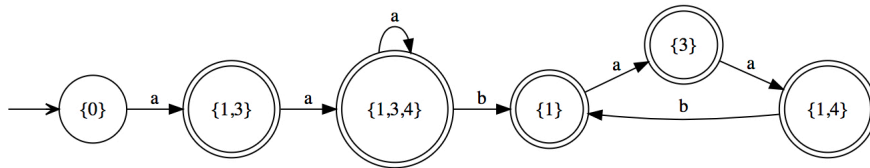
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



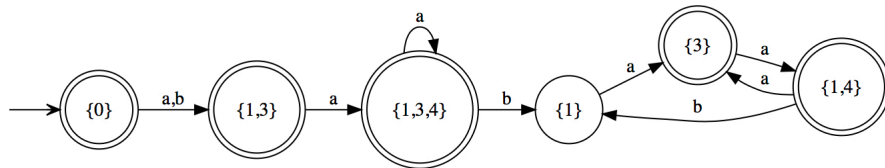
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



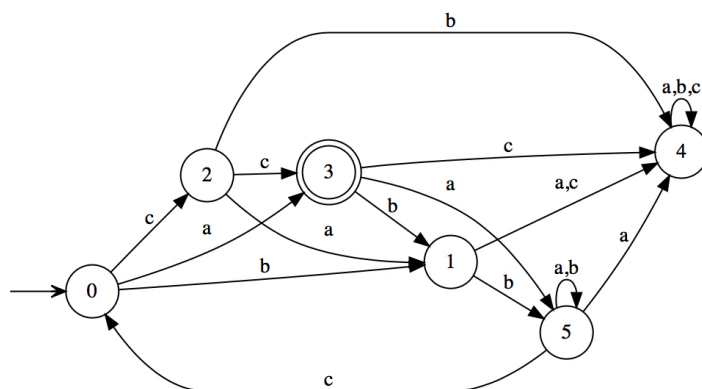
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

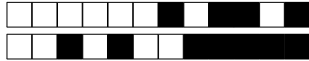
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

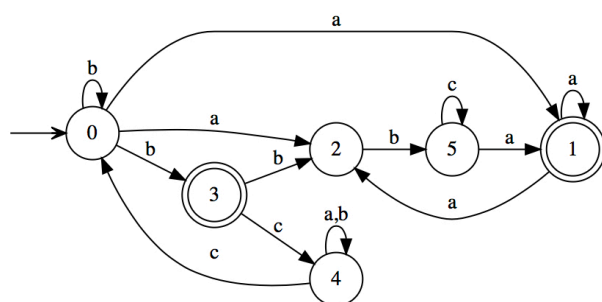


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

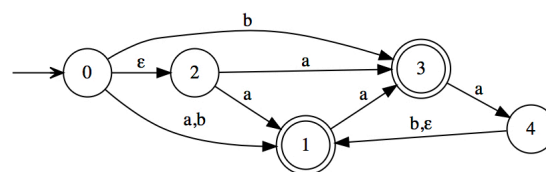
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

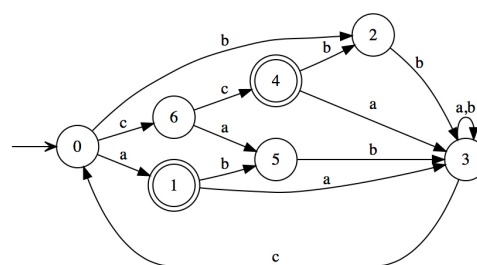
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.1.
 [a] la Figure V.2. [c] la Figure V.3. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

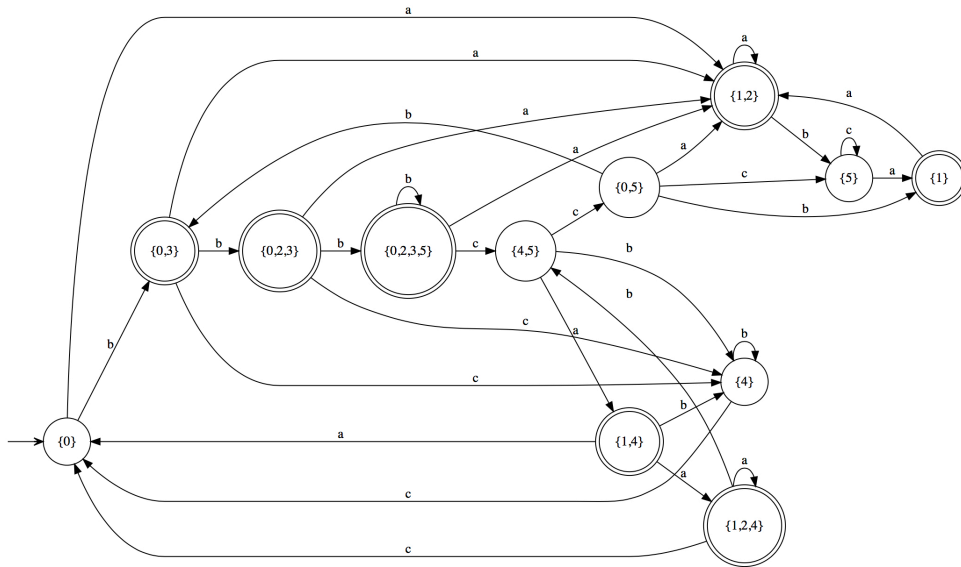
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

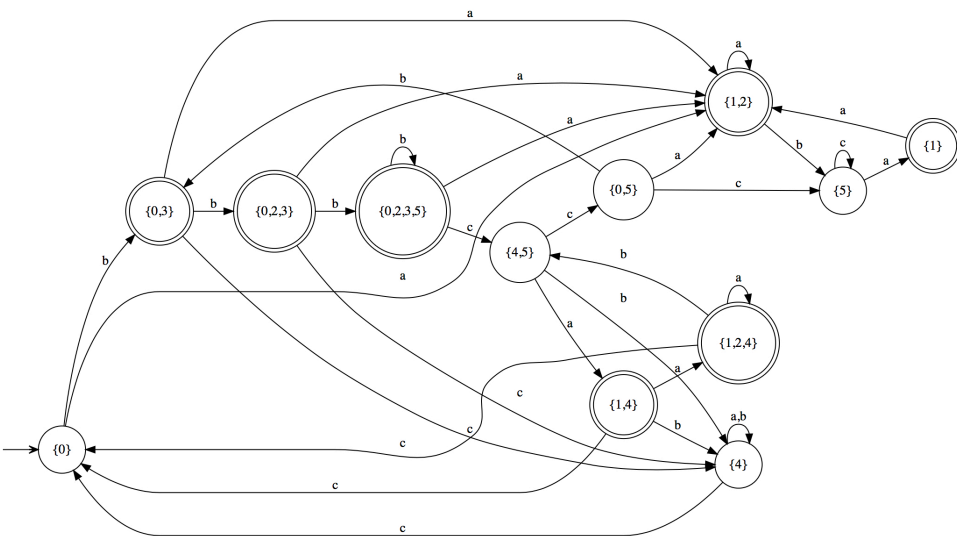
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

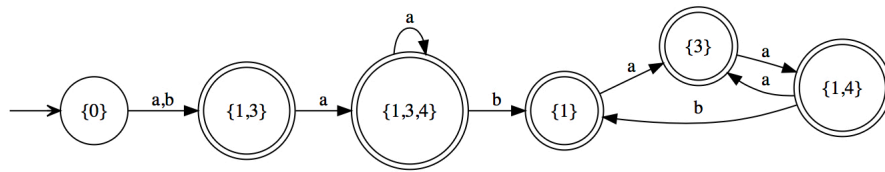


(.2)

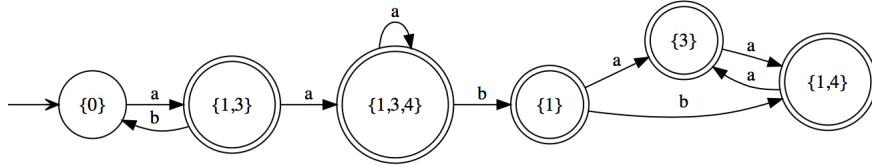


(.3)

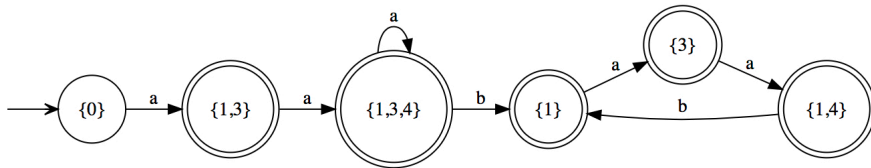
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



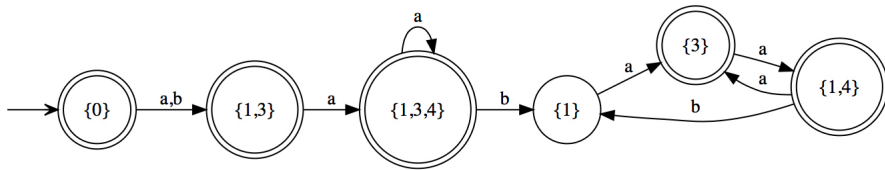
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



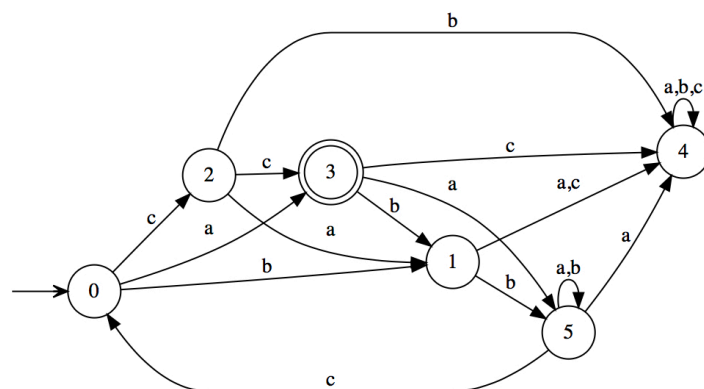
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

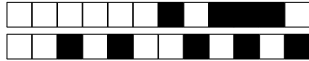
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

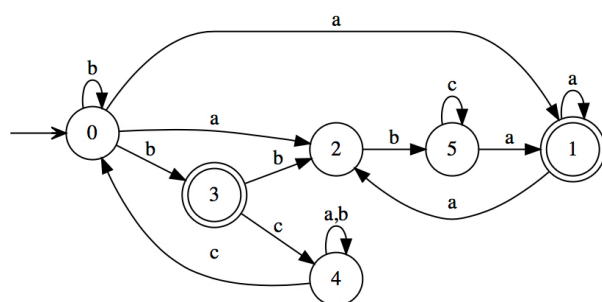


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

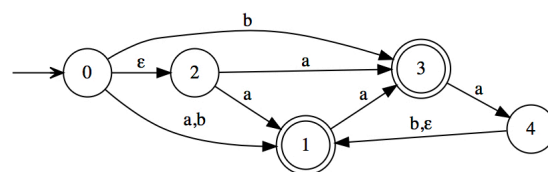
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

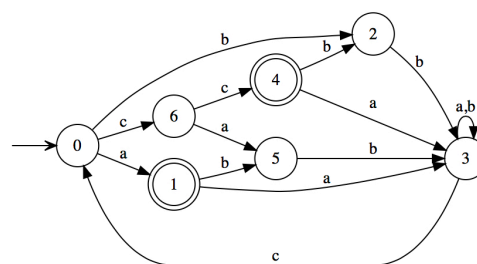
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

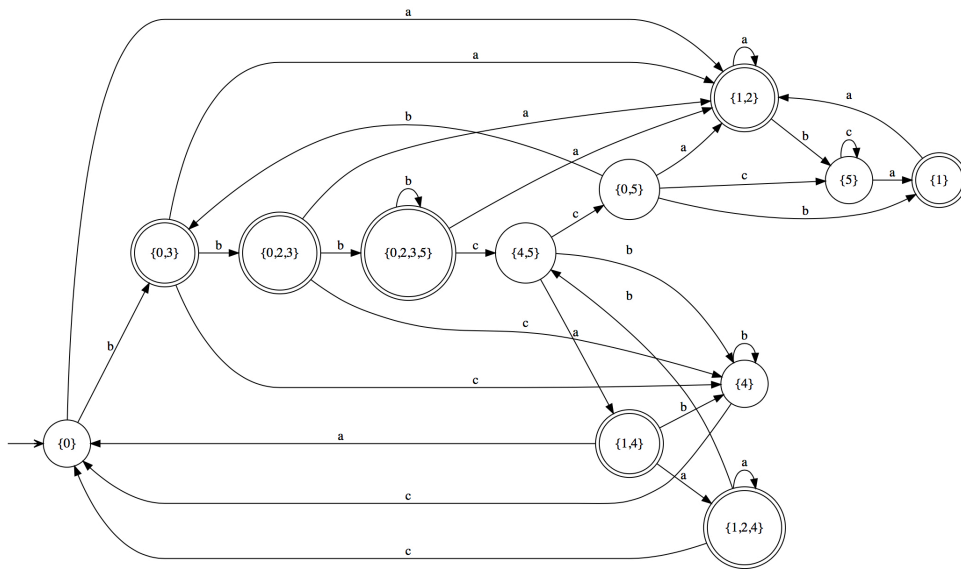
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

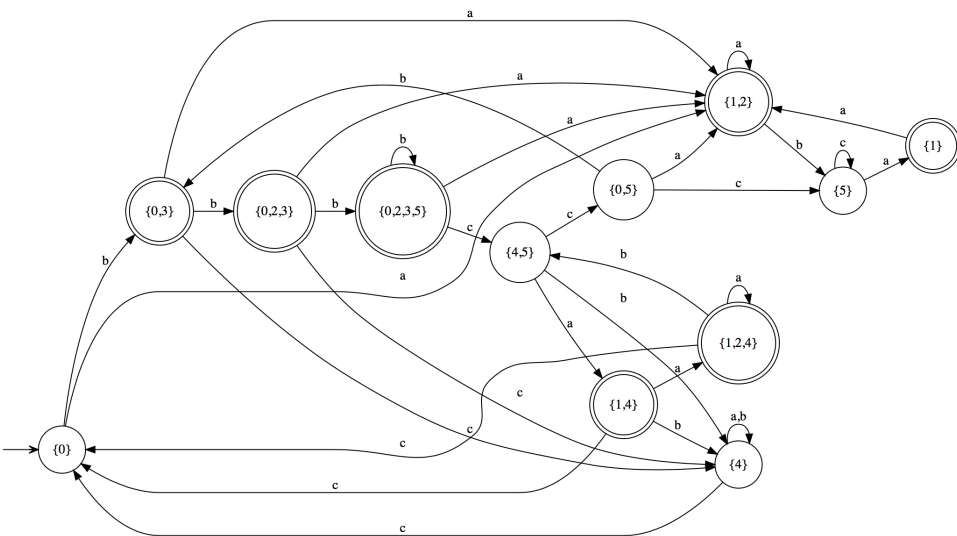
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

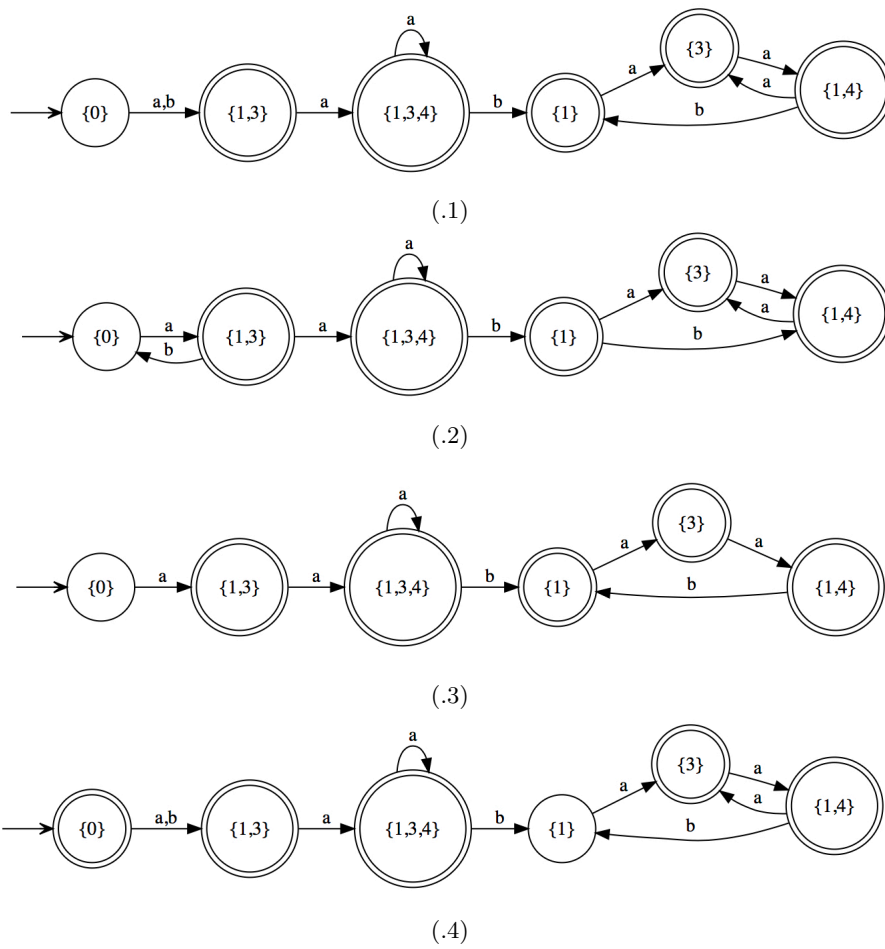


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



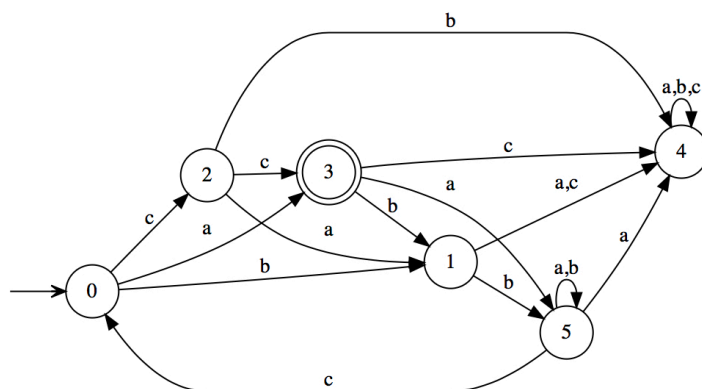
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

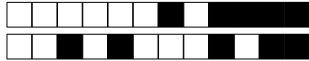
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

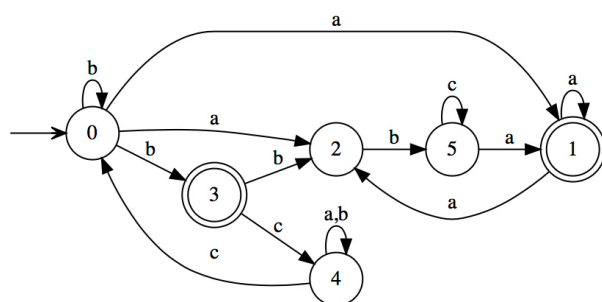


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

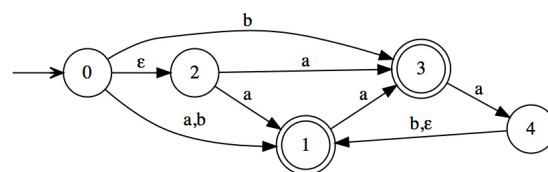
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

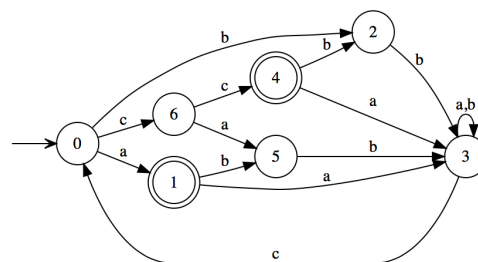
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

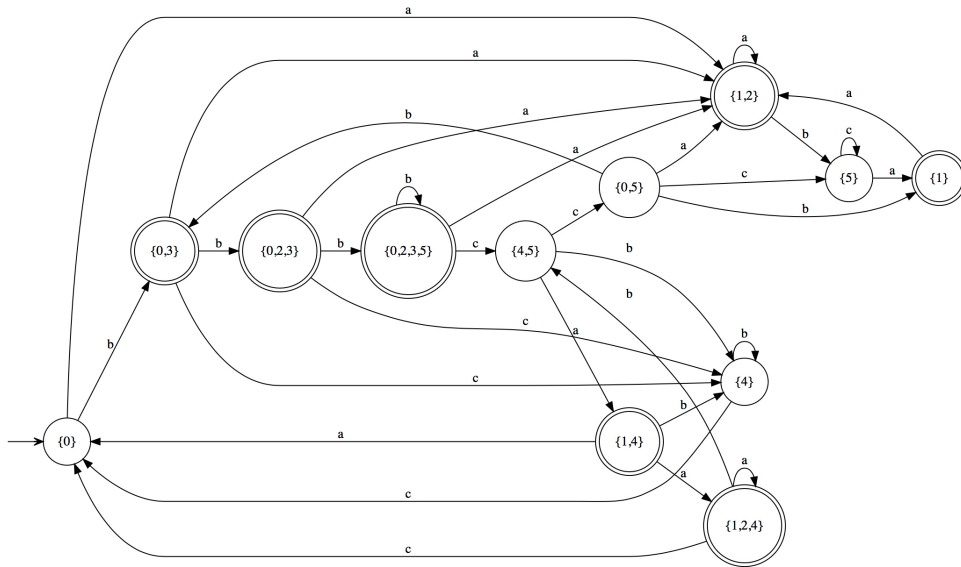
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

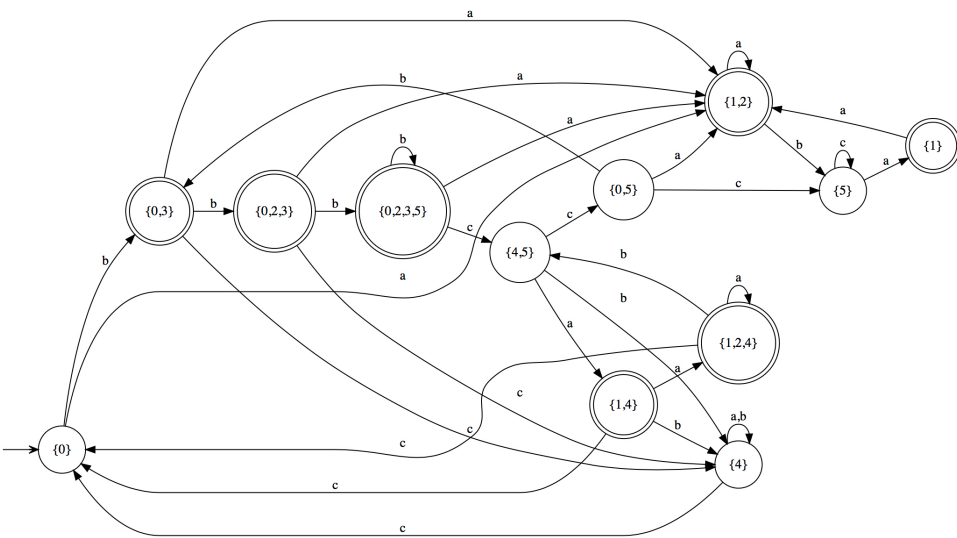
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

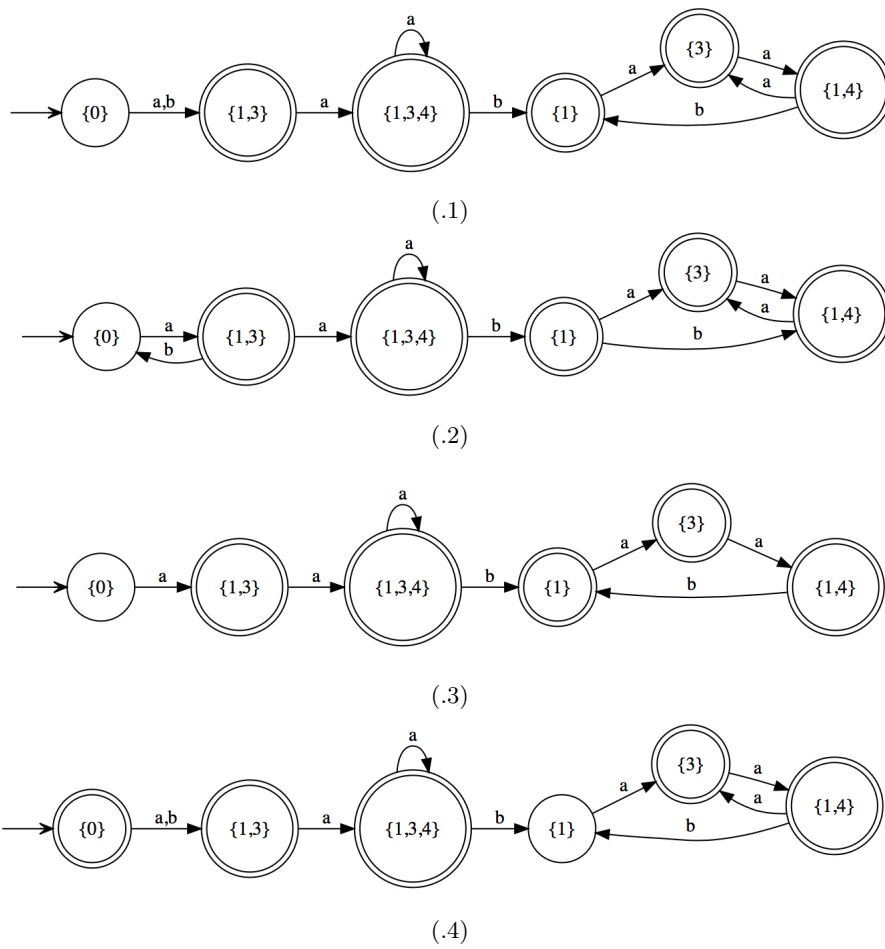
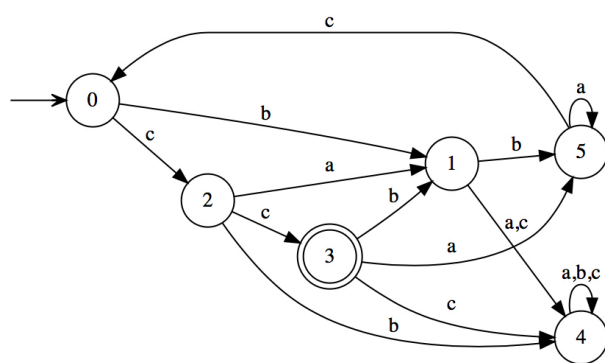


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



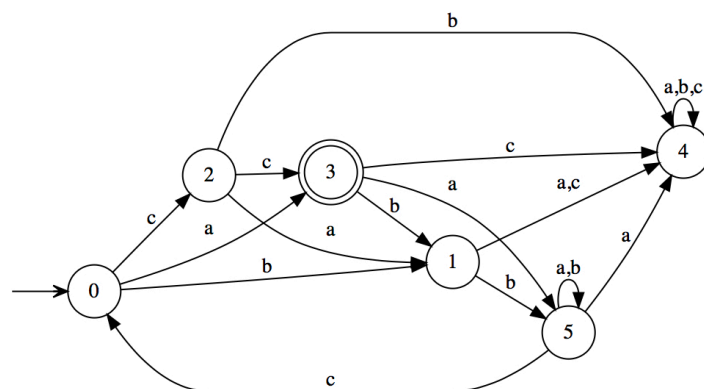
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



+48/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

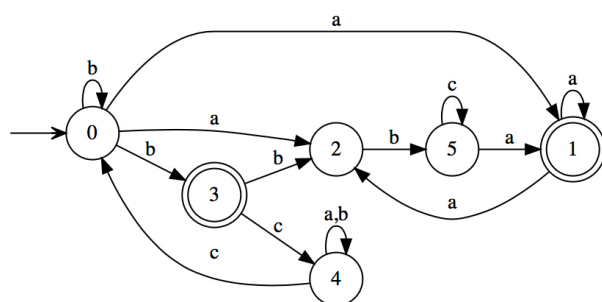


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

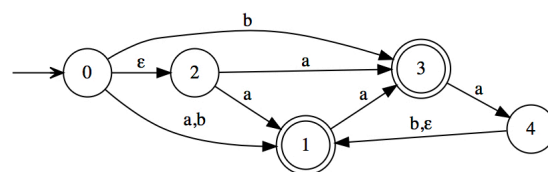
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ c	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ e	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ f	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

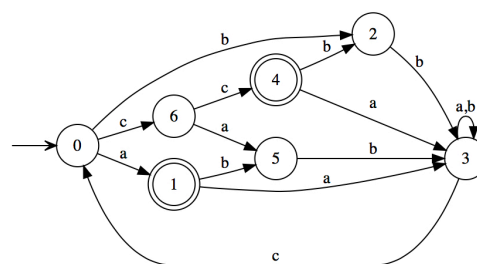
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

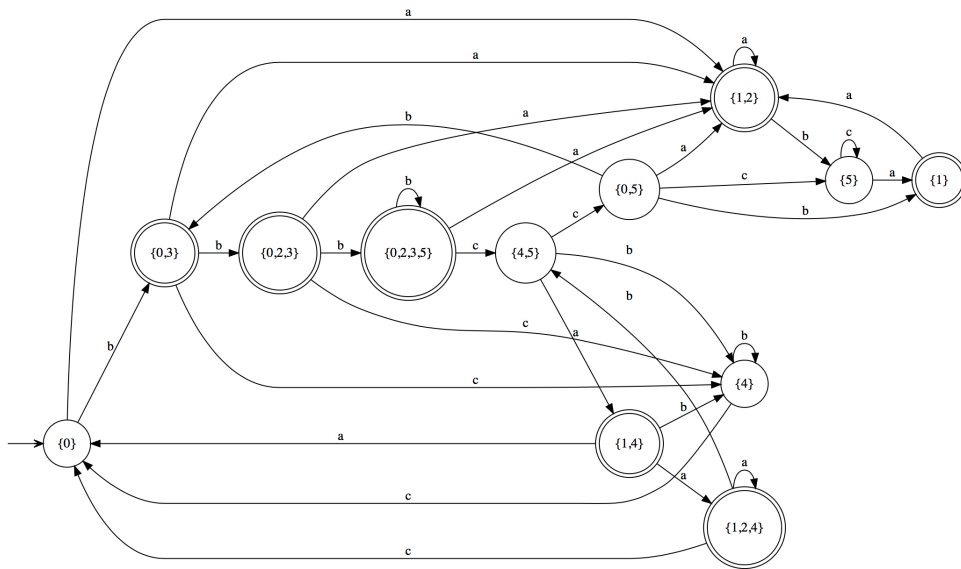
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

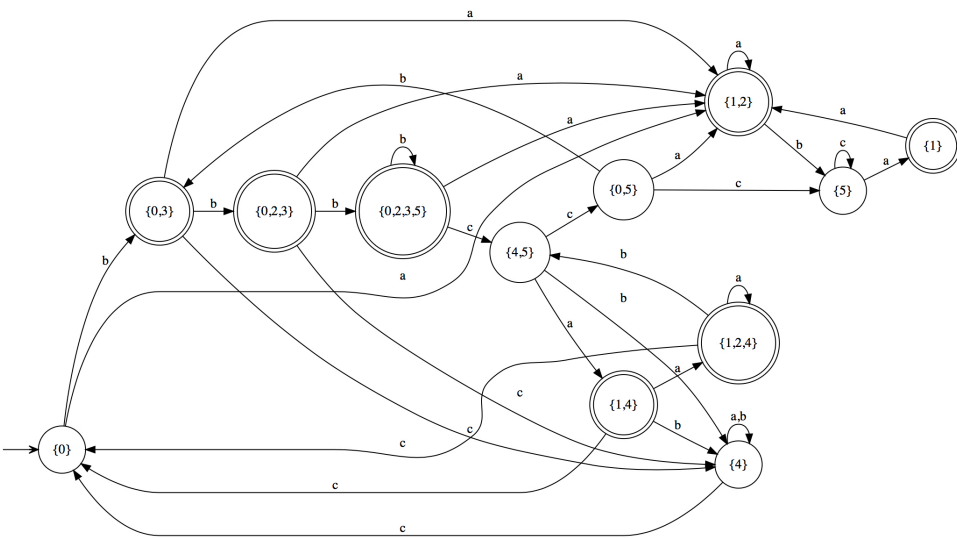
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

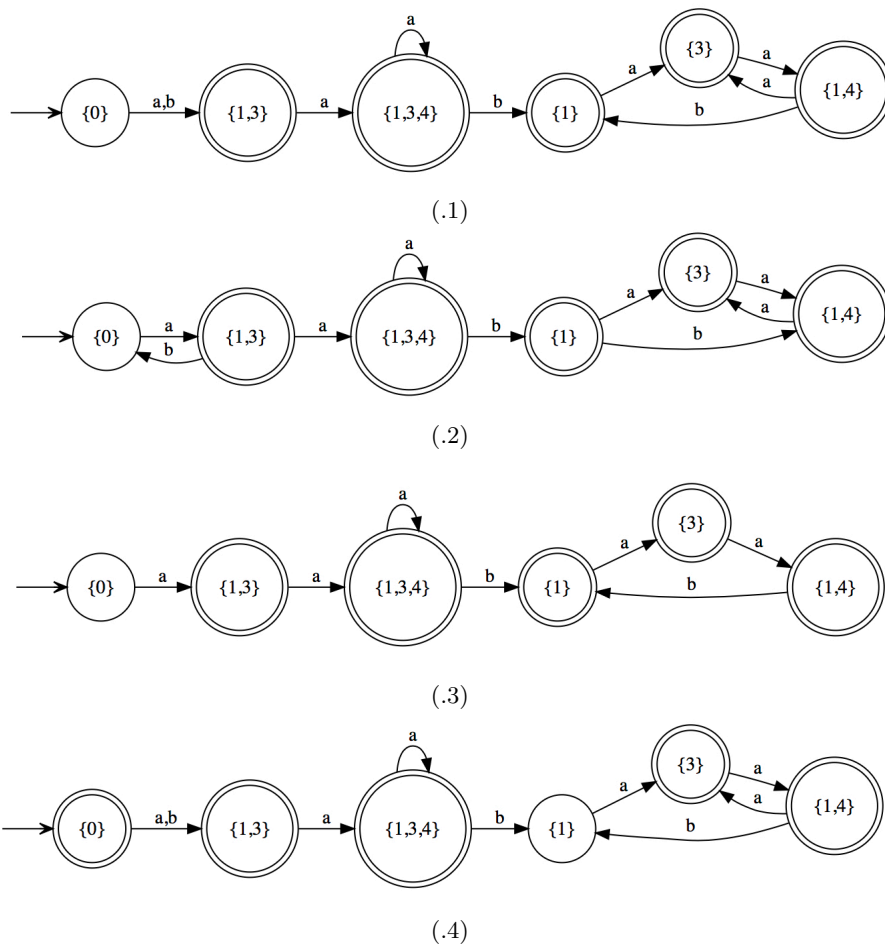


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



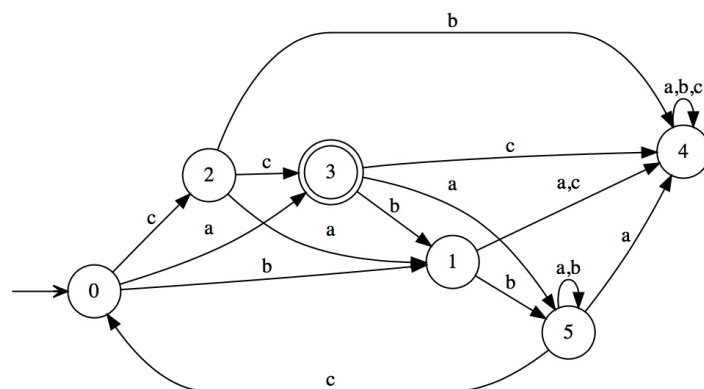
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

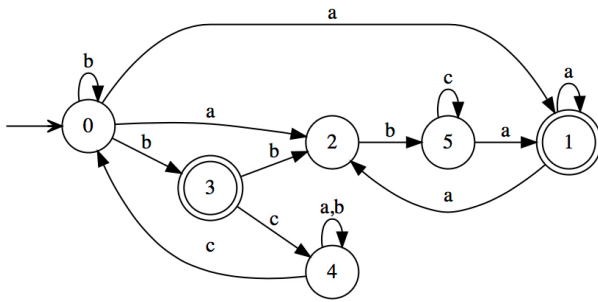


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

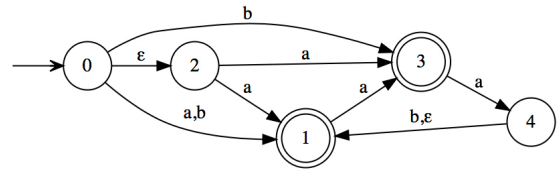
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ b	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

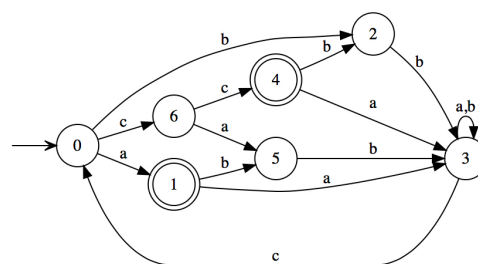
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

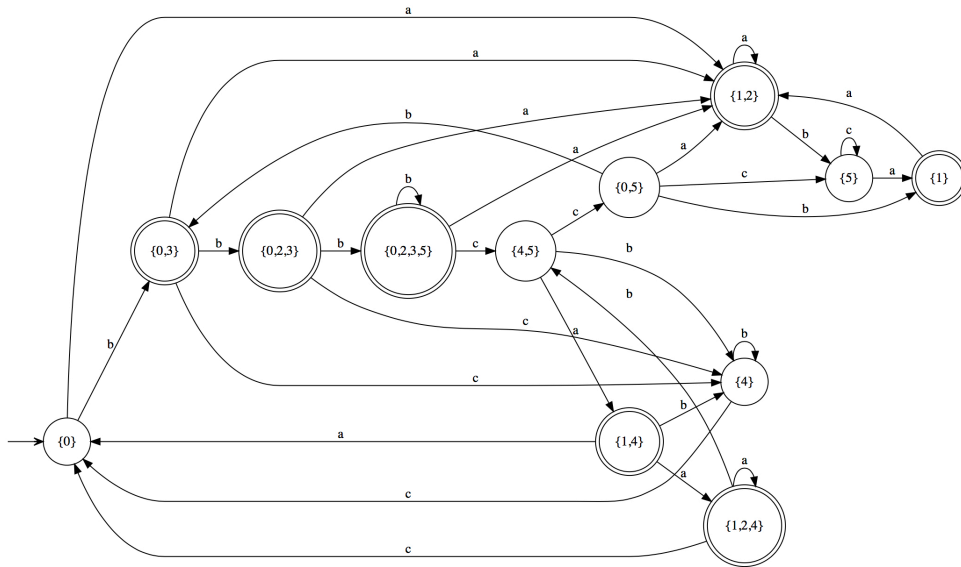
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

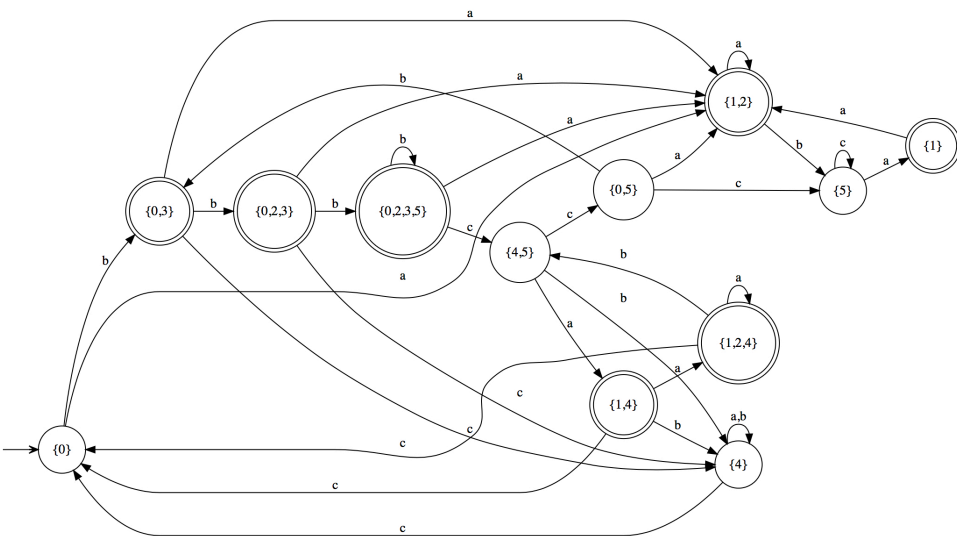
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

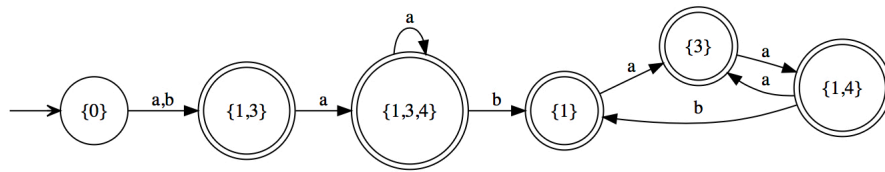


(.2)

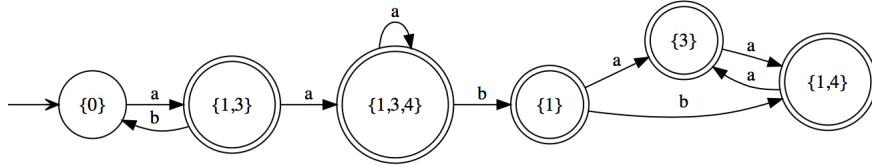


(.3)

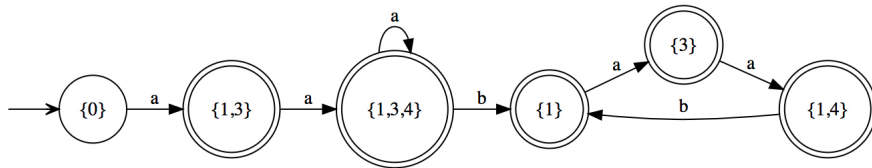
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



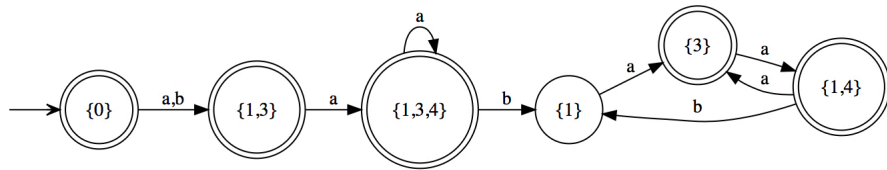
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



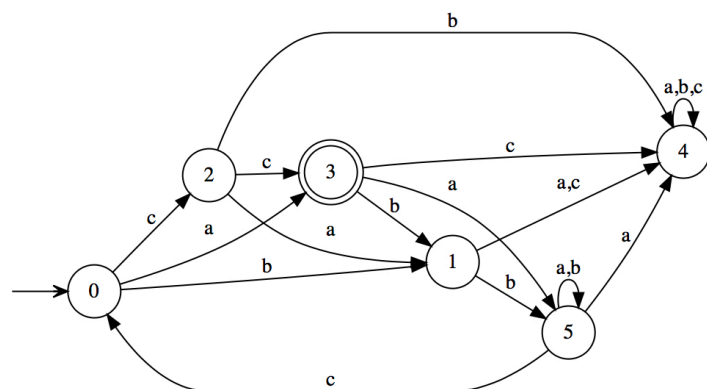
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

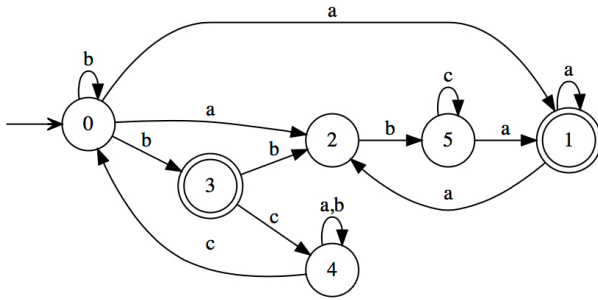


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

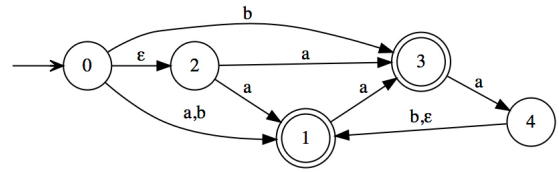
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

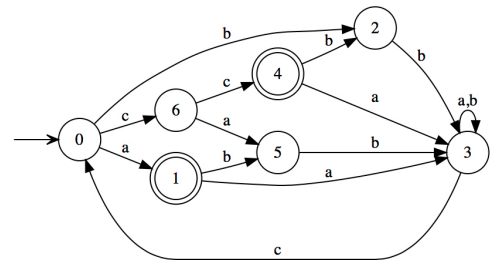
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.1. [d] la Figure V.3.
 [a] la Figure V.2. [c] la Figure V.4. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

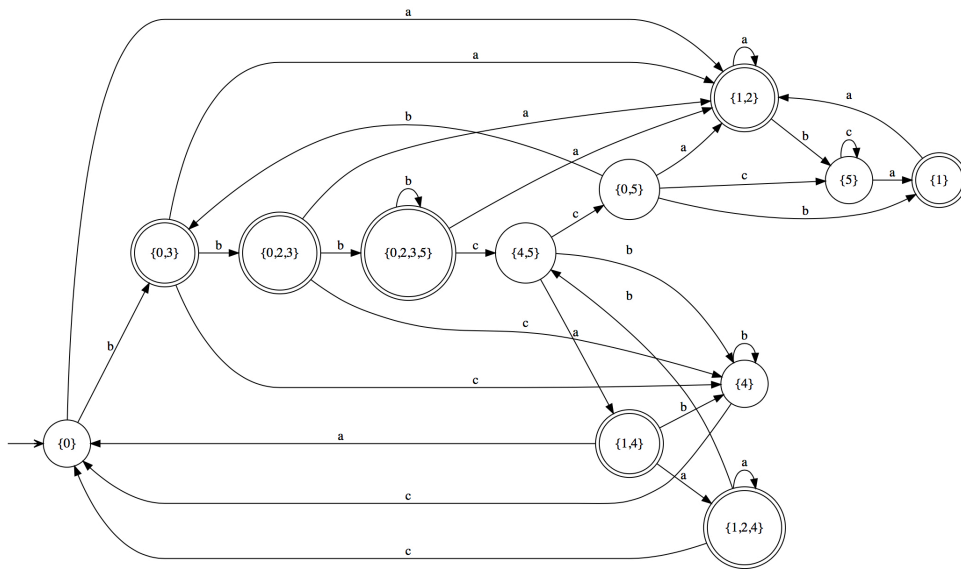
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

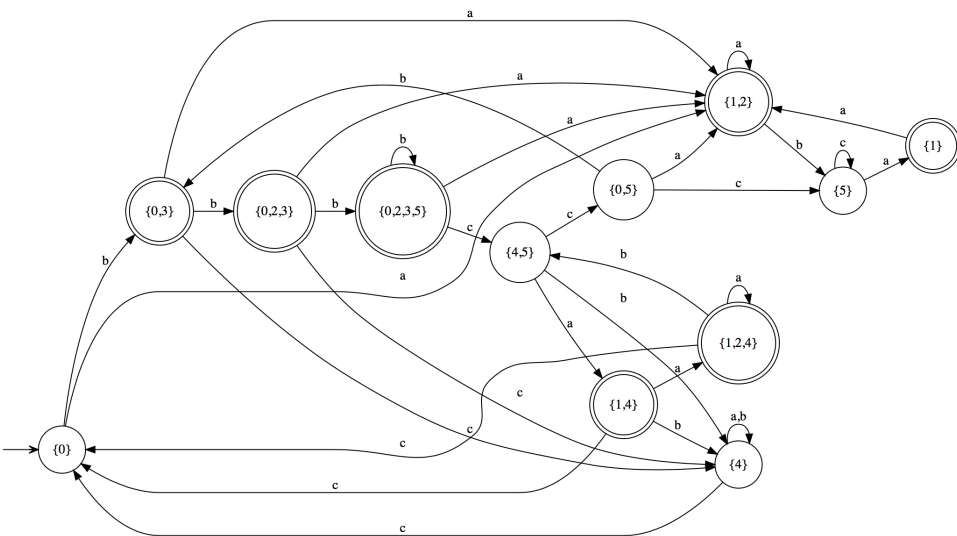
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

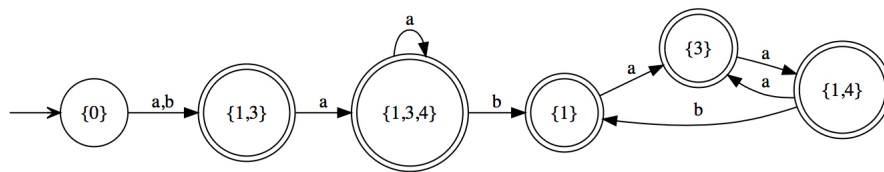


(.2)

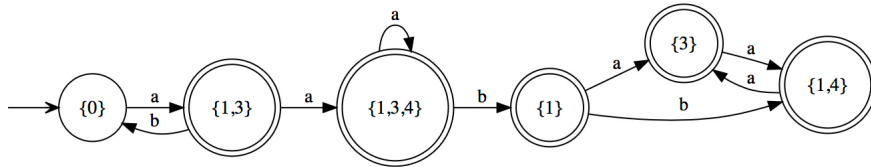


(.3)

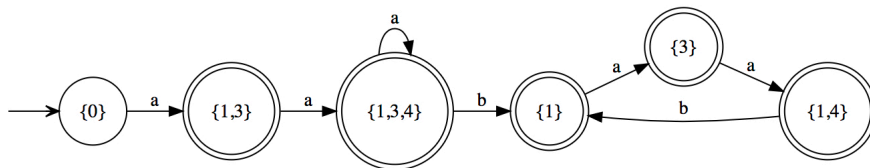
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



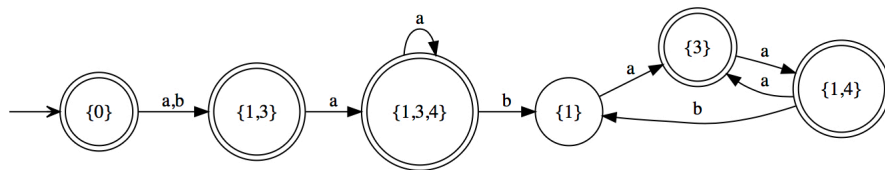
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



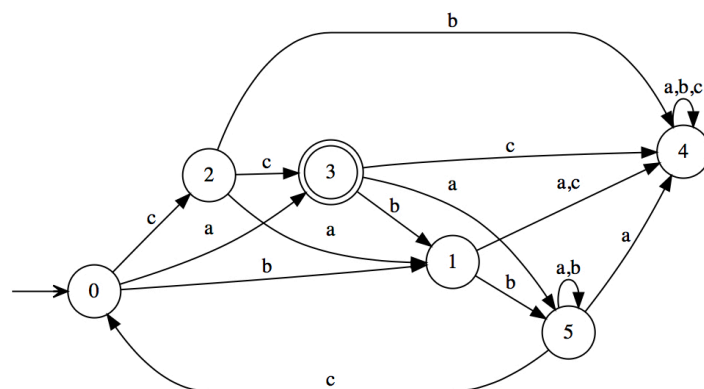
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

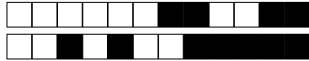
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

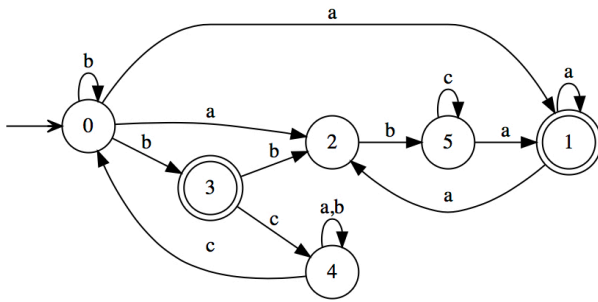


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

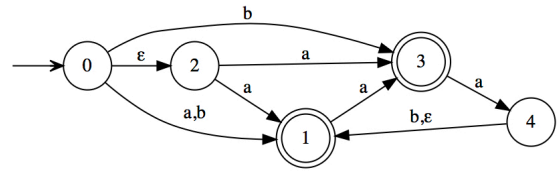
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

[a] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	[b] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
[c] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	[d] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
[e] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	[f] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
[g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
[h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
[i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [e] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

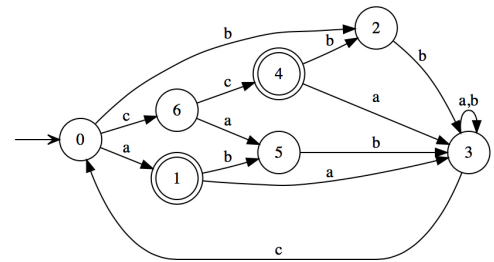
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.2.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

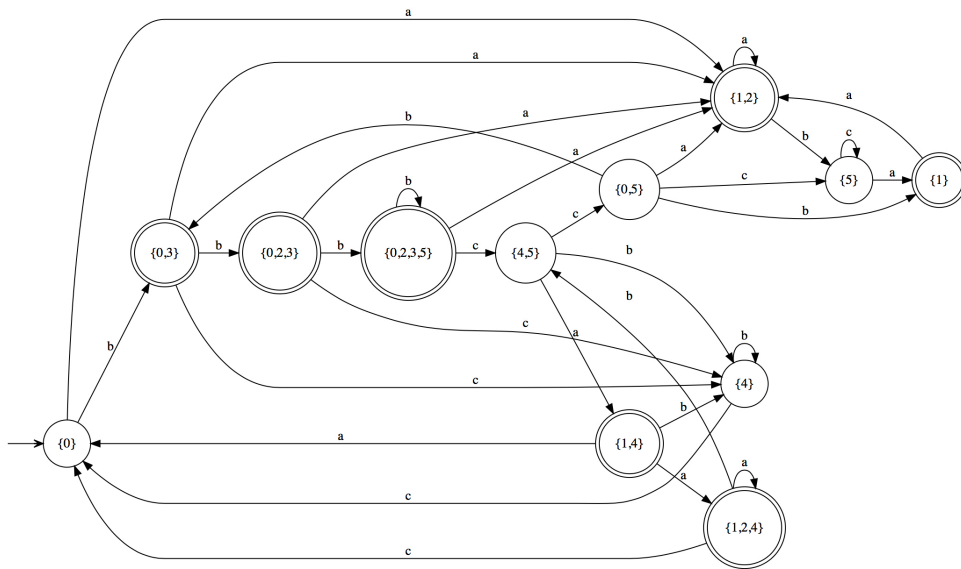
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

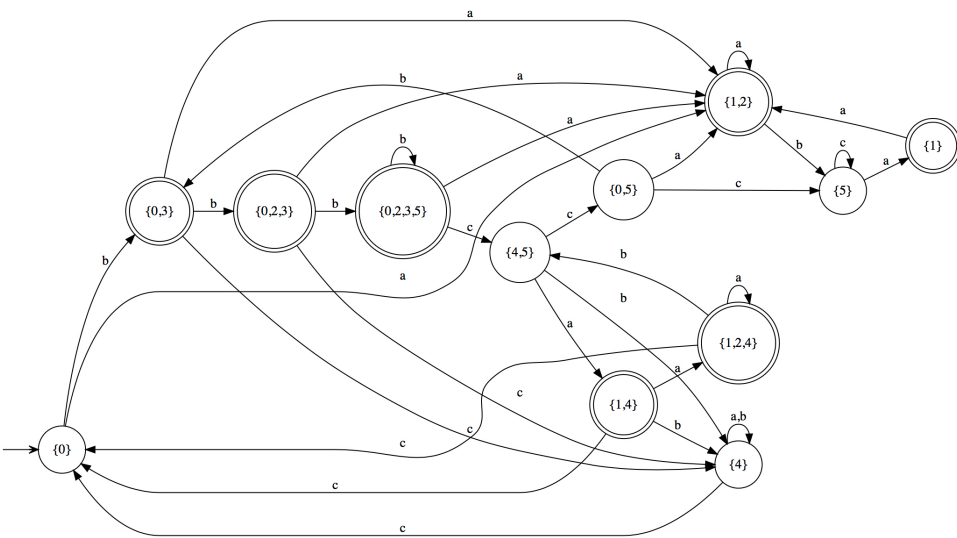
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

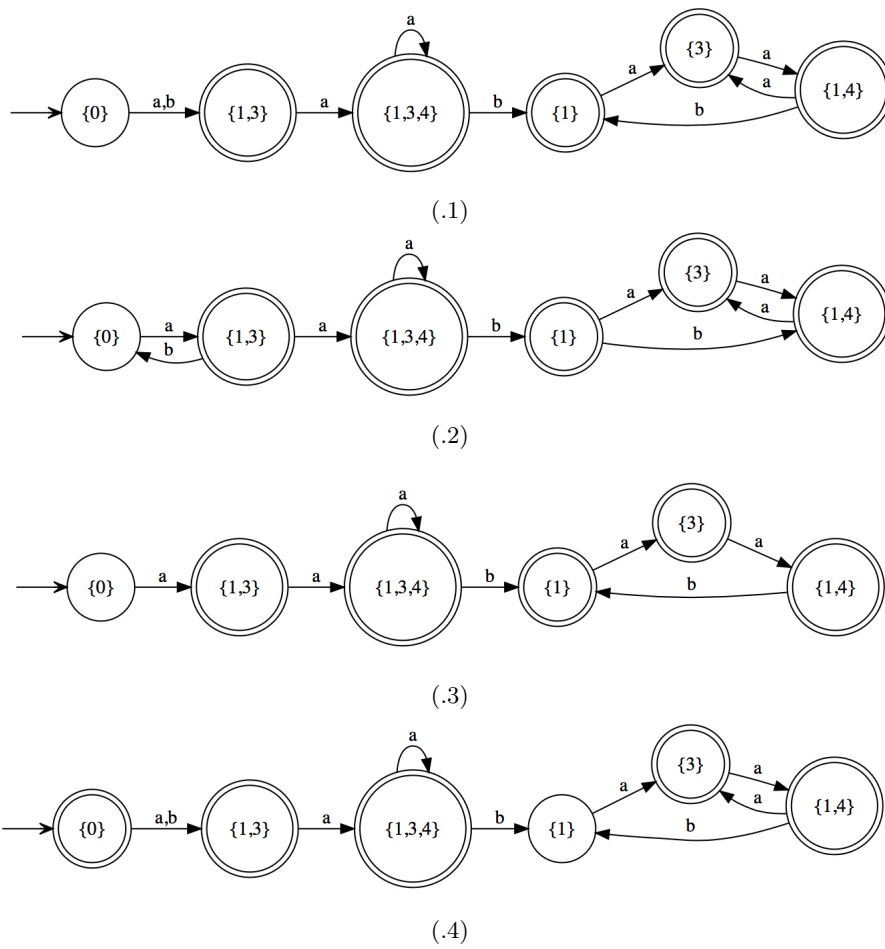
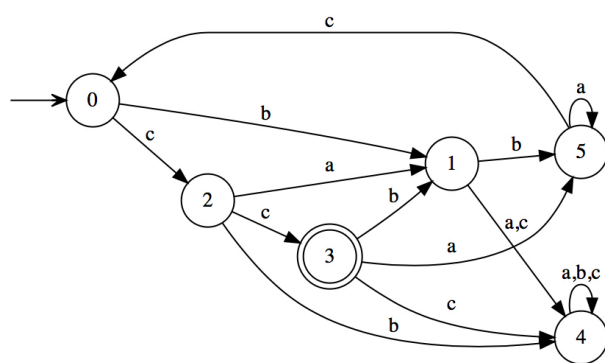


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



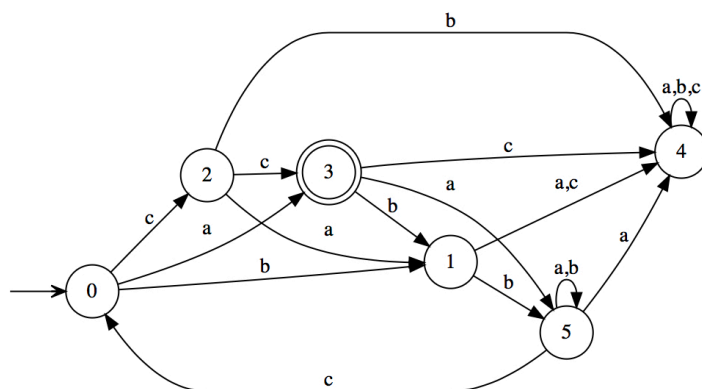
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

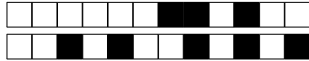
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

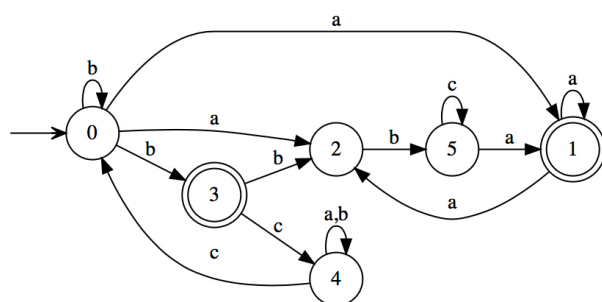


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

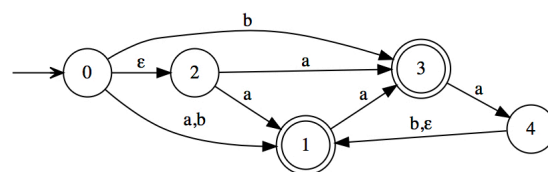
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

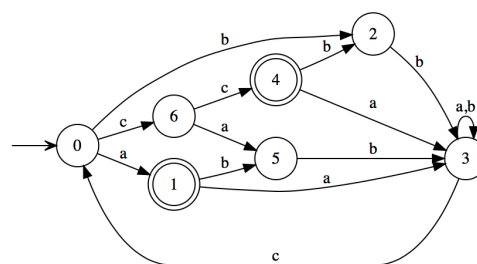
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

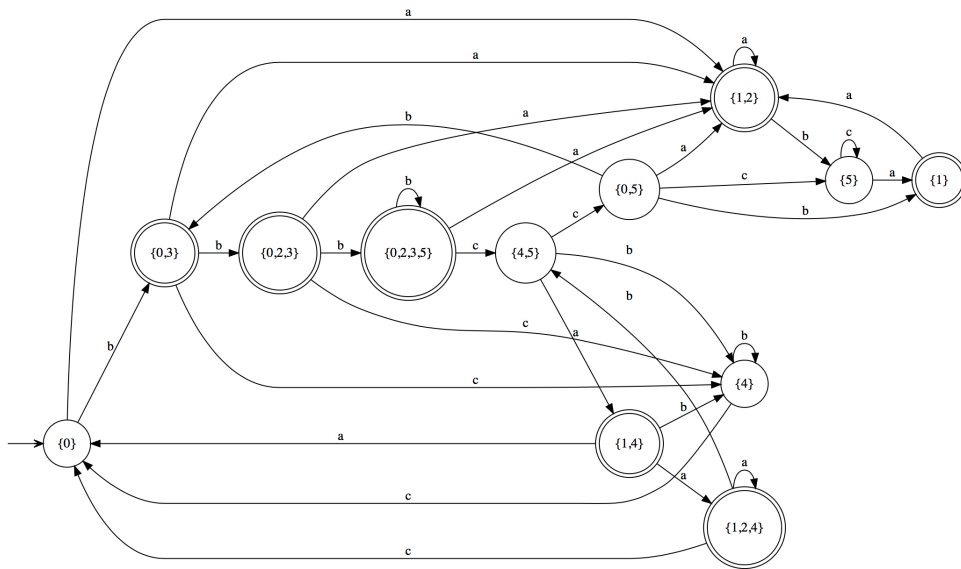
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

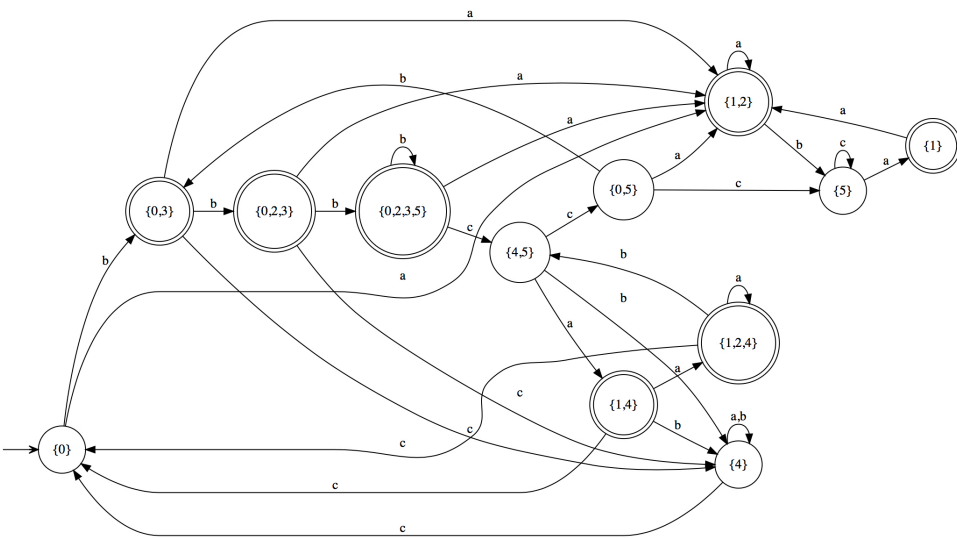
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

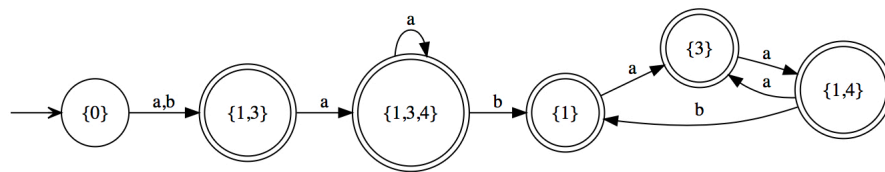


(.2)

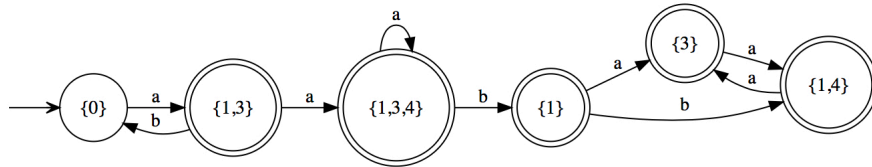


(.3)

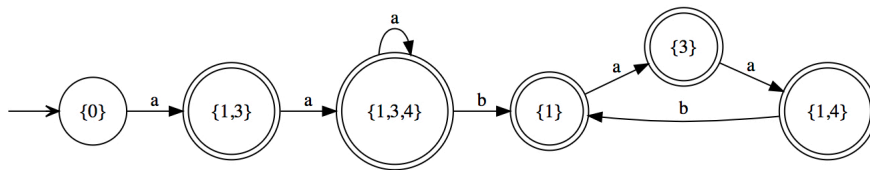
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



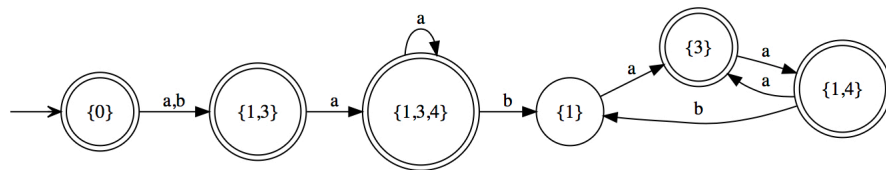
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



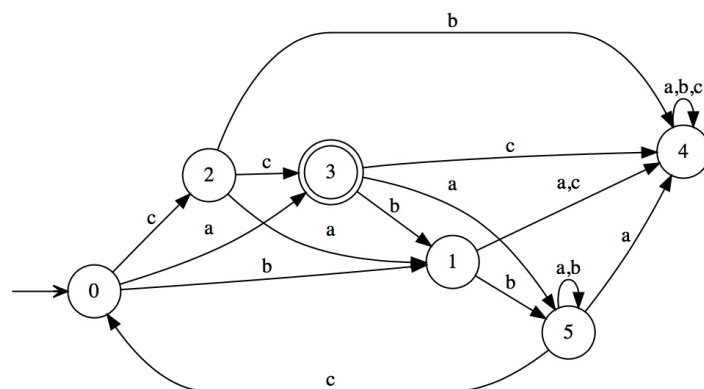
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

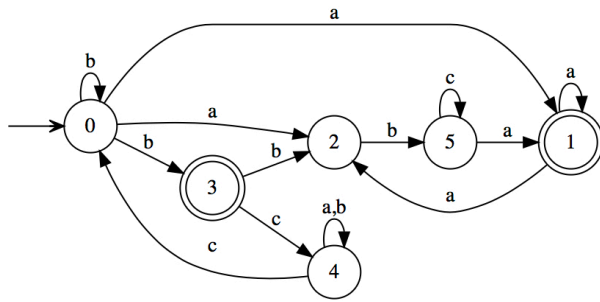


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

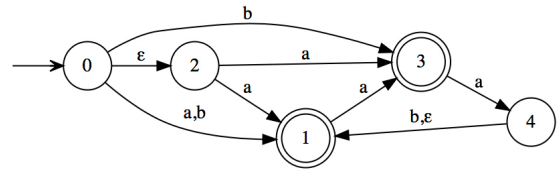
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

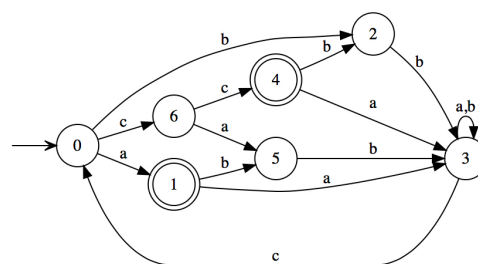
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

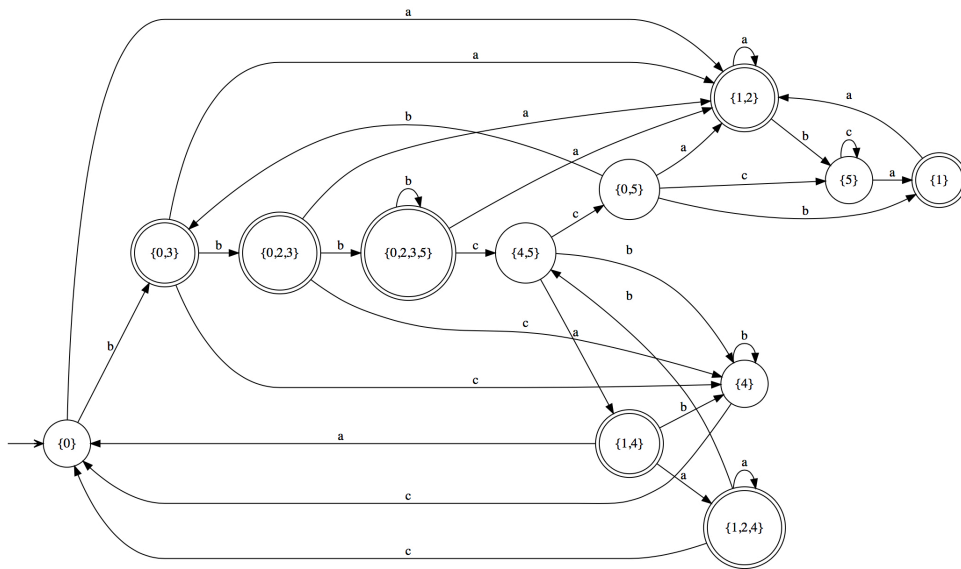
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

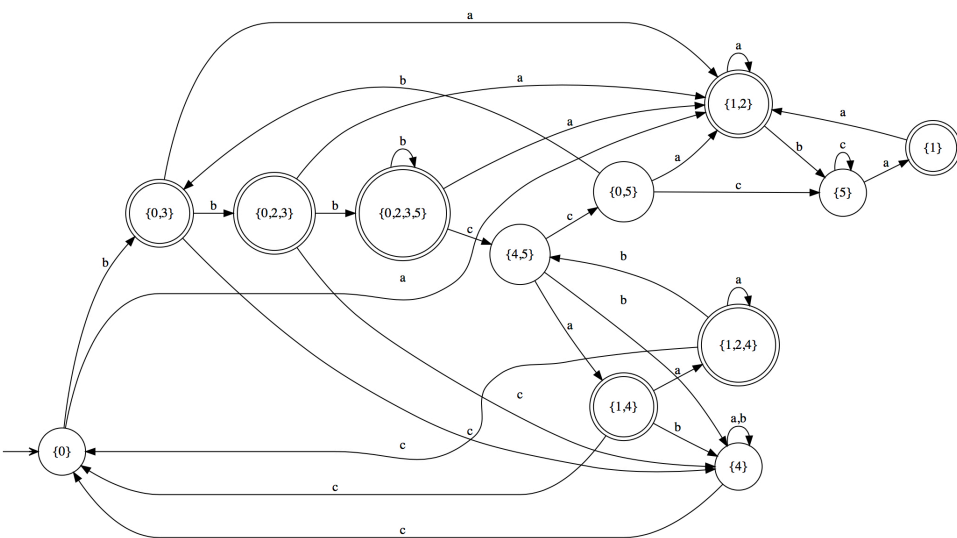
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

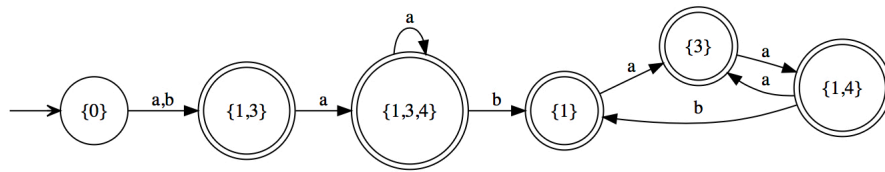


(.2)

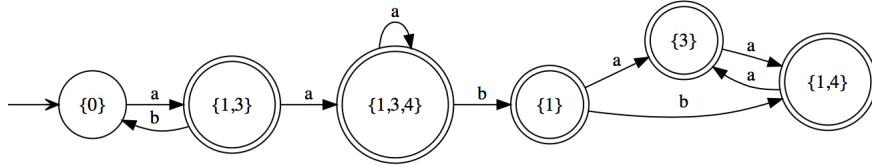


(.3)

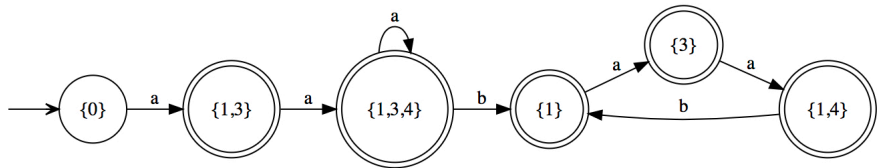
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



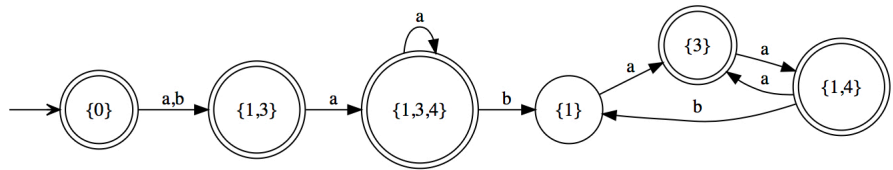
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



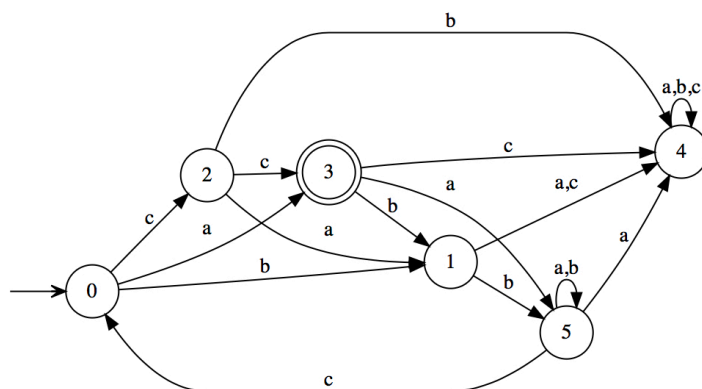
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

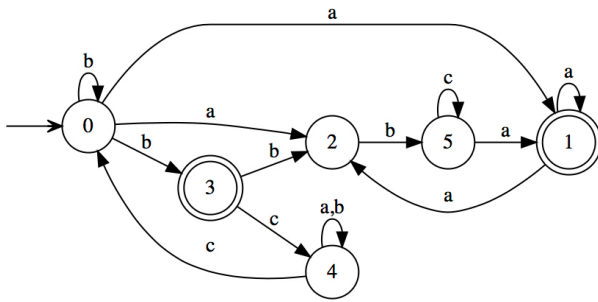


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

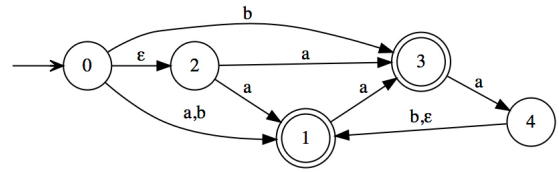
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [e] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [f] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [c] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [d] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [e] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [f] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

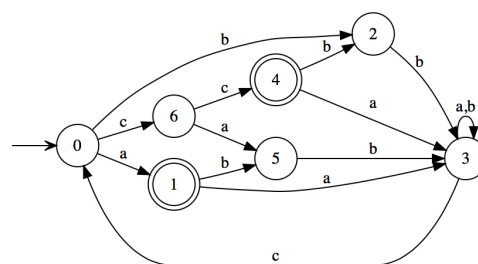
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

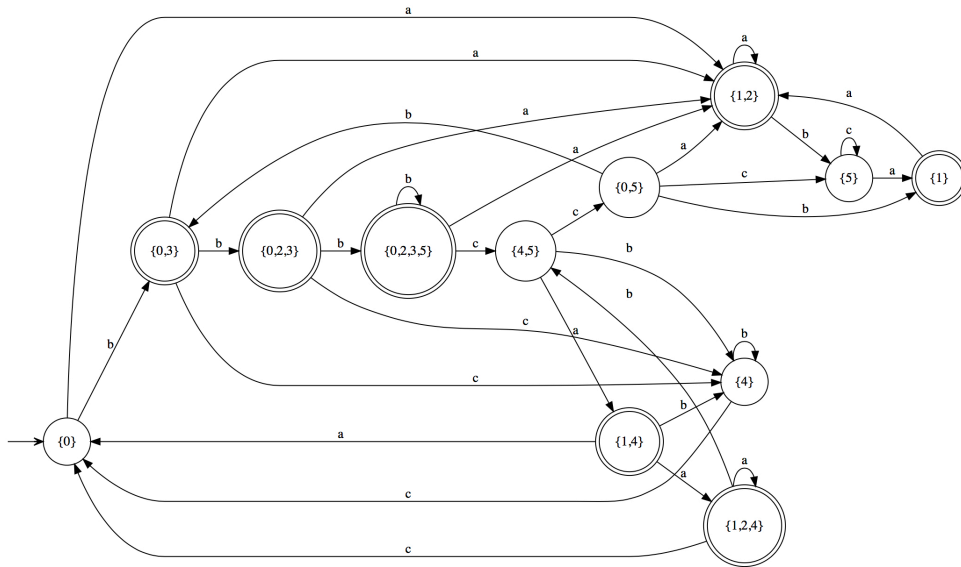
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

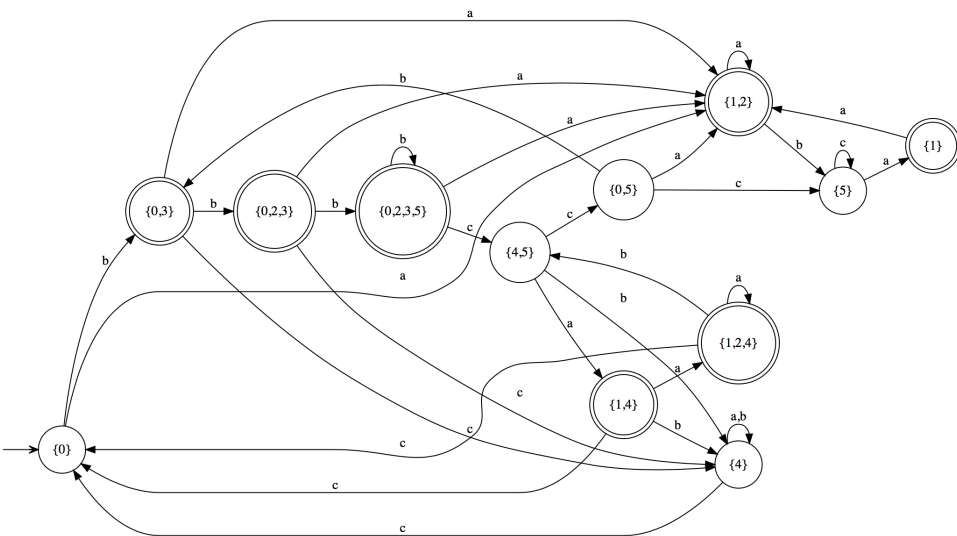
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

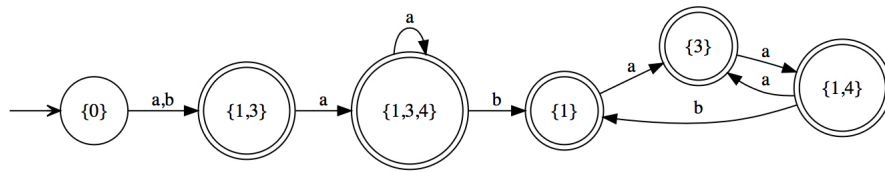


(.2)

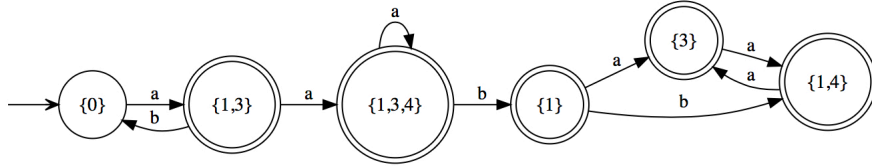


(.3)

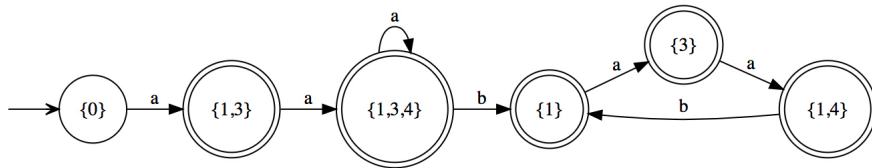
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



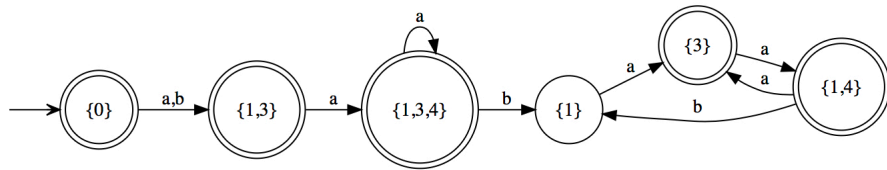
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



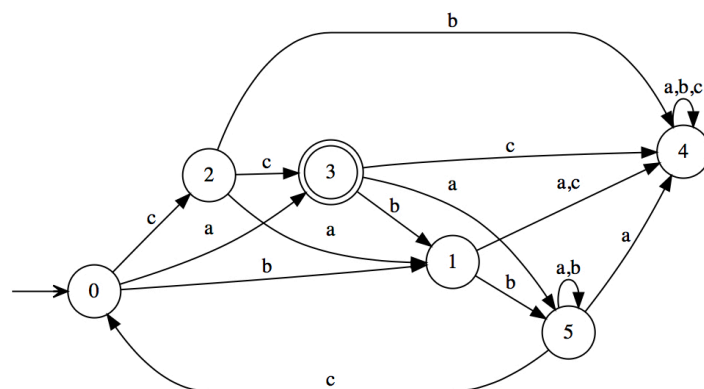
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p P J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

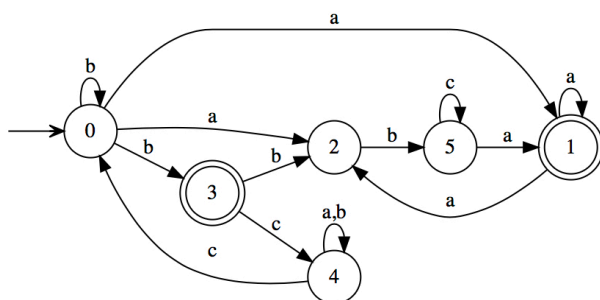


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

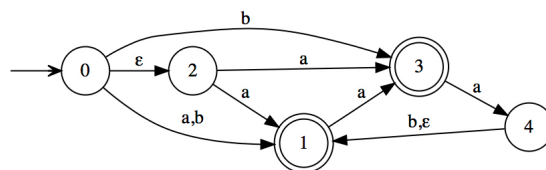
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ b	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ c	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

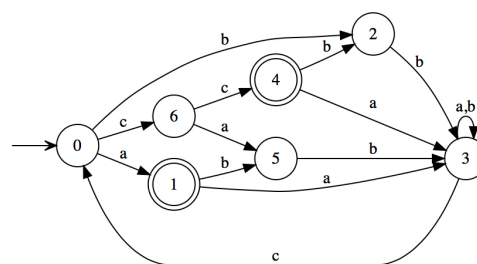
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

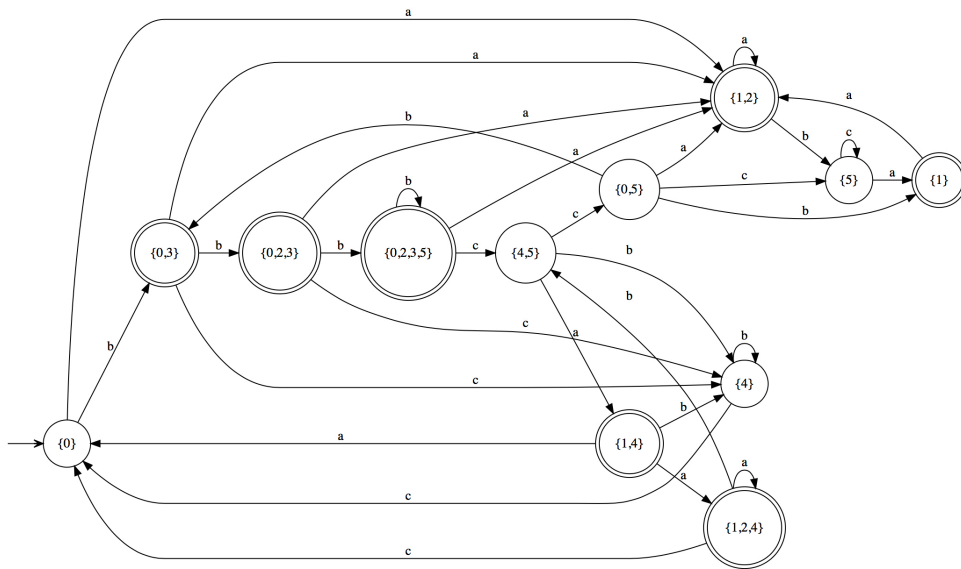
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

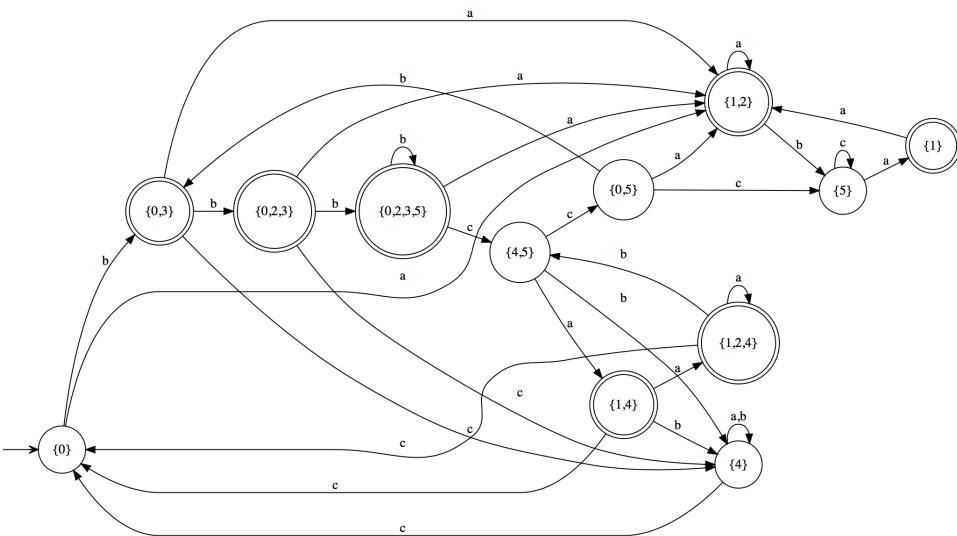
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

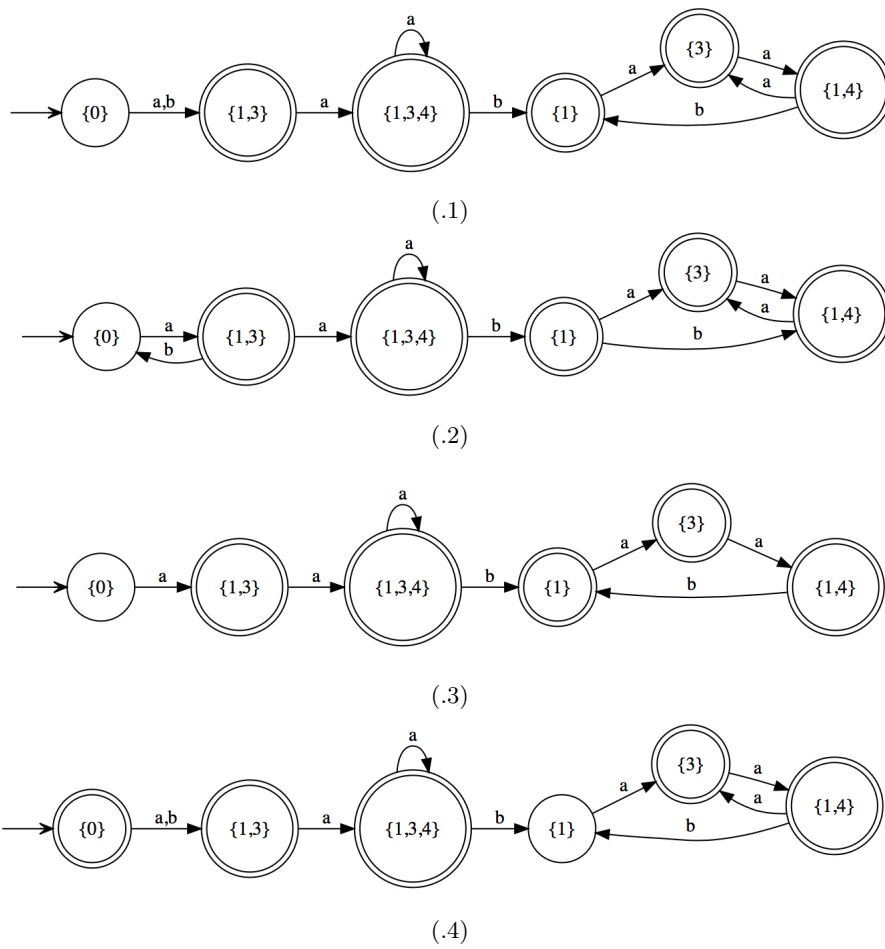
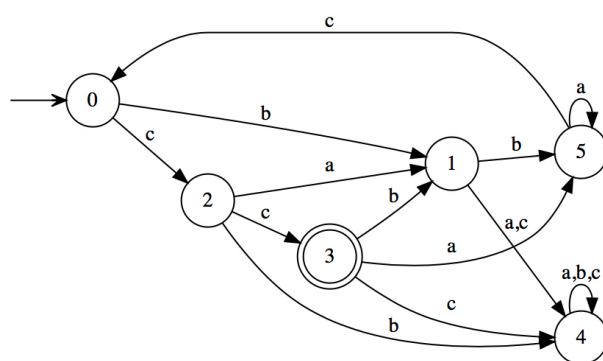
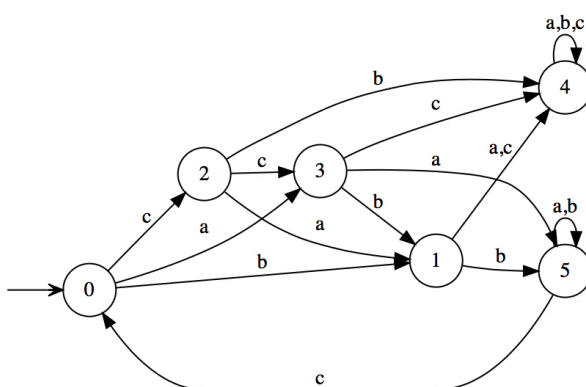


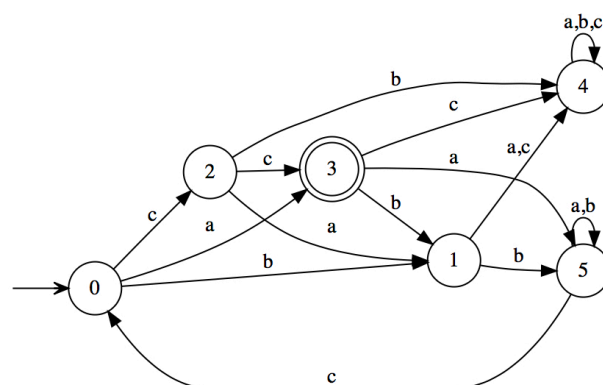
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



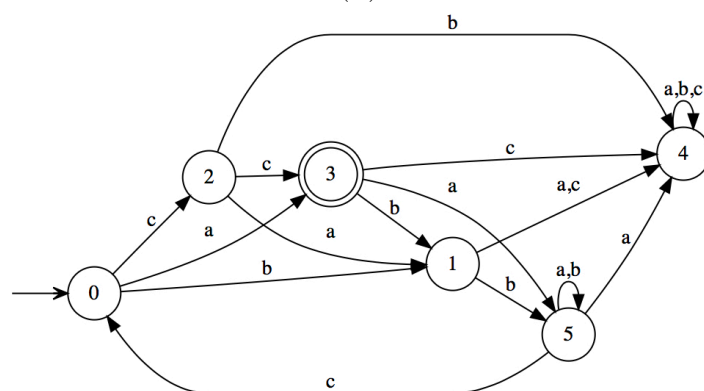
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

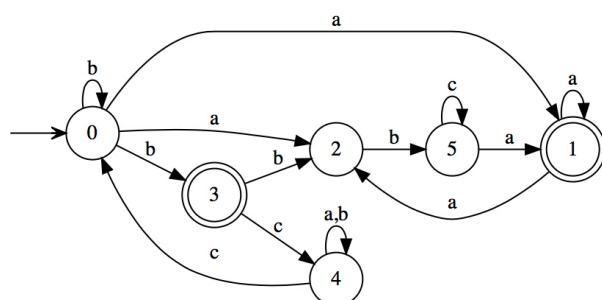


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

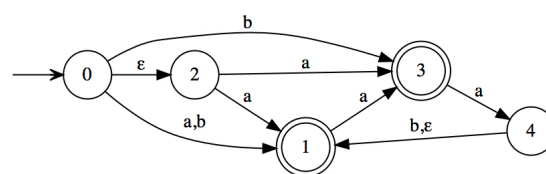
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

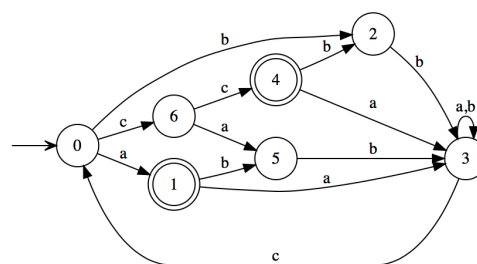
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

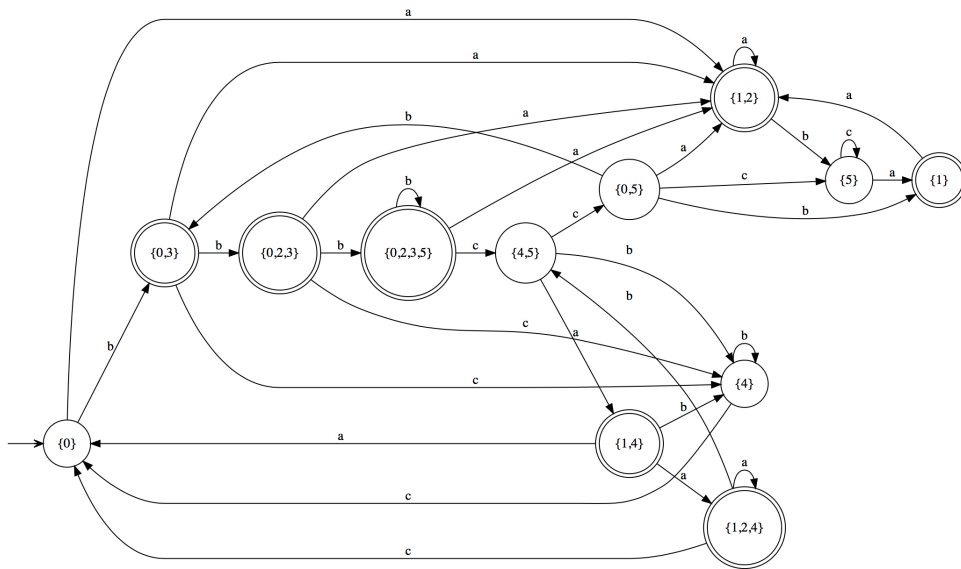
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

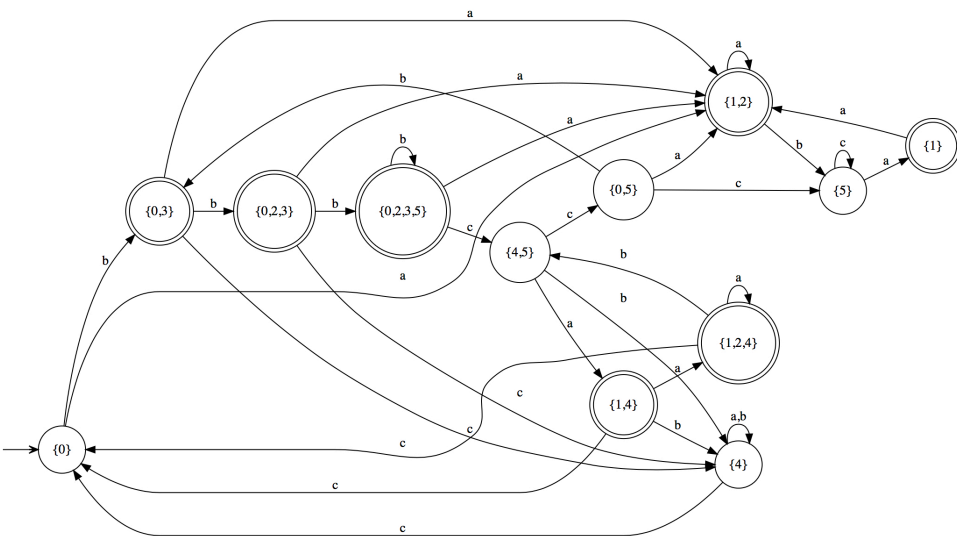
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

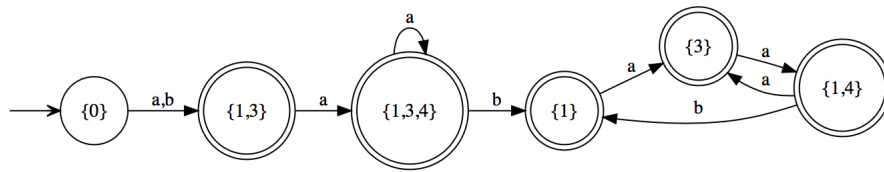


(.2)

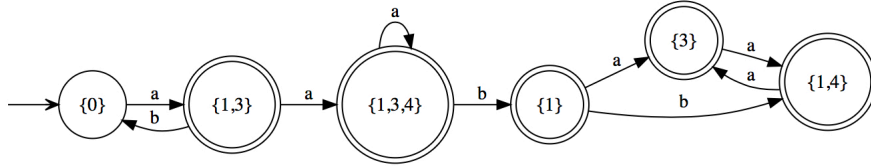


(.3)

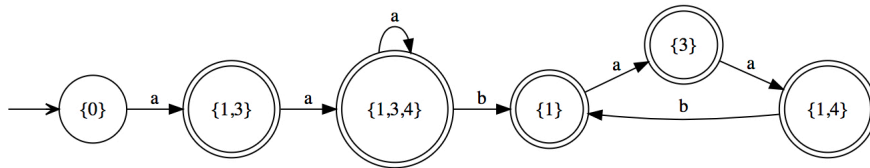
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



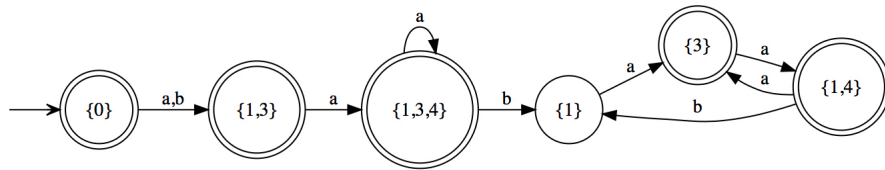
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



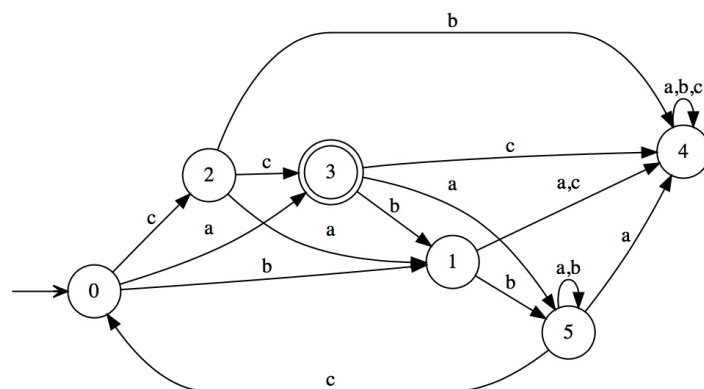
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

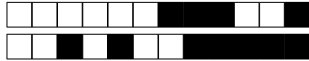
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

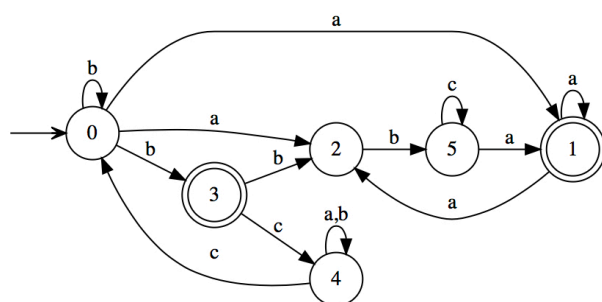


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

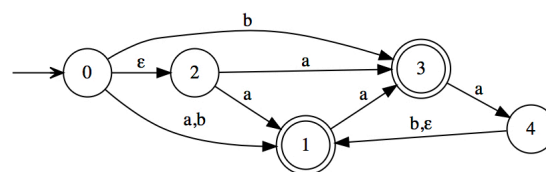
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

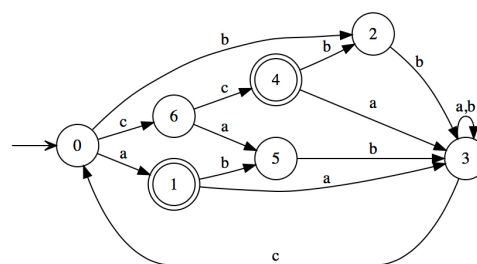
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

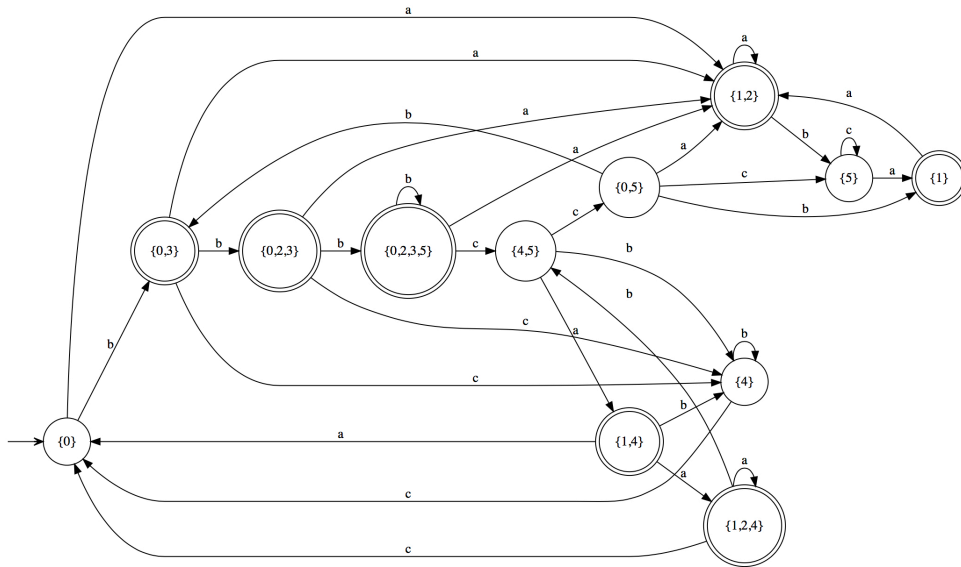
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

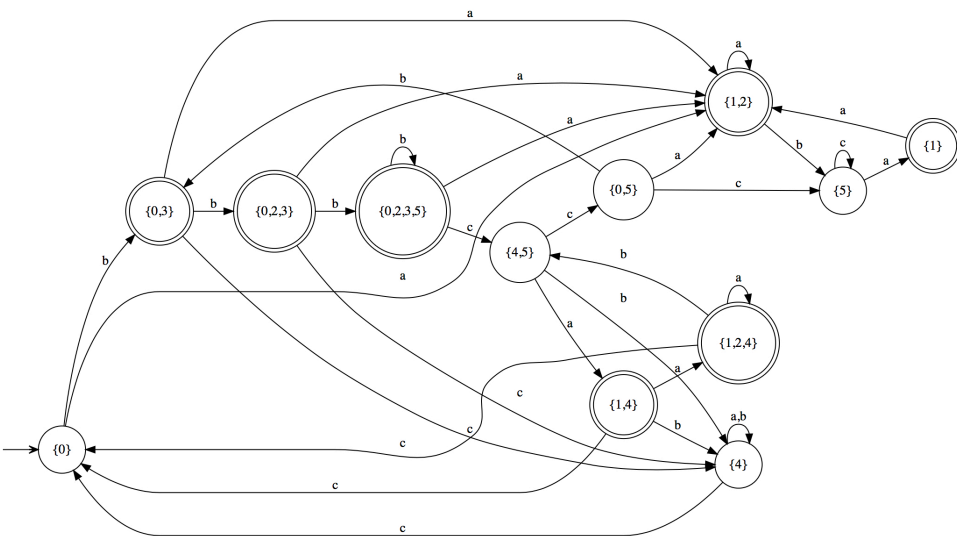
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

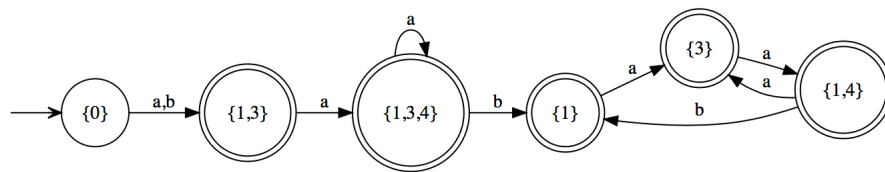


(.2)

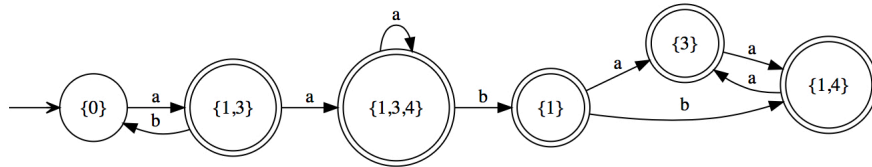


(.3)

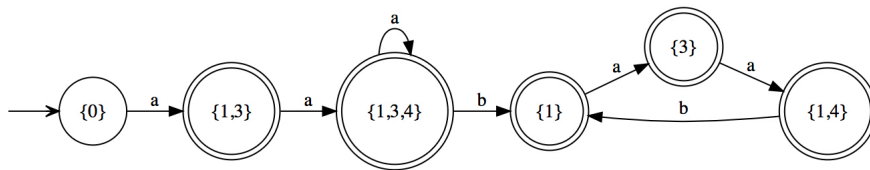
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



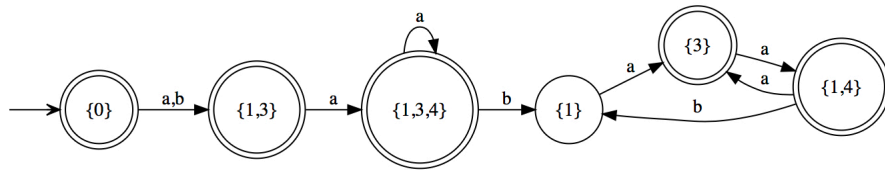
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



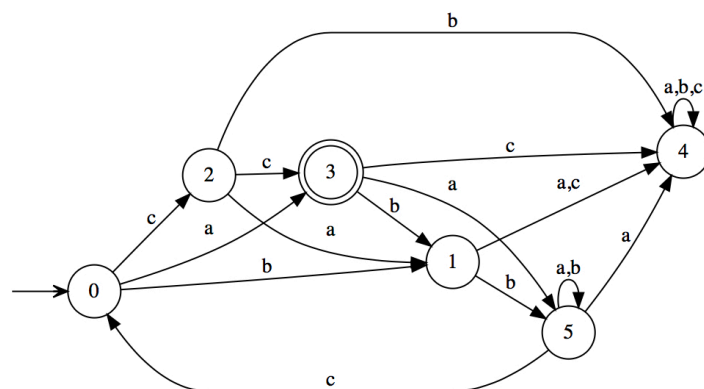
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

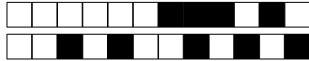
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.
- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Ne rendre que la feuille de réponses.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

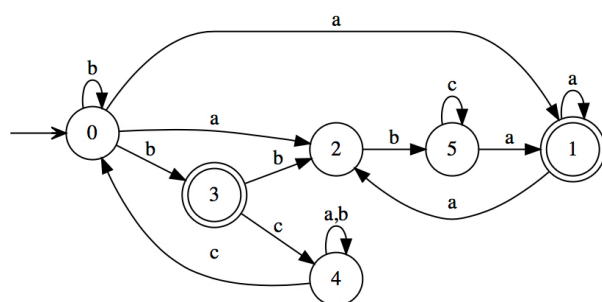


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

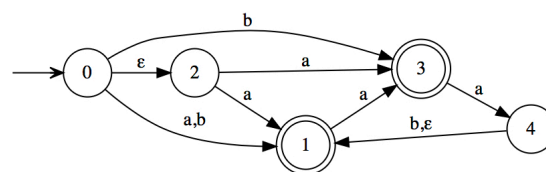
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.1.
- ☐ b) Celui de la Figure III.2.
- ☐ c) Celui de la Figure III.3.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

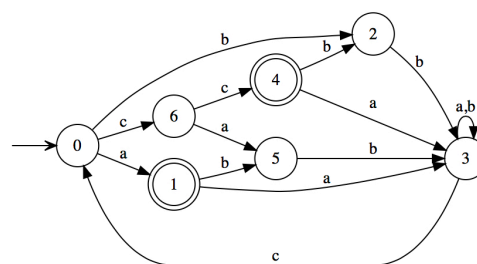
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

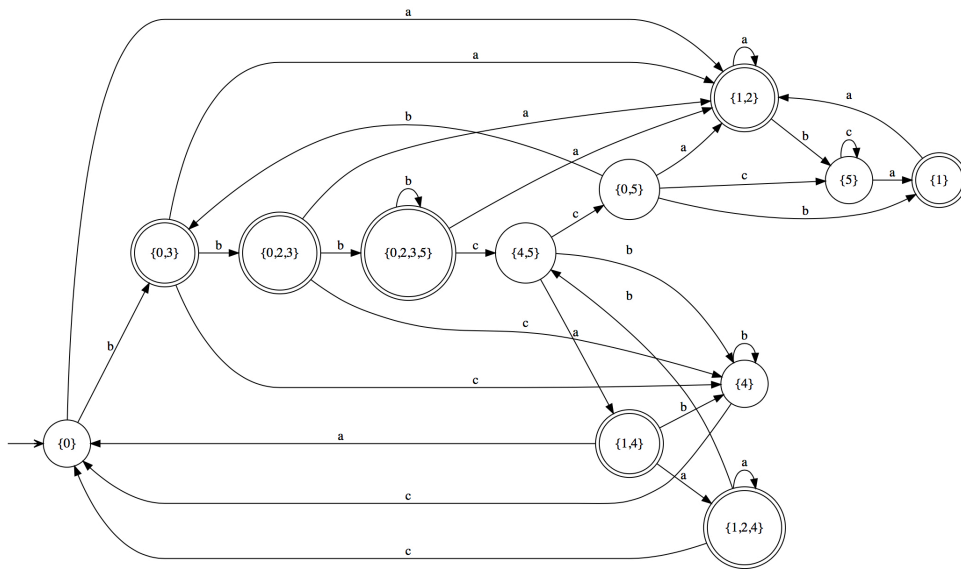
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

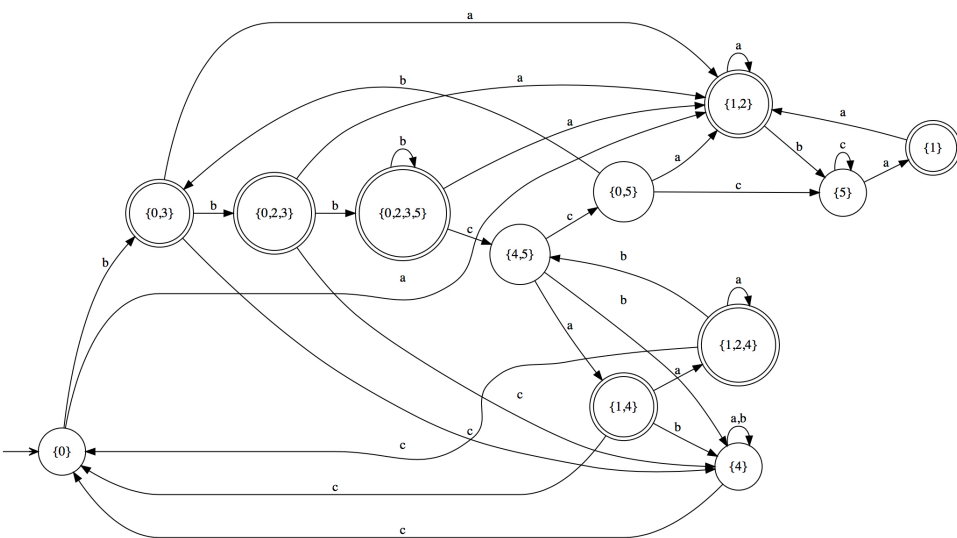
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

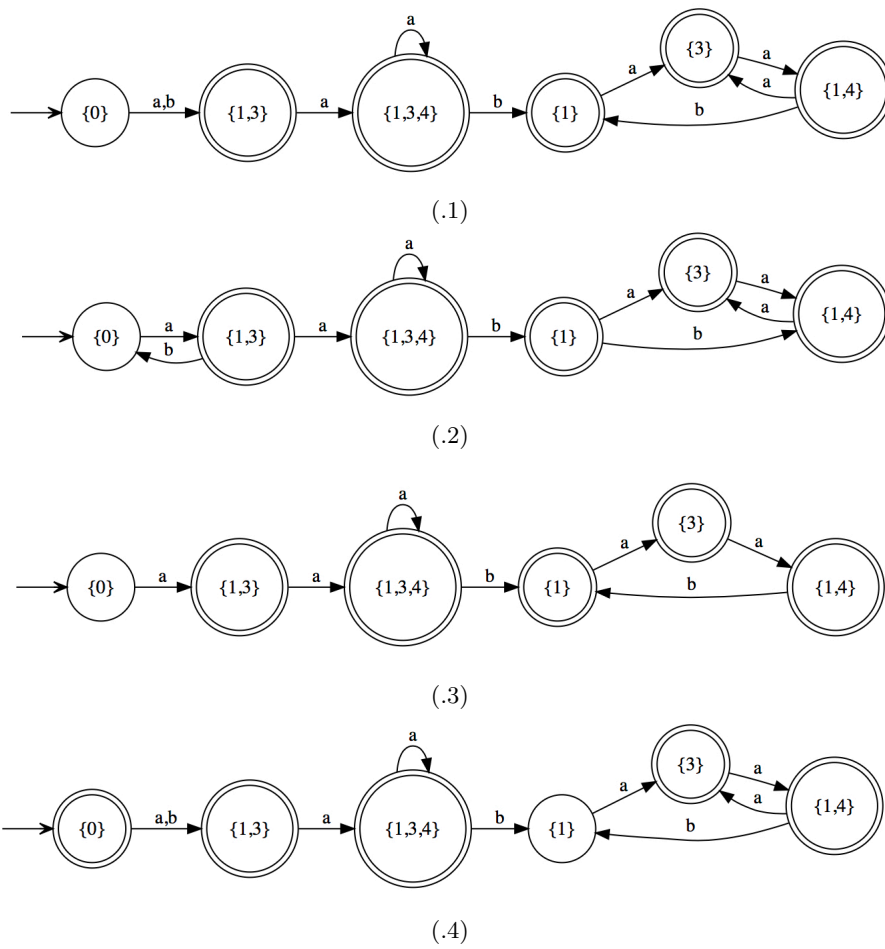


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



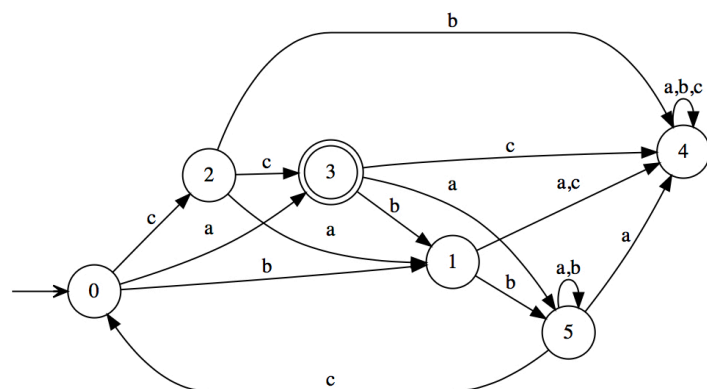
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

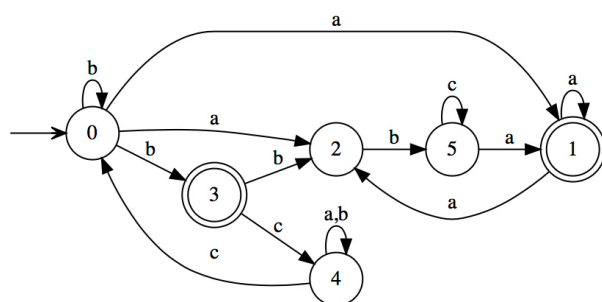


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

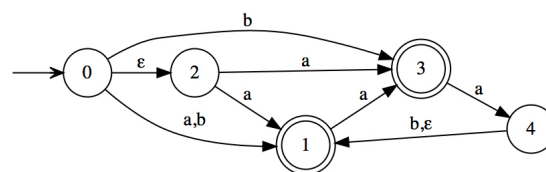
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

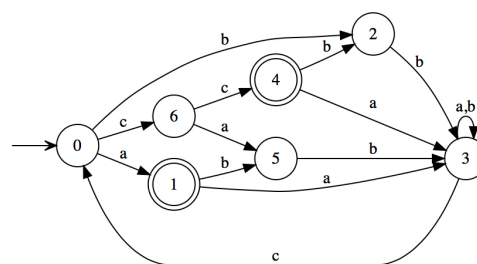
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

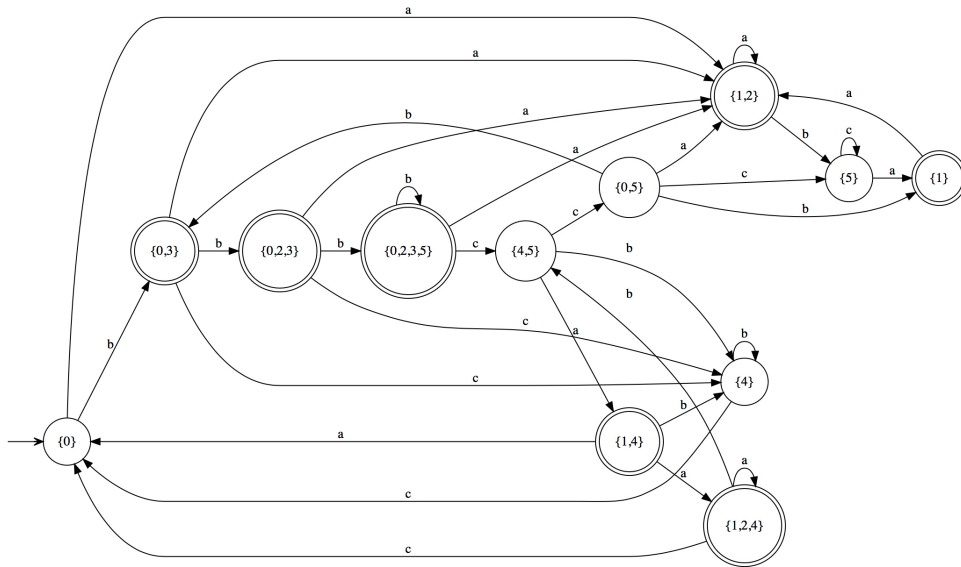
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

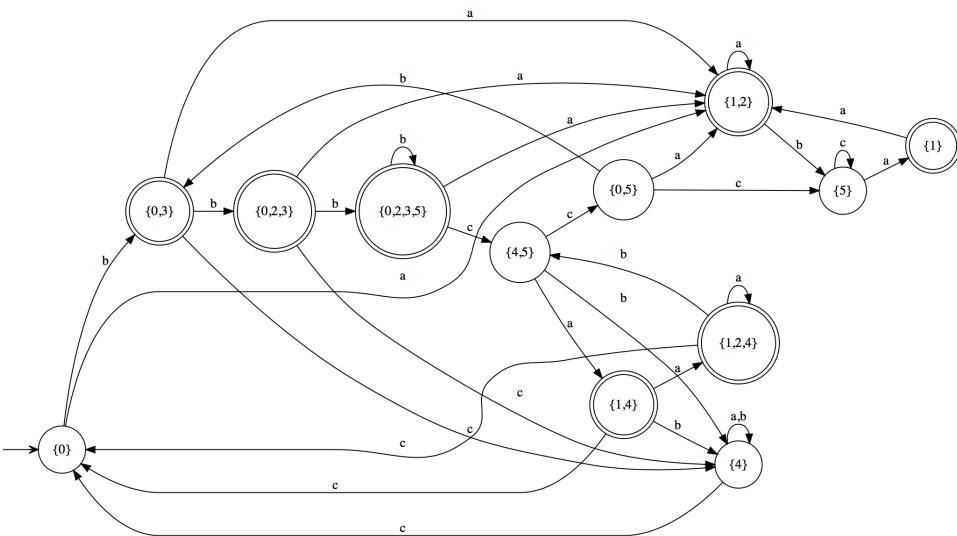
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

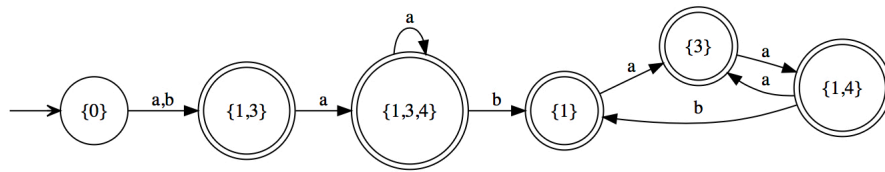


(.2)

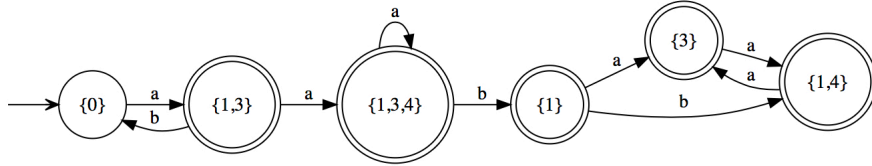


(.3)

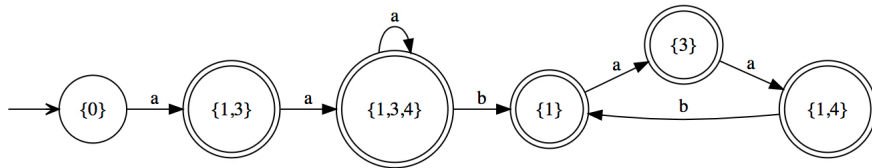
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



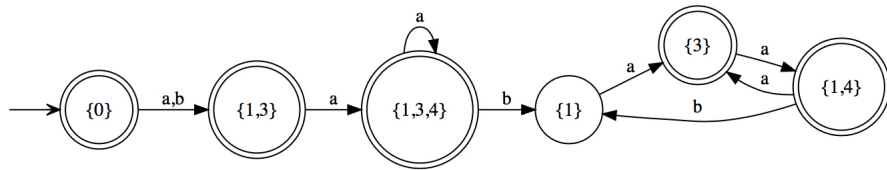
(.1)



(.2)

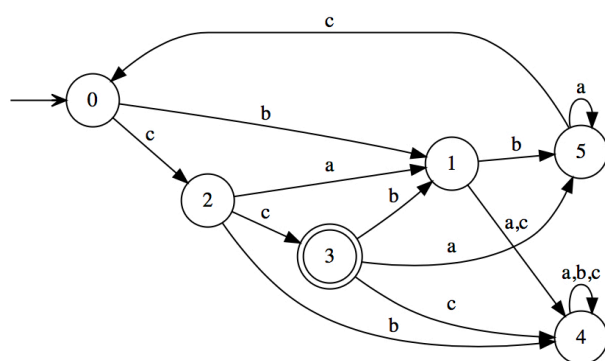


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



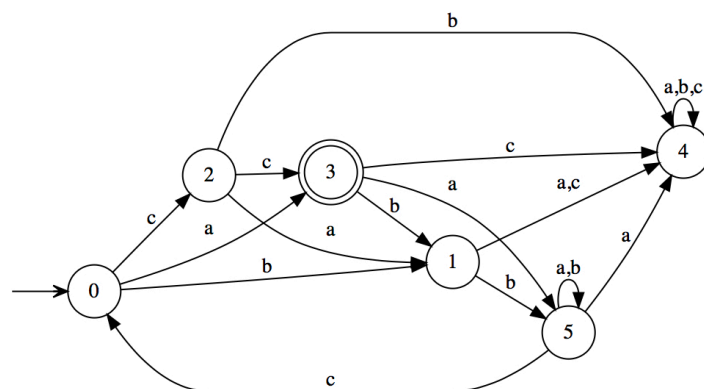
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

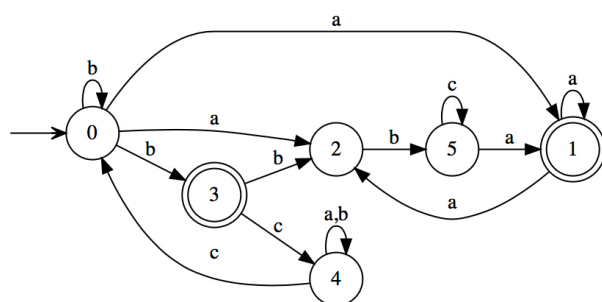


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

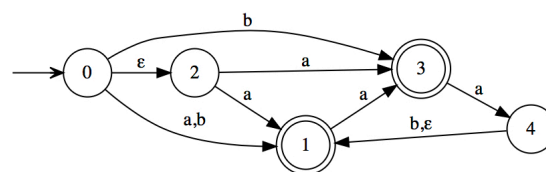
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

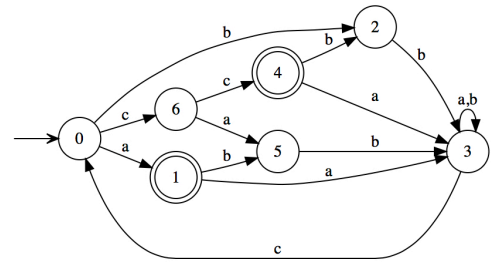
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

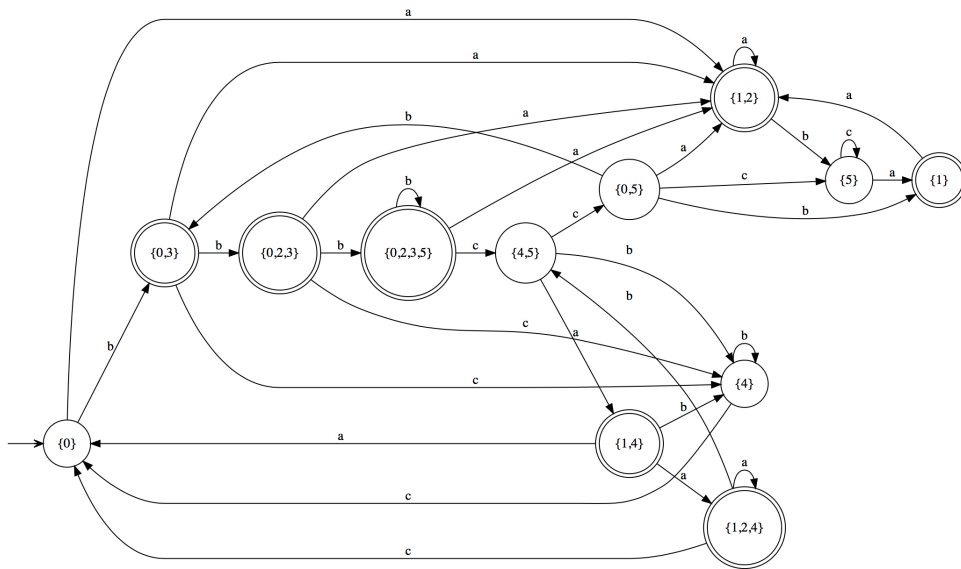
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

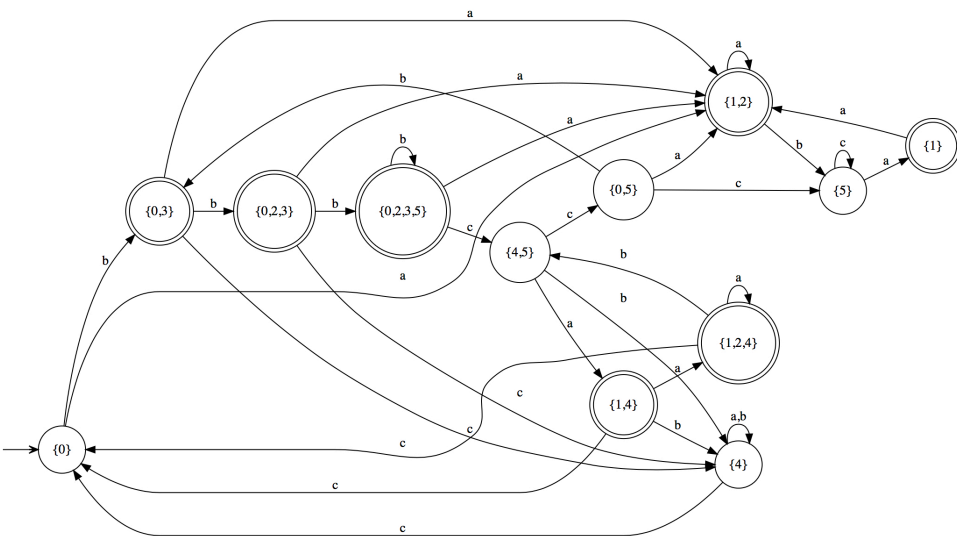
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

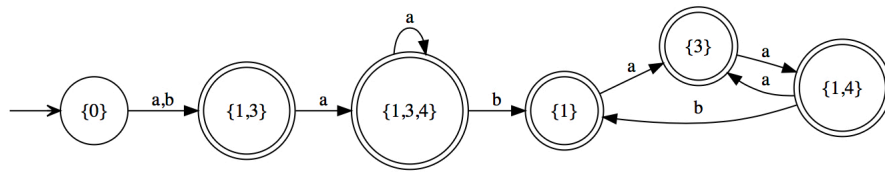


(.2)

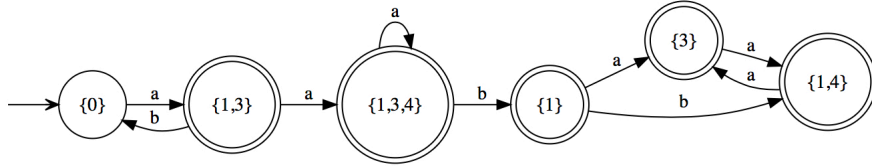


(.3)

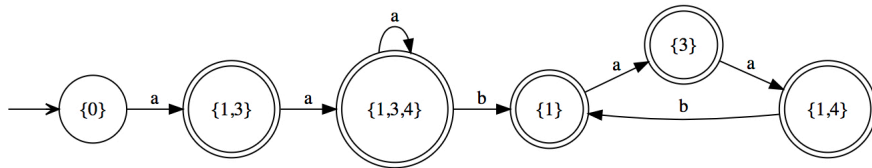
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



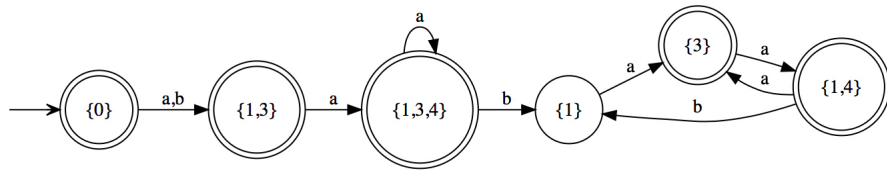
(.1)



(.2)

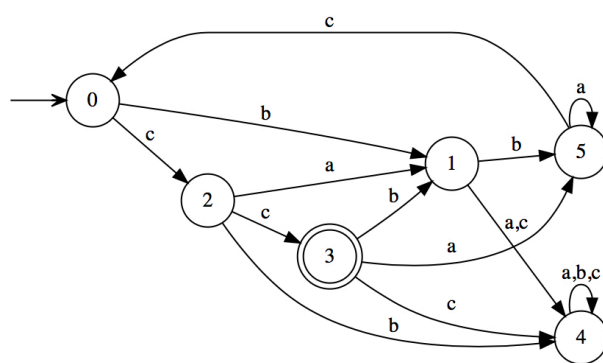


(.3)

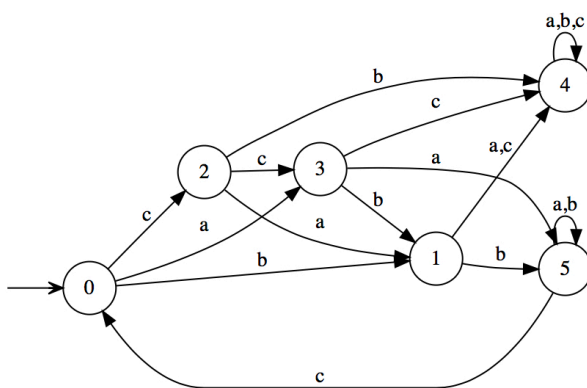


(.4)

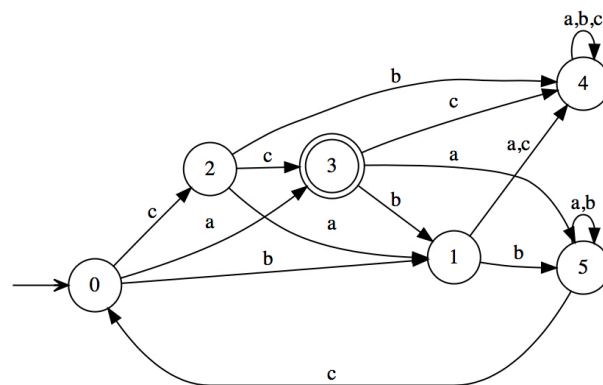
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



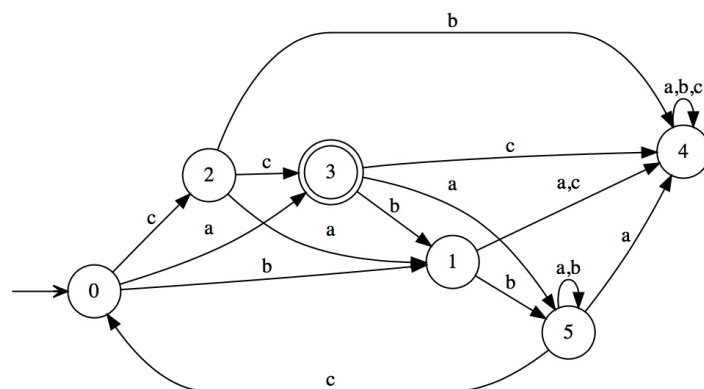
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.
- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Ne rendre que la feuille de réponses.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

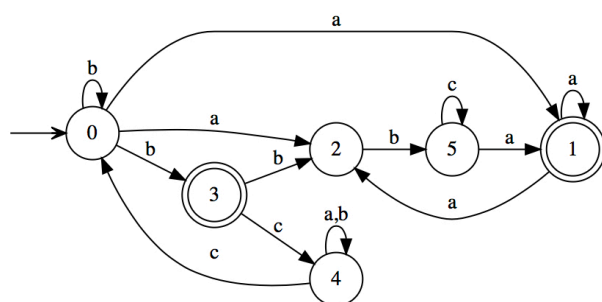


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

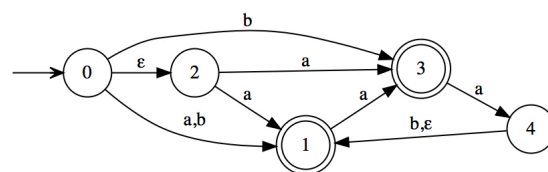
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

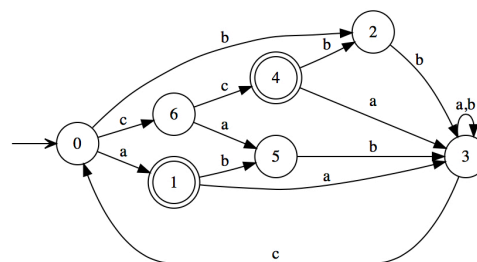
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

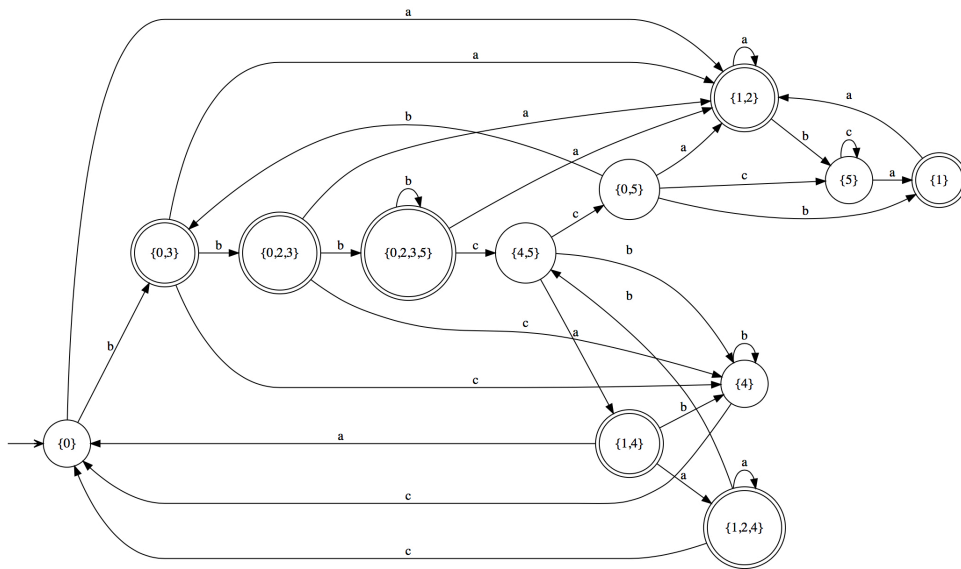
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

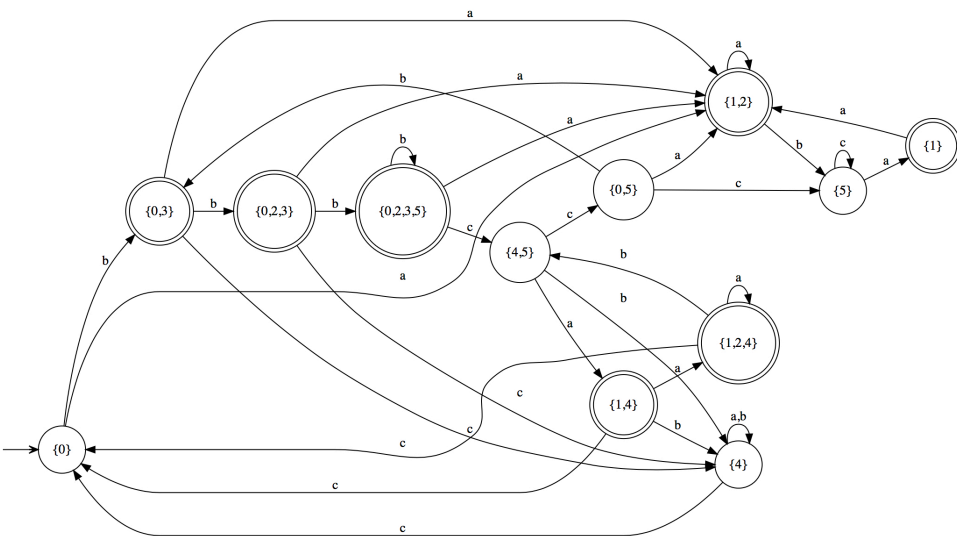
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

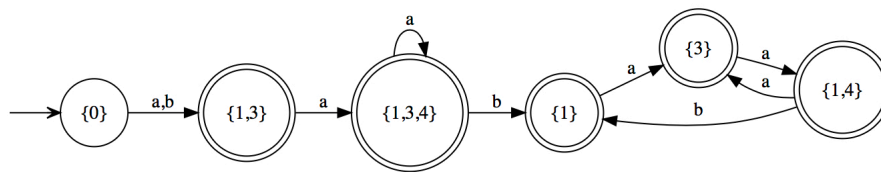


(.2)

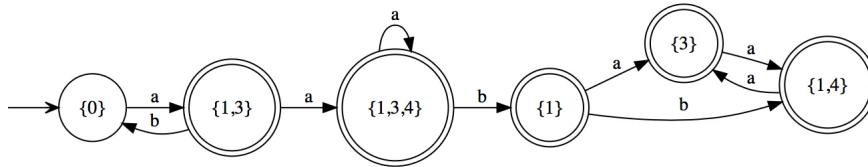


(.3)

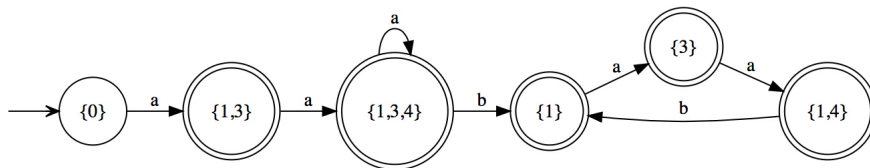
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



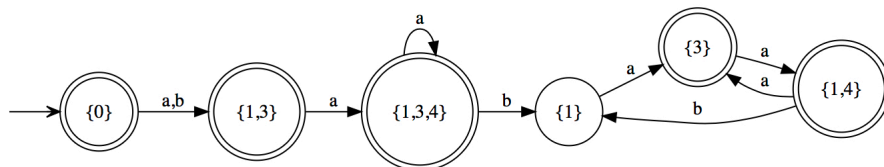
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



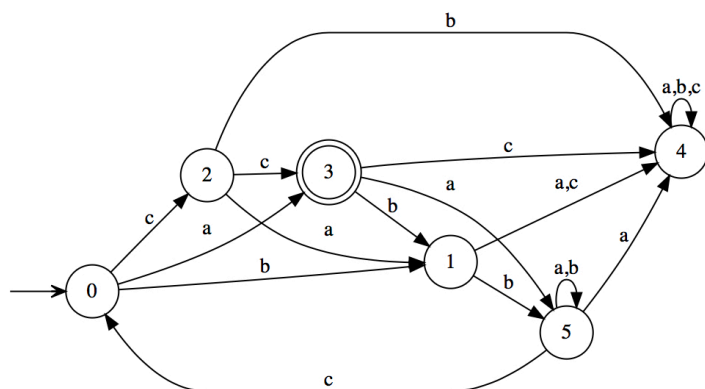
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

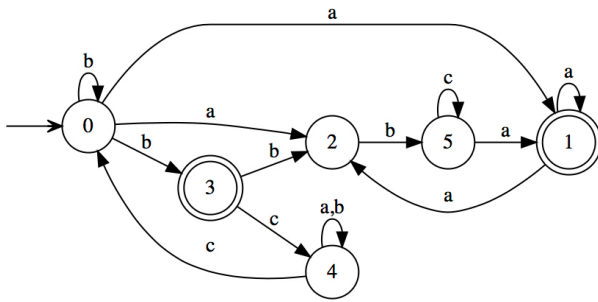


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

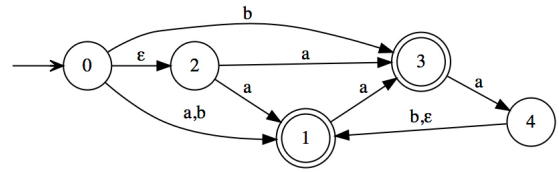
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

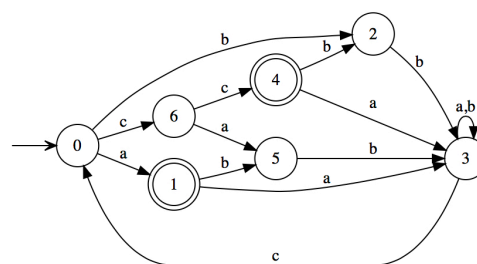
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

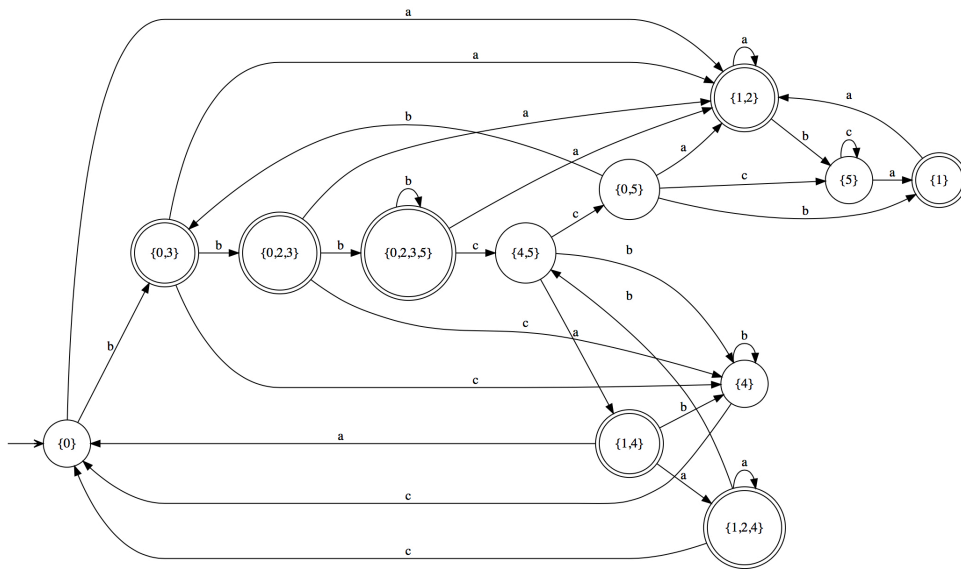
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

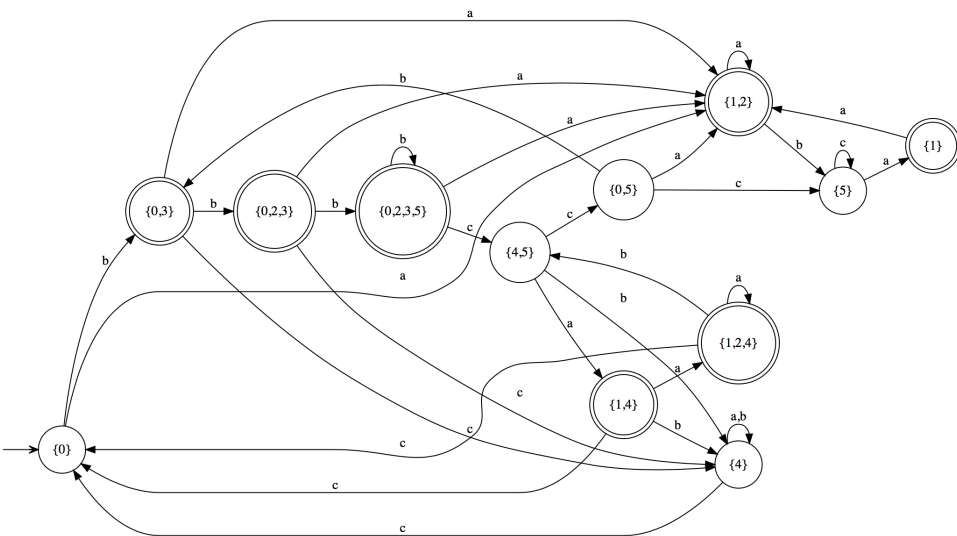
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

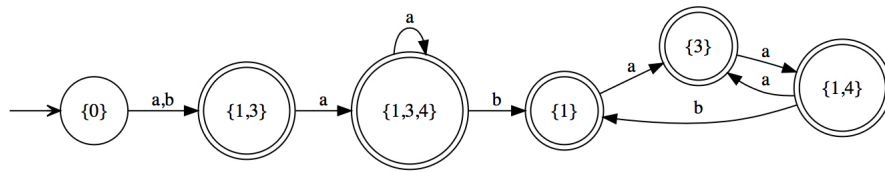


(.2)

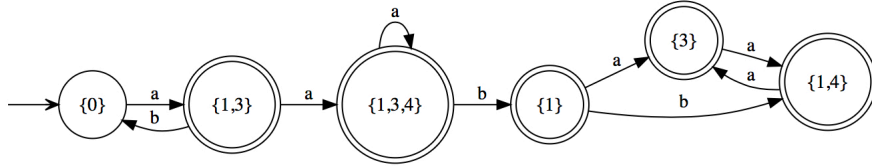


(.3)

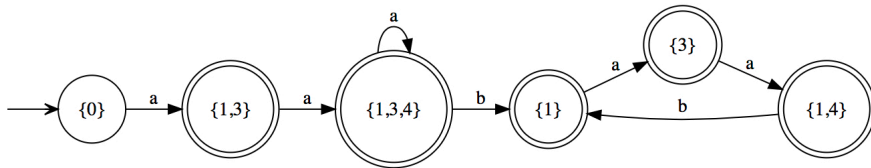
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



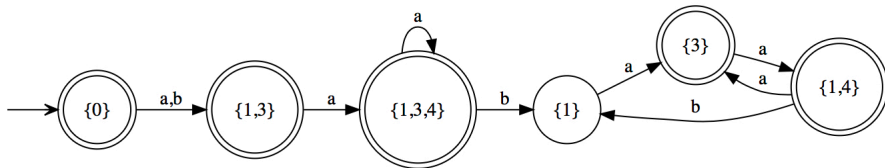
(.1)



(.2)

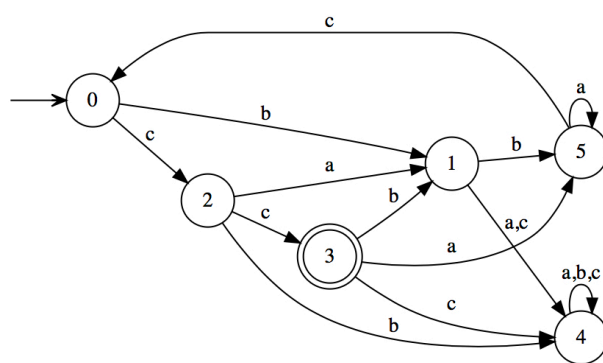


(.3)

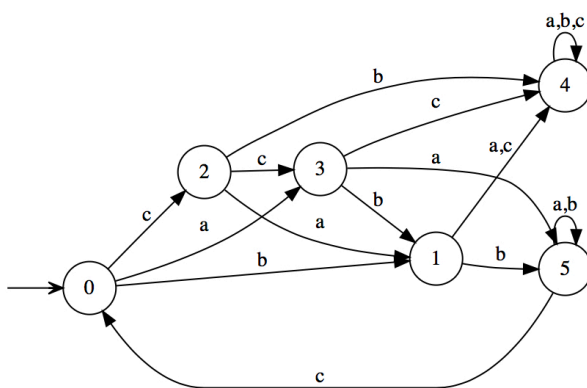


(.4)

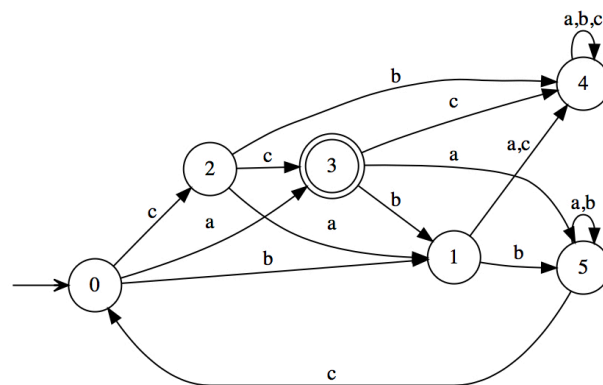
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



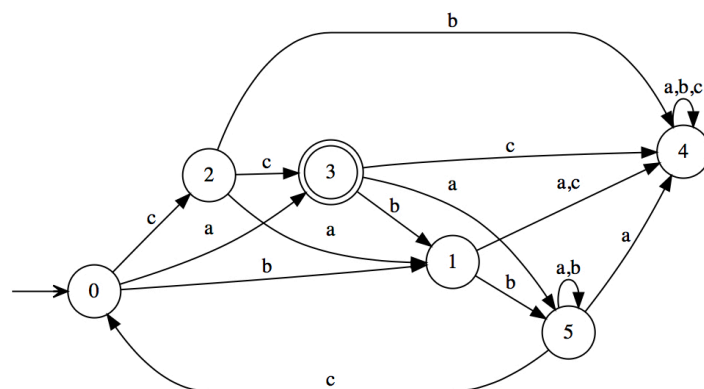
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

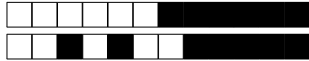
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

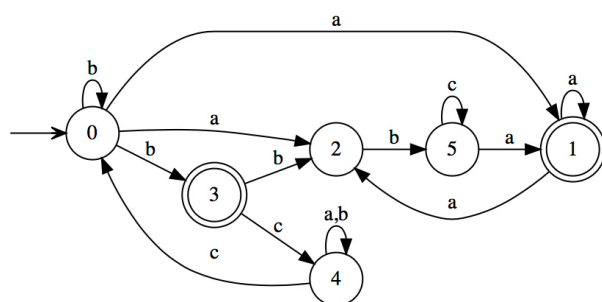


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

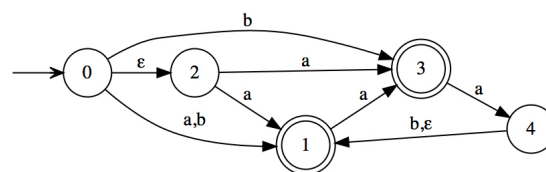
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

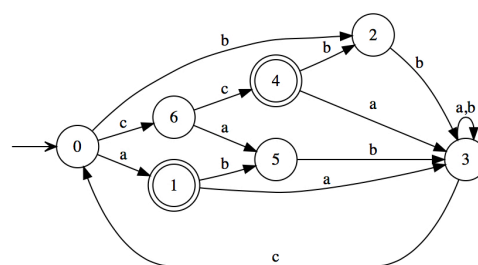
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.1. [d] la Figure V.4.
 [a] la Figure V.2. [c] la Figure V.3. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

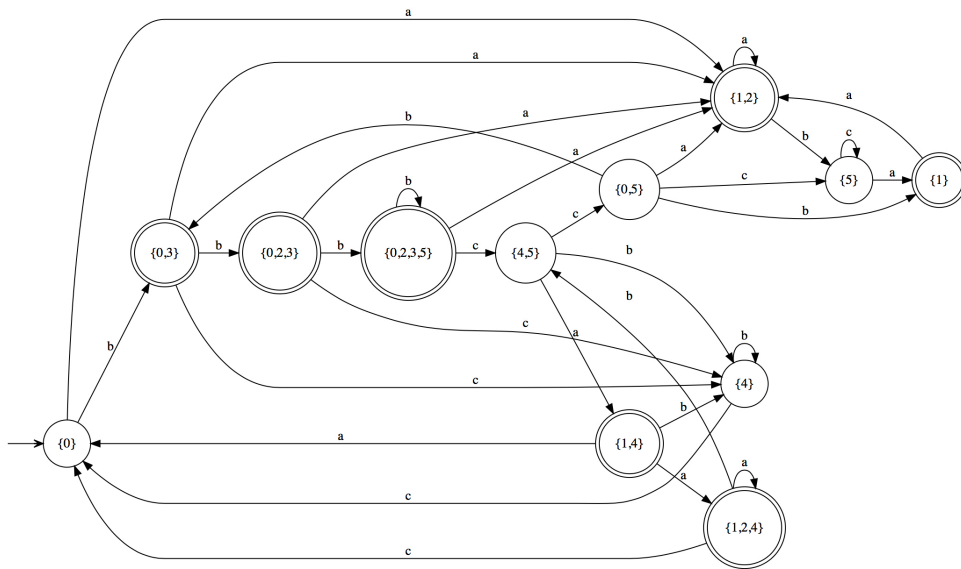
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

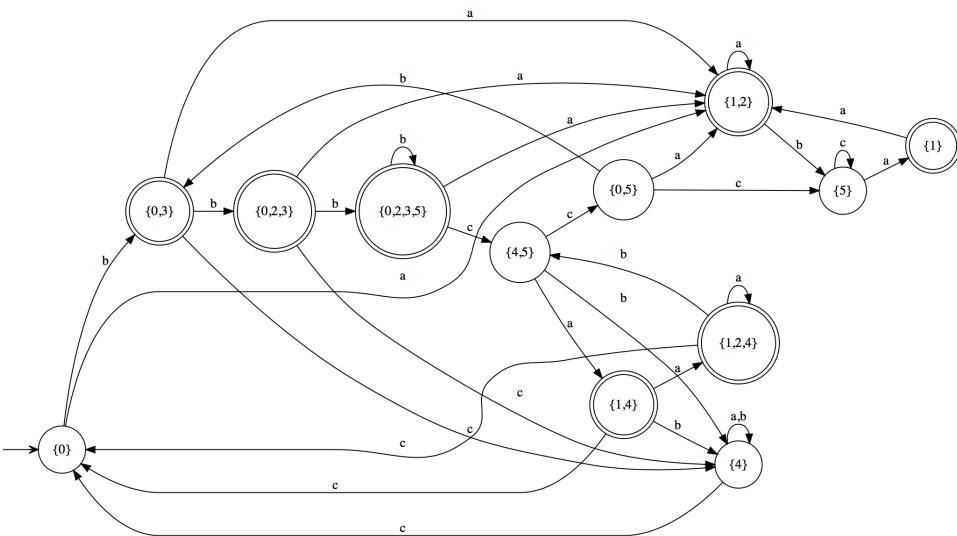
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

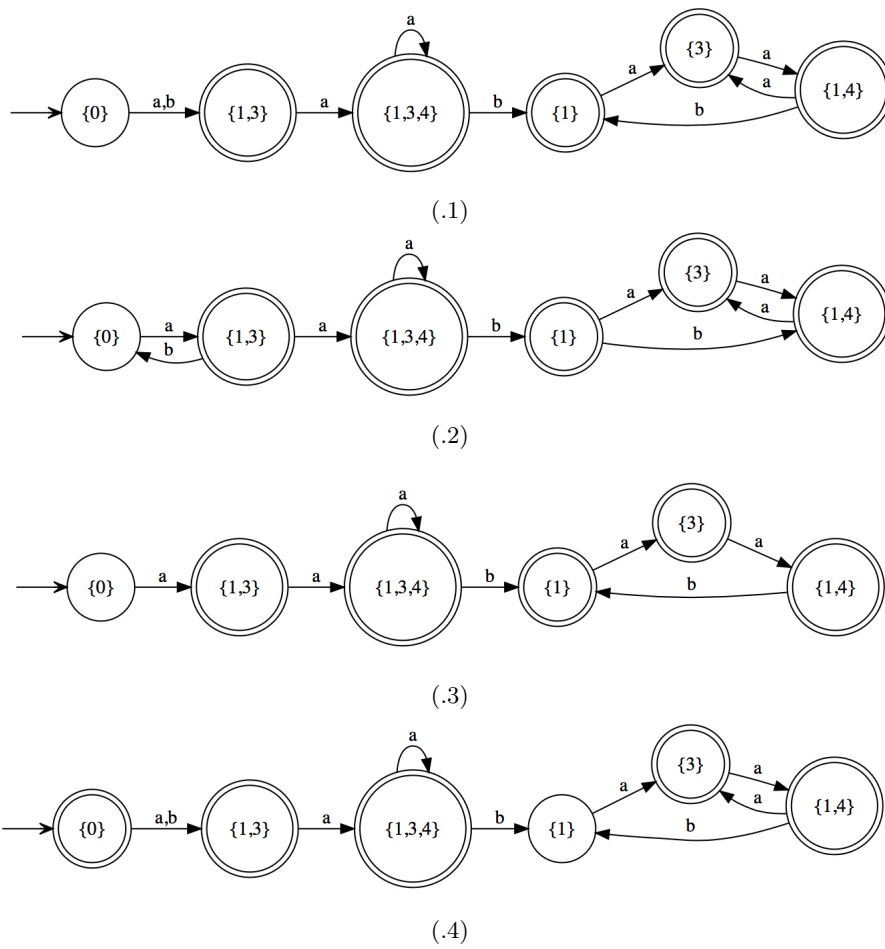
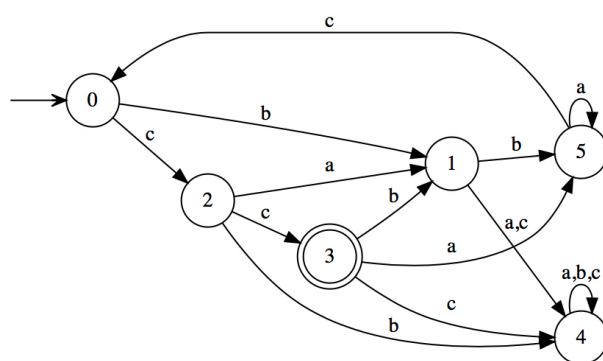
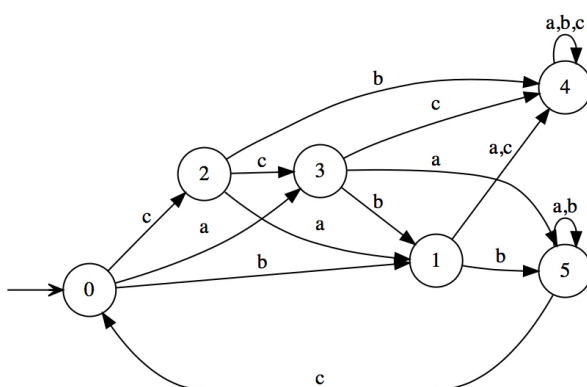


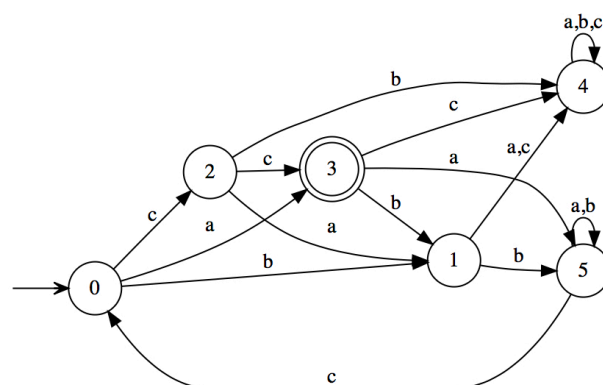
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



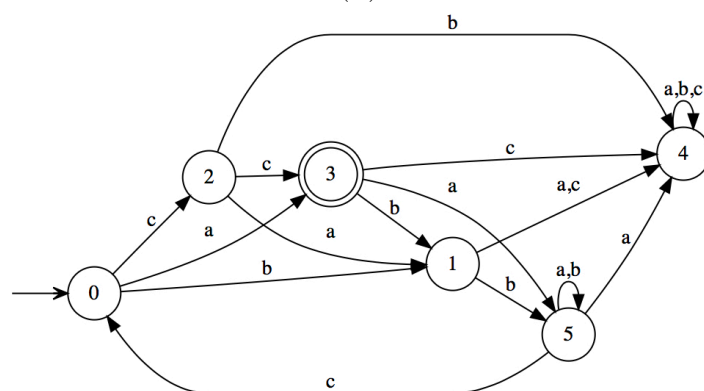
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

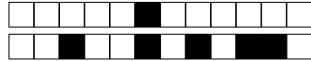
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

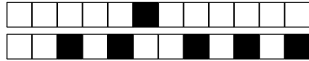
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

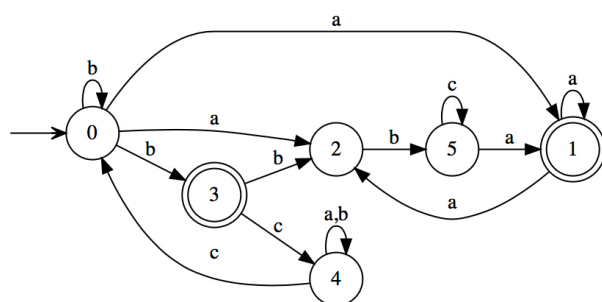


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

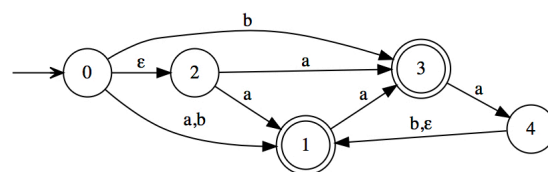
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

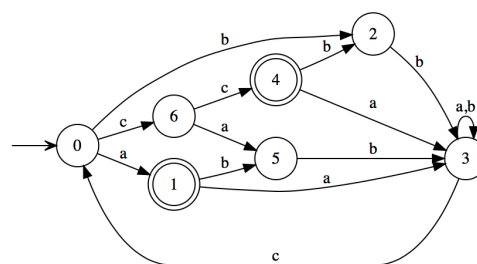
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

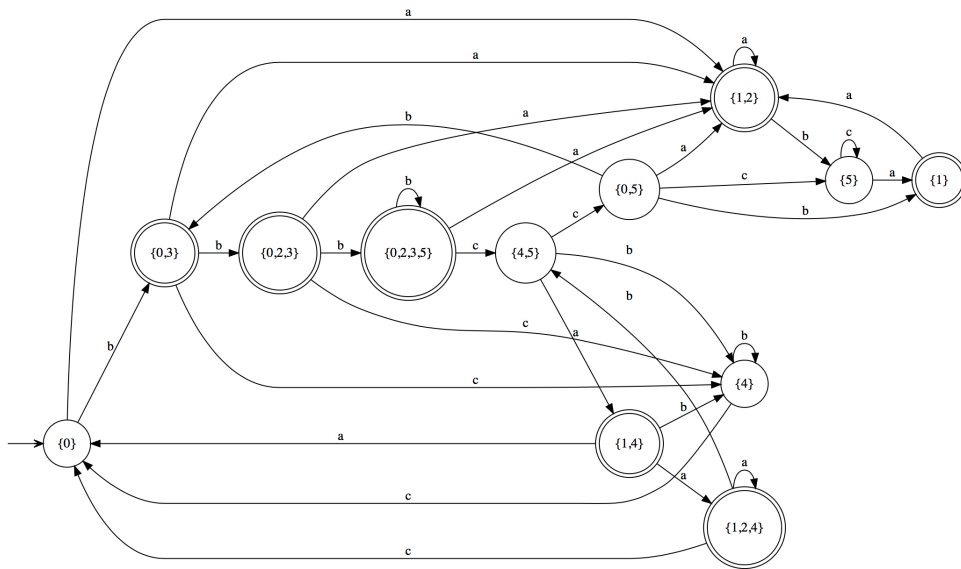
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

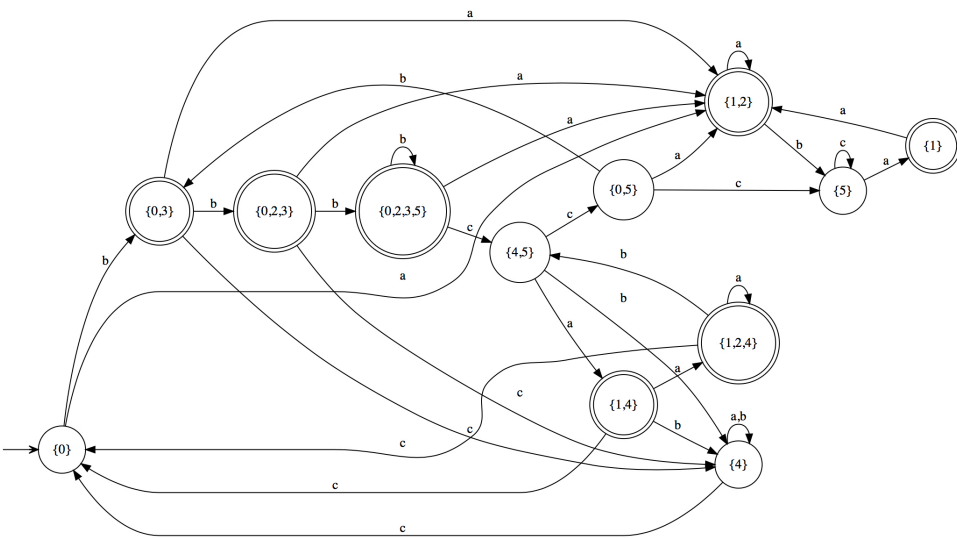
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

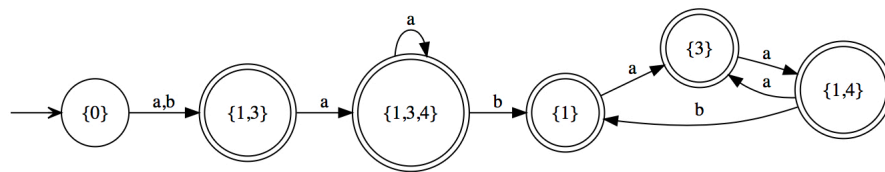


(.2)

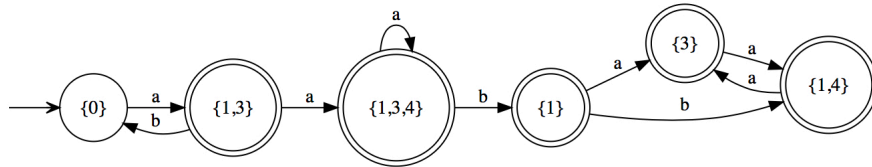


(.3)

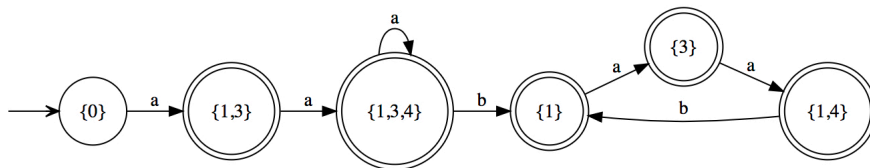
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



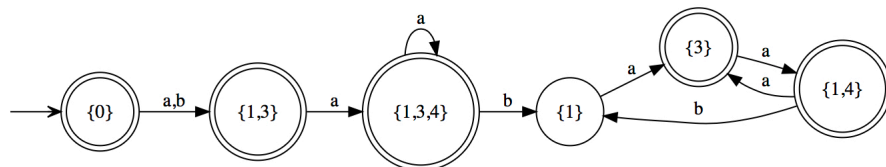
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



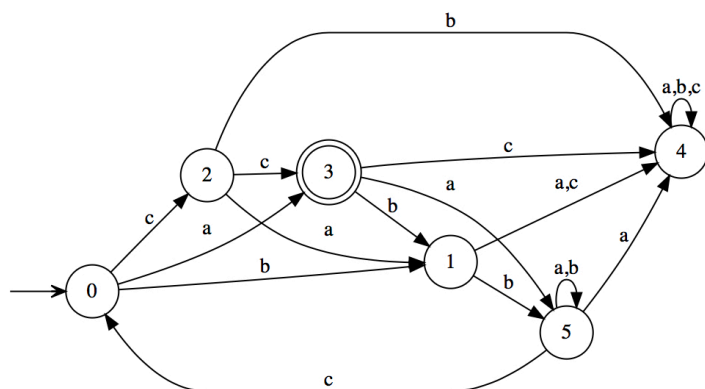
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

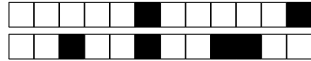
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

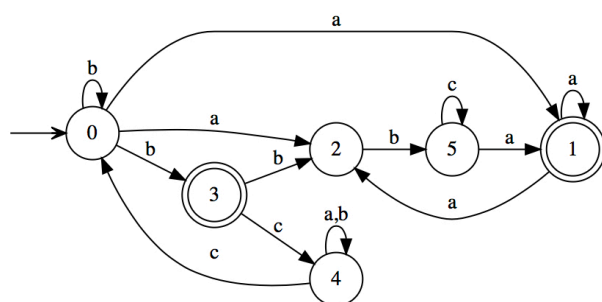


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

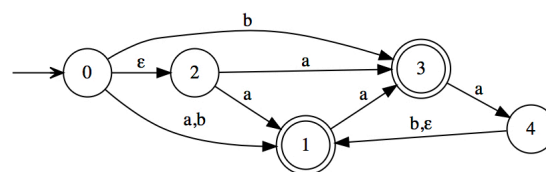
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

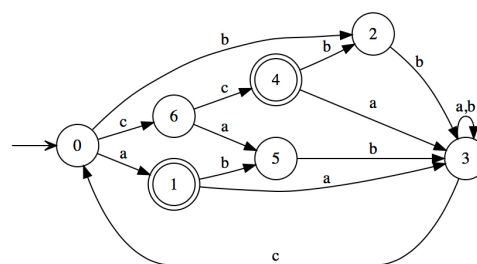
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

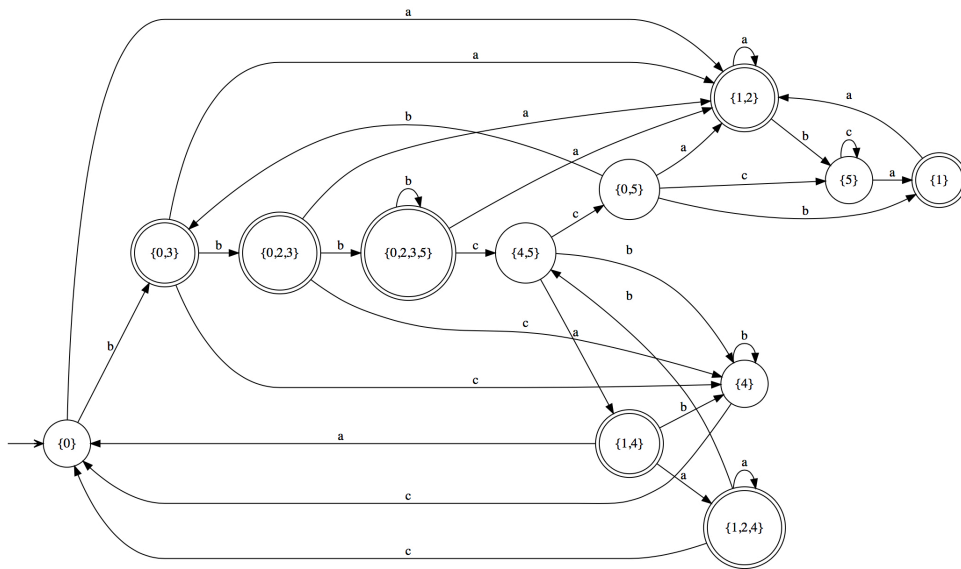
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

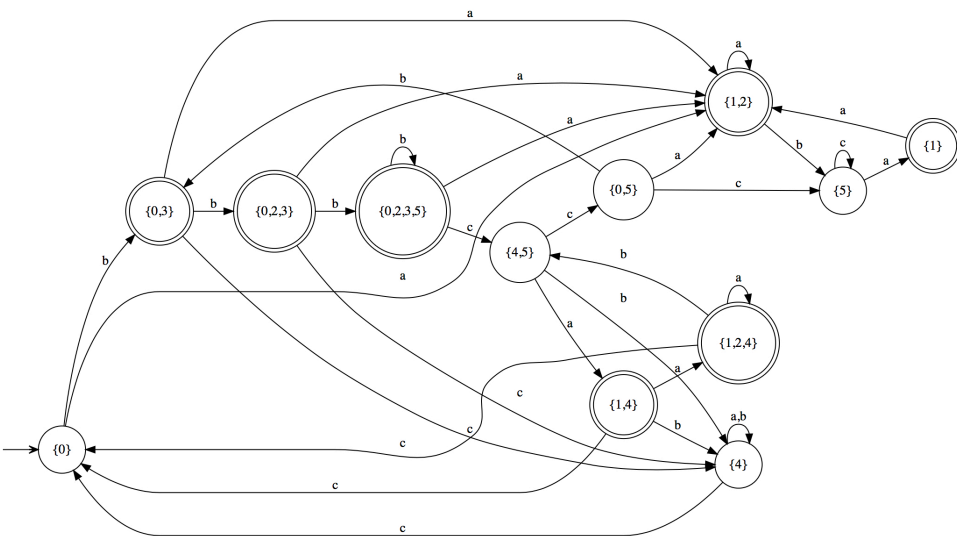
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

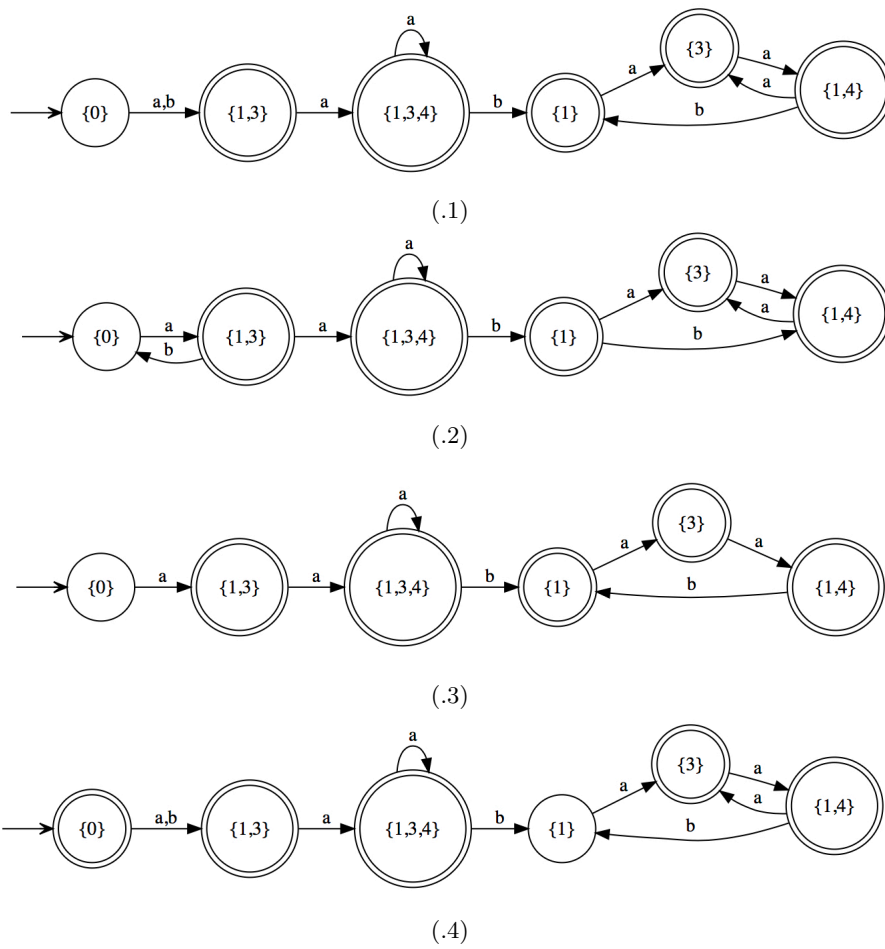


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



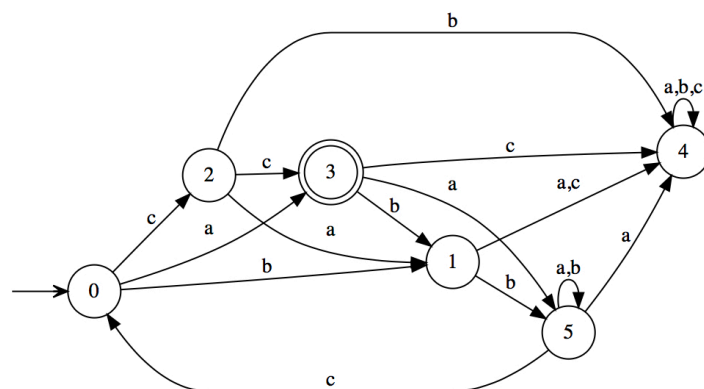
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

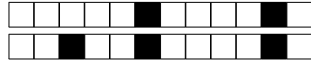
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

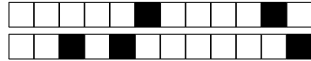
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

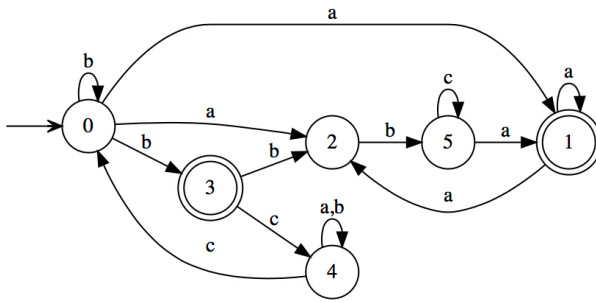


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

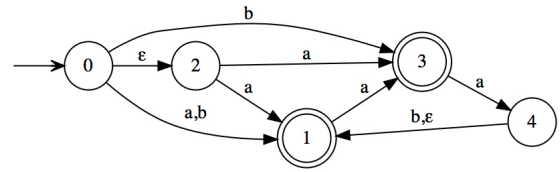
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.1.
- ☐ b) Celui de la Figure III.3.
- ☐ c) Celui de la Figure III.2.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

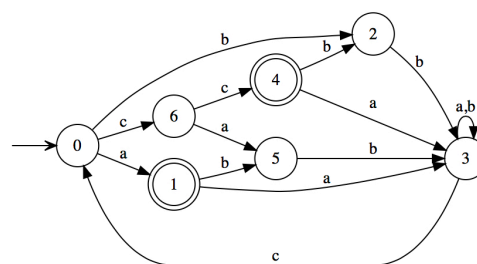
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

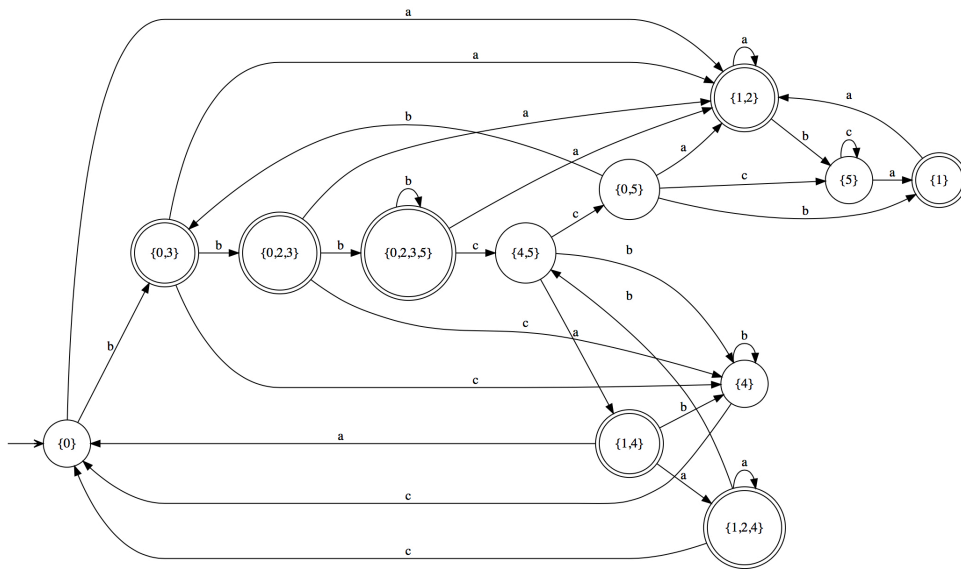
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

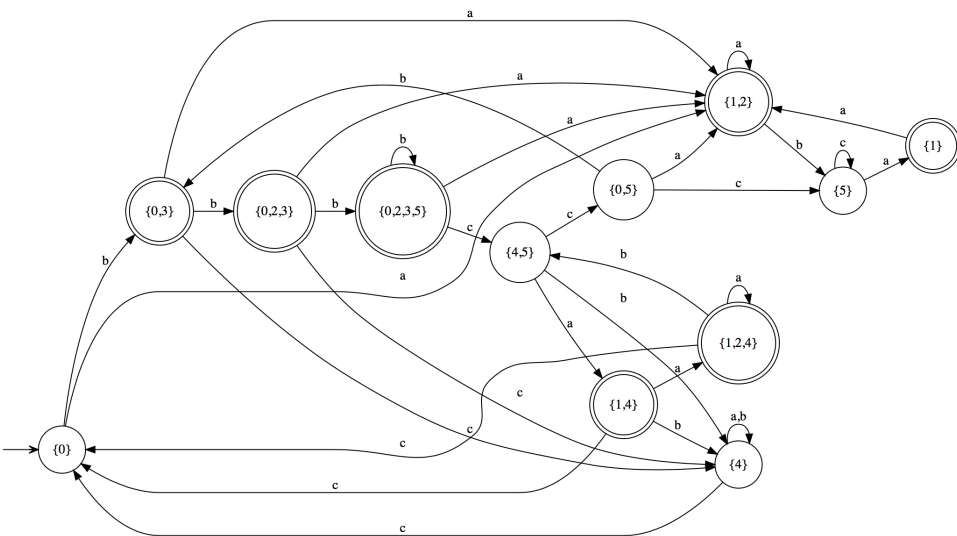
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

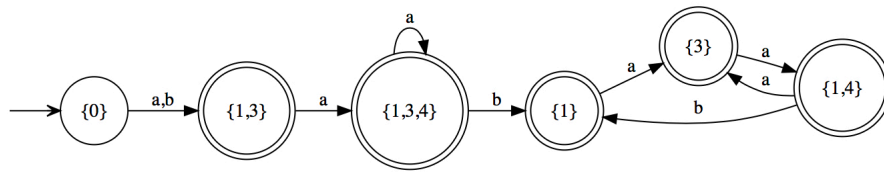


(.2)

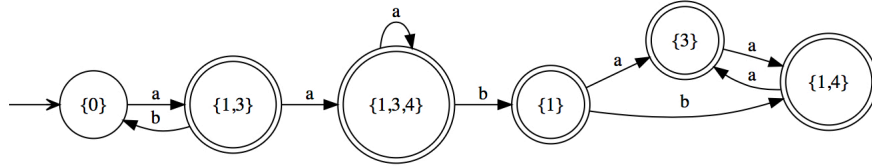


(.3)

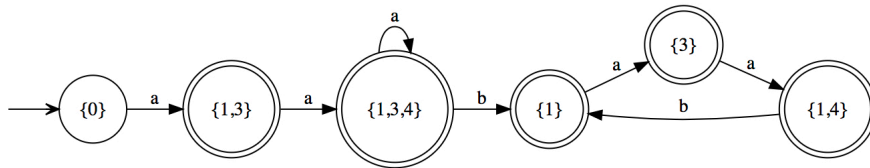
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



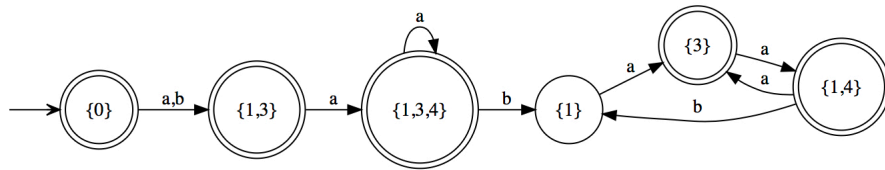
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



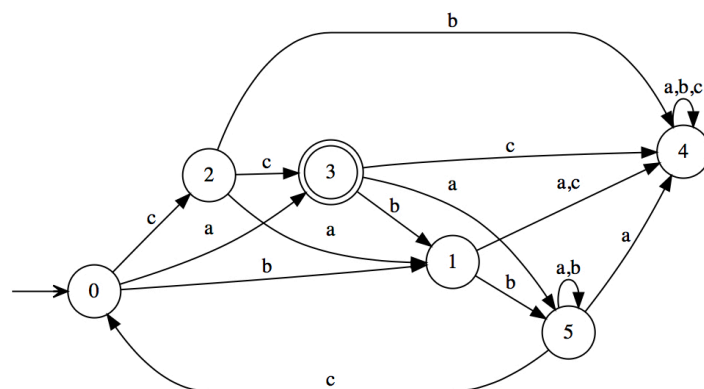
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.



(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.

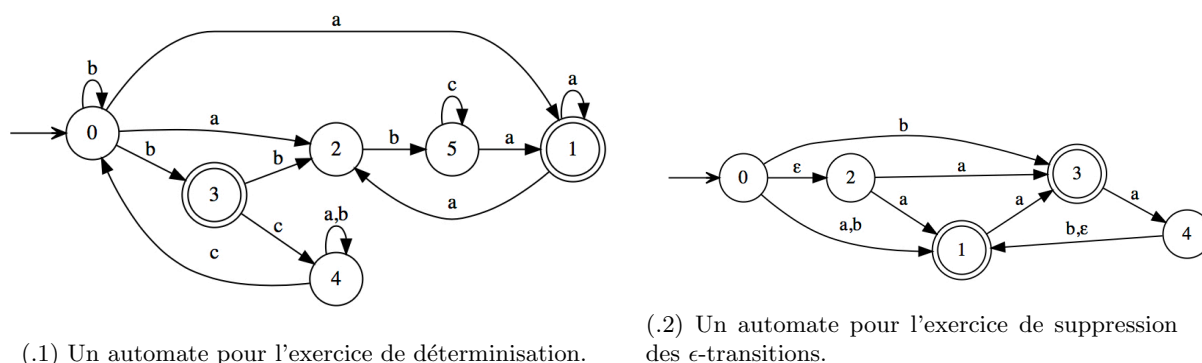


FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [b] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [e] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [b] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [d] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [e] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [f] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

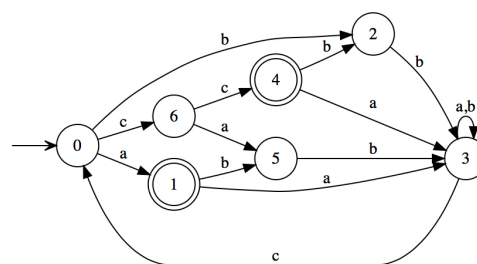
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

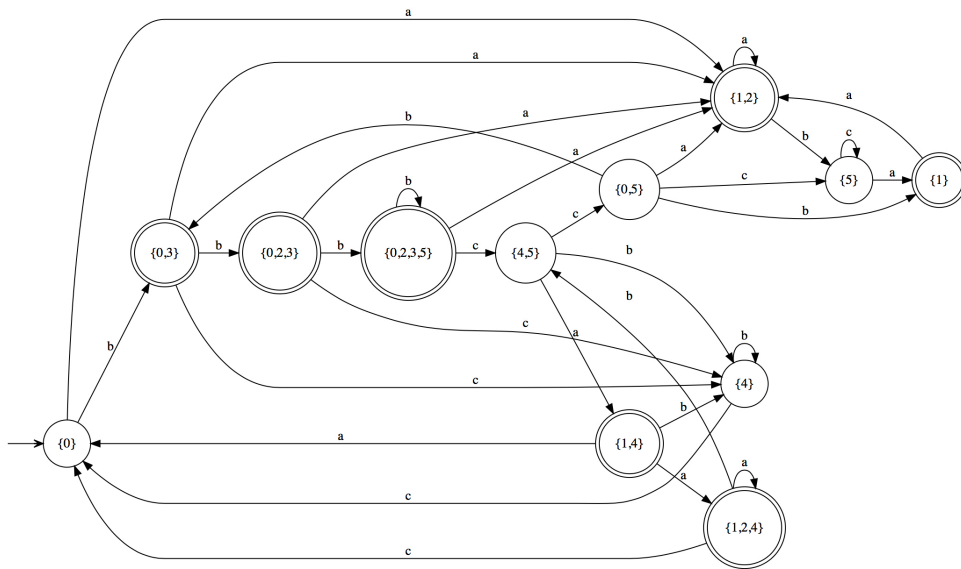
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

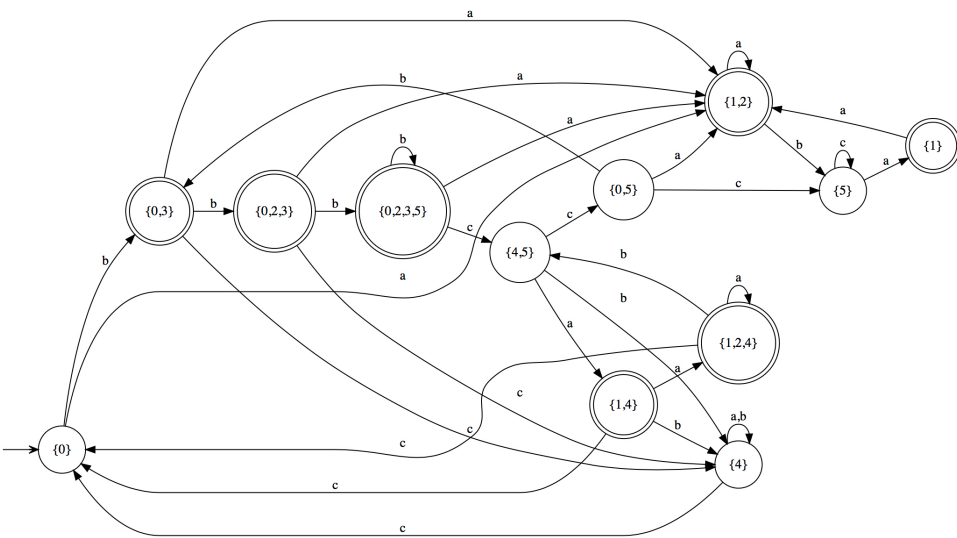
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

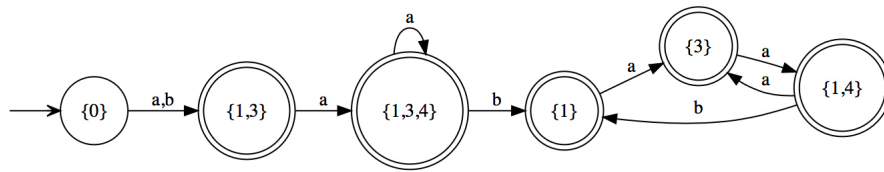


(.2)

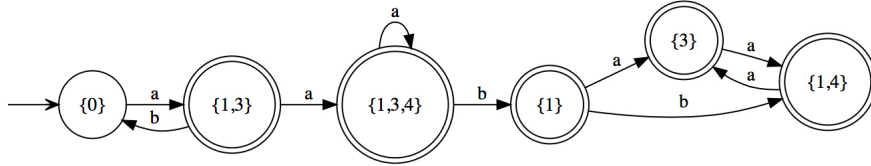


(.3)

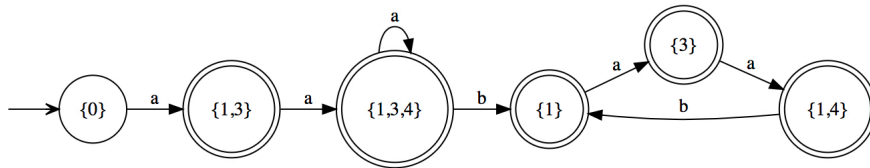
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



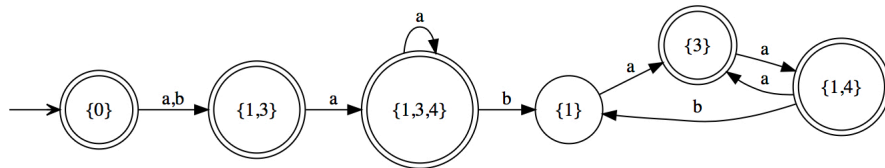
(.1)



(.2)

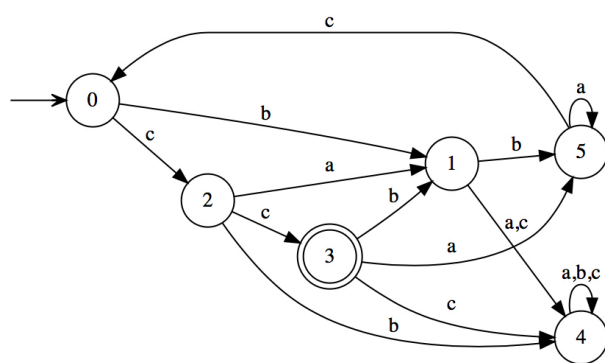


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



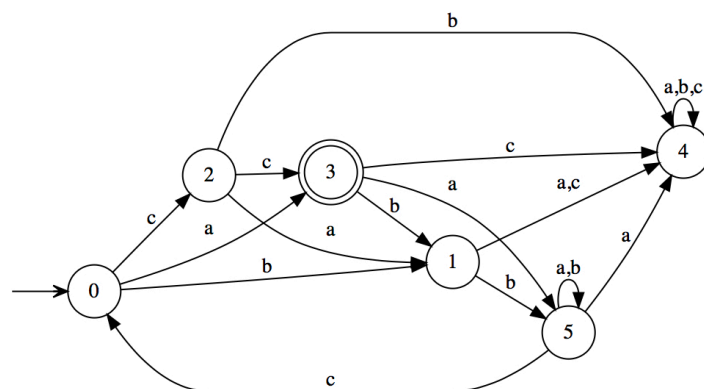
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

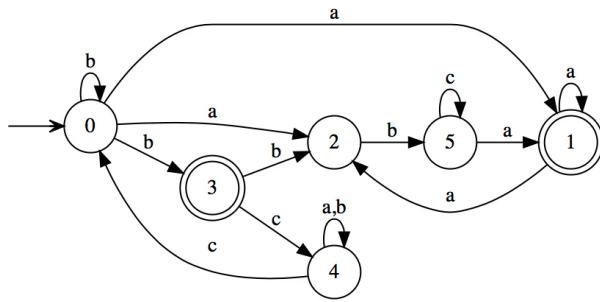


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

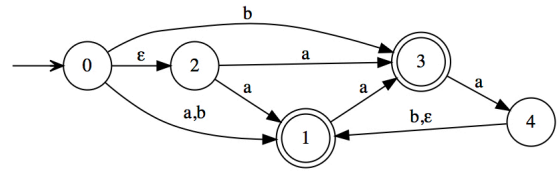
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

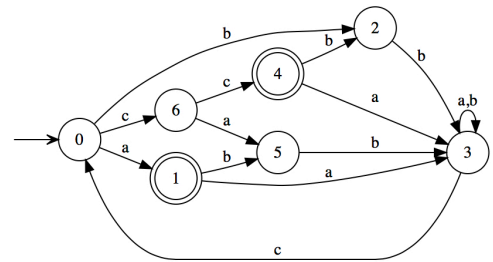
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.3. [d] la Figure V.2.
 [a] la Figure V.4. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

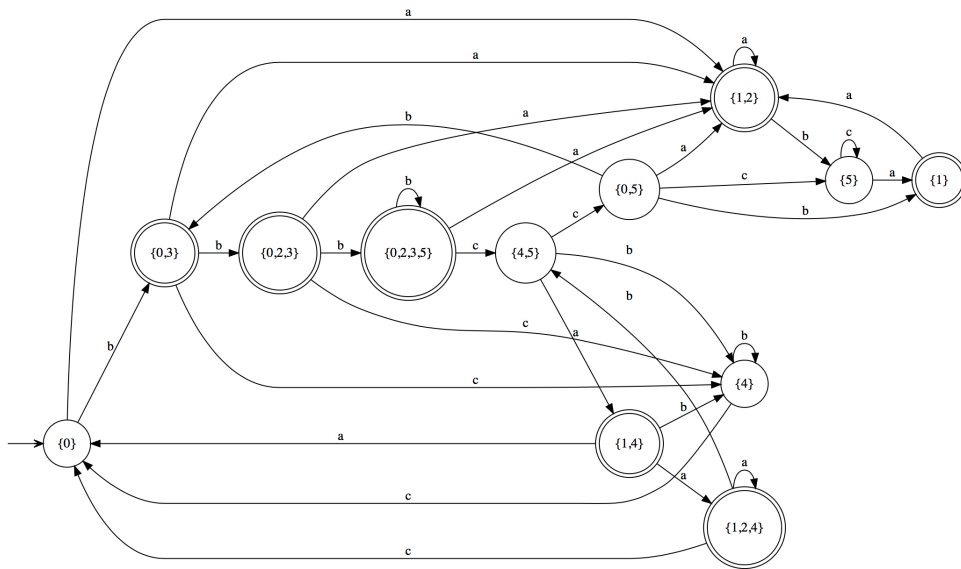
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

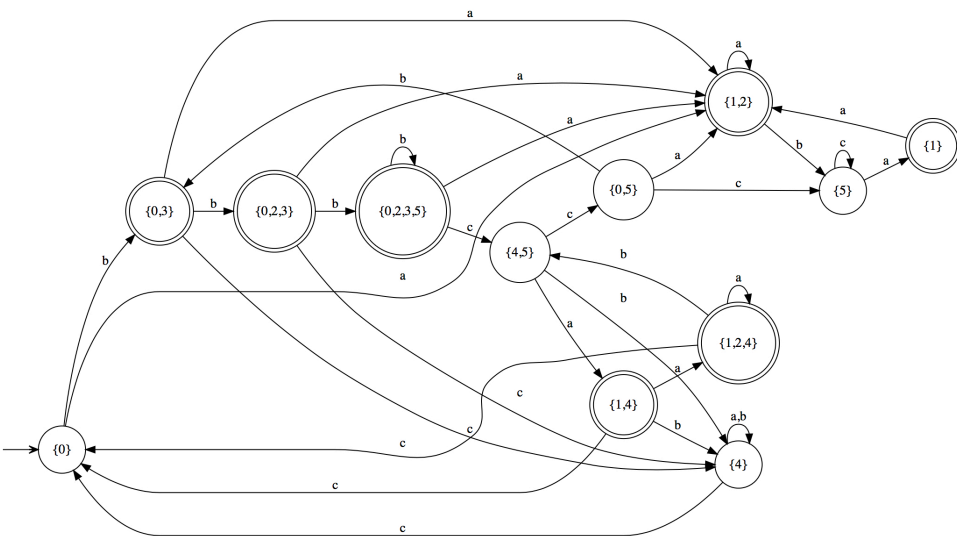
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

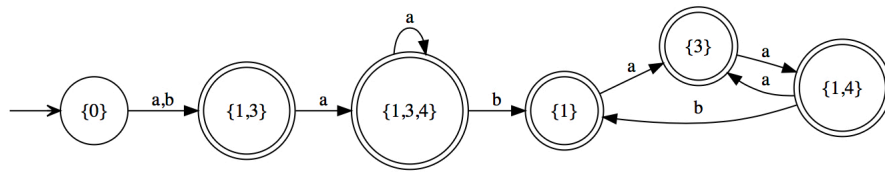


(.2)

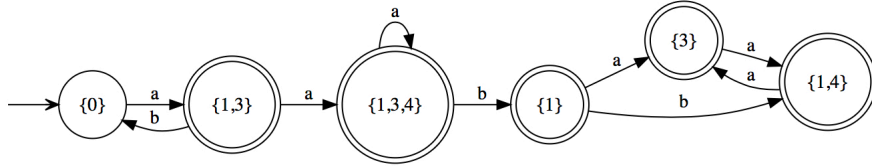


(.3)

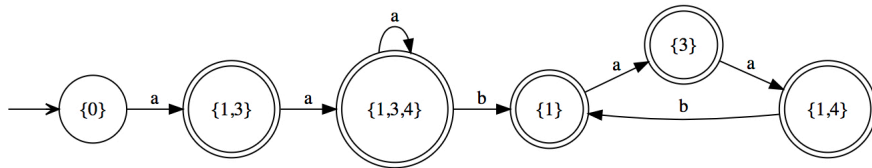
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



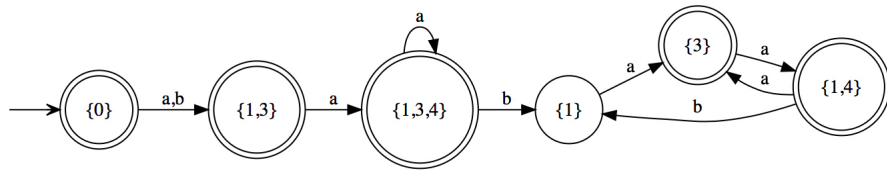
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



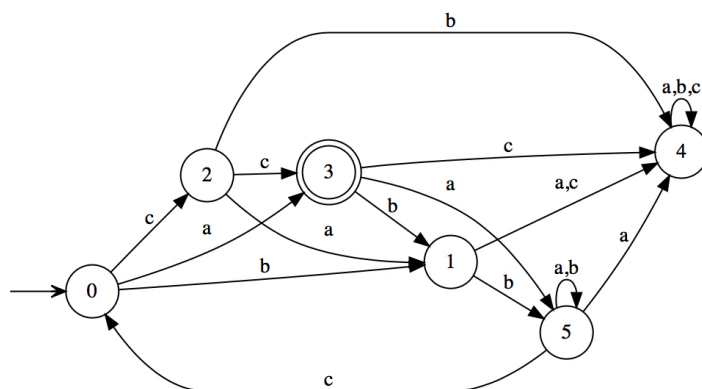
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

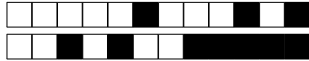
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

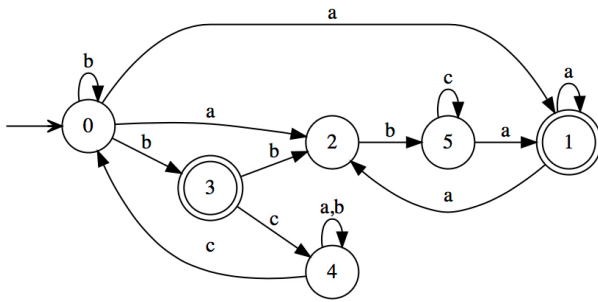


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

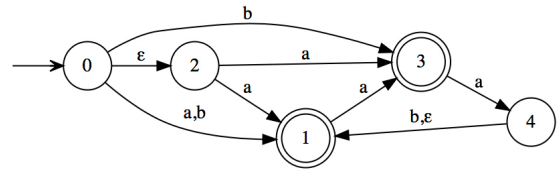
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

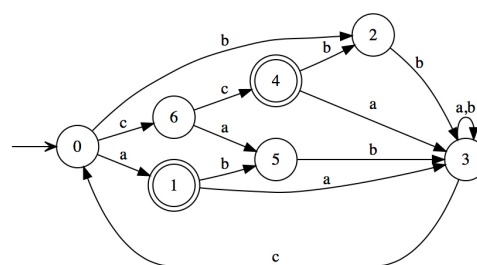
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

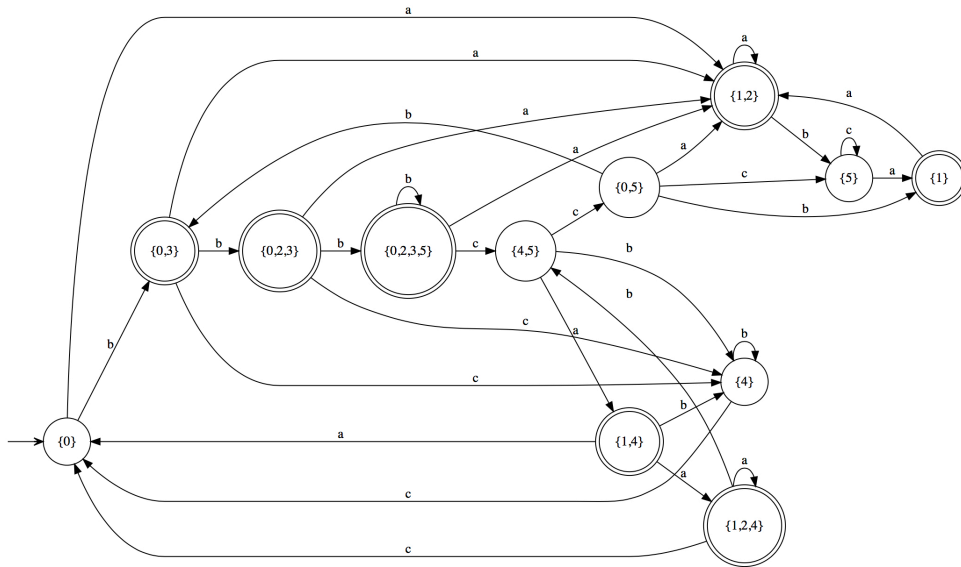
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

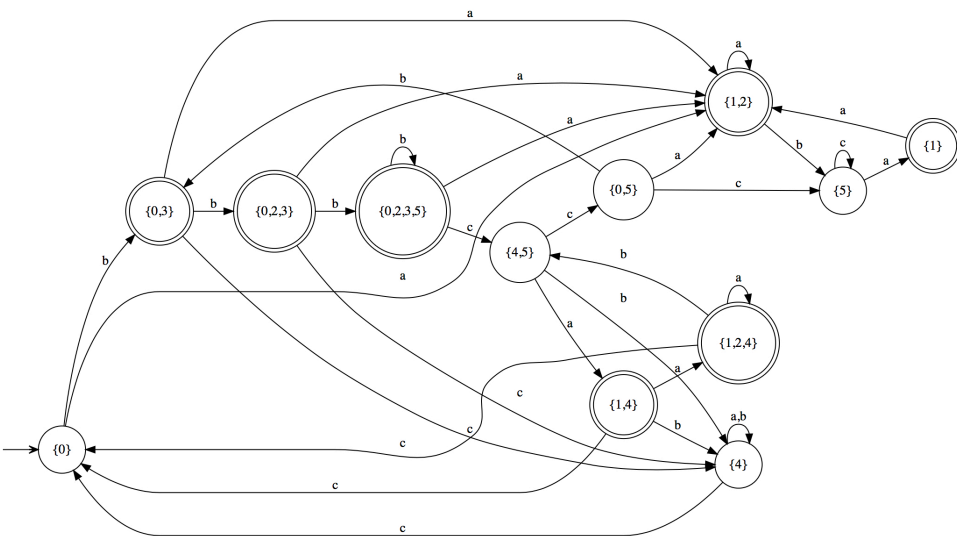
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

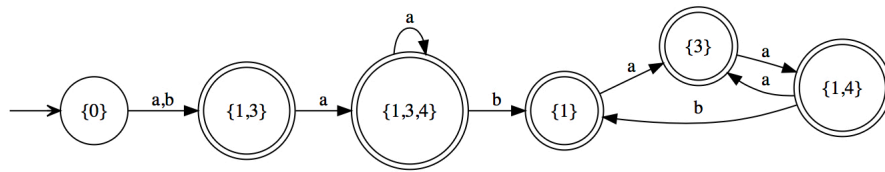


(.2)

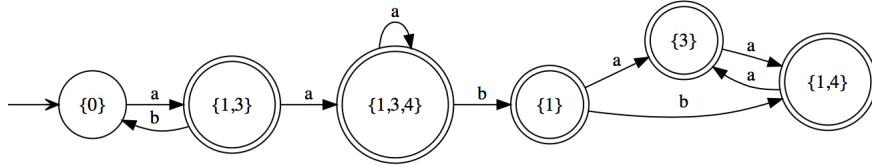


(.3)

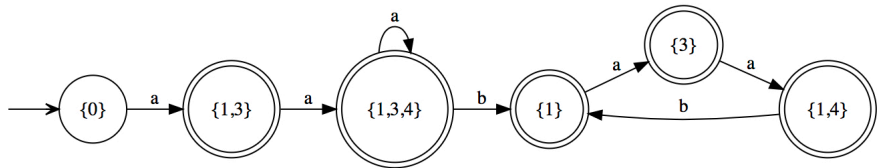
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



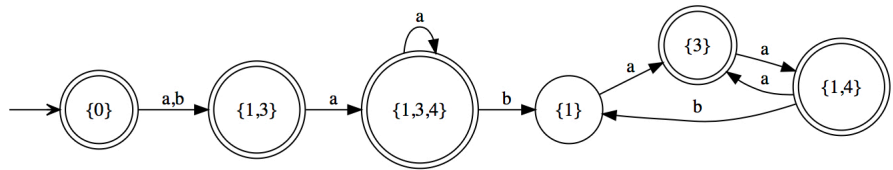
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



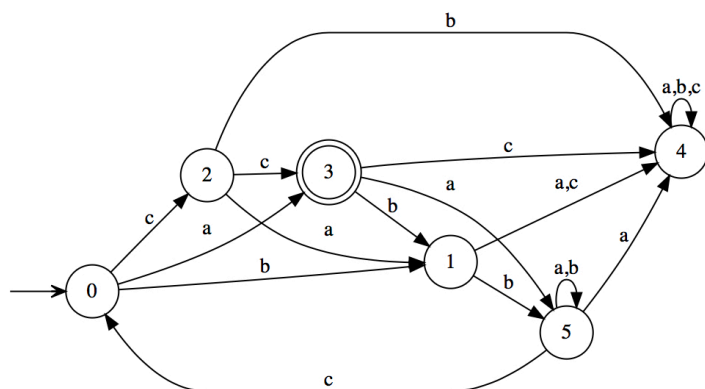
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

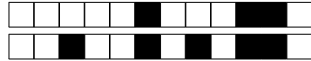
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

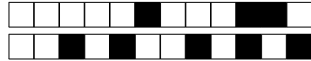
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

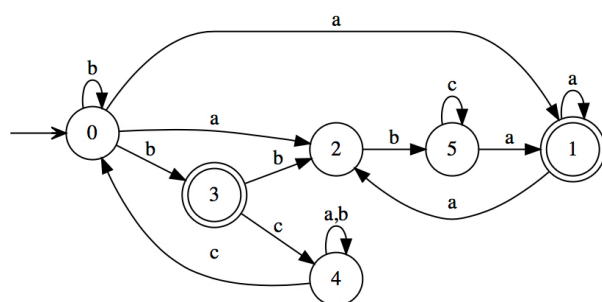


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

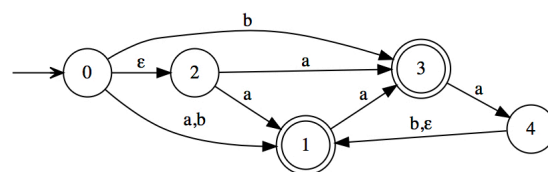
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

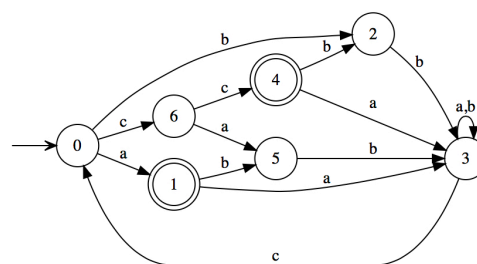
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

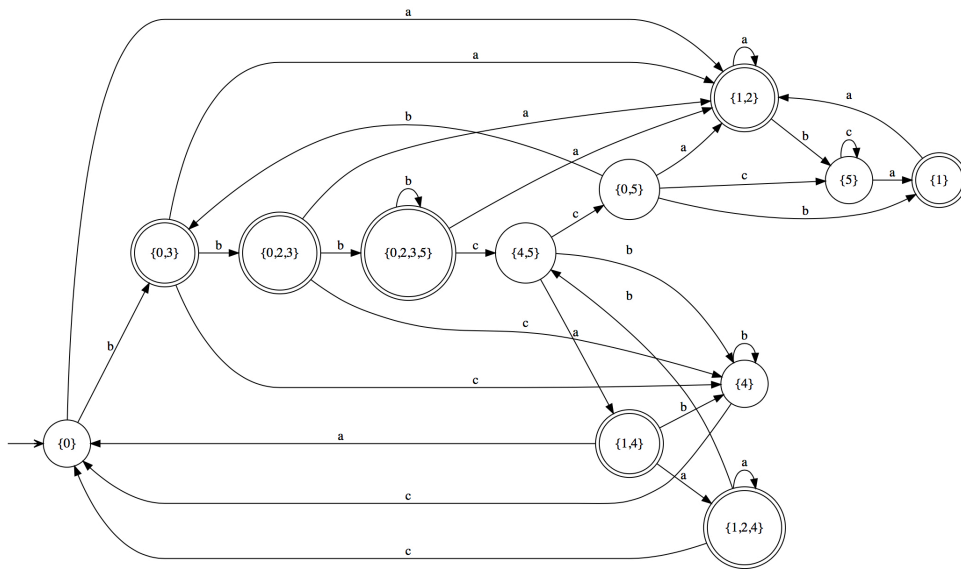
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

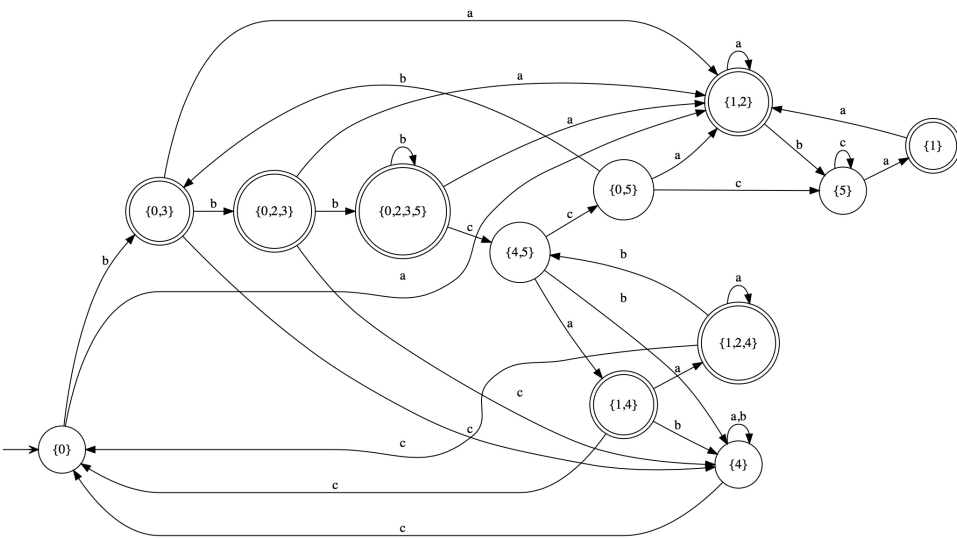
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

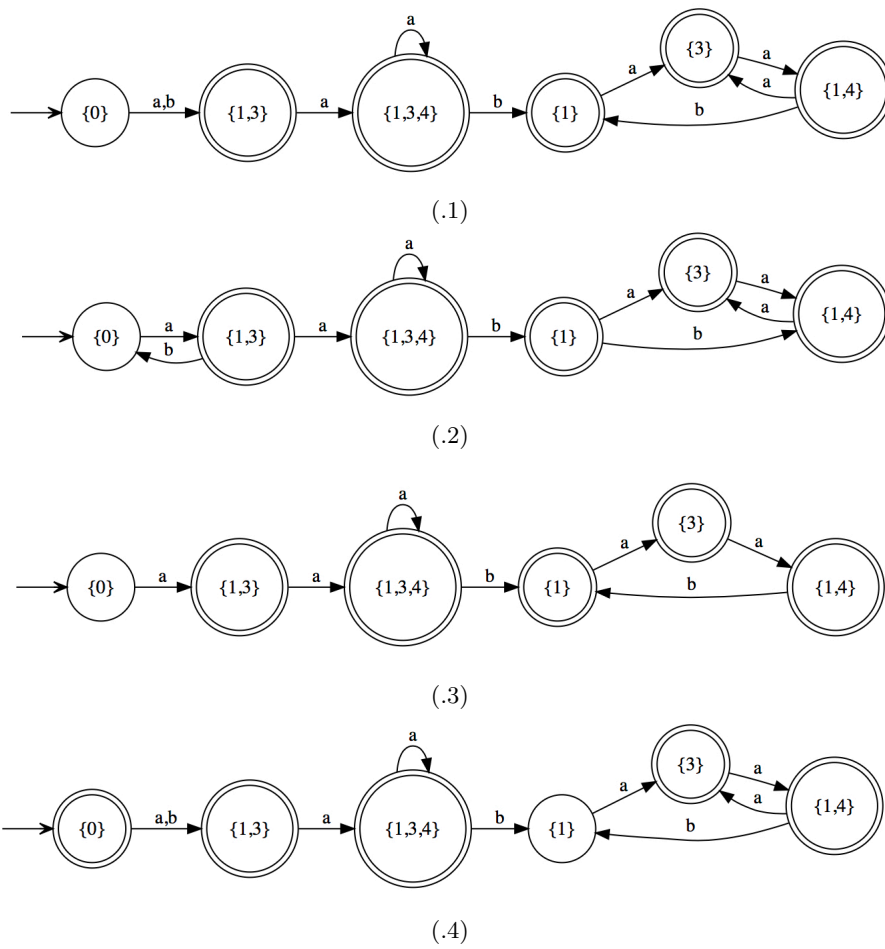


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



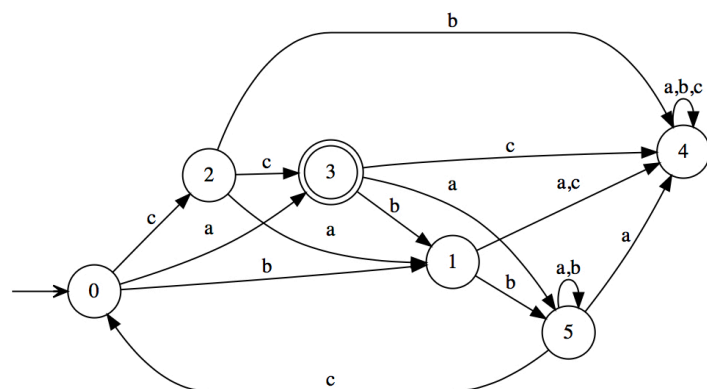
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

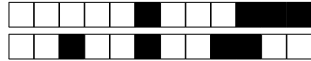
Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

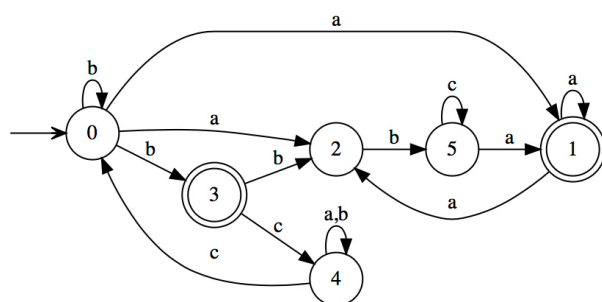


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

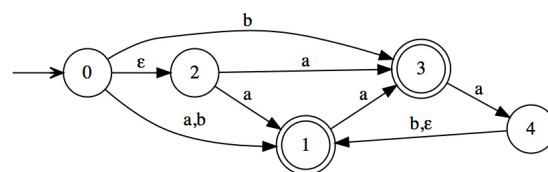
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

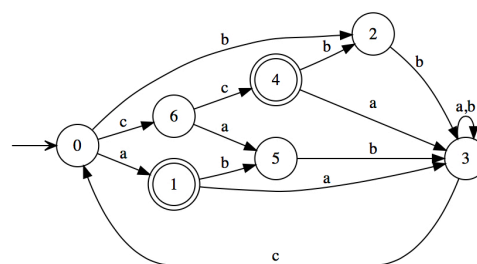
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

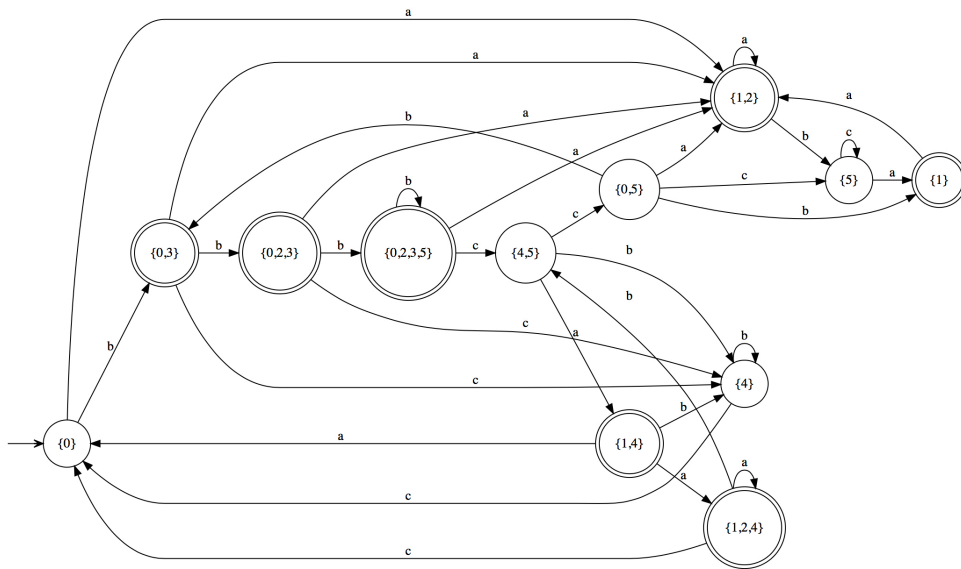
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

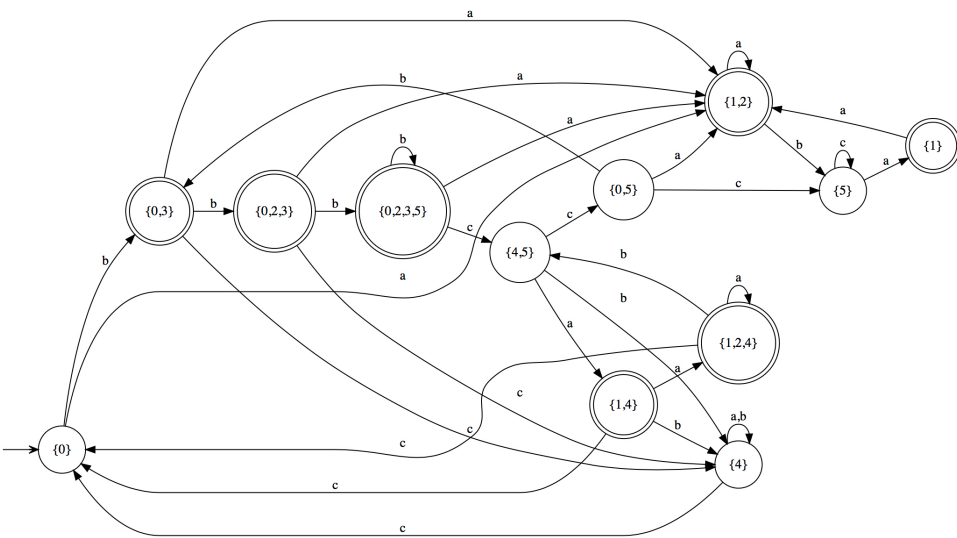
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

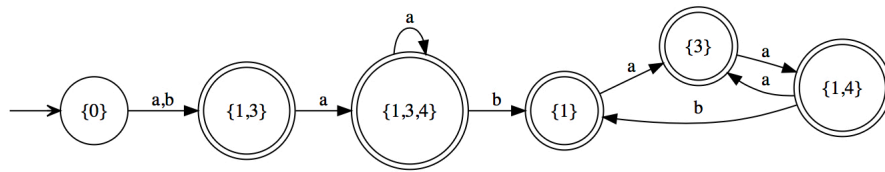


(.2)

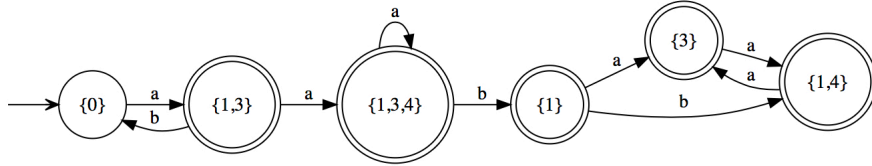


(.3)

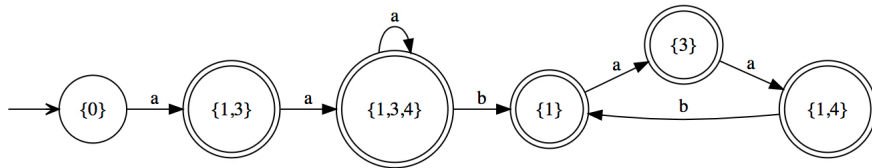
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



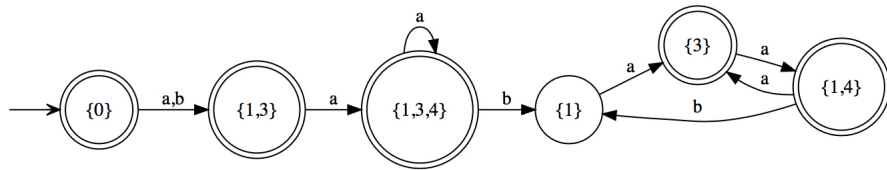
(.1)



(.2)

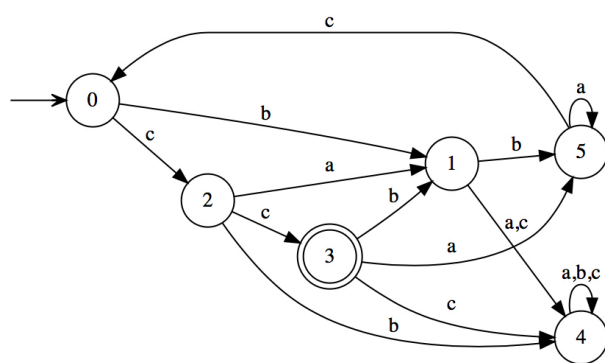


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



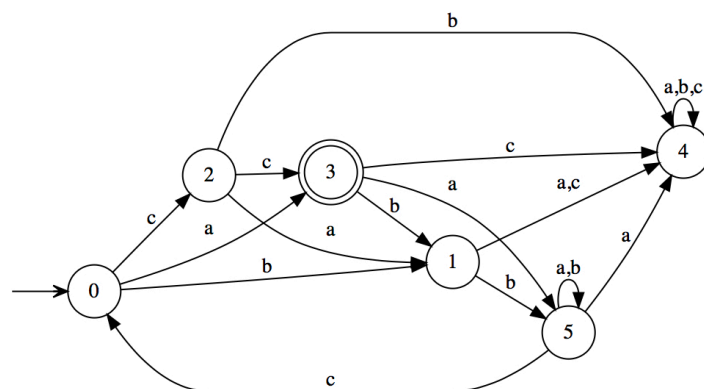
(.1)



(.2)

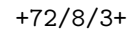


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

Numéro d'anonymat

.....

f pf pj j *Réservé enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



+72/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

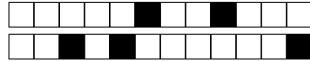
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.



(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.

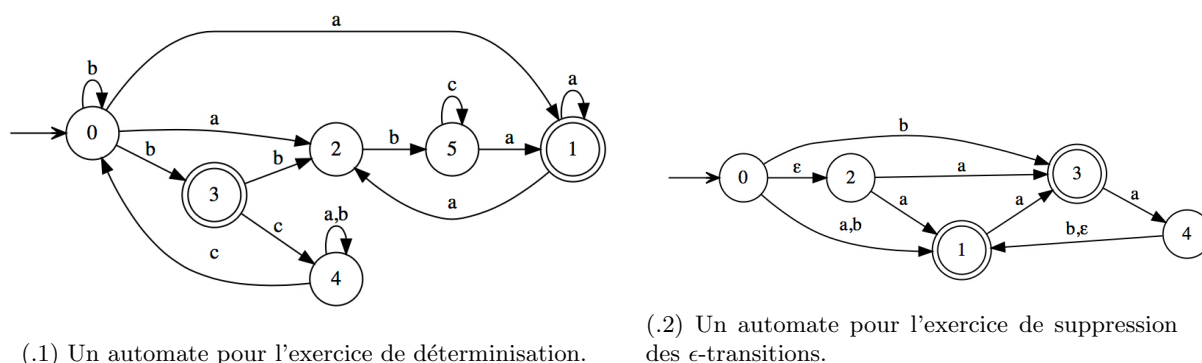


FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

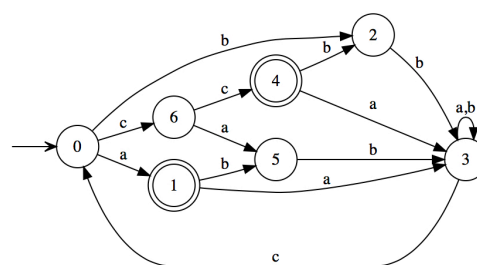
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.1.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.2. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

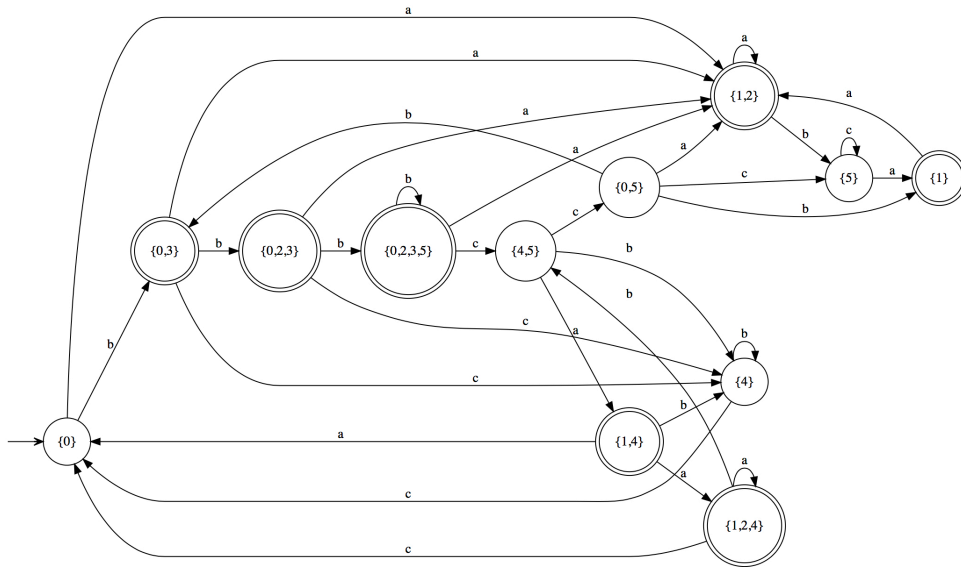
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

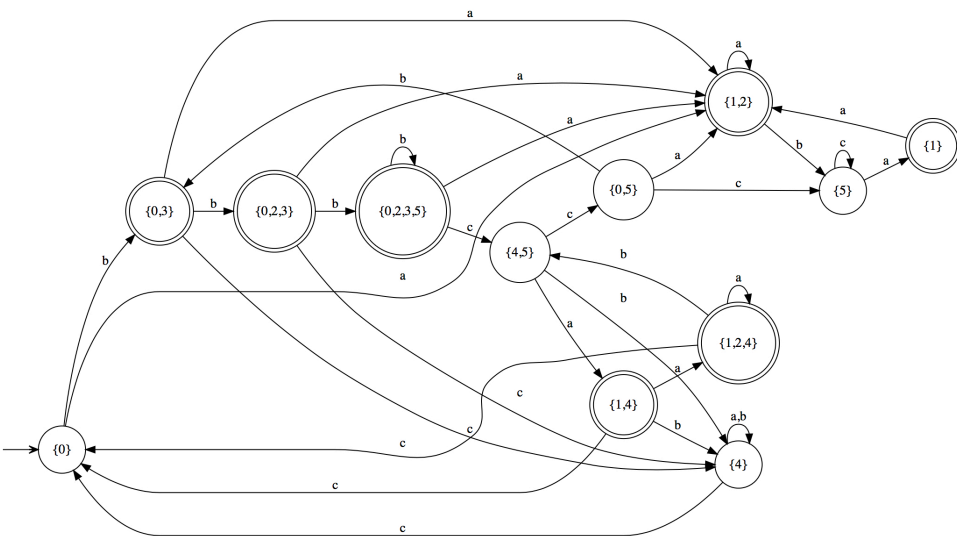
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

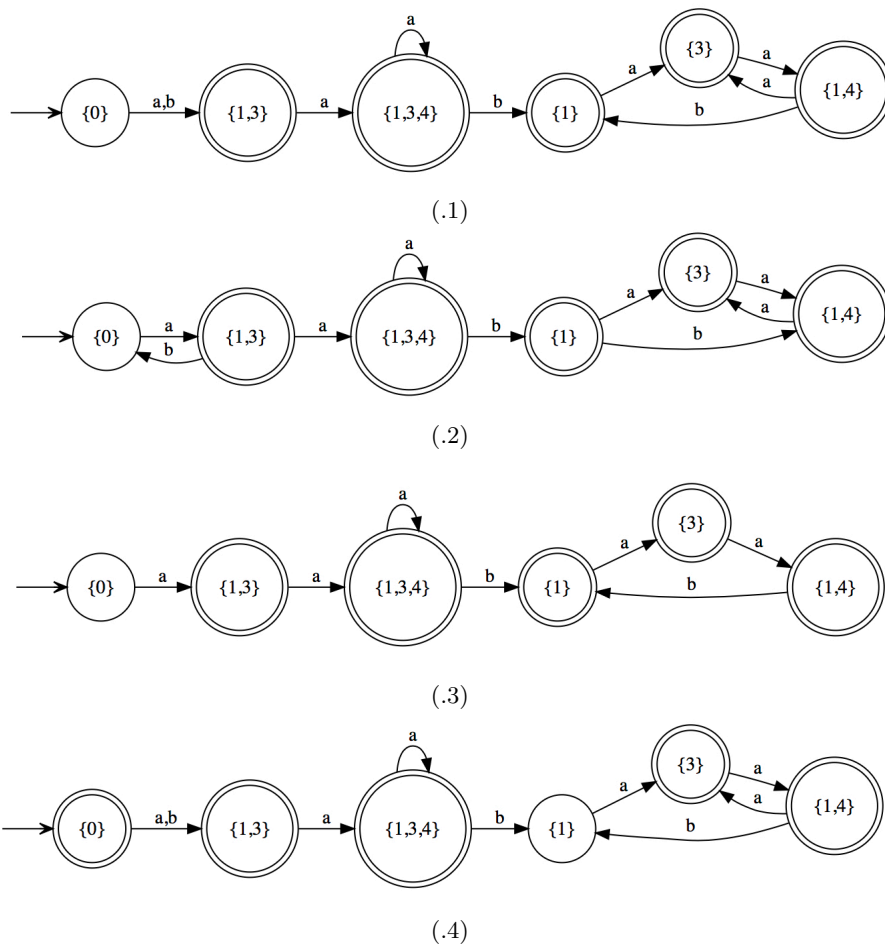


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



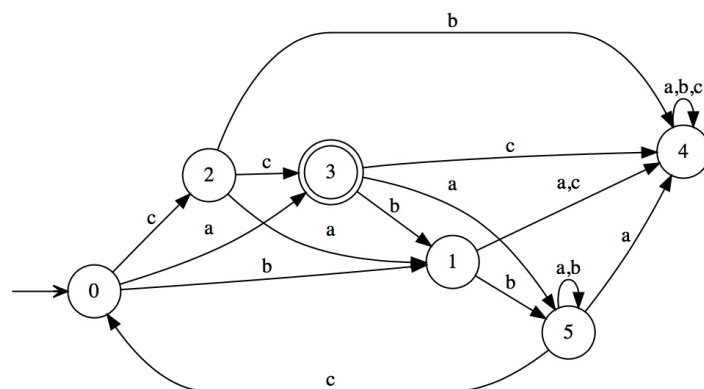
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

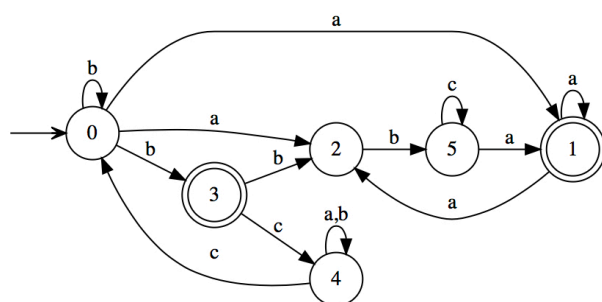


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

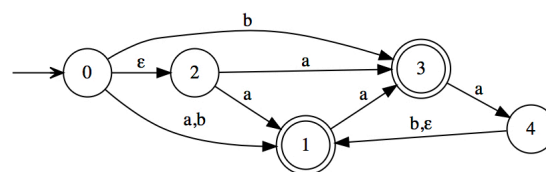
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.2.
- ☐ b) Celui de la Figure III.1.
- ☐ c) Celui de la Figure III.3.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

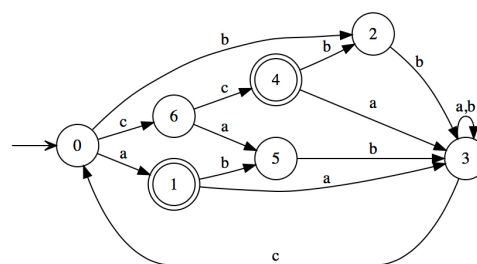
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

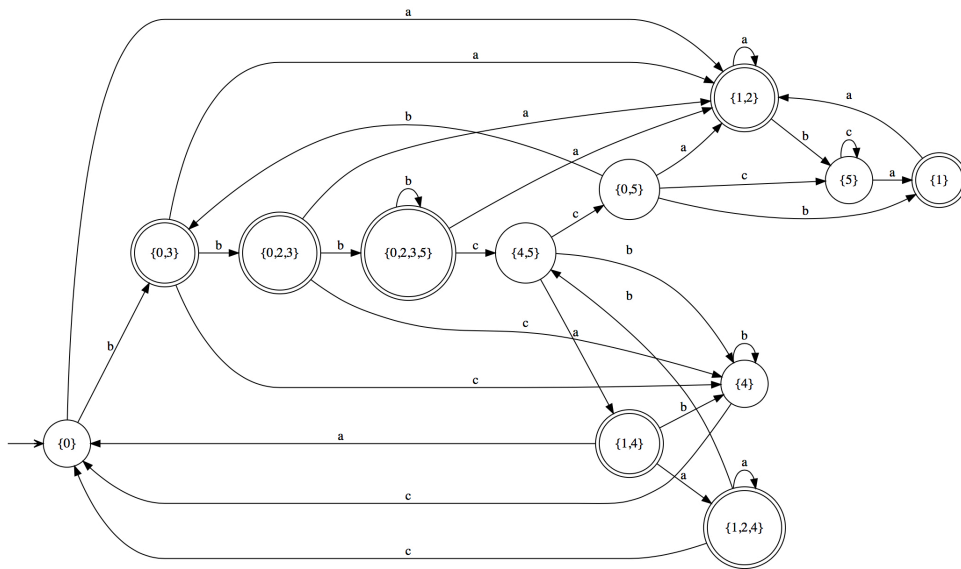
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

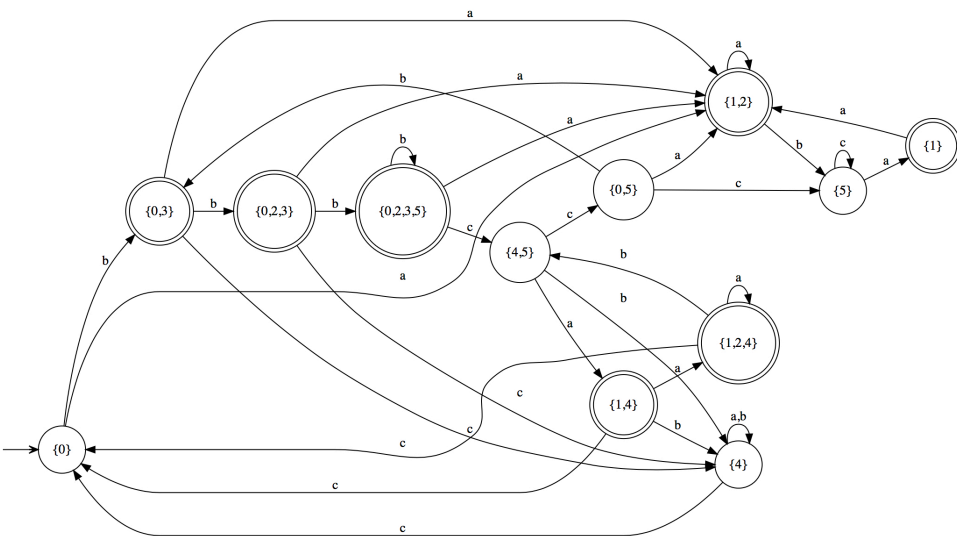
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

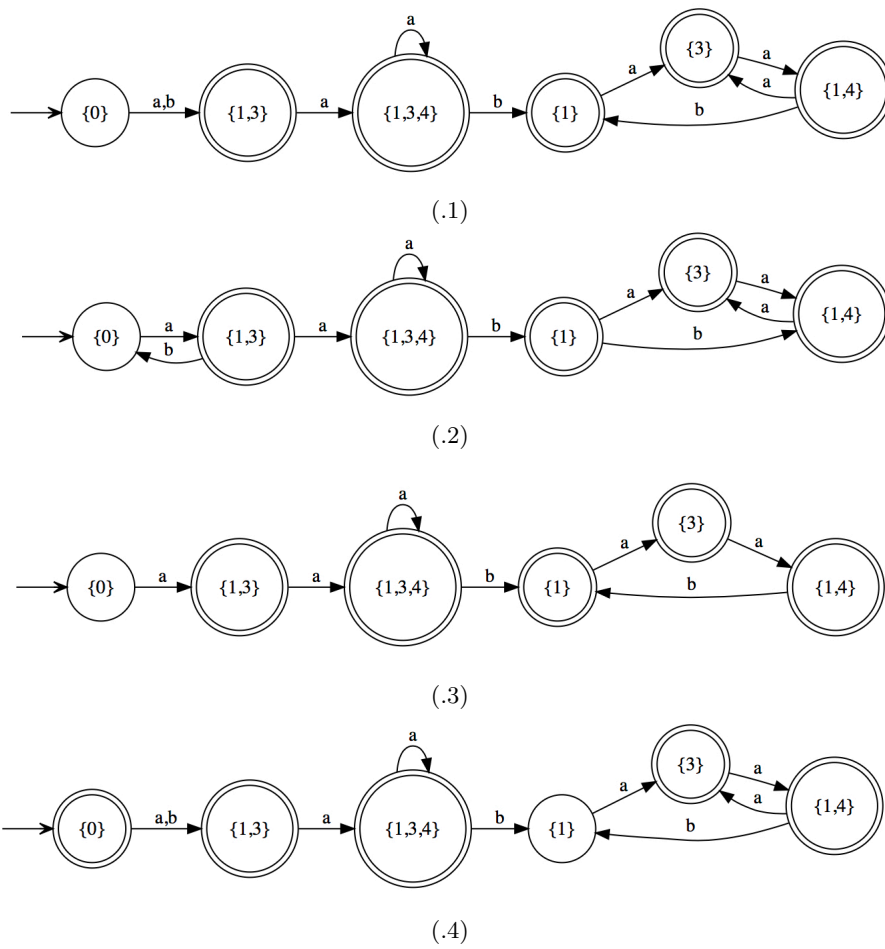


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



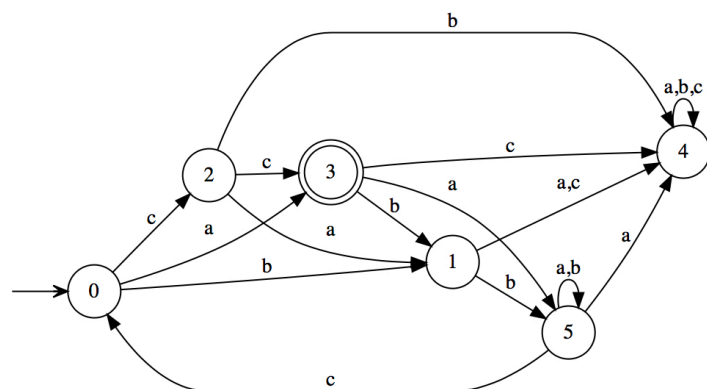
(.1)



(.2)

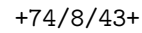


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

.....

f pf pj j *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

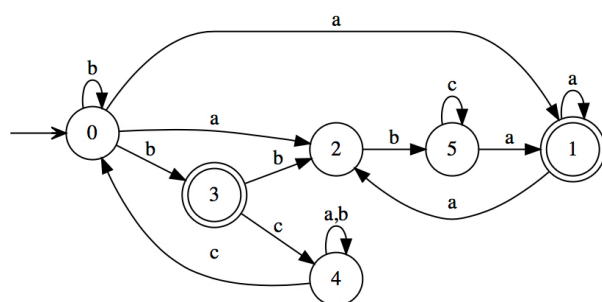


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

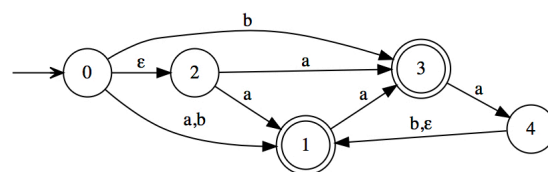
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

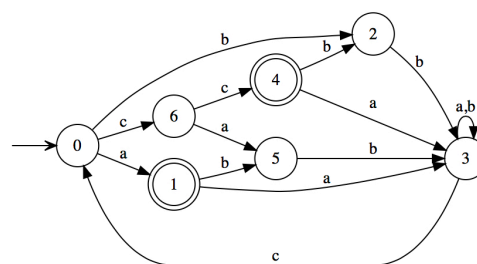
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

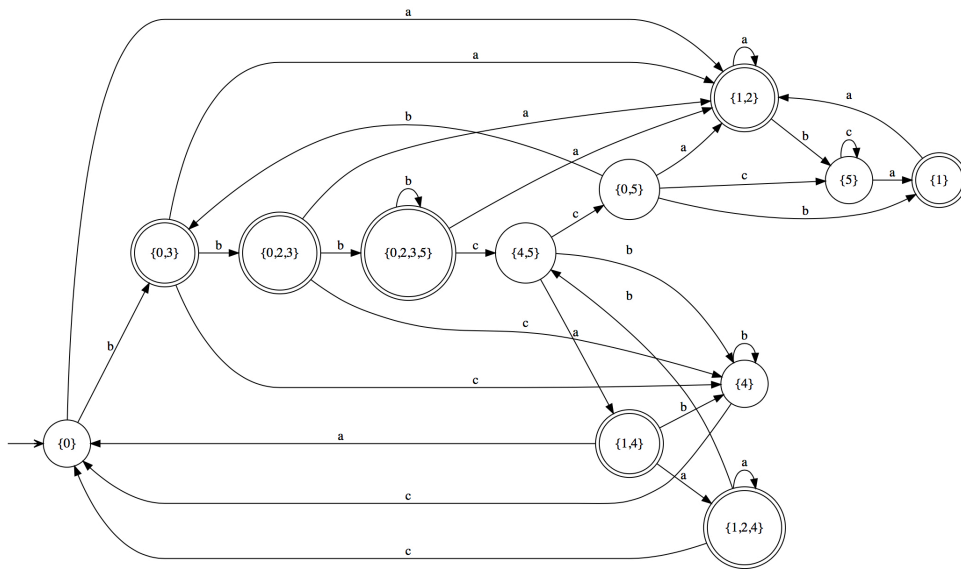
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

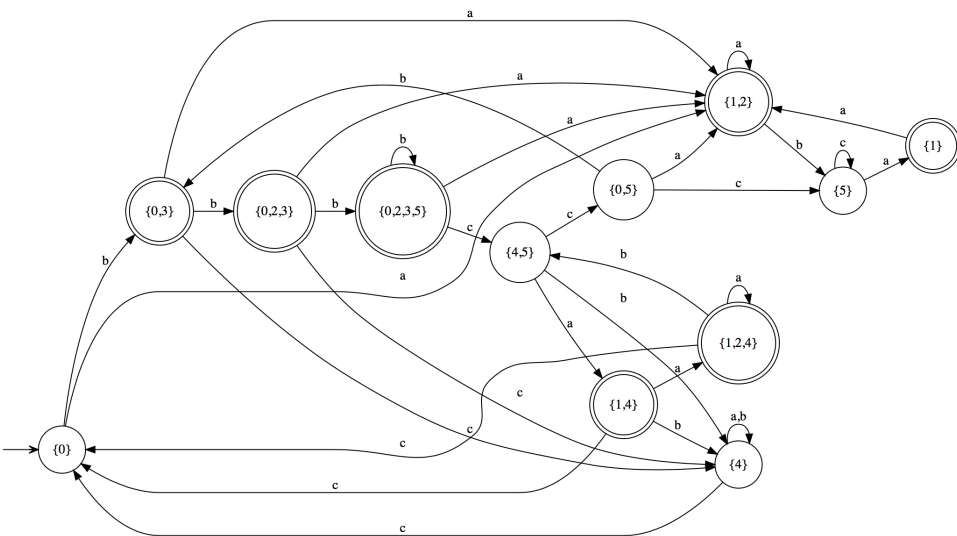
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

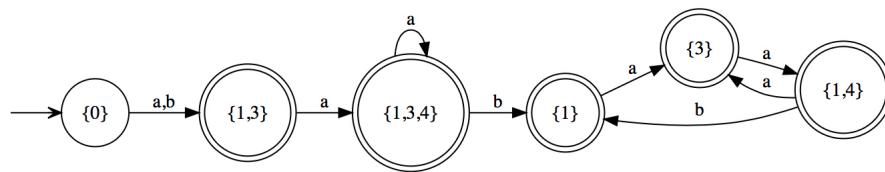


(.2)

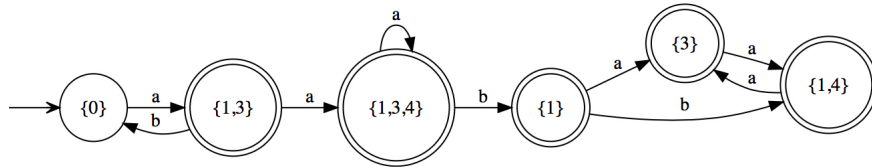


(.3)

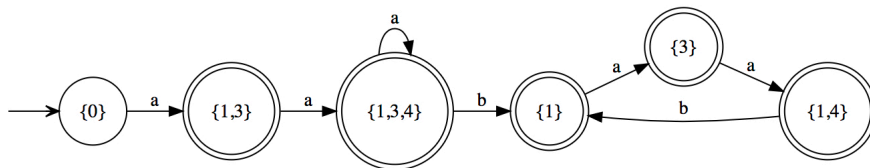
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



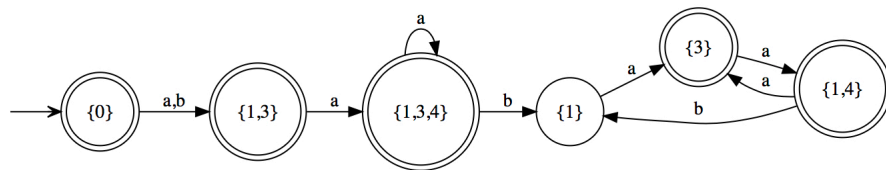
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



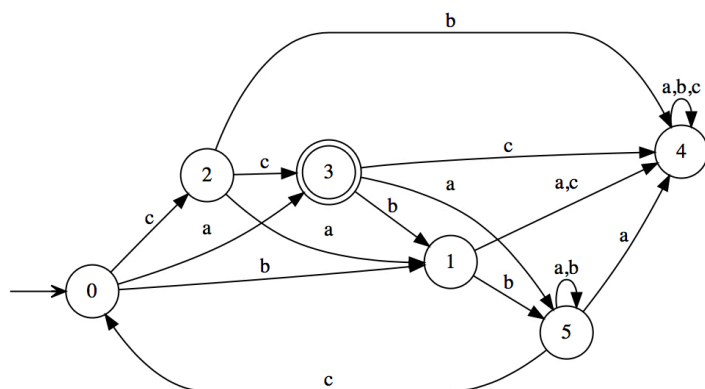
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

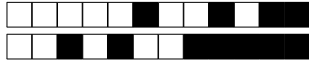
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.
- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Ne rendre que la feuille de réponses.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

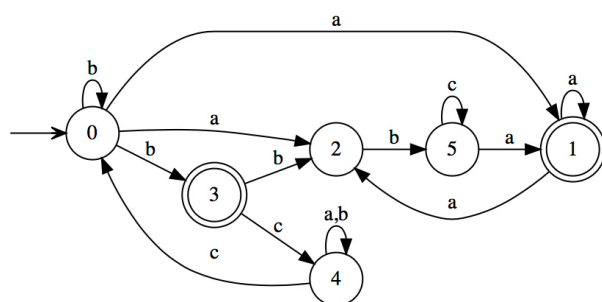


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

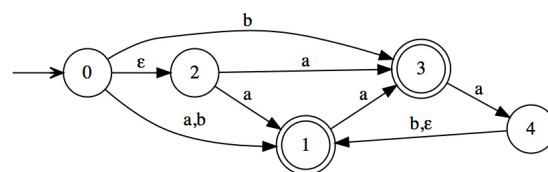
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ c	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ f	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

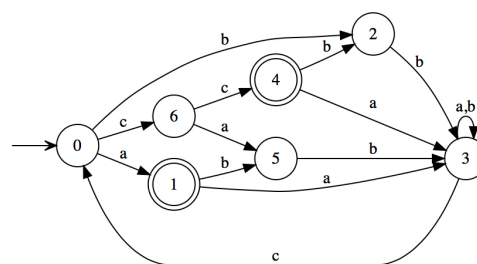
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

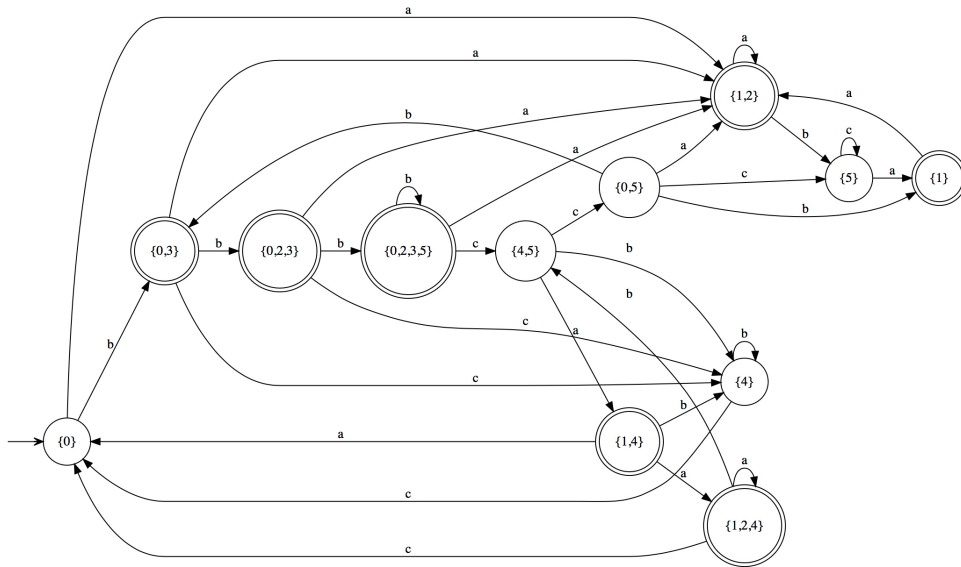
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

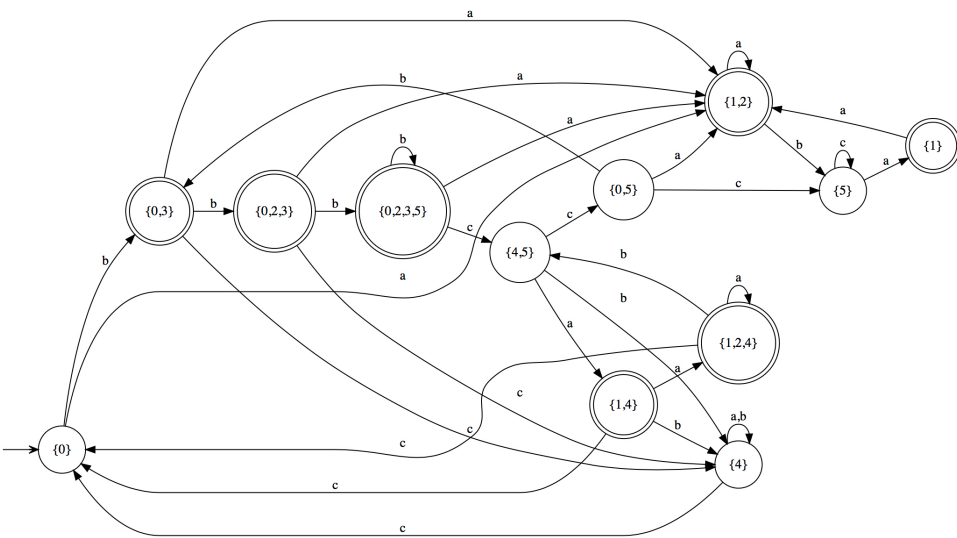
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

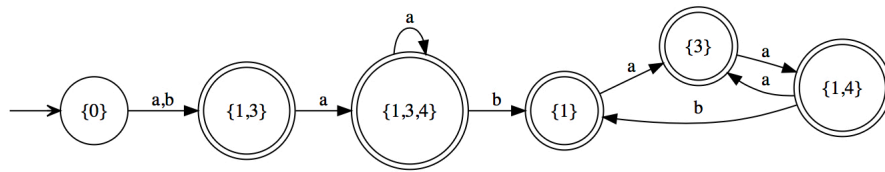


(.2)

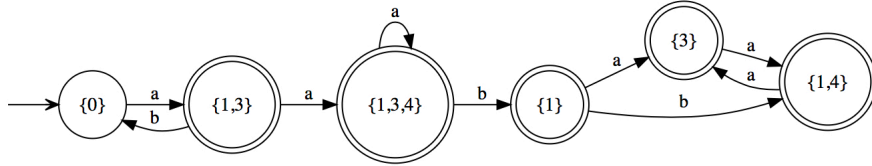


(.3)

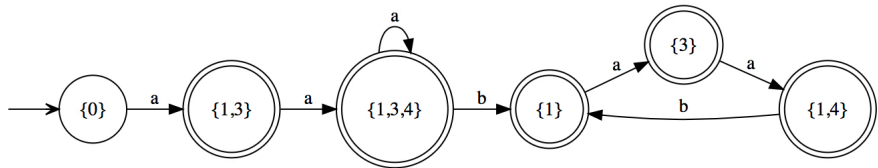
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



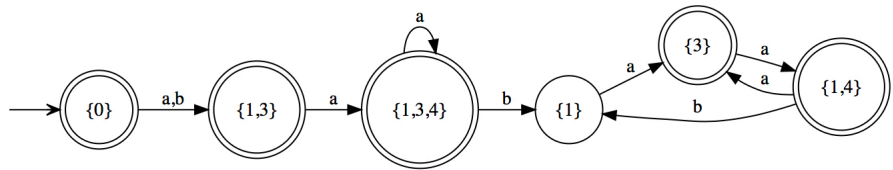
(.1)



(.2)

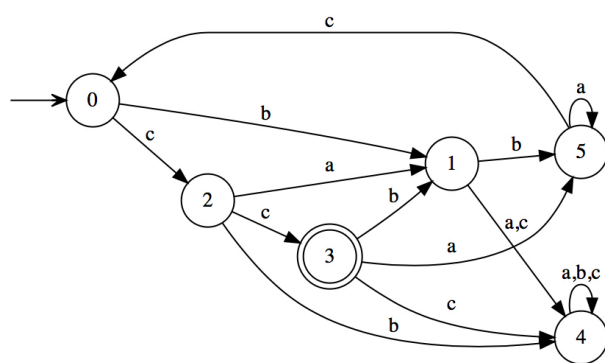


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



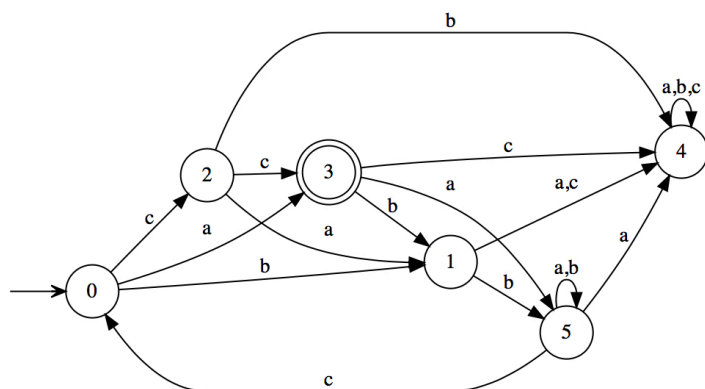
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

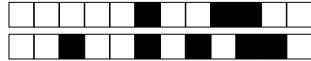
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

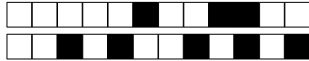
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

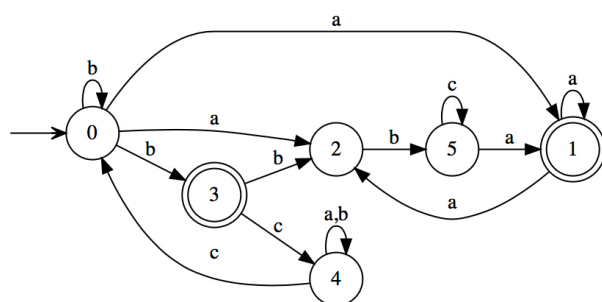


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

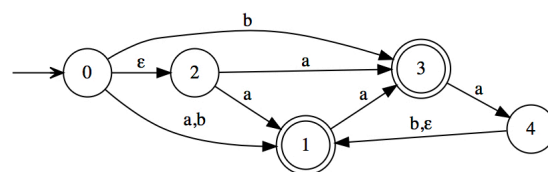
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ b	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ c	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ e	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

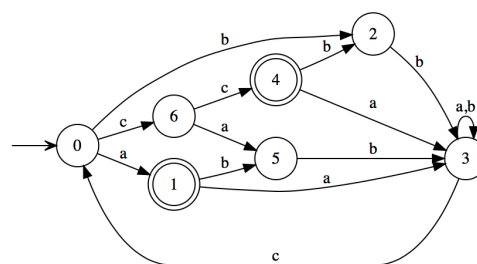
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

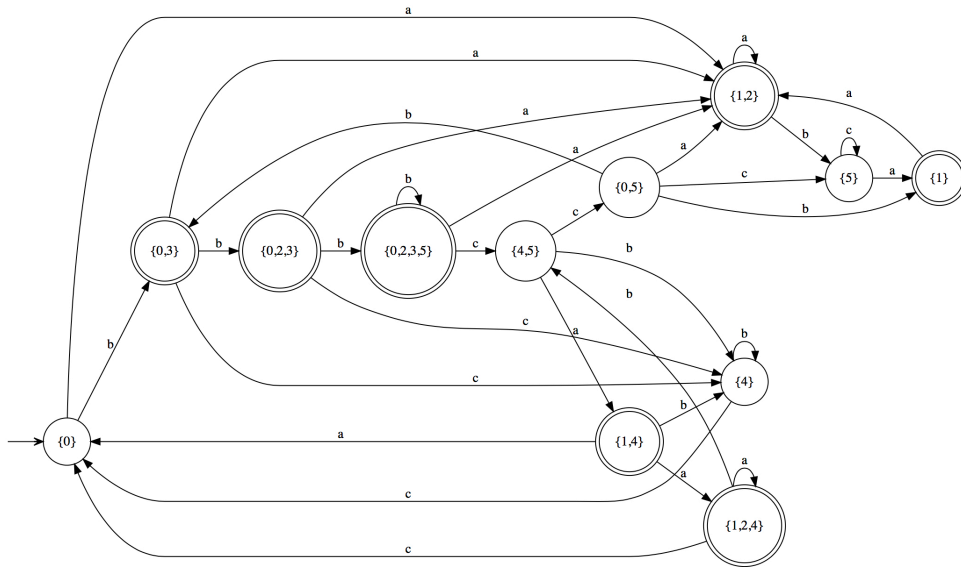
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

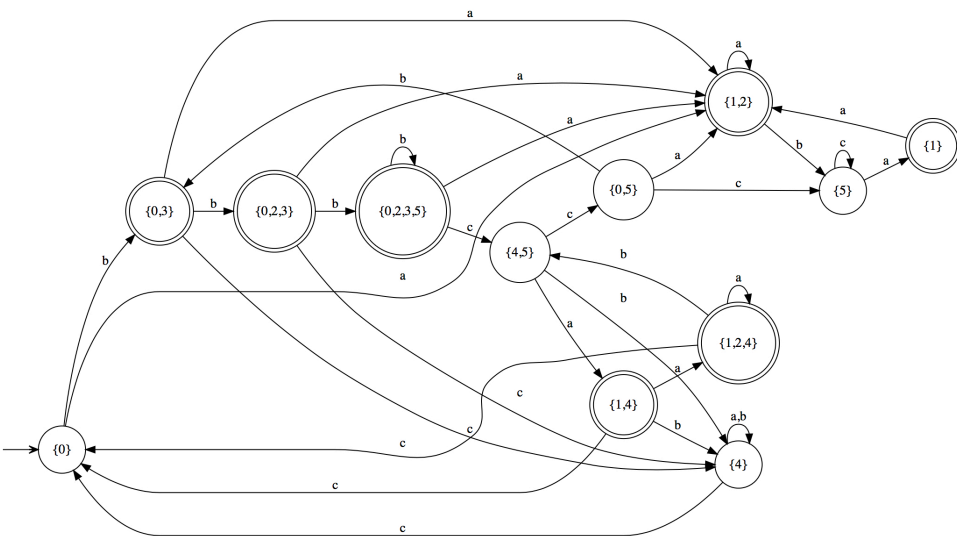
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

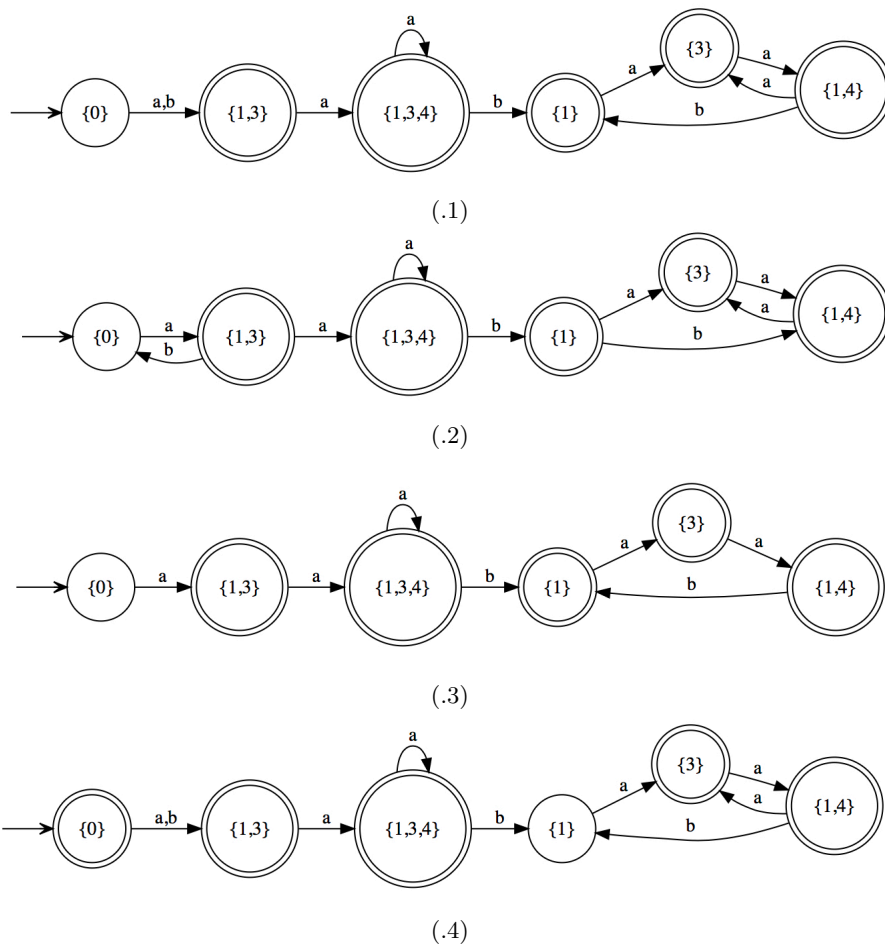


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



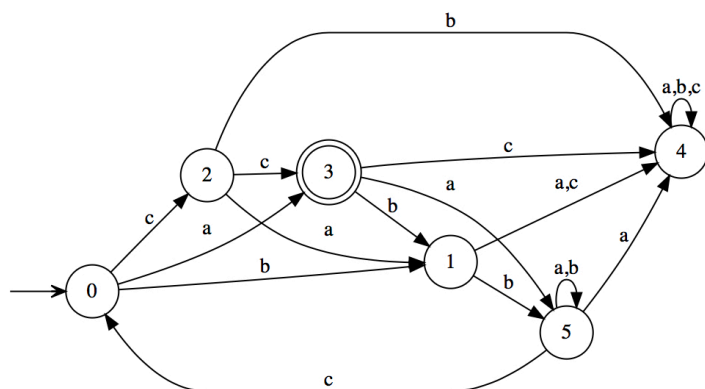
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

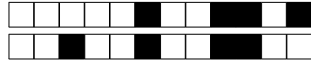
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

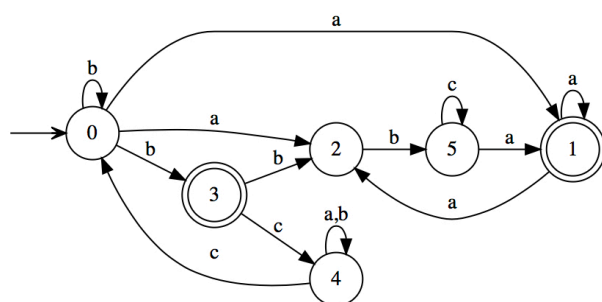


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

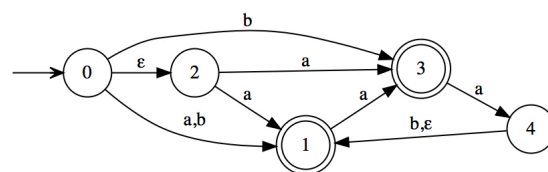
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

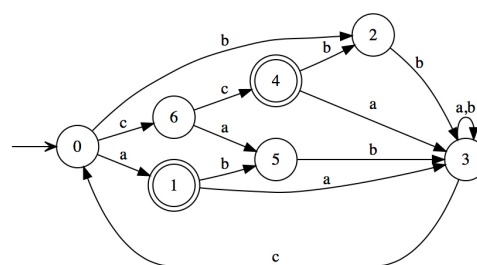
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.2. [d] la Figure V.4.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

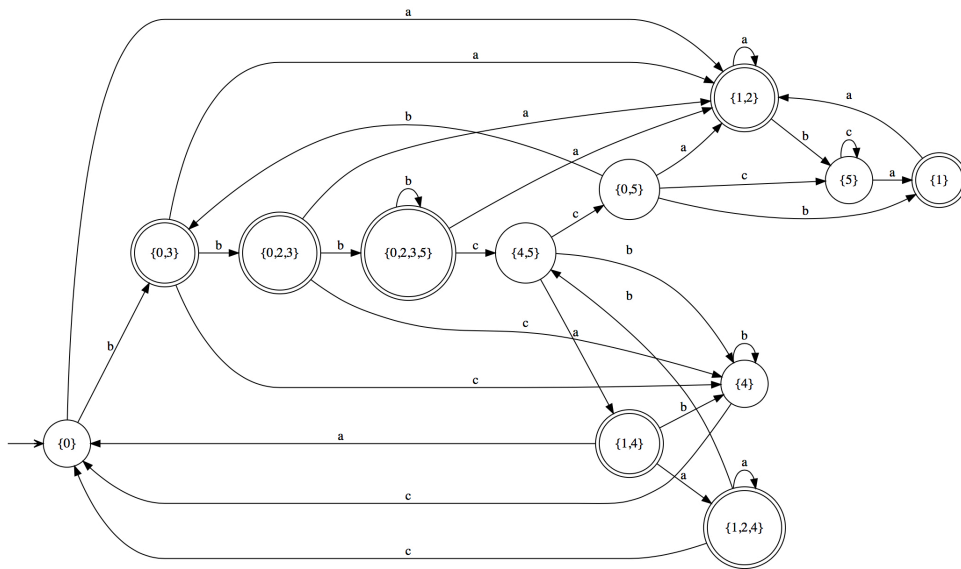
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

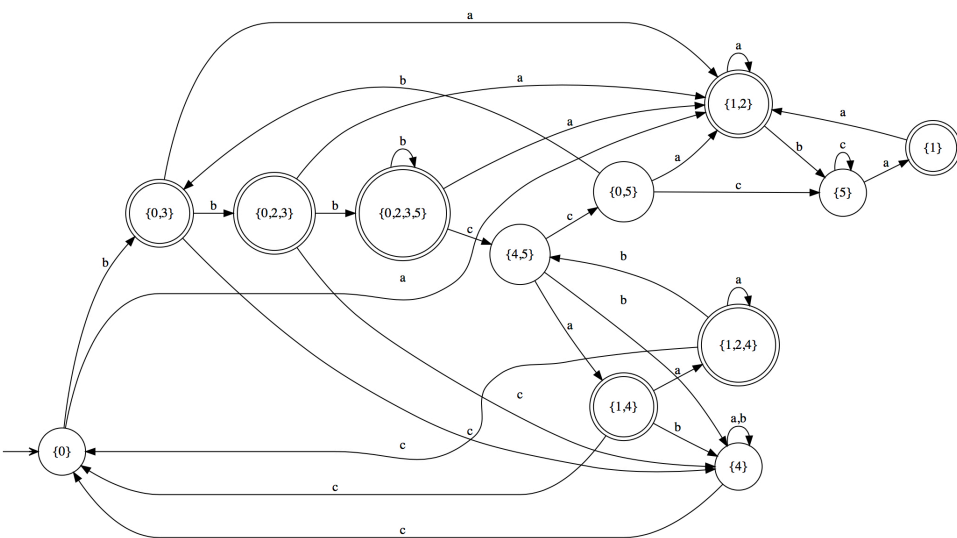
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

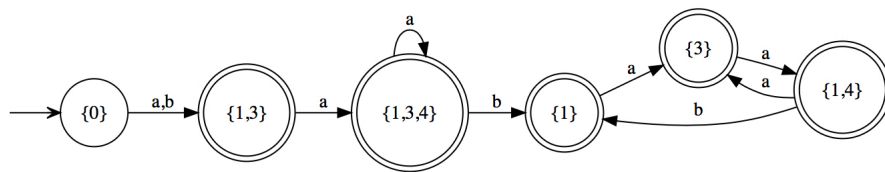


(.2)

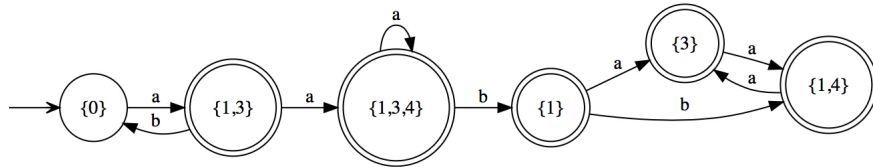


(.3)

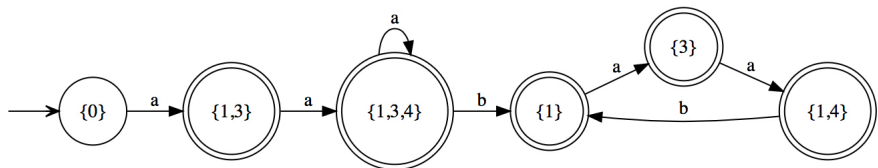
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



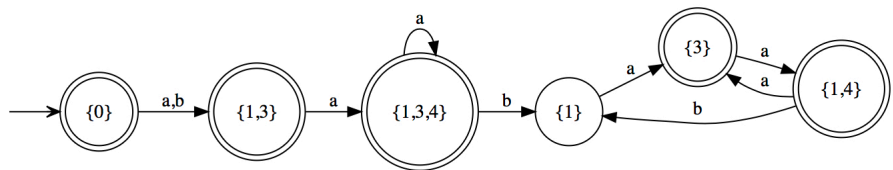
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



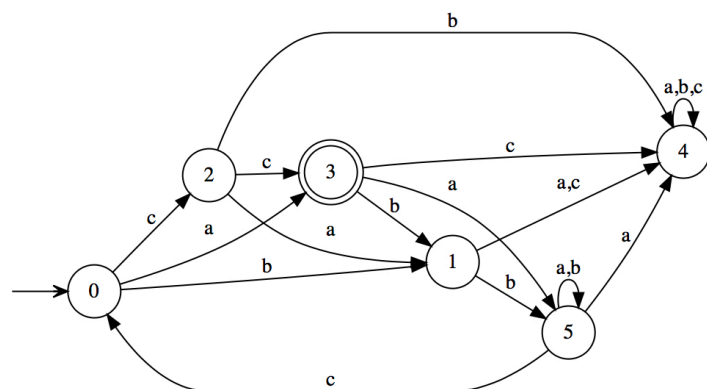
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

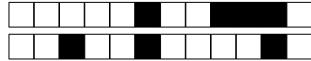
Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

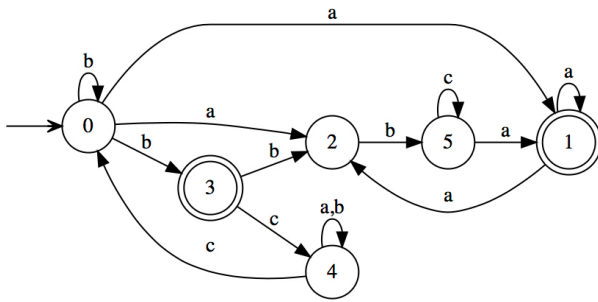


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

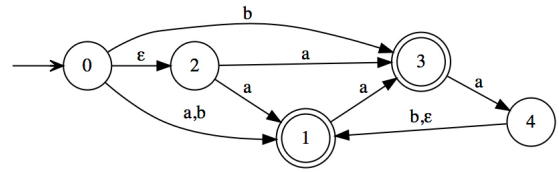
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

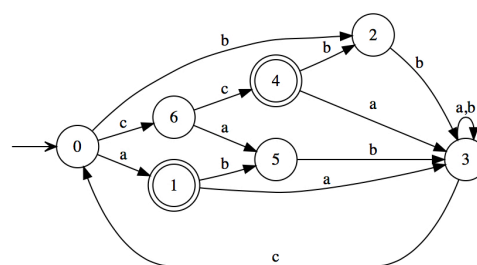
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

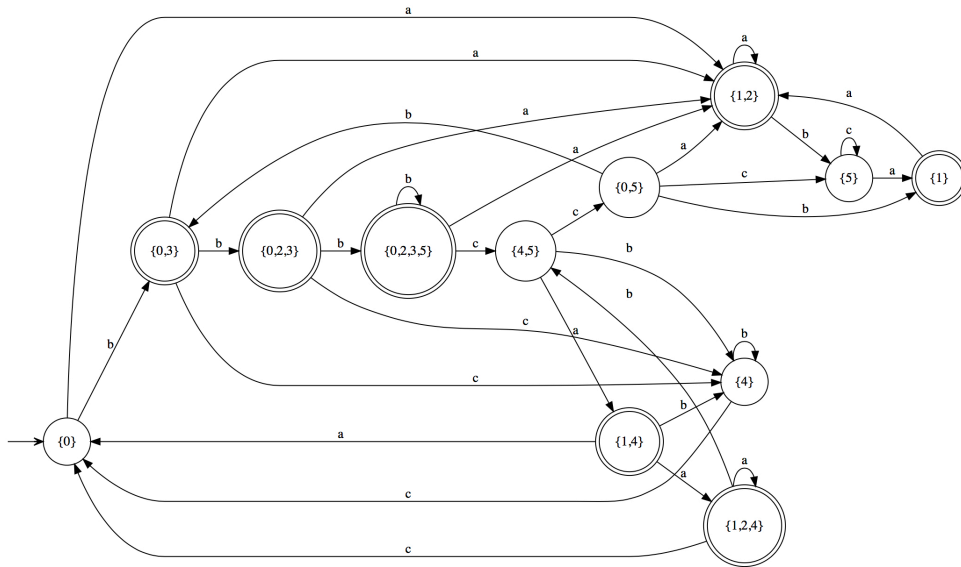
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

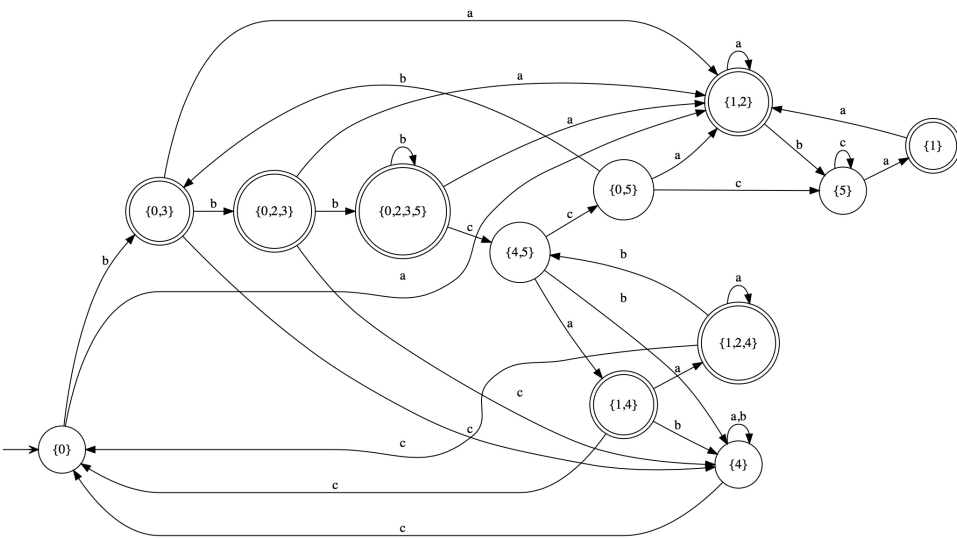
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

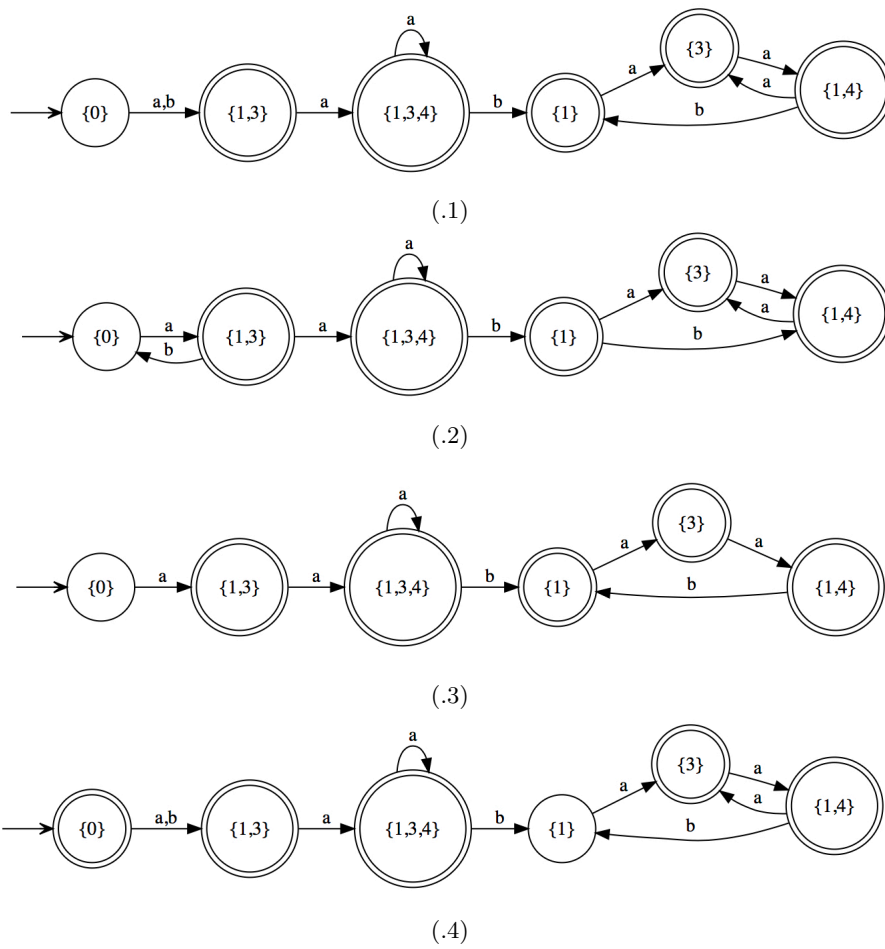


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



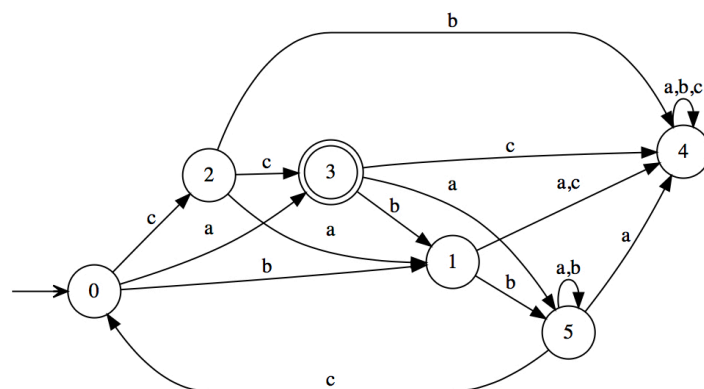
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

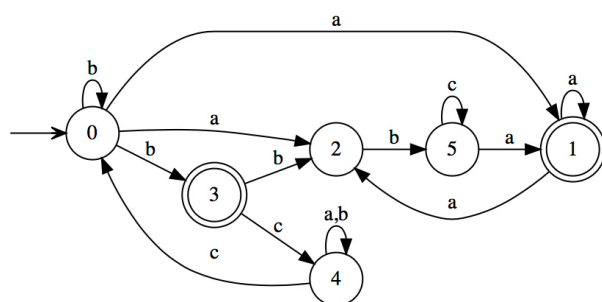


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

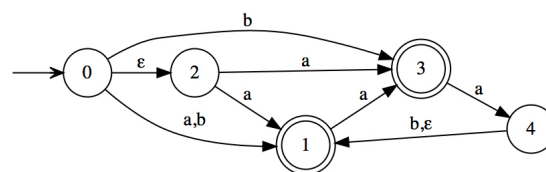
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

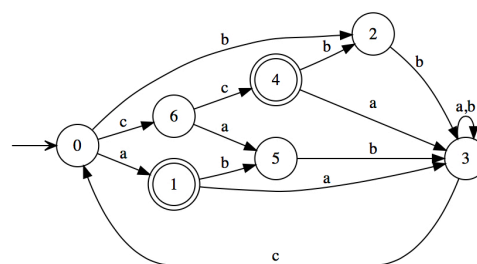
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

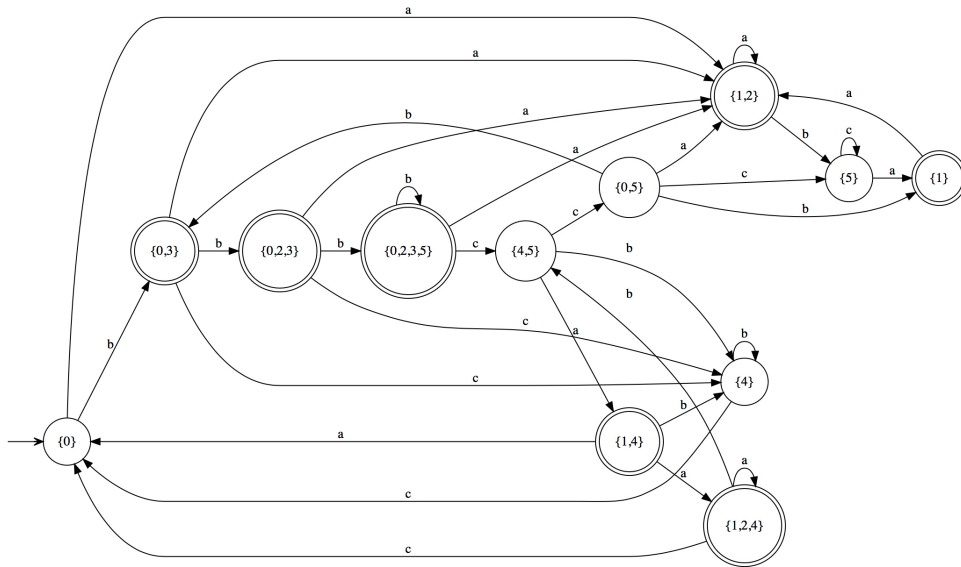
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

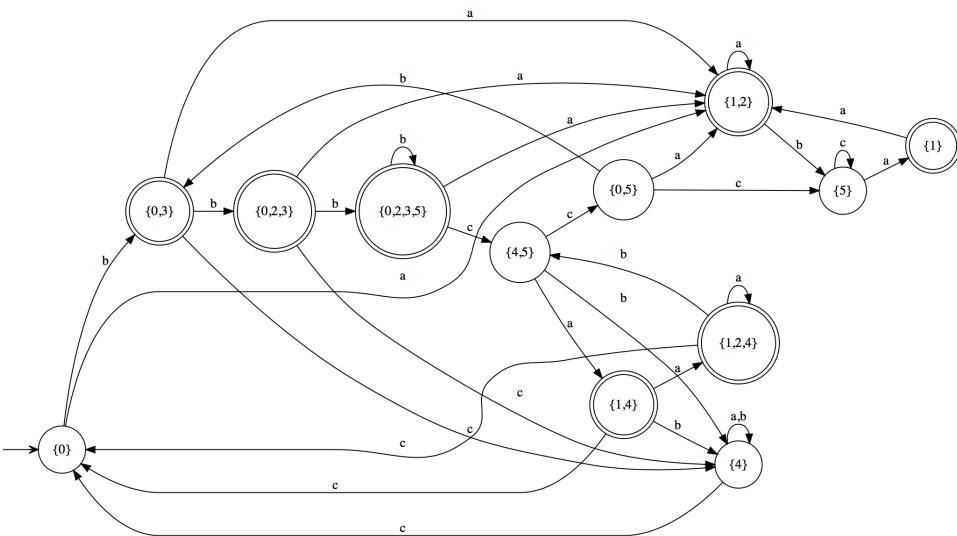
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

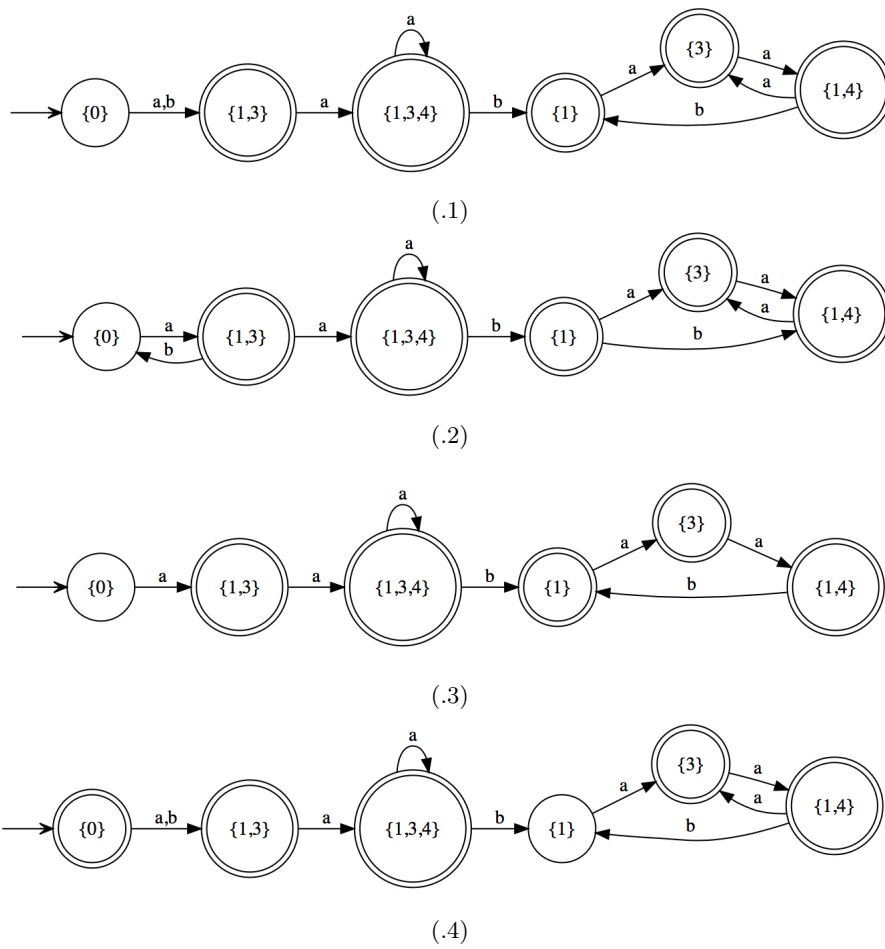
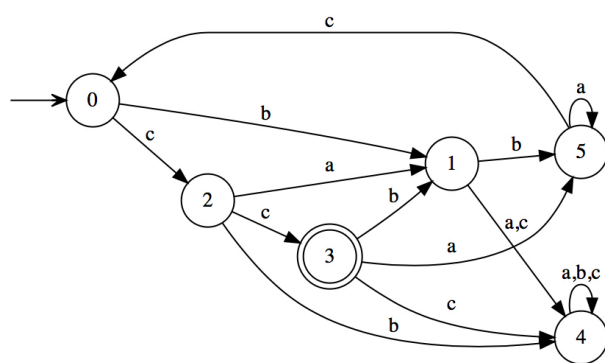


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



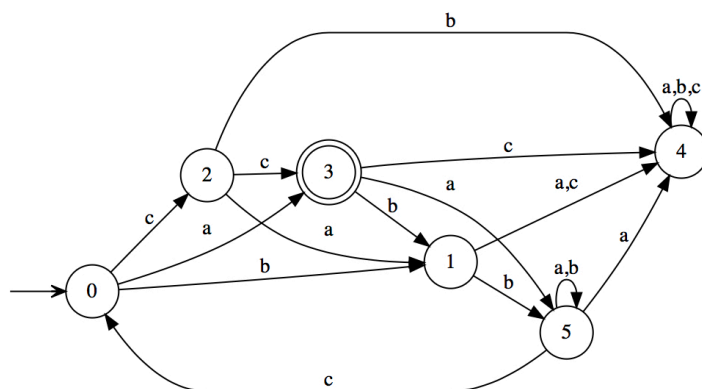
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

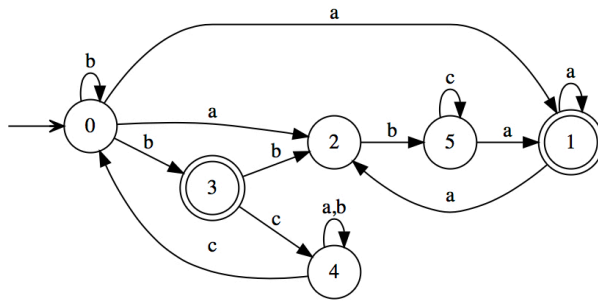


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

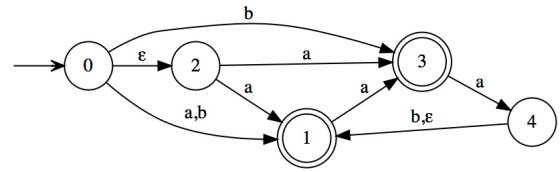
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

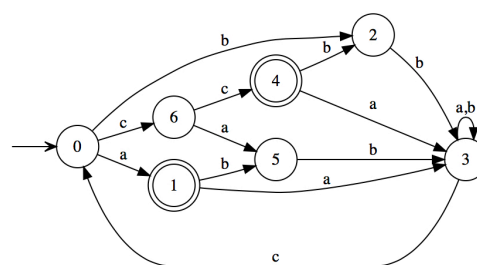
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.2. [d] la Figure V.3.
 [a] la Figure V.4. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

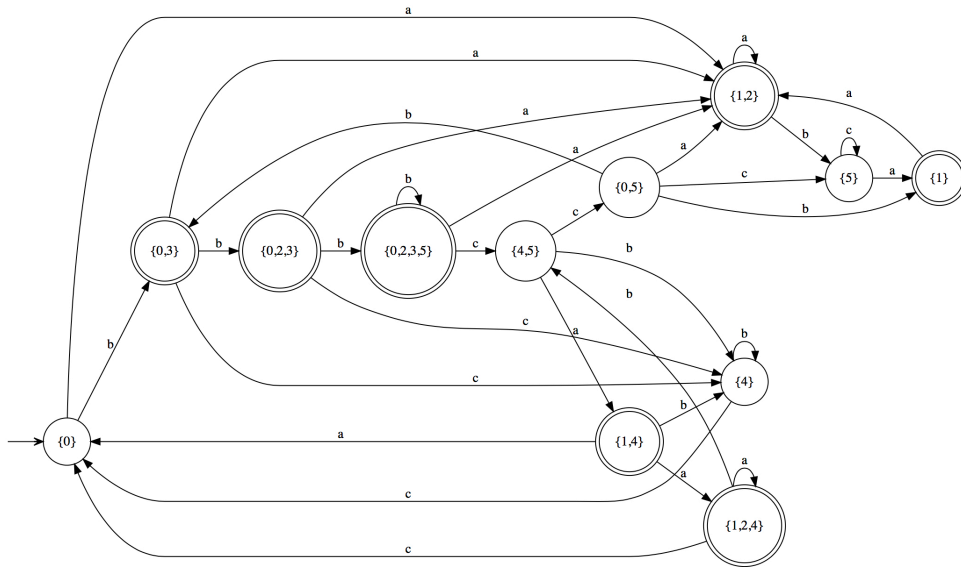
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

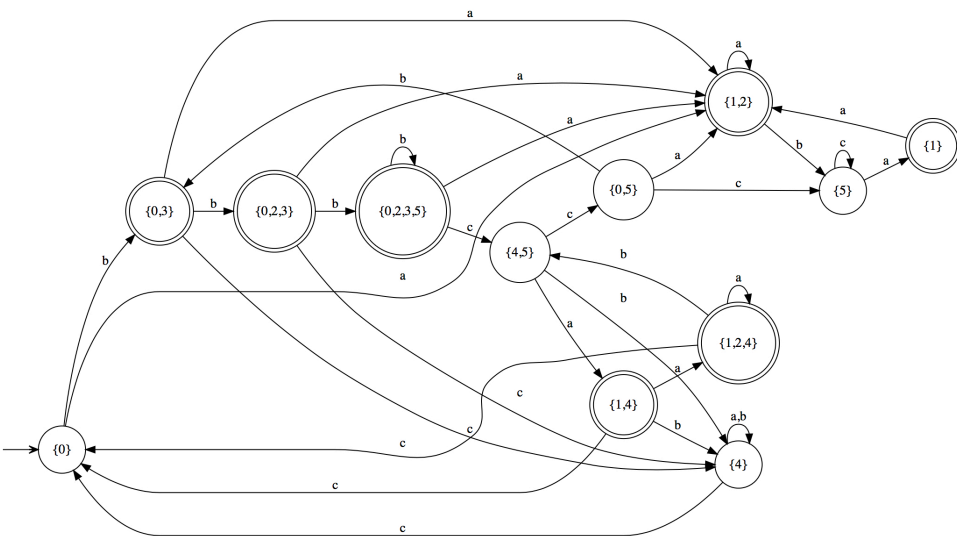
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

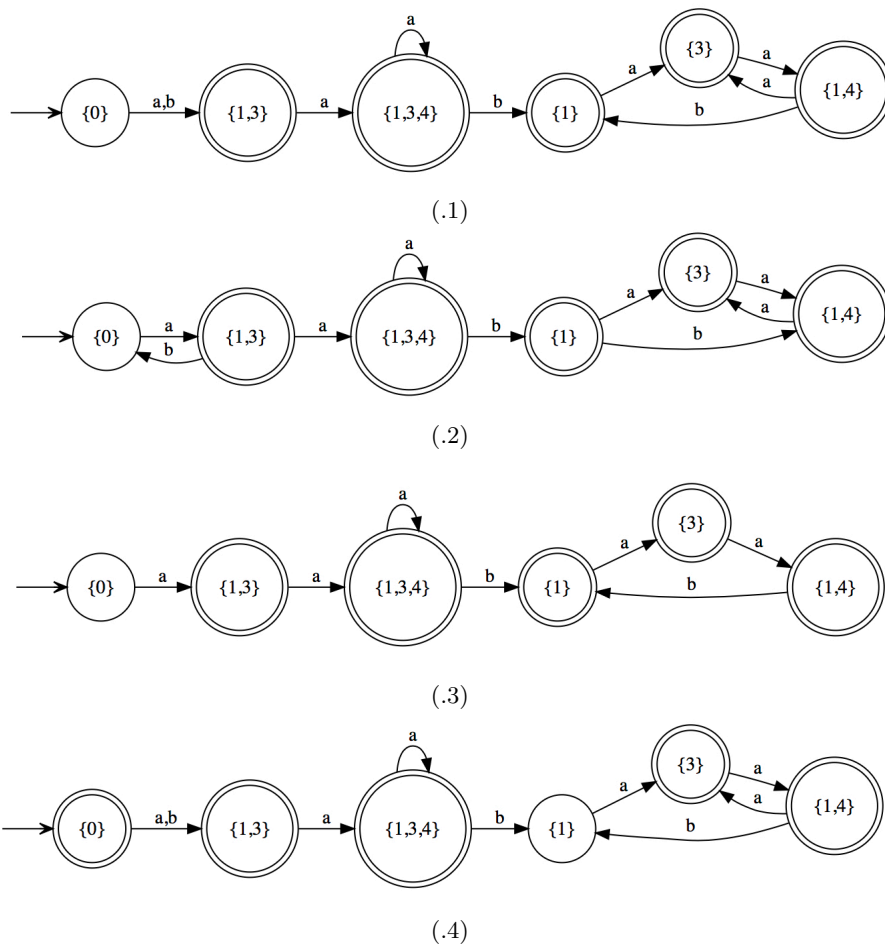


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



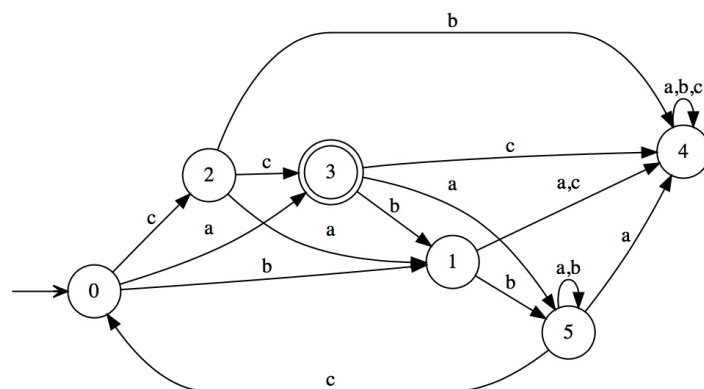
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

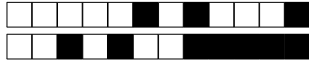
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

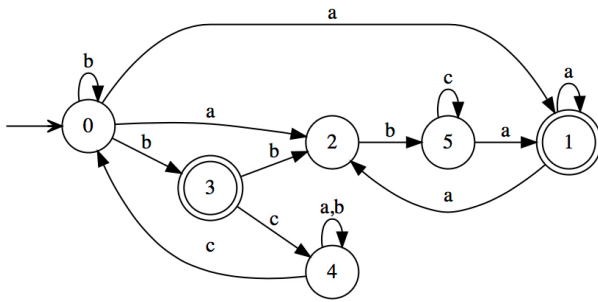


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

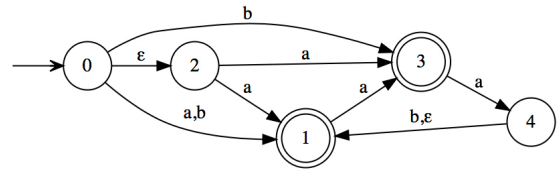
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

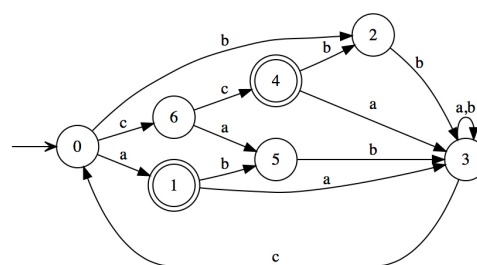
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.3. [d] la Figure V.4.
 [a] la Figure V.2. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

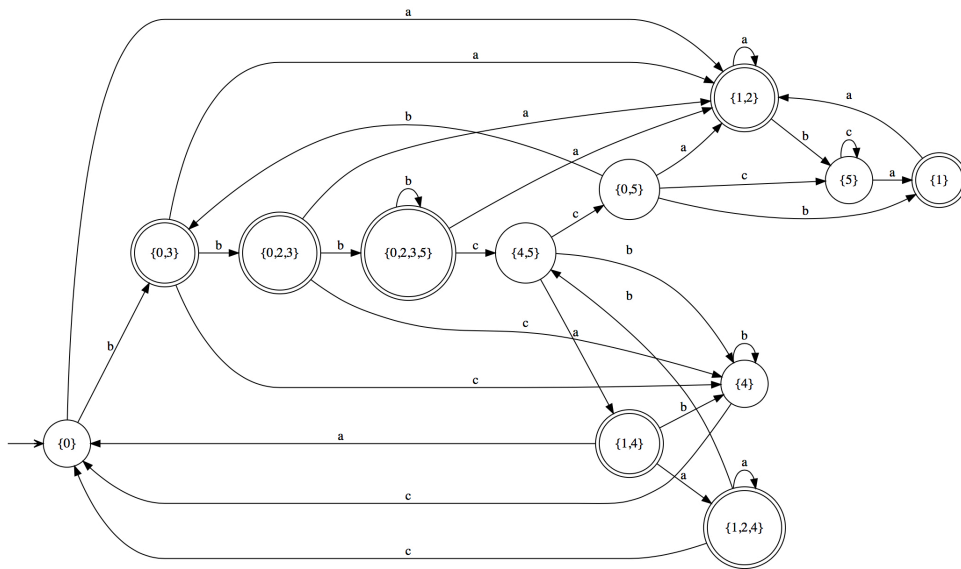
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

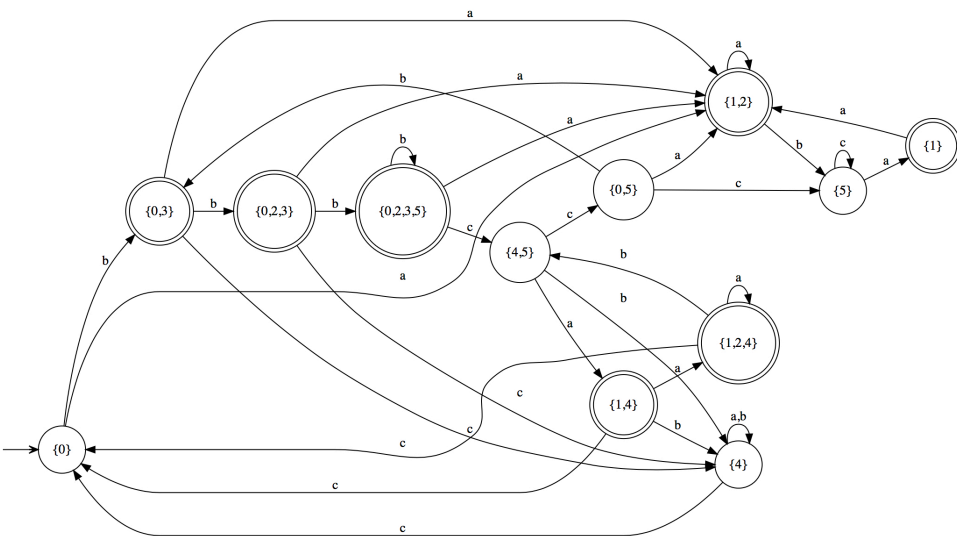
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

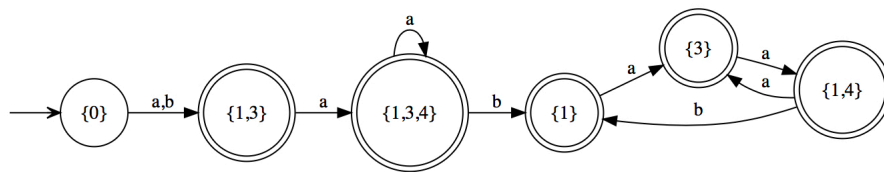


(.2)

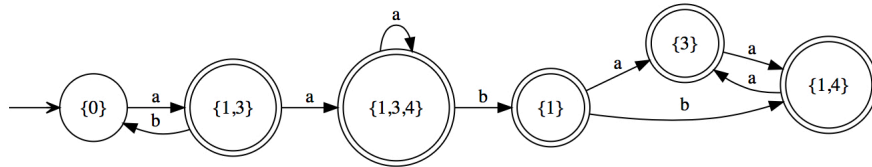


(.3)

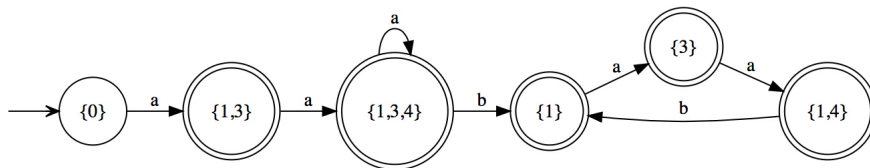
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



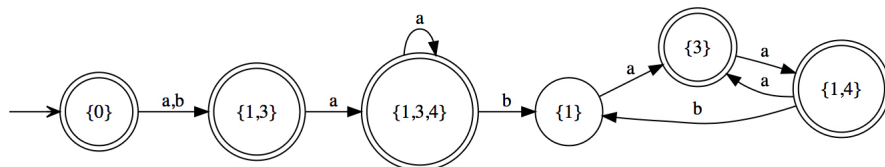
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



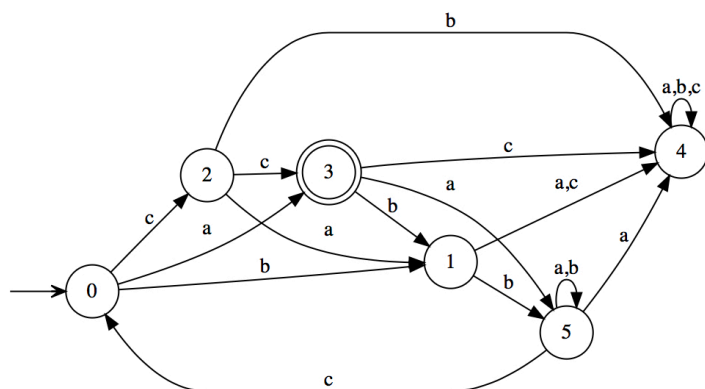
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

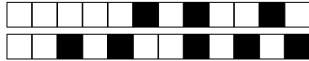
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

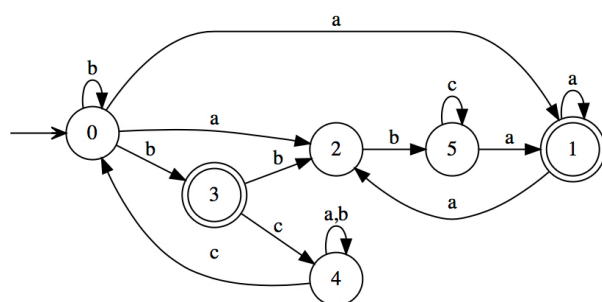


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

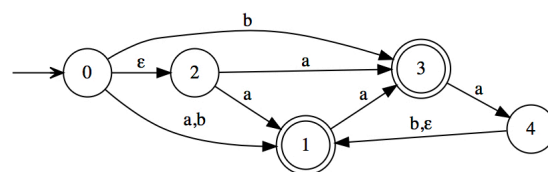
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.1.
- ☐ b) Celui de la Figure III.3.
- ☐ c) Celui de la Figure III.2.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

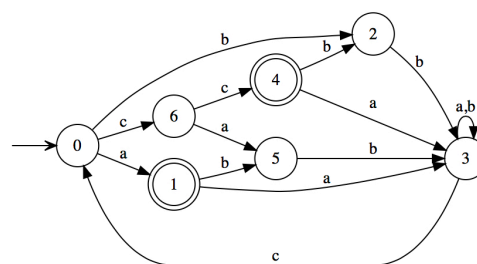
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

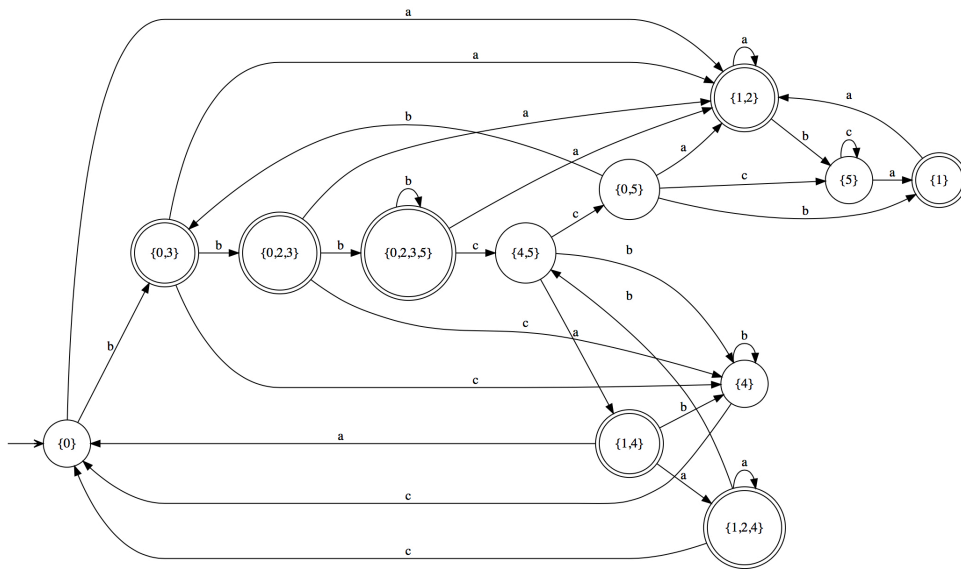
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

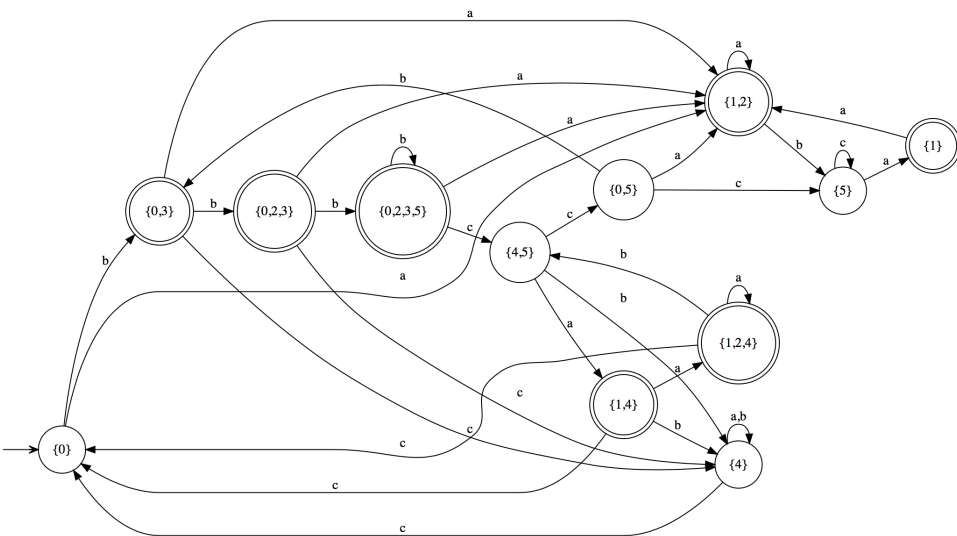
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

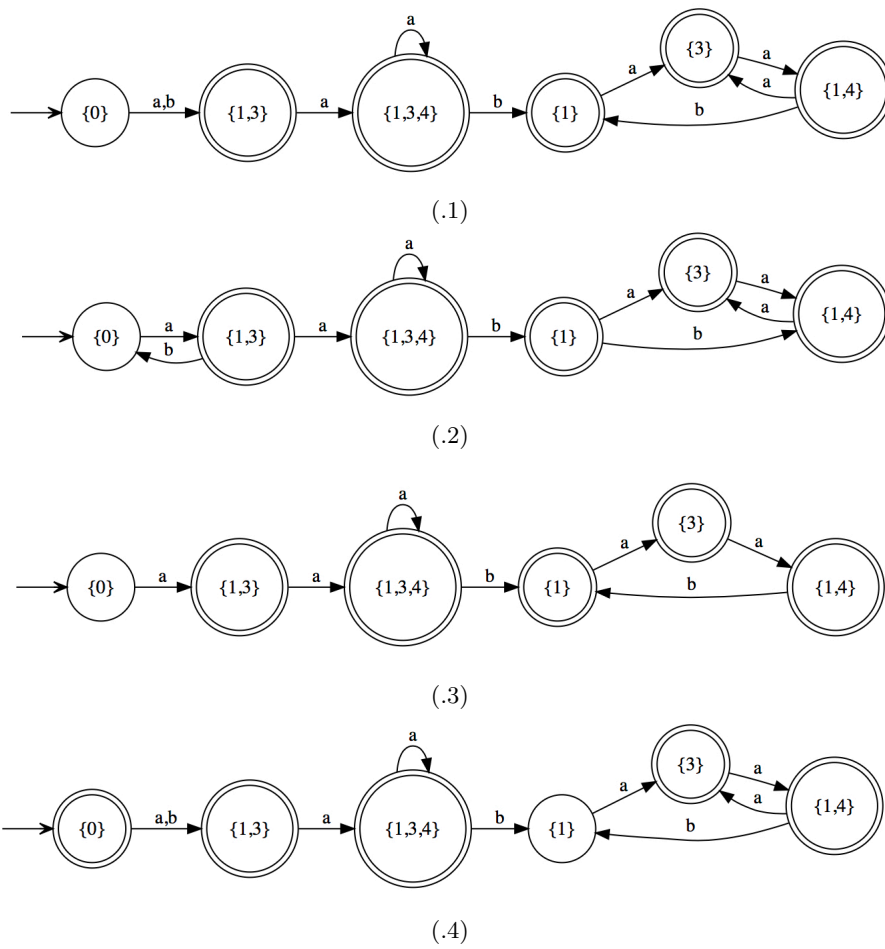


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



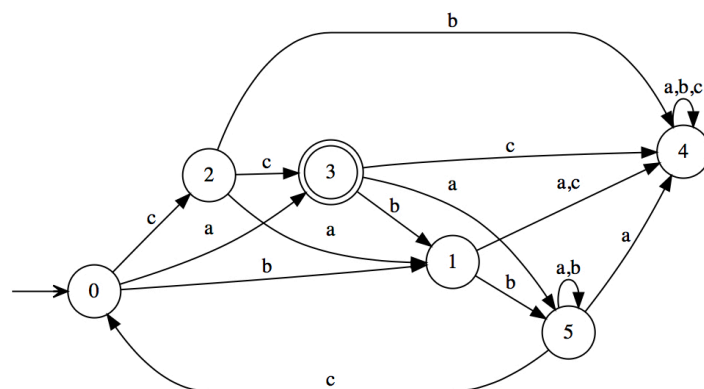
(.1)



(.2)

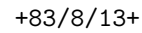


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

.....

Question 1 :

f pf pj *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

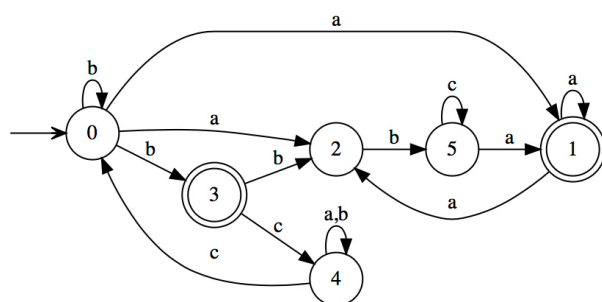


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

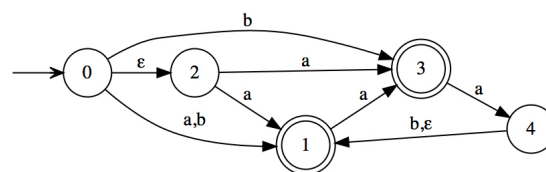
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

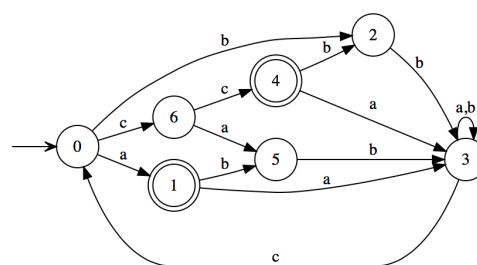
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.4. [d] la Figure V.1.
 [a] la Figure V.3. [c] la Figure V.2. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

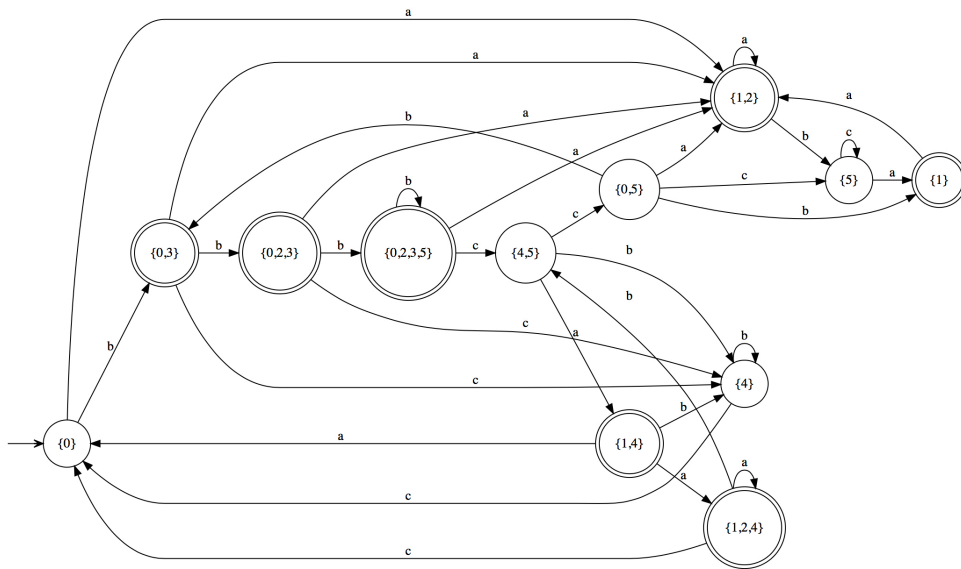
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

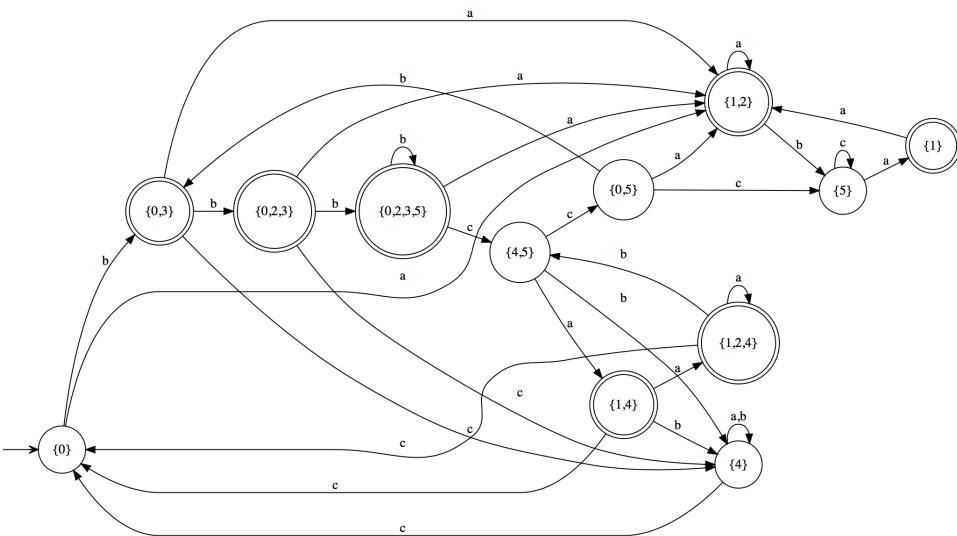
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

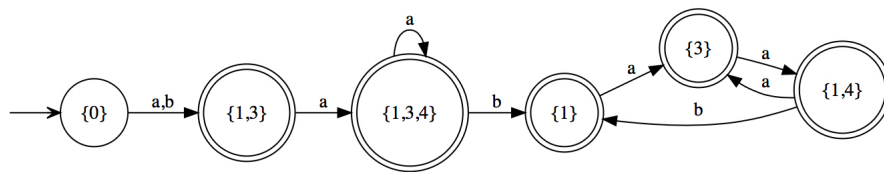


(.2)

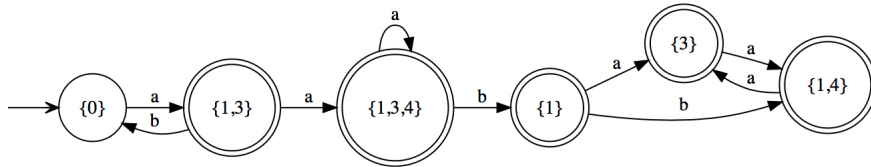


(.3)

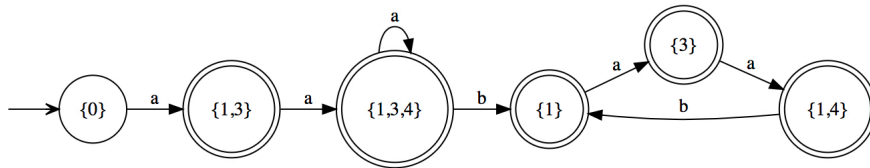
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



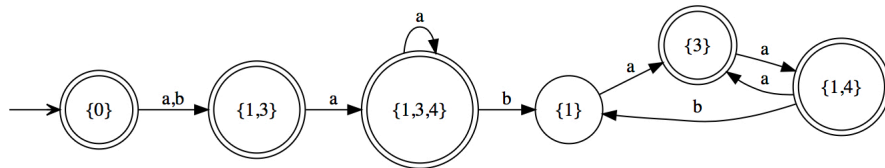
(.1)



(.2)

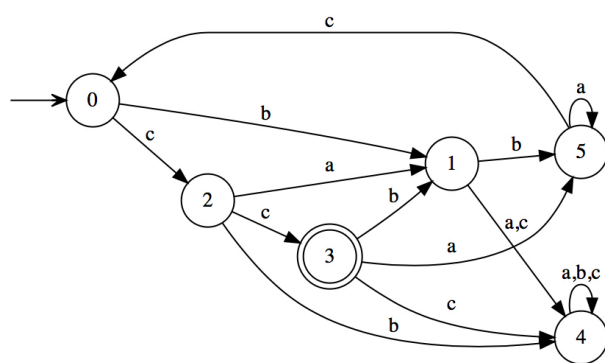


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



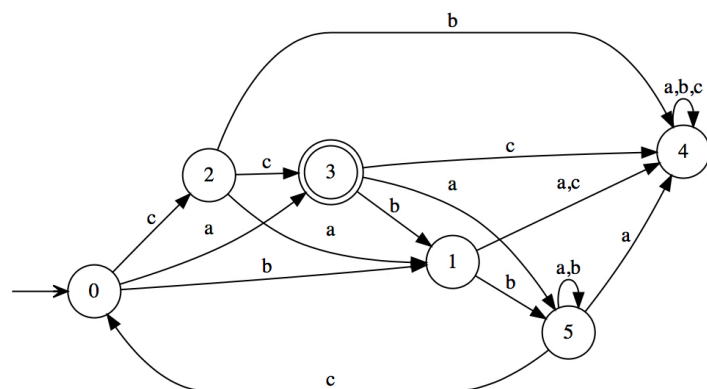
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



+84/9/2+

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

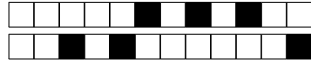
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

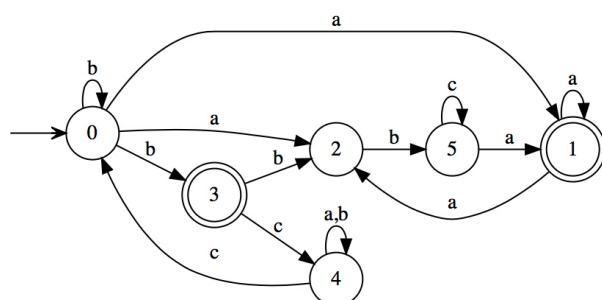


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

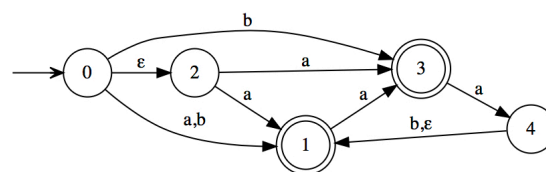
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

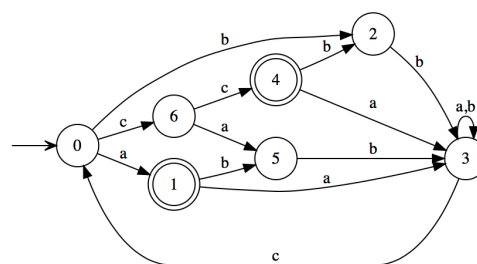
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

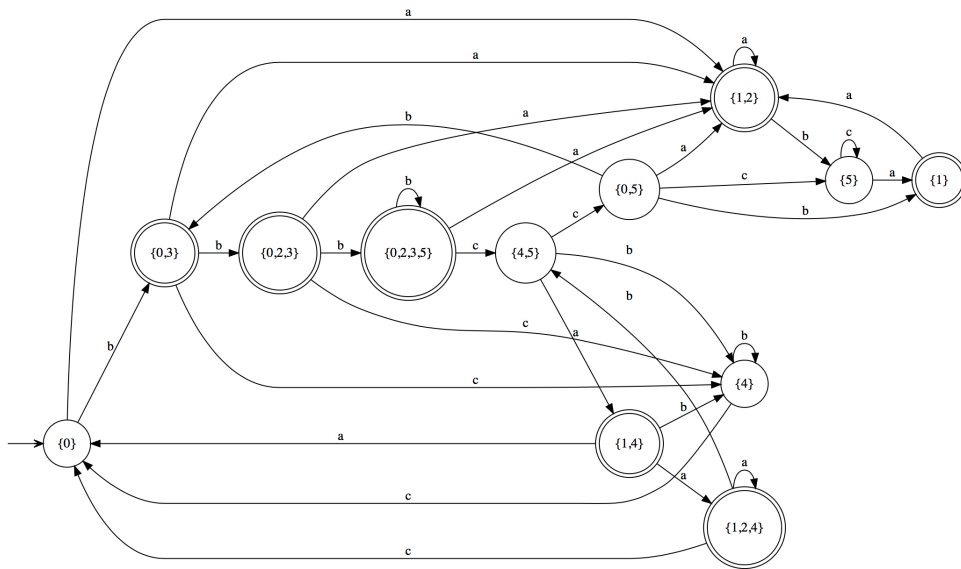
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

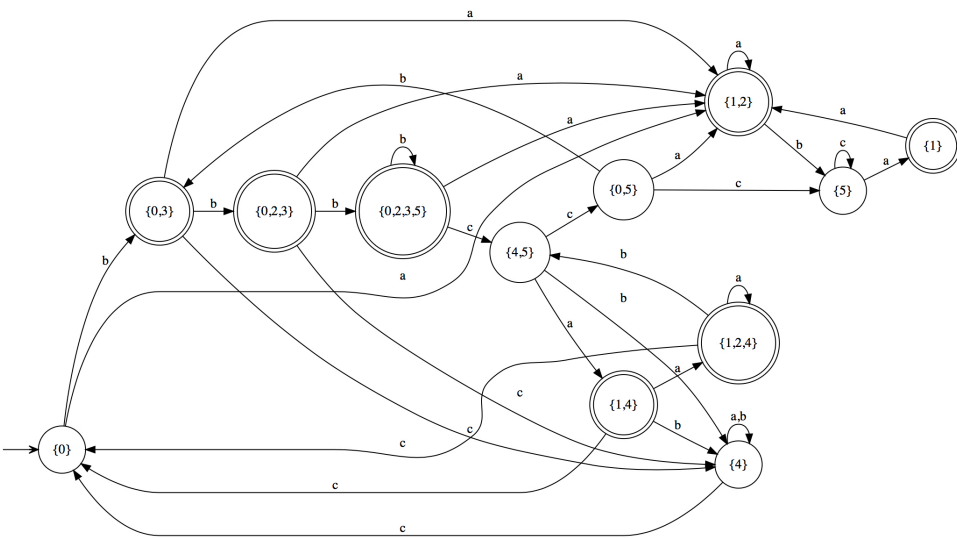
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

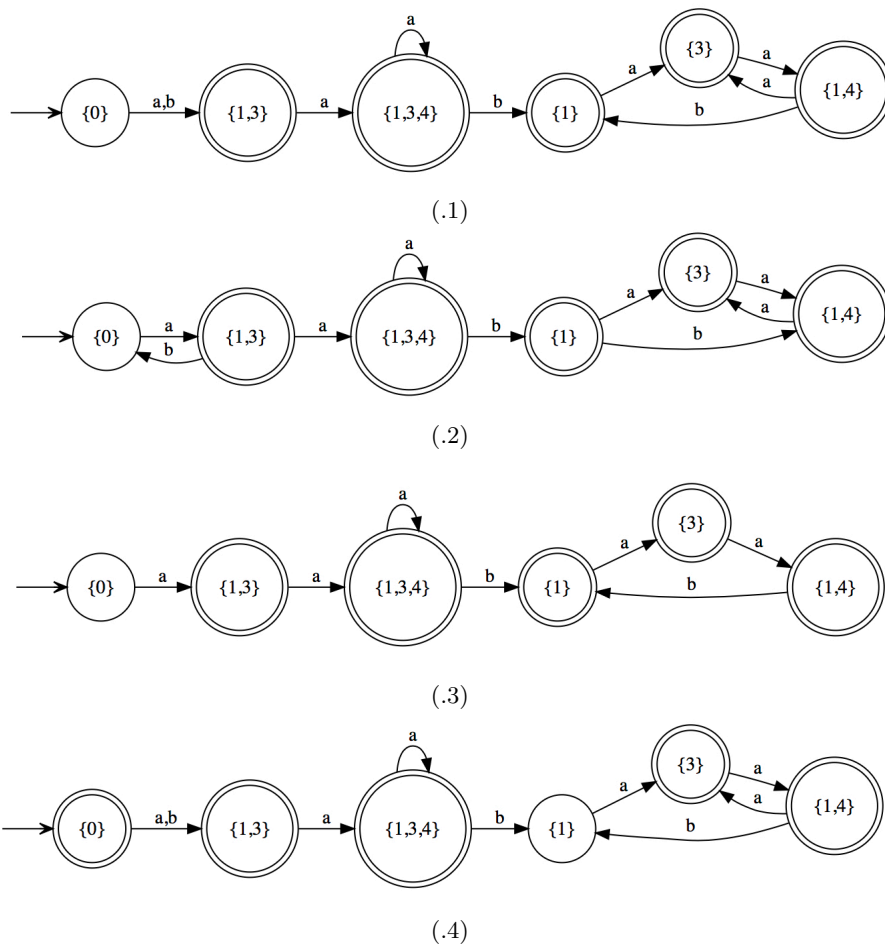


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



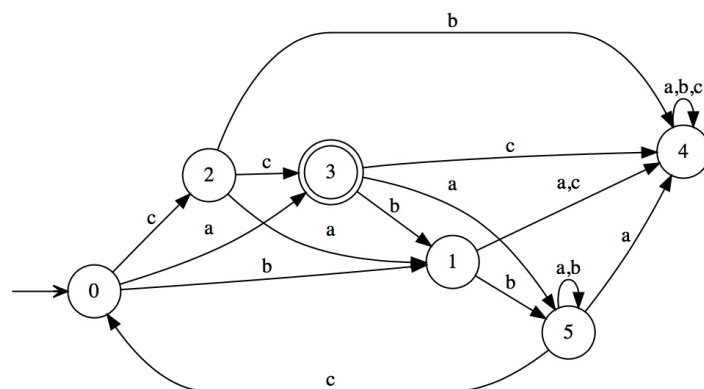
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

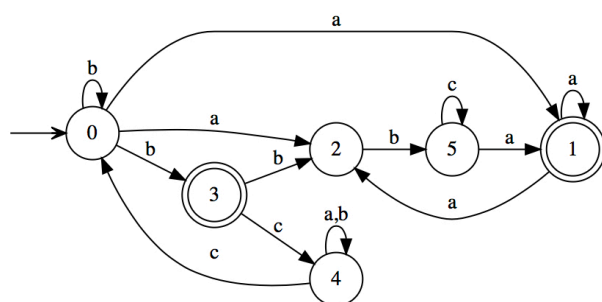


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

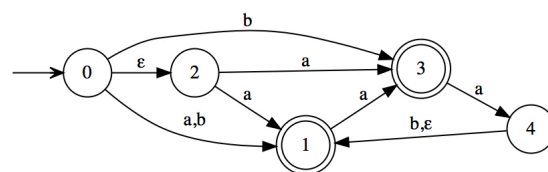
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [c] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [f] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [d] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [e] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

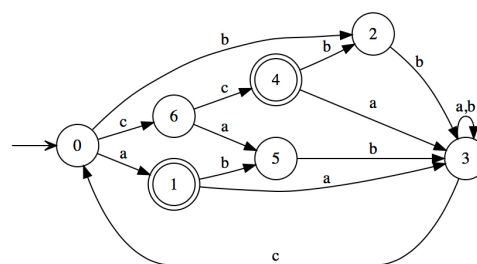
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

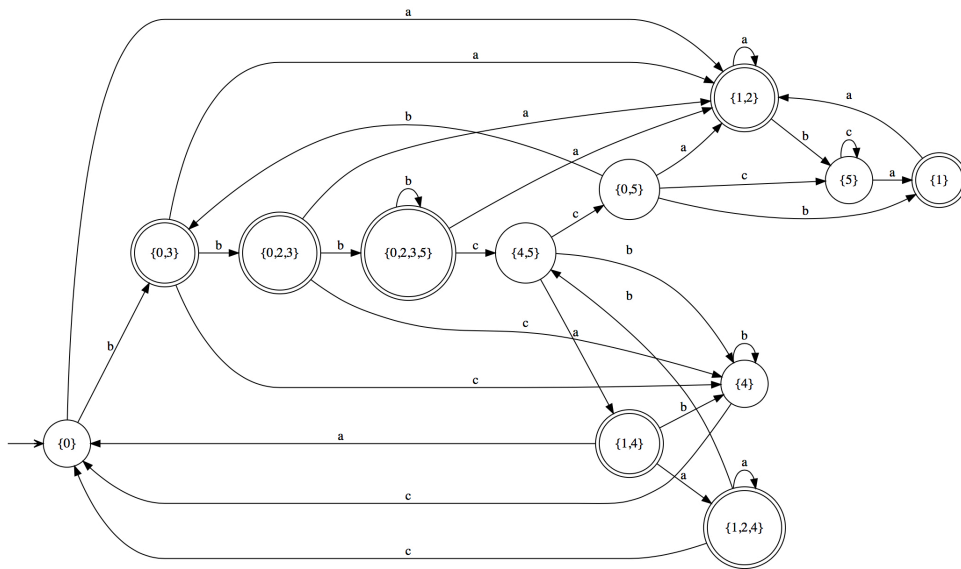
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

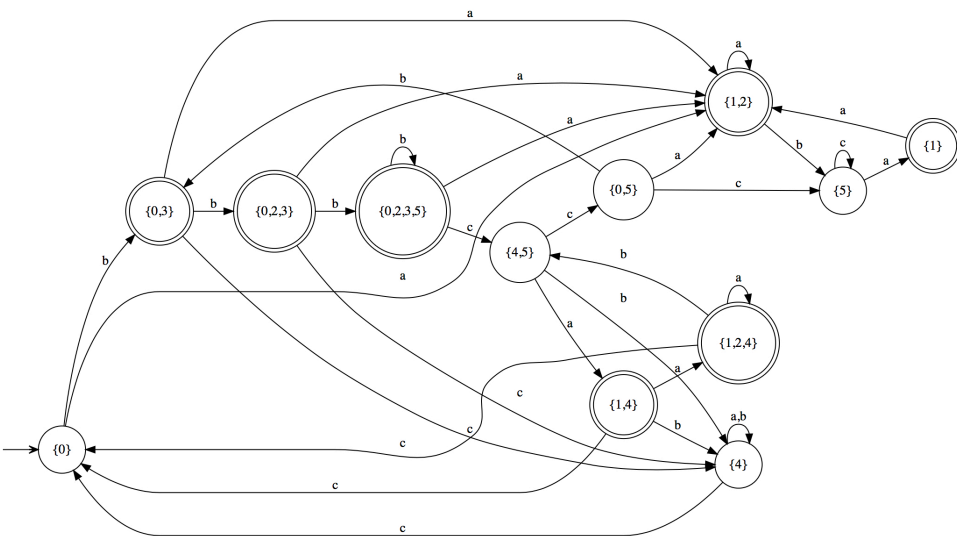
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

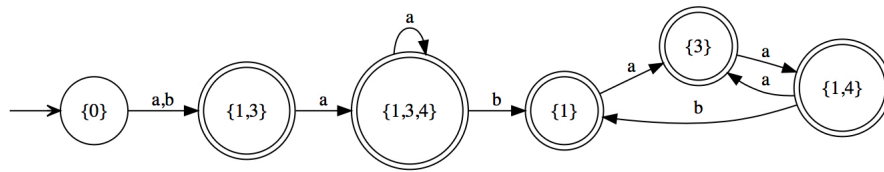


(.2)

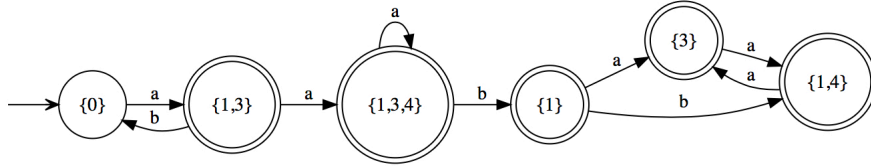


(.3)

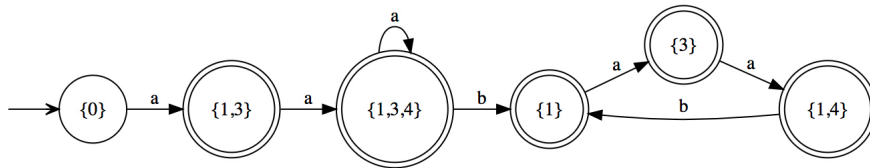
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



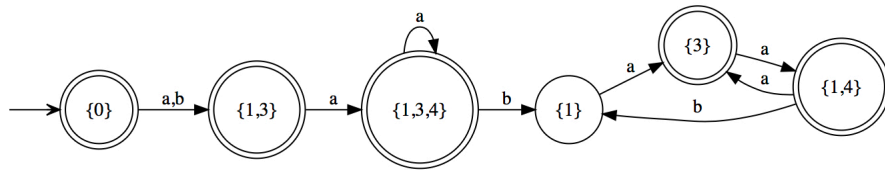
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



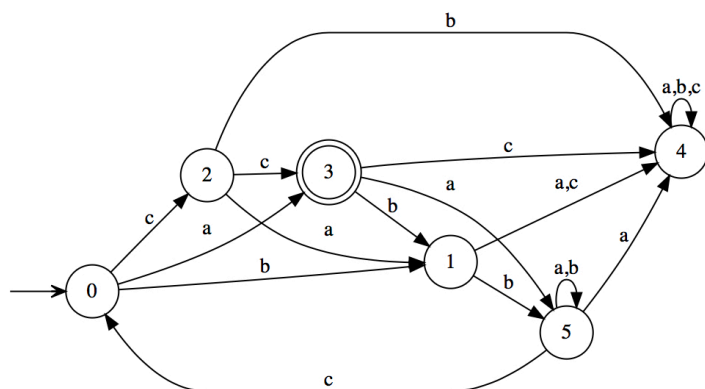
(.1)



(.2)

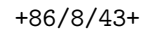


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

.....

f pf pj *Réservé enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

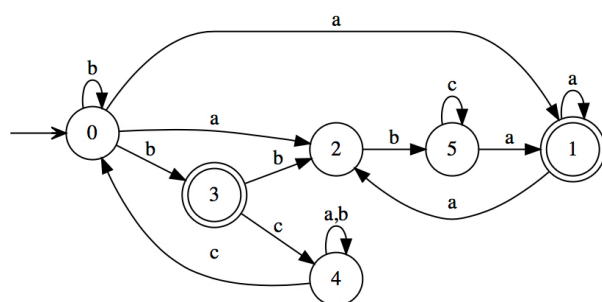


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

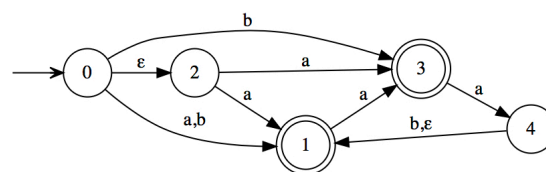
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

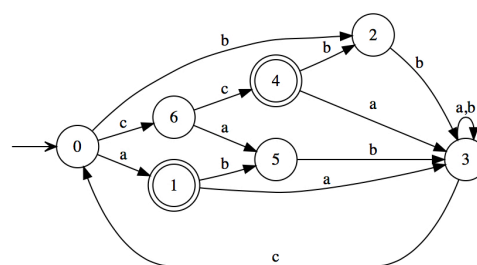
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.3. [d] la Figure V.2.
 [a] la Figure V.4. [c] la Figure V.1. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

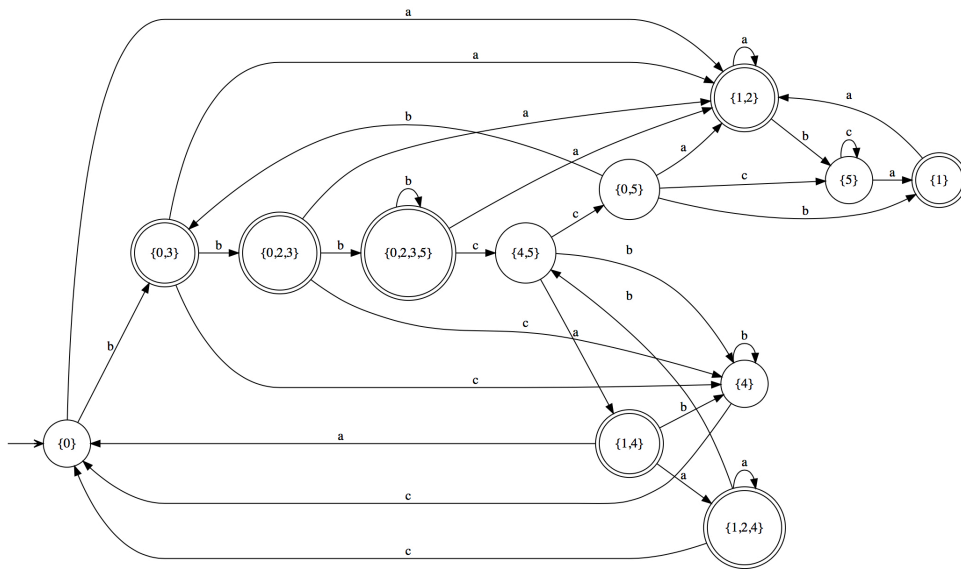
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

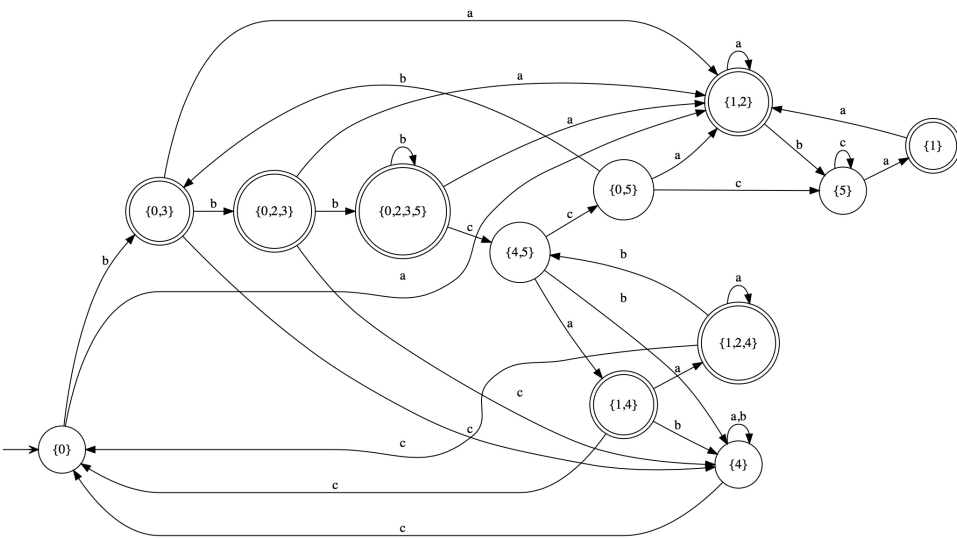
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

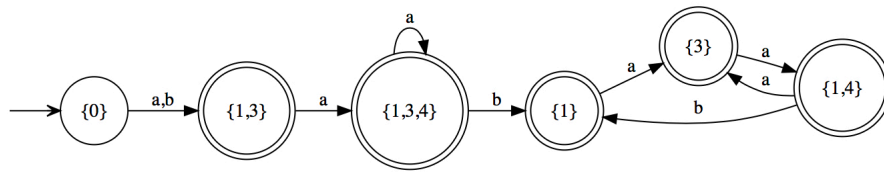


(.2)

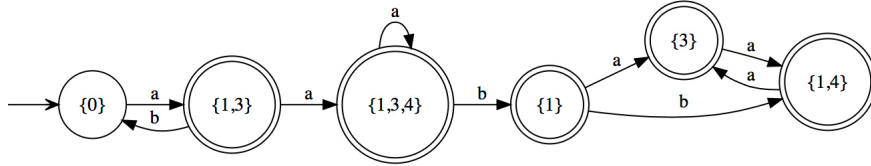


(.3)

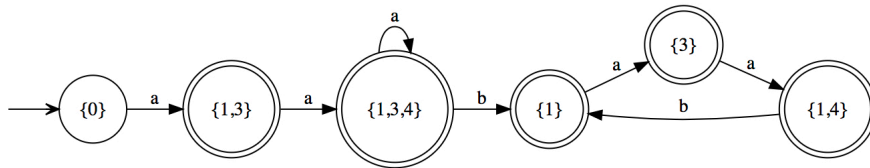
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



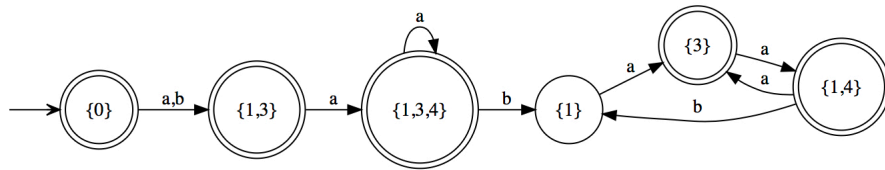
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



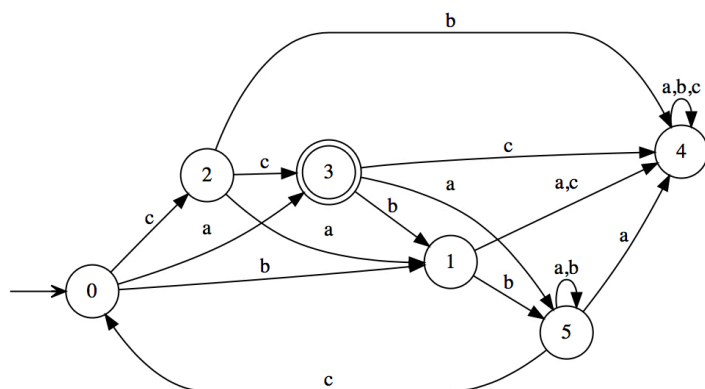
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

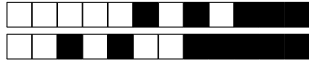
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

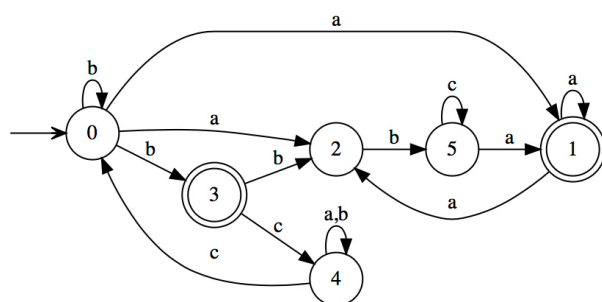


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

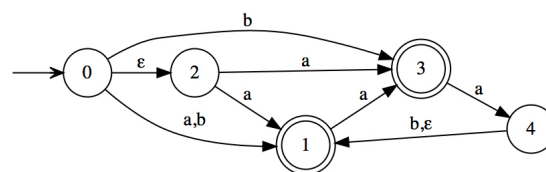
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

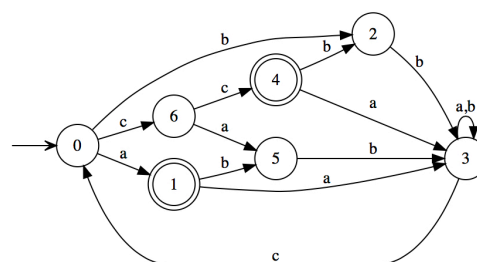
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

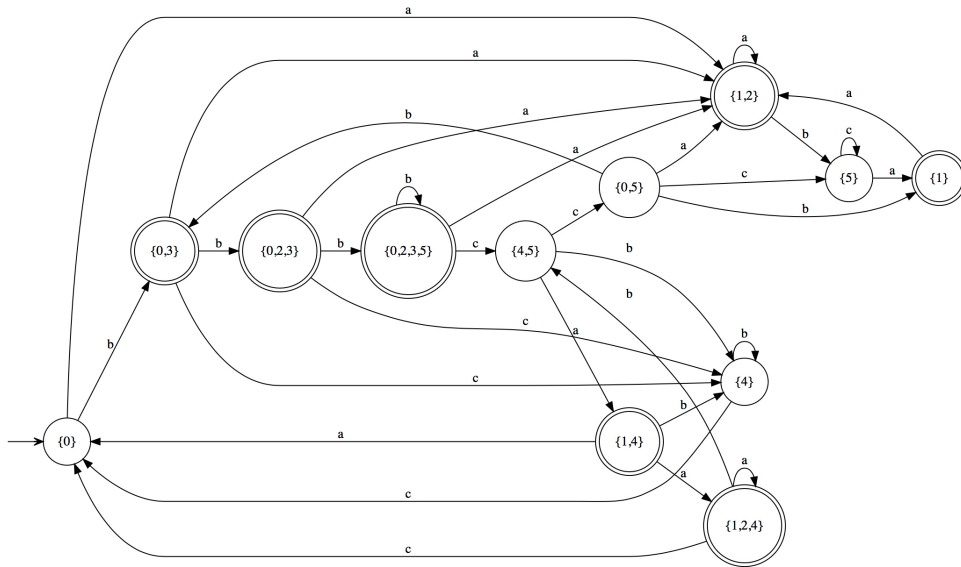
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

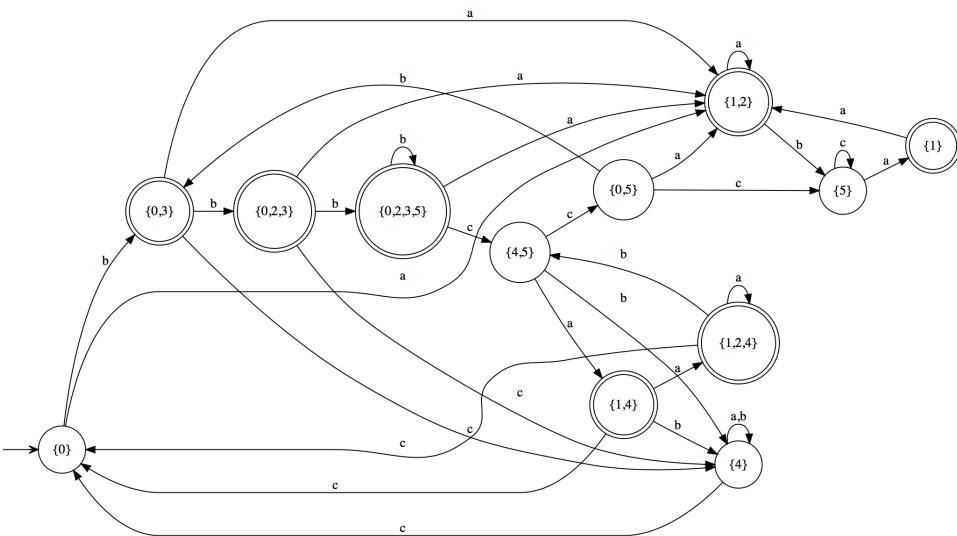
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



(.3)

FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.

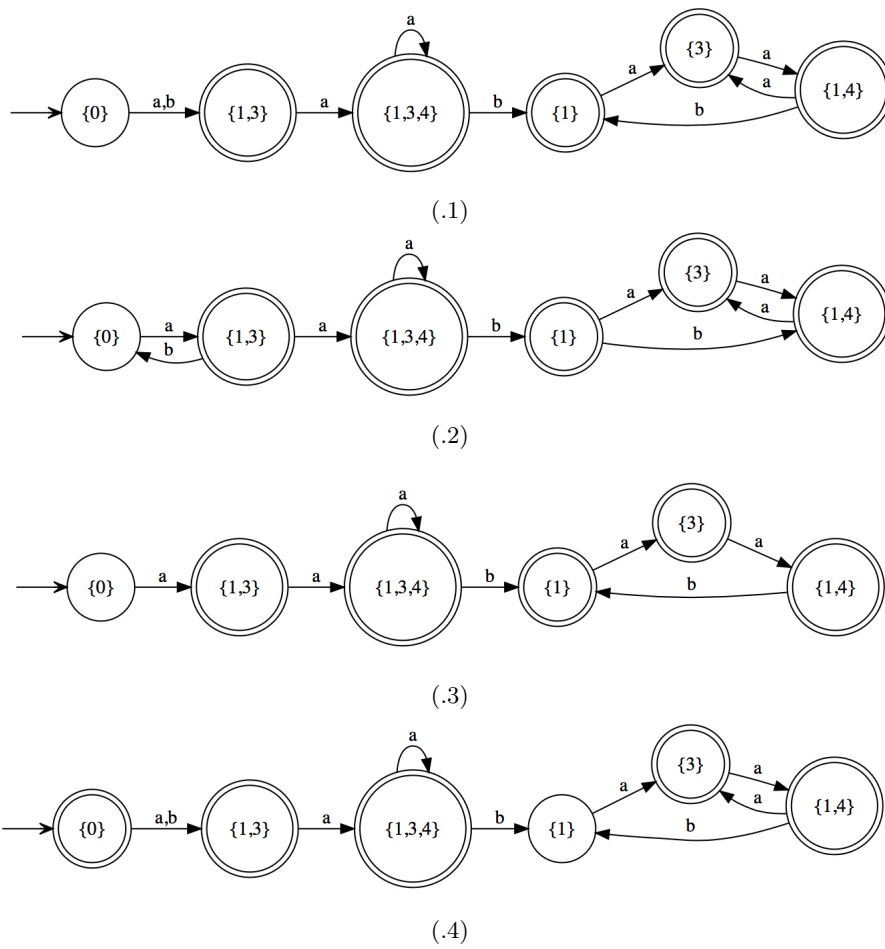
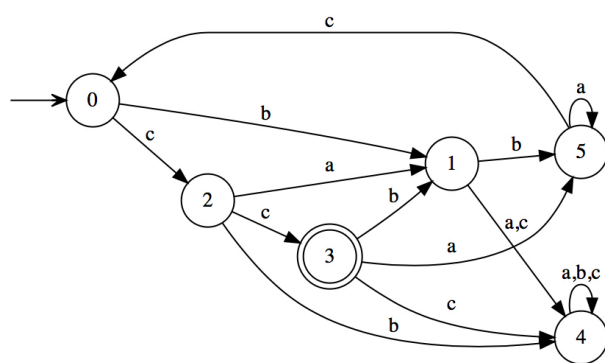


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



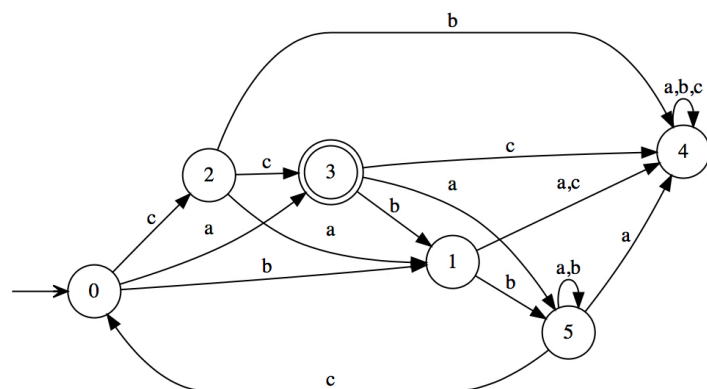
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

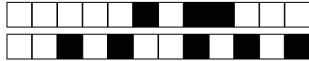
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

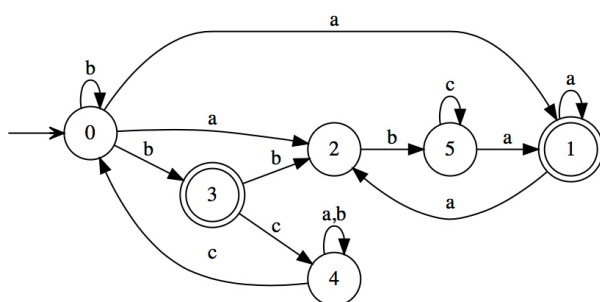


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

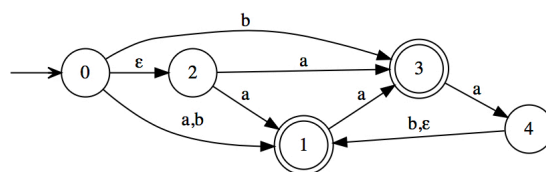
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

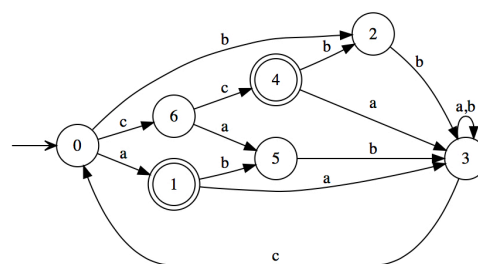
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

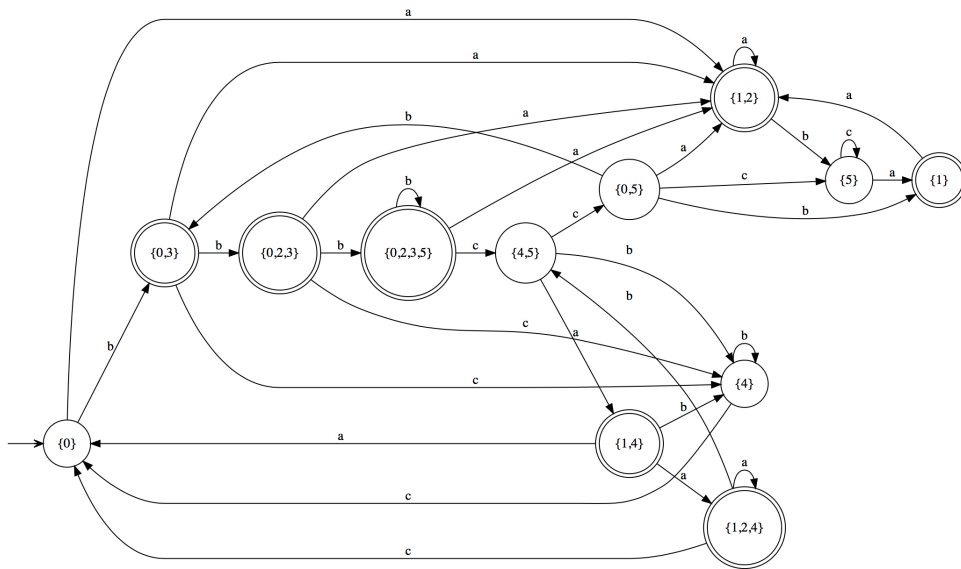
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

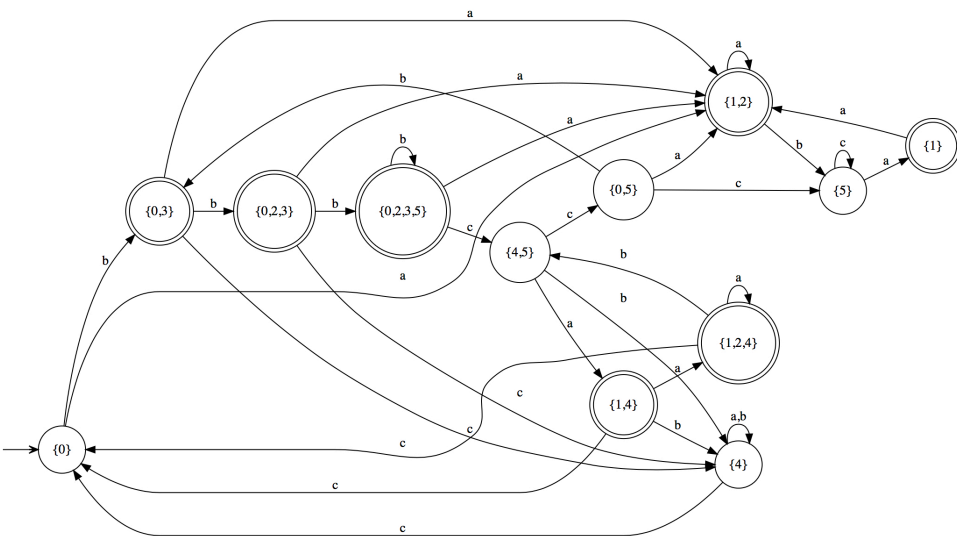
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

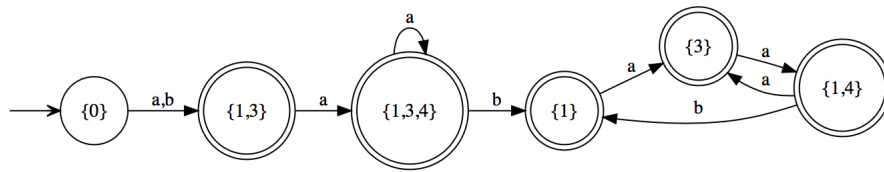


(.2)

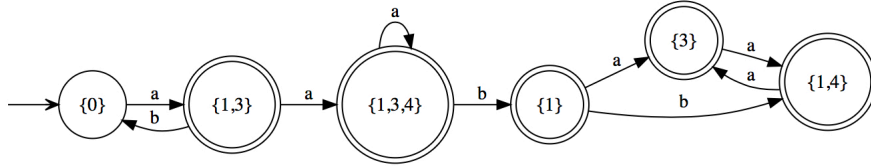


(.3)

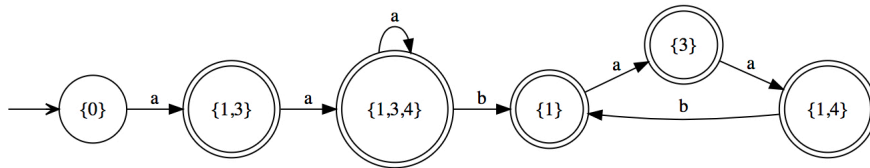
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



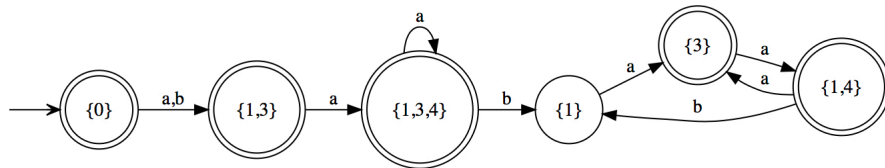
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



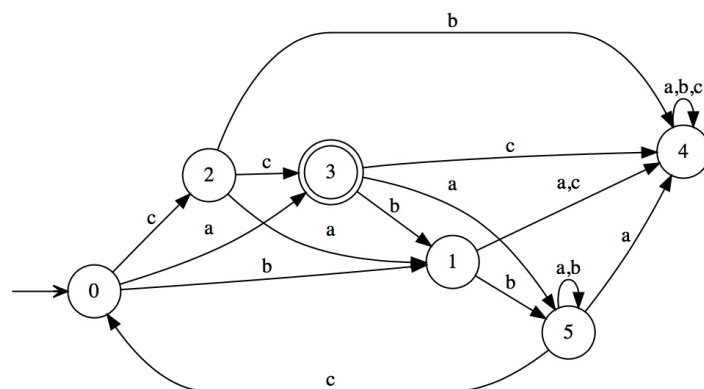
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

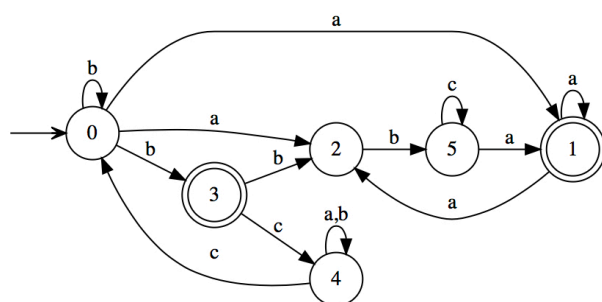


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

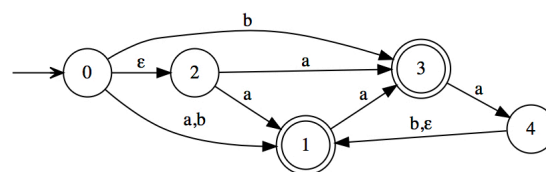
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

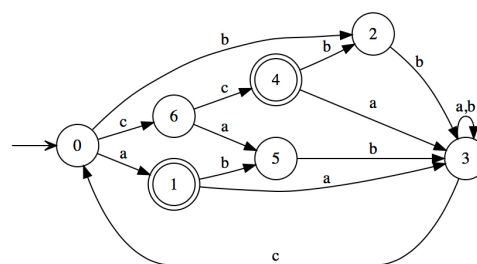
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.1. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

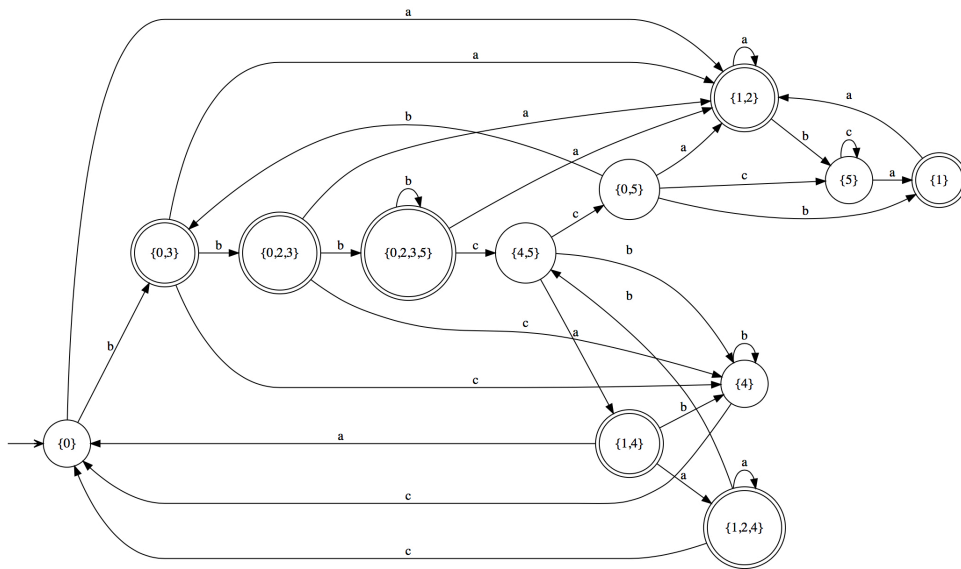
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

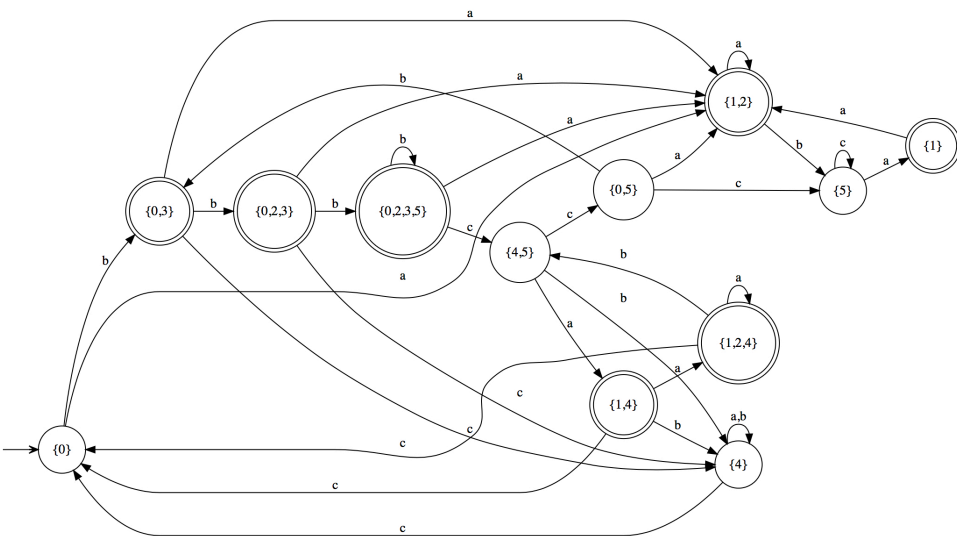
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

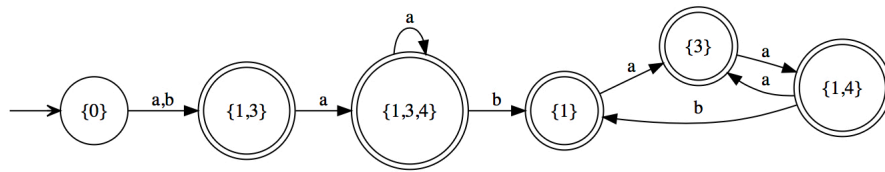


(.2)

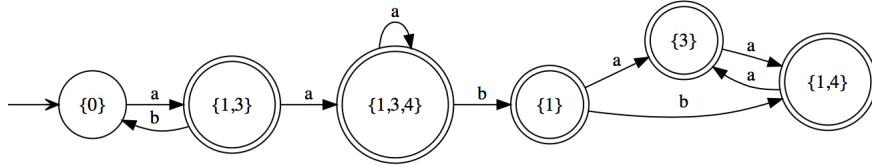


(.3)

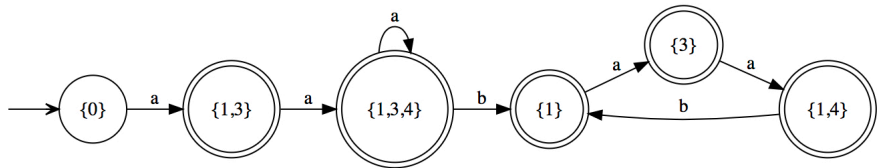
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



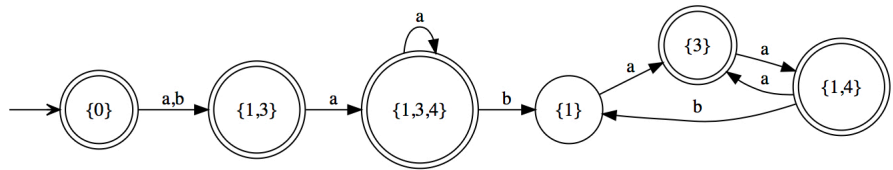
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



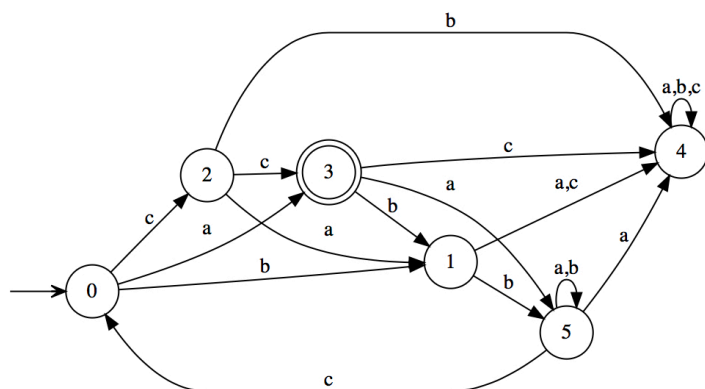
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

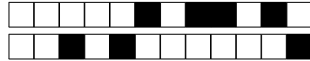
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

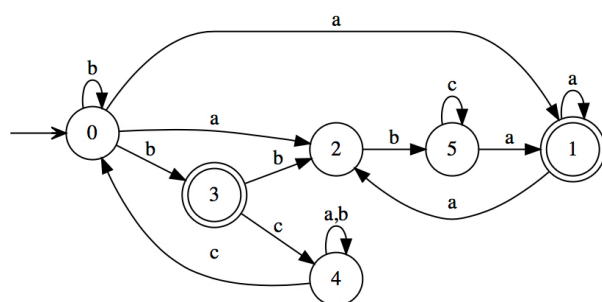


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

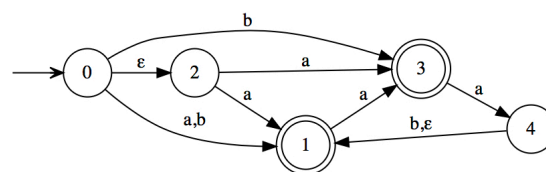
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a) $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ b) $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c) $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d) $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e) $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f) $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

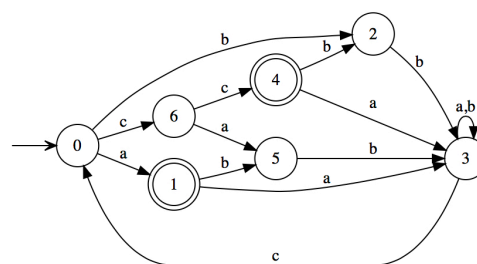
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

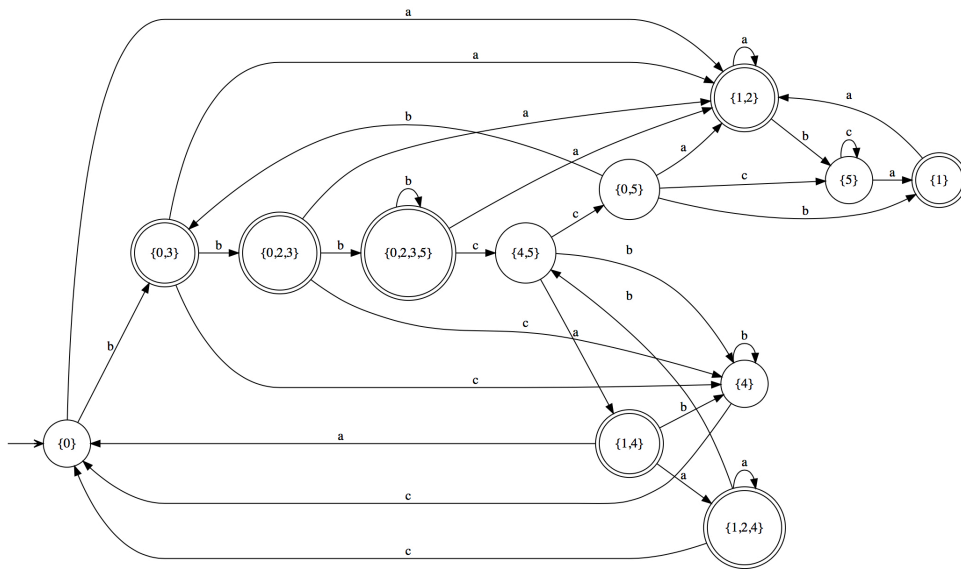
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

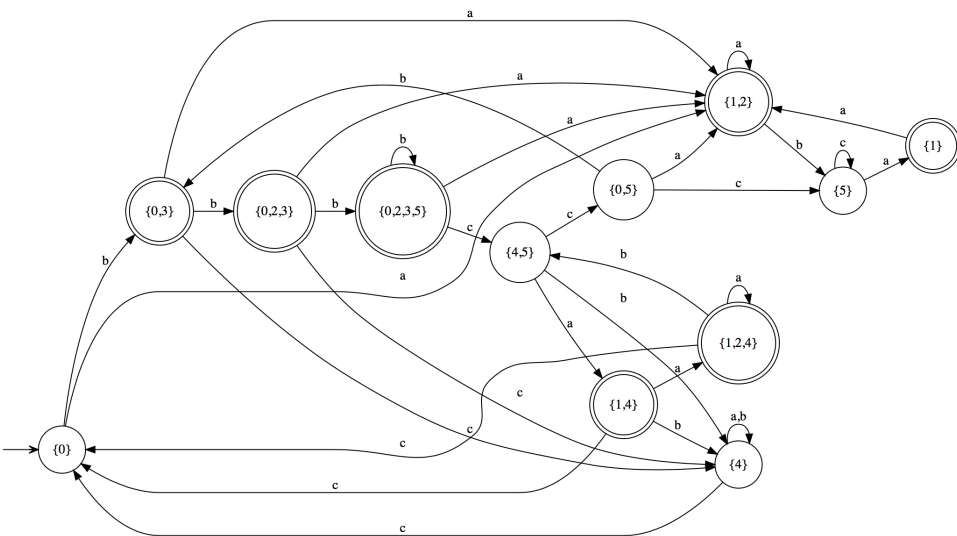
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

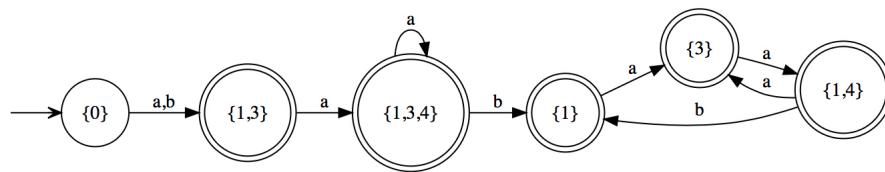


(.2)

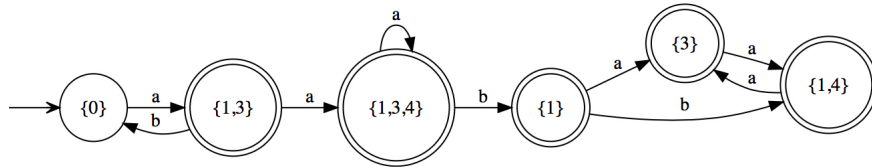


(.3)

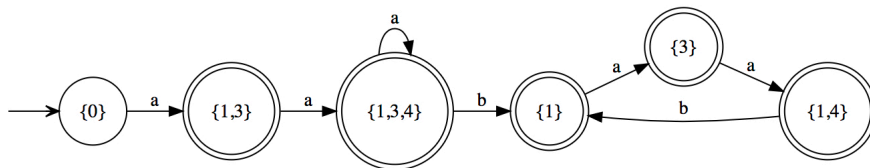
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



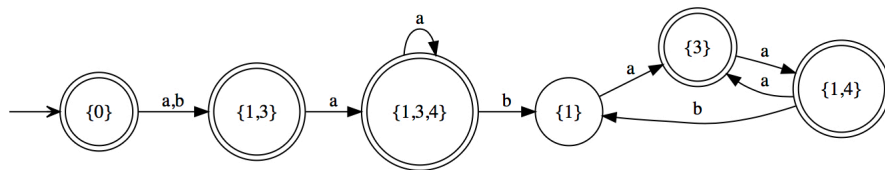
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



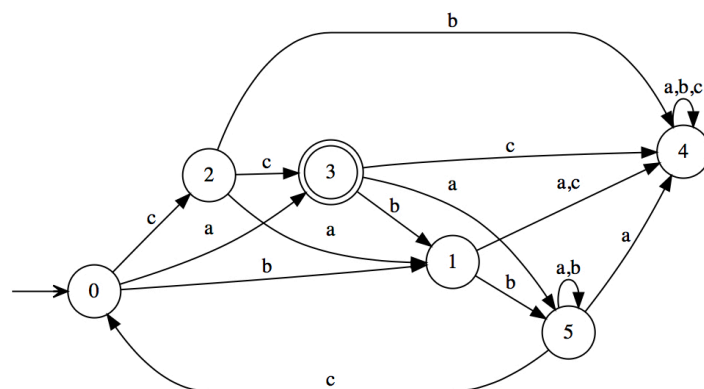
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.



(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.

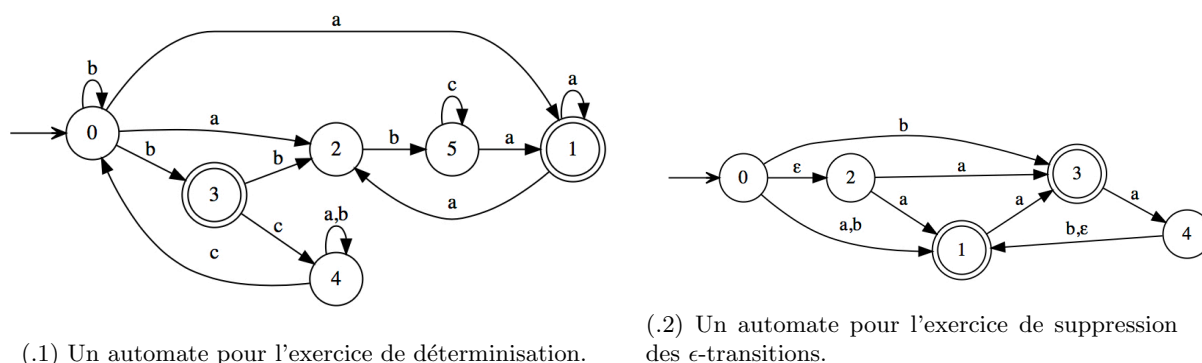


FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.2.
- ☐ b) Celui de la Figure III.1.
- ☐ c) Celui de la Figure III.3.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

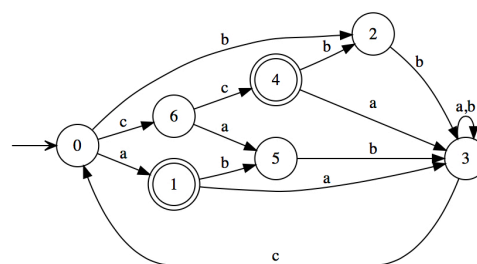
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



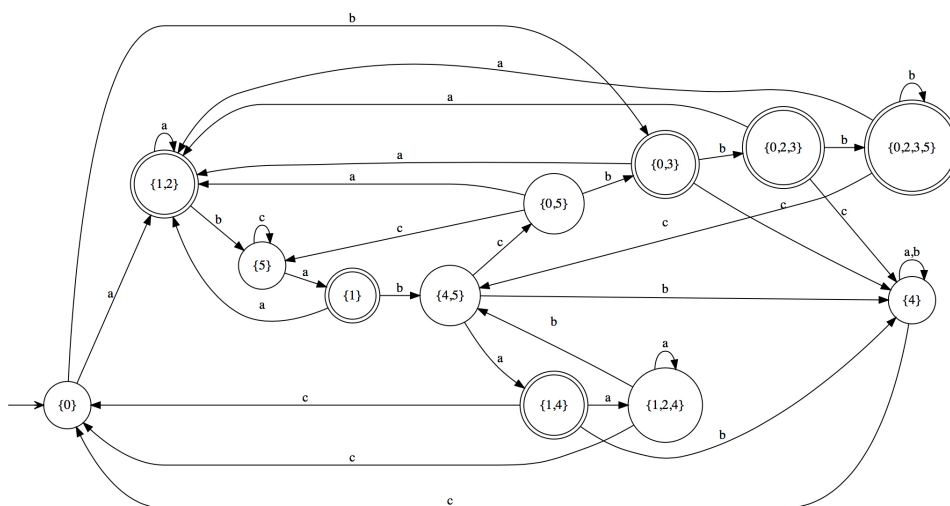
- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

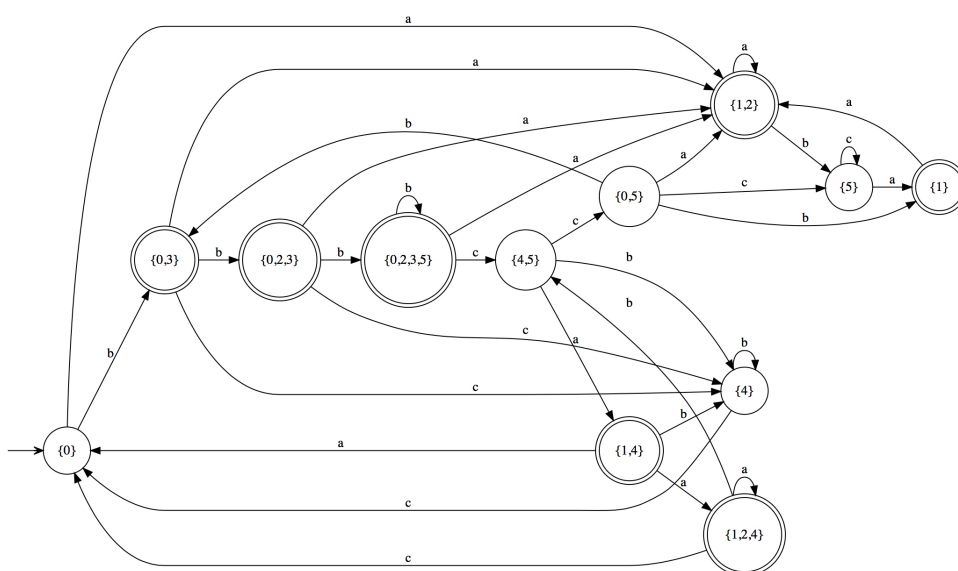
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

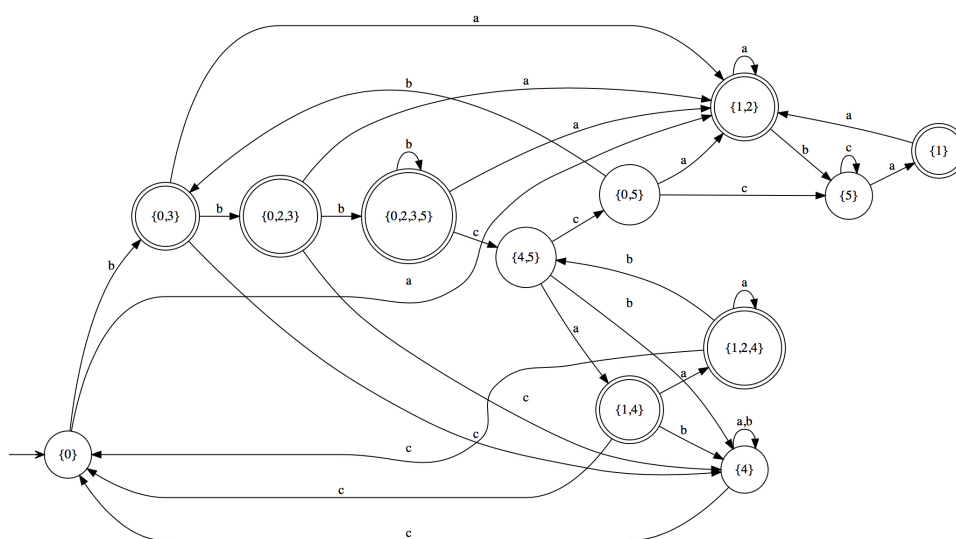
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

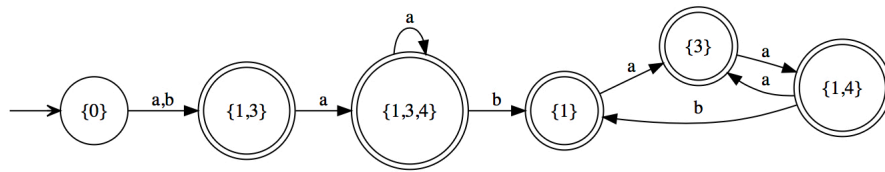


(.2)

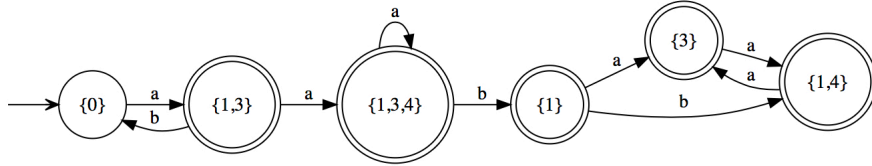


(.3)

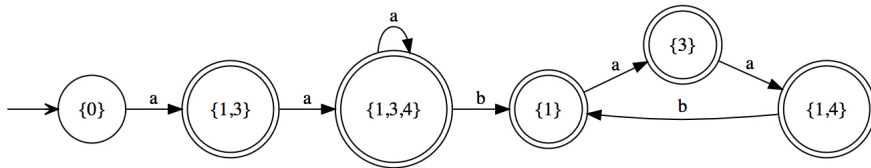
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



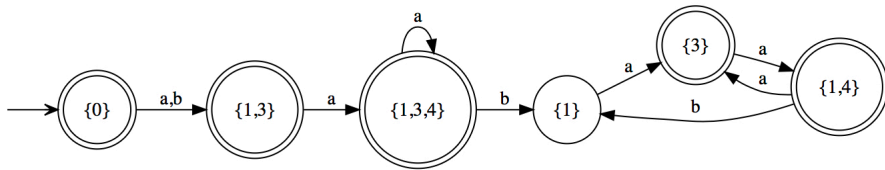
(.1)



(.2)

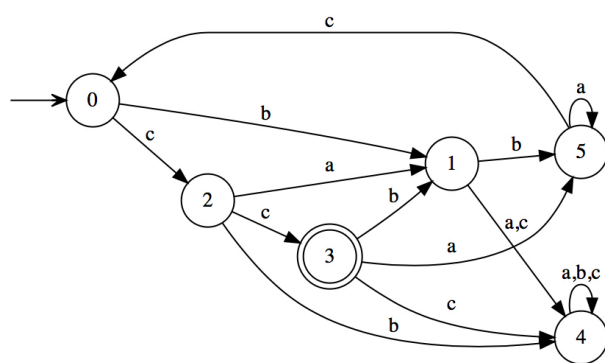


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



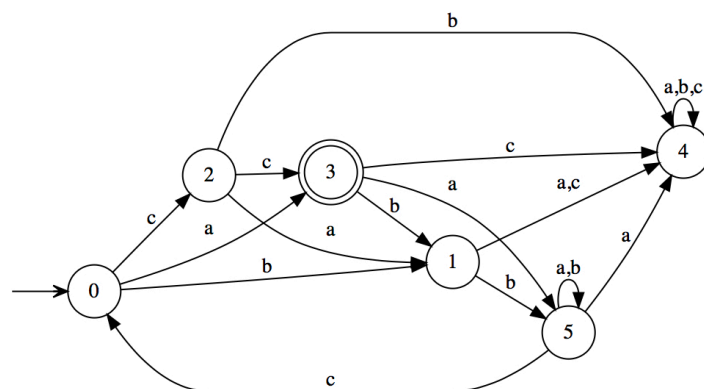
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

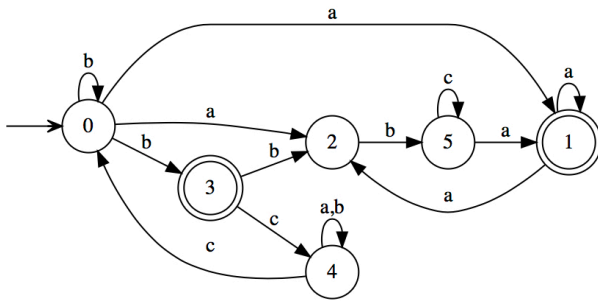


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

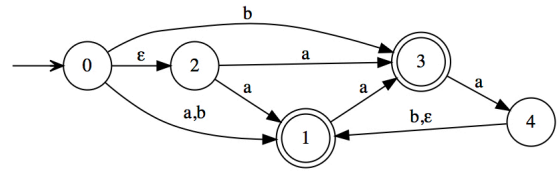
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ e Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

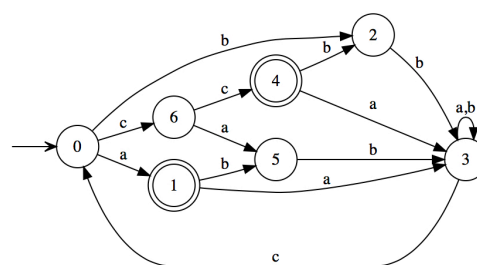
Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- [b] la Figure V.3. [d] la Figure V.1.
 [a] la Figure V.2. [c] la Figure V.4. [e] Aucune des figures.

Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

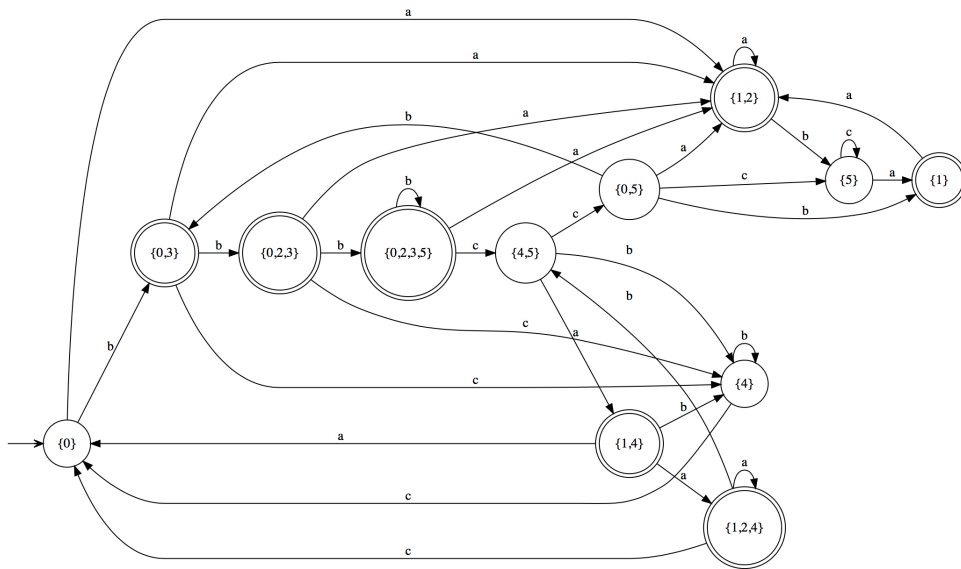
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

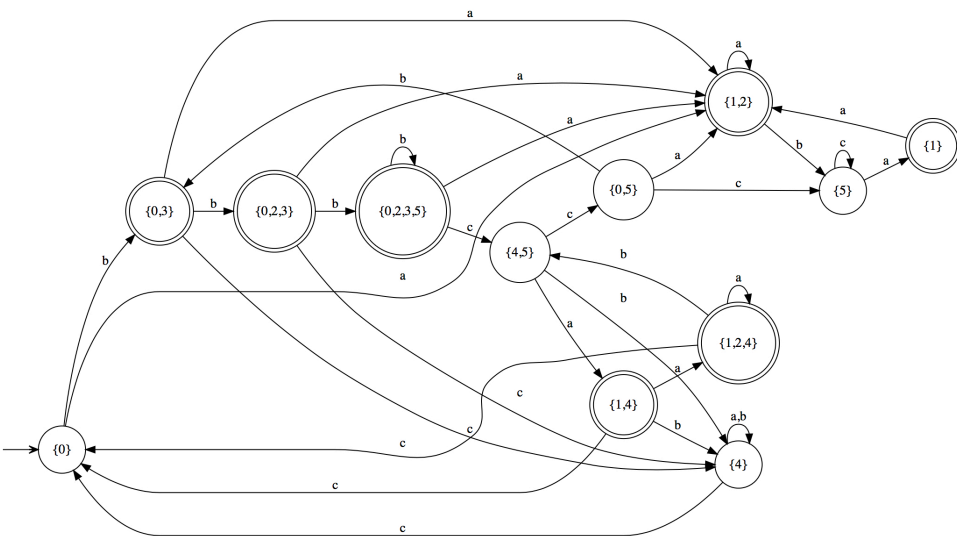
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

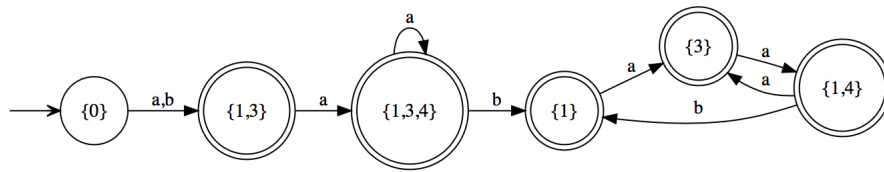


(.2)

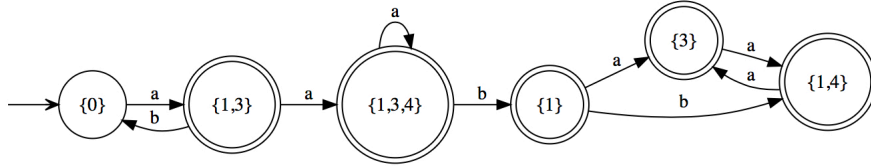


(.3)

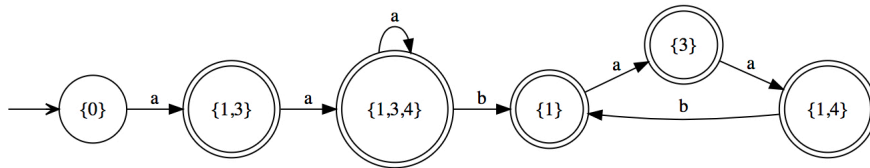
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



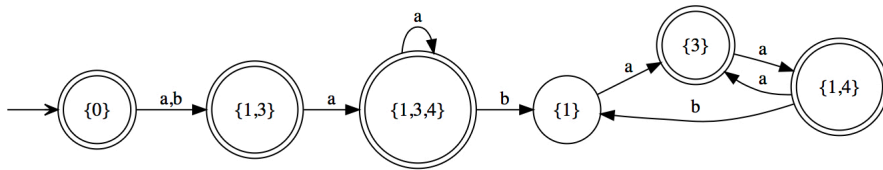
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



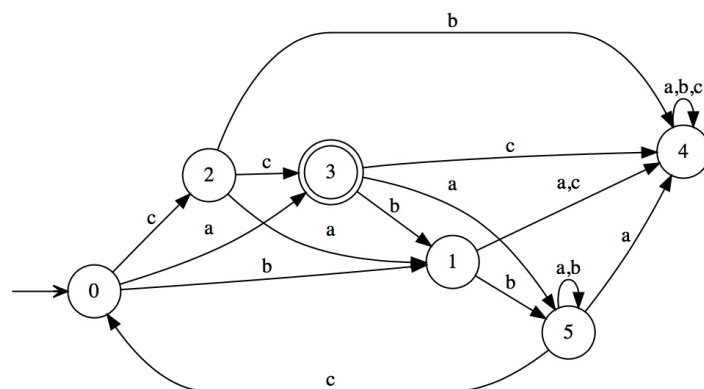
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j k



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

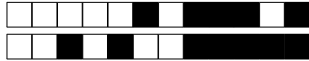
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

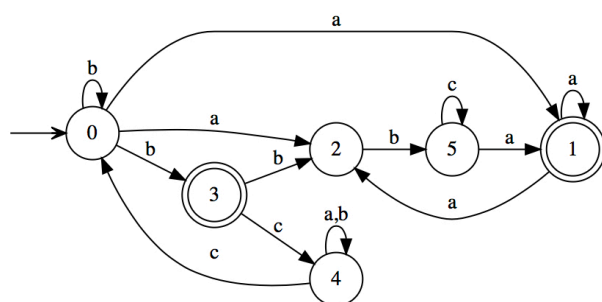


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

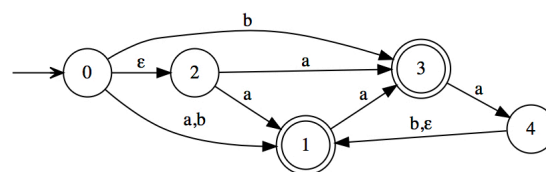
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [b] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [d] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [e] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [b] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [c] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [h] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ h Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.1.
- ☐ b Celui de la Figure III.2.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

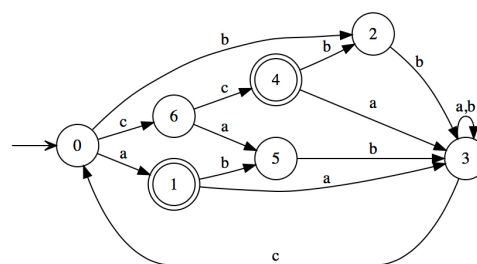
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.4. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

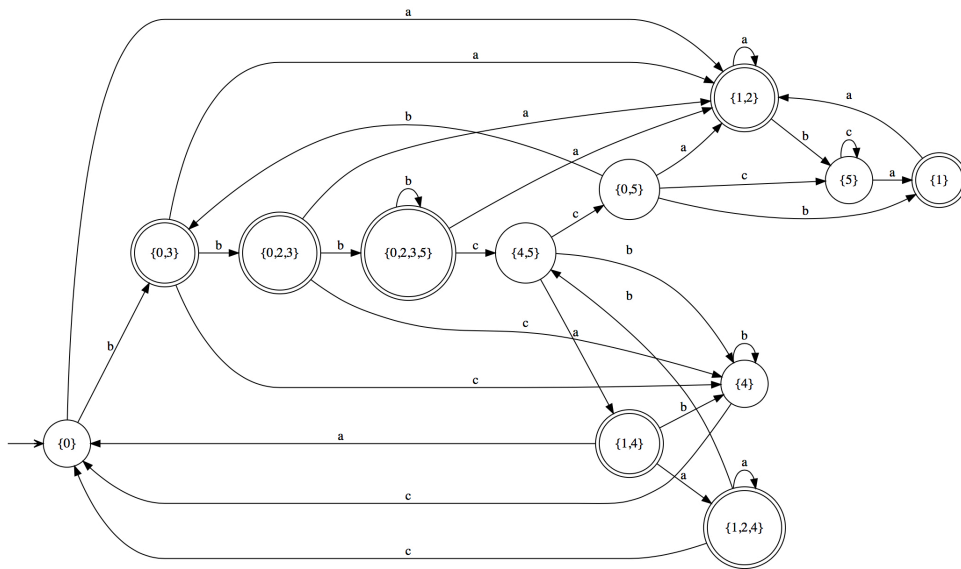
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

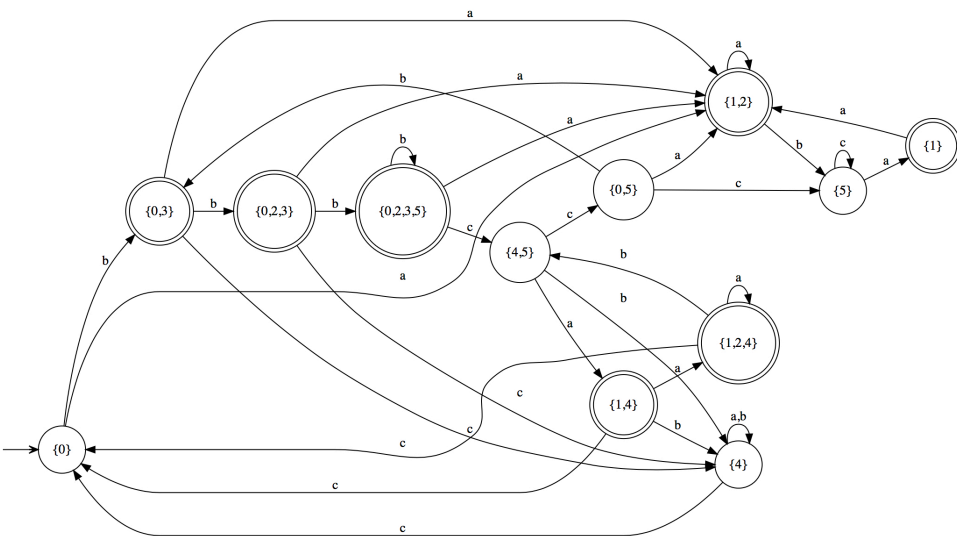
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

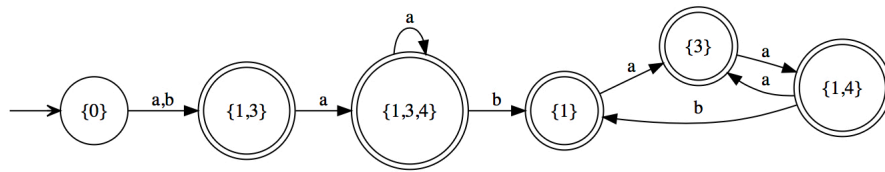


(.2)

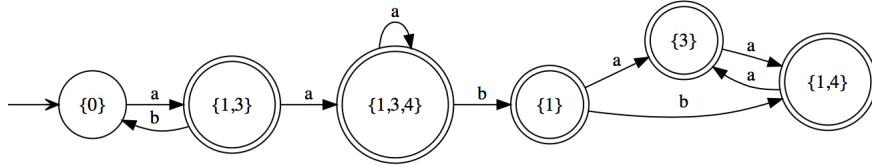


(.3)

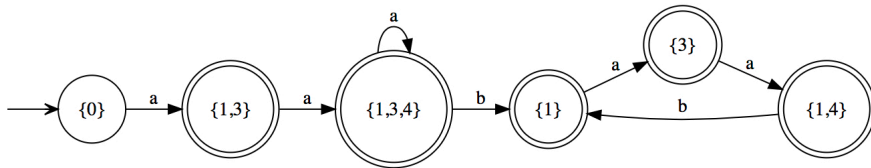
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



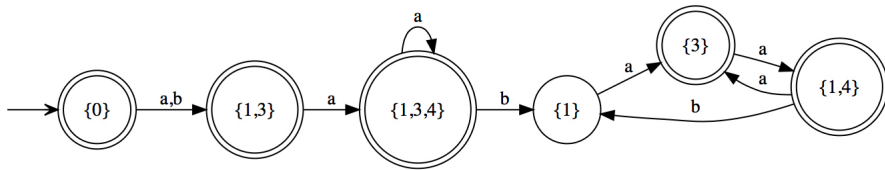
(.1)



(.2)

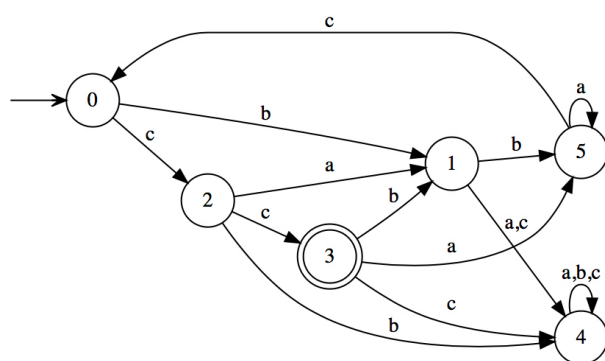


(.3)

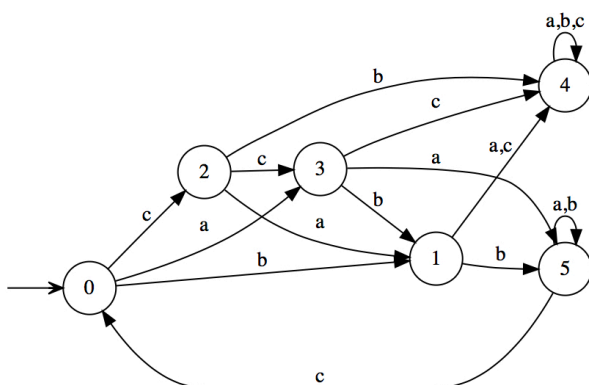


(.4)

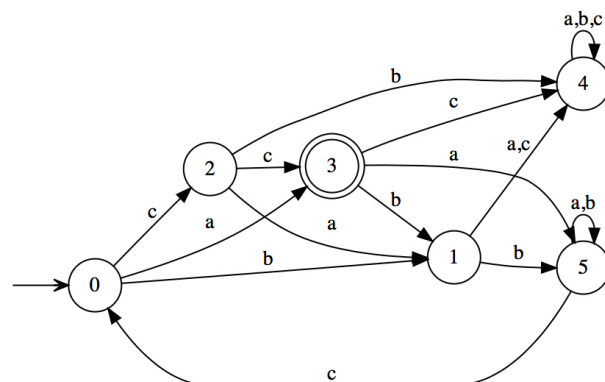
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



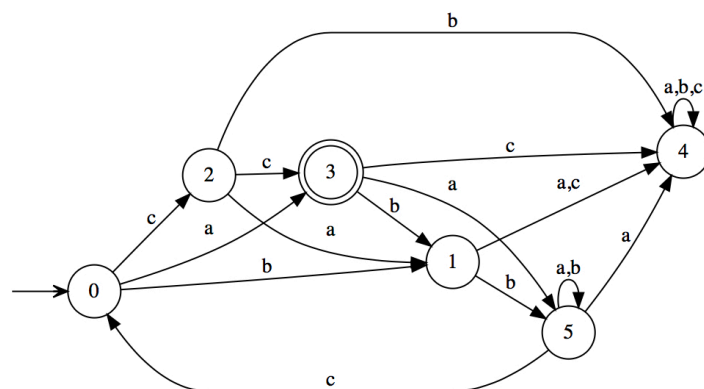
(.1)



(.2)

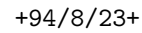


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

.....

f pf pj *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

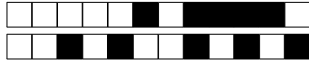
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

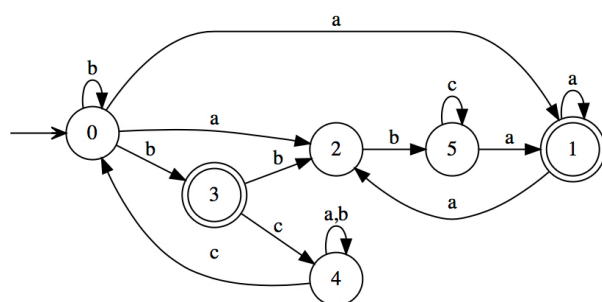


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

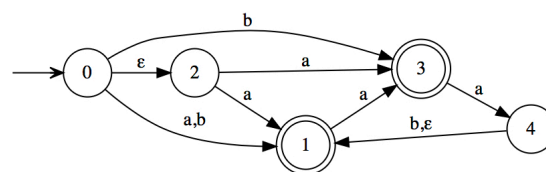
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- | |
|---|
| ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération. |
| ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération. |
| ☐ c Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération. |
| ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération. |
| ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération. |
| ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération. |
| ☐ g Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération. |
| ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération. |
| ☐ i Toutes les affirmations sont correctes. |
| ☐ j Il manque des données pour répondre à la question. |
| ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte. |

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

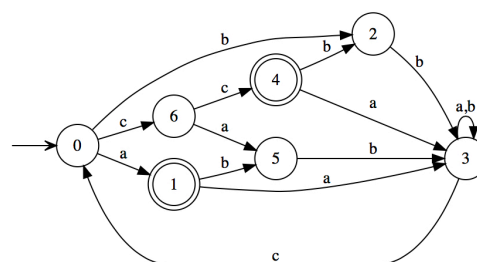
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

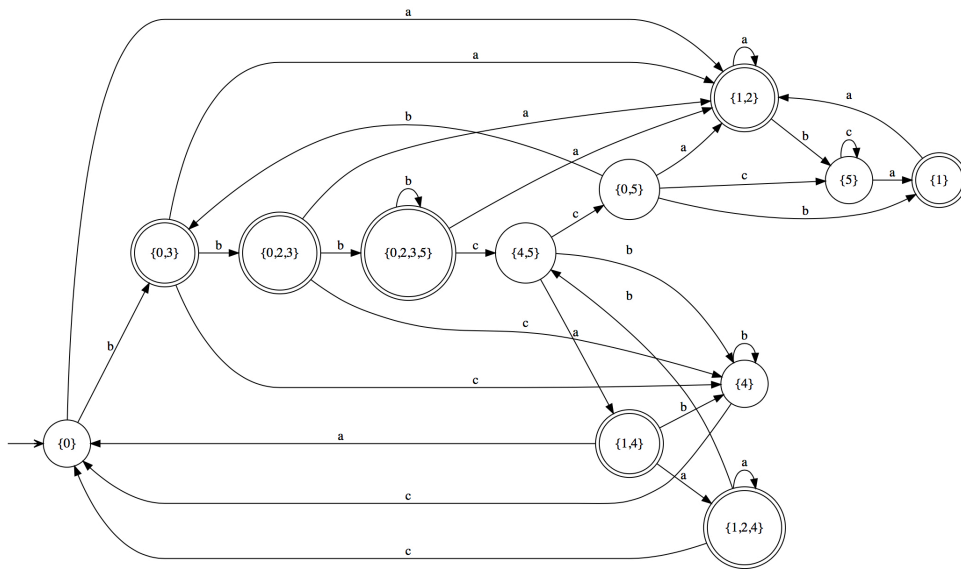
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

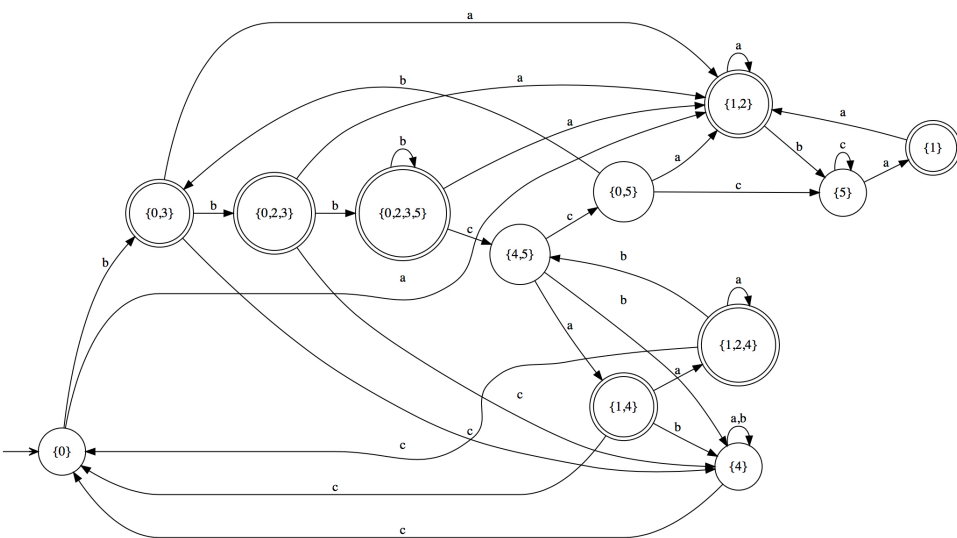
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

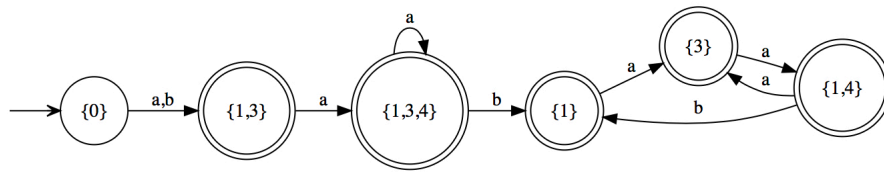


(.2)

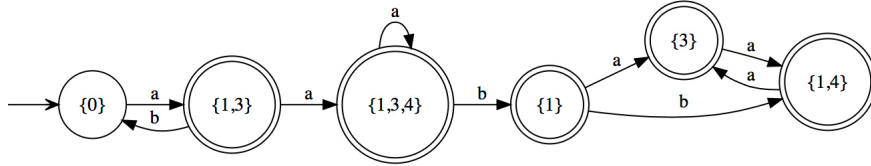


(.3)

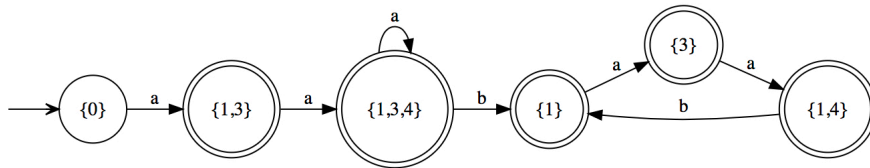
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



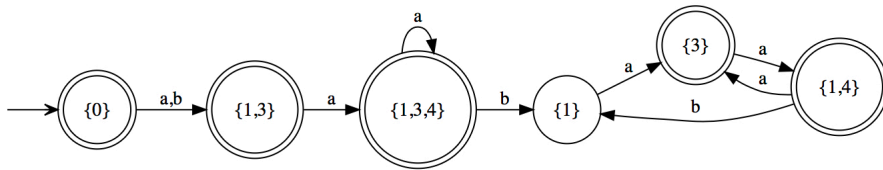
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



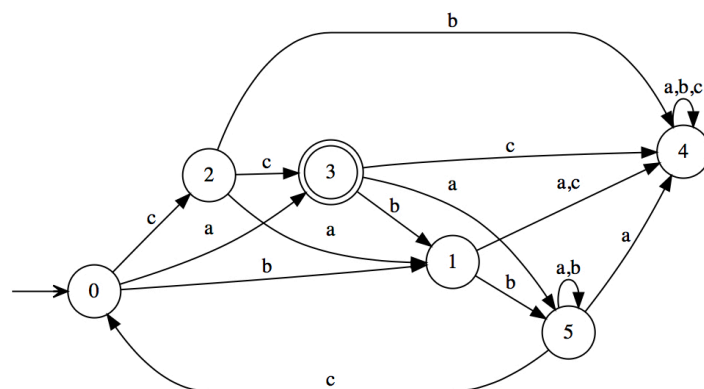
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

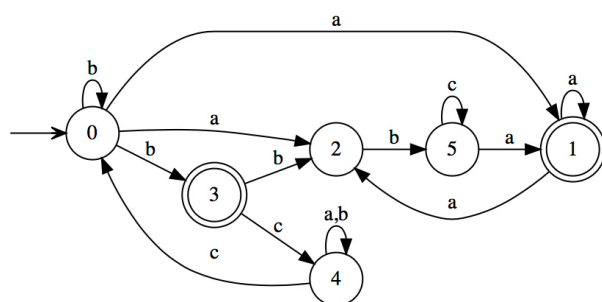


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

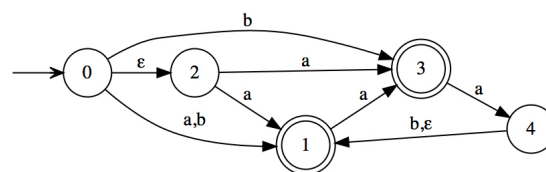
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ e $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

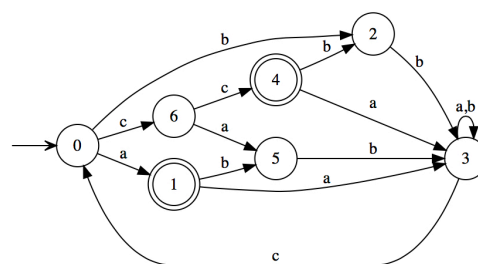
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.3. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

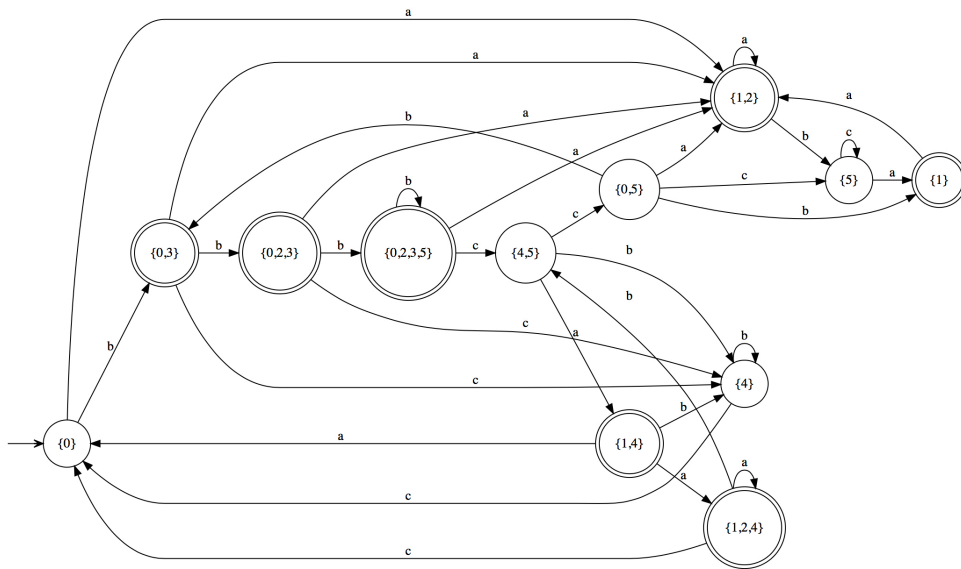
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

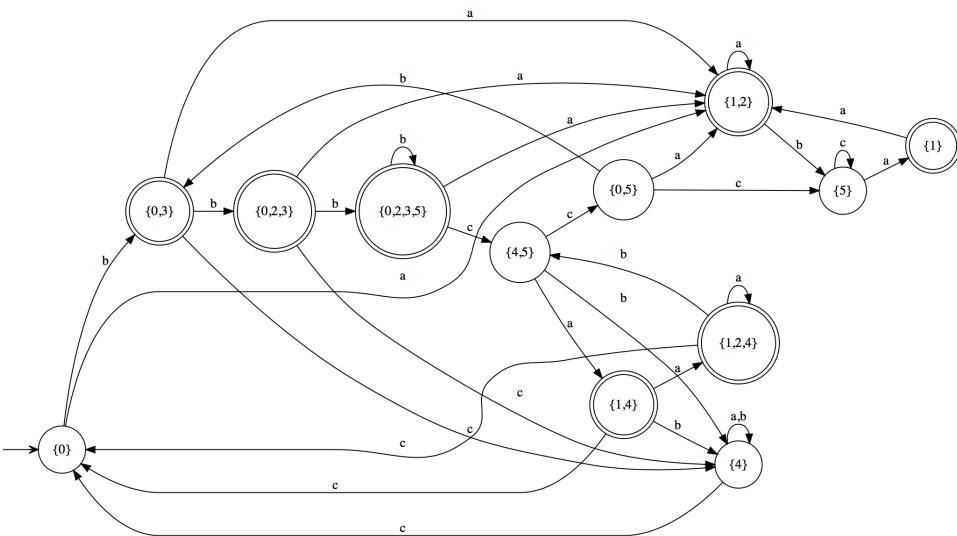
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

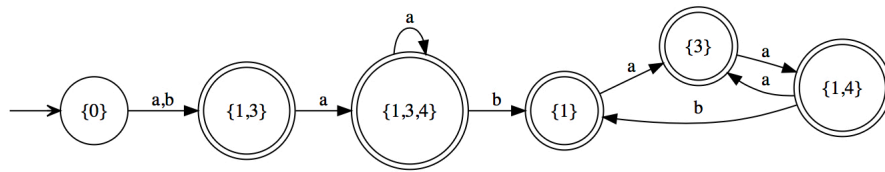


(.2)

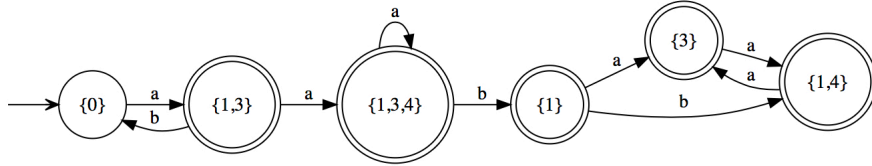


(.3)

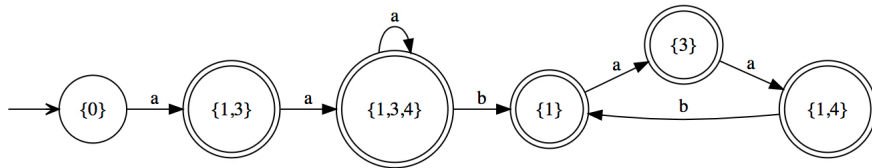
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



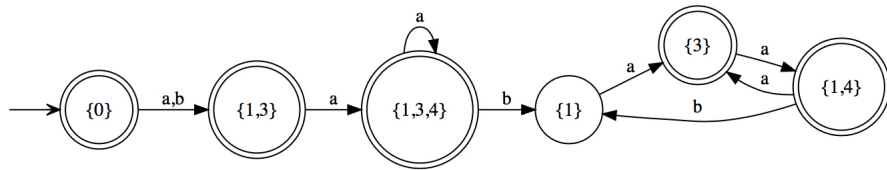
(.1)



(.2)

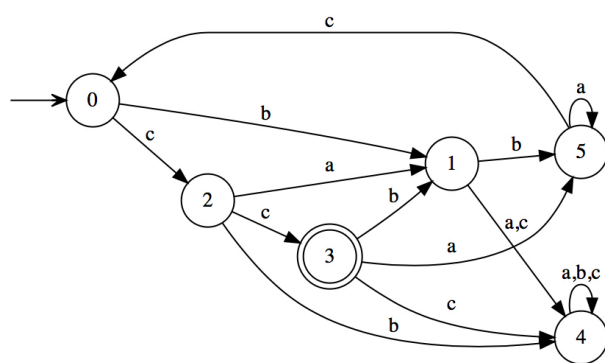


(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



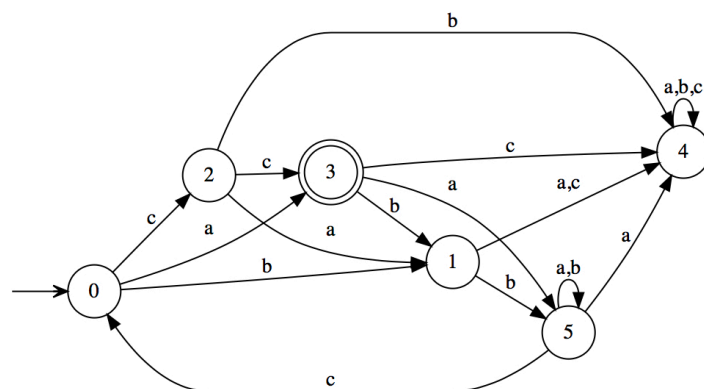
(.1)



(.2)

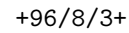


(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

[illegible]

Numéro d'anonymat

.....

f pf pj j *Réserve enseignant*



Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

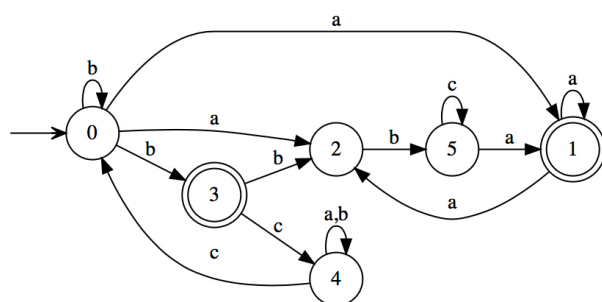


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

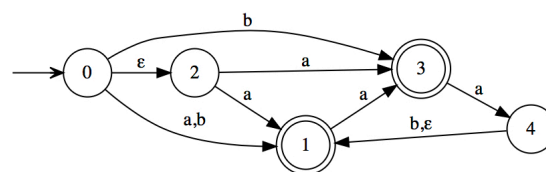
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- [a] est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [b] est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [c] contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- [d] contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- [a] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- [b] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [c] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- [d] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- [e] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [f] Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- [g] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- [h] Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- [i] Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- [a] $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- [b] $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- [c] $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- [d] $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- [e] $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- [f] $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- [g] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- [h] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- [i] Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a) Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b) Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ c) Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d) Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e) Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f) Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g) Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h) Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ i) Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k) Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFD(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a) Celui de la Figure III.3.
- ☐ b) Celui de la Figure III.2.
- ☐ c) Celui de la Figure III.1.
- ☐ d) Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure IV.3.
- ☐ b) Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c) Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d) Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e) Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

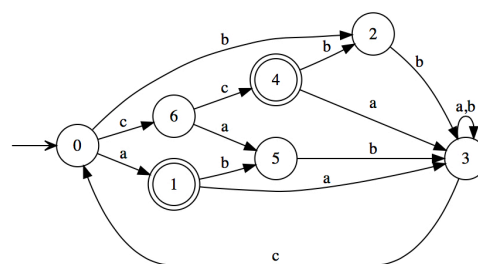
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.3.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

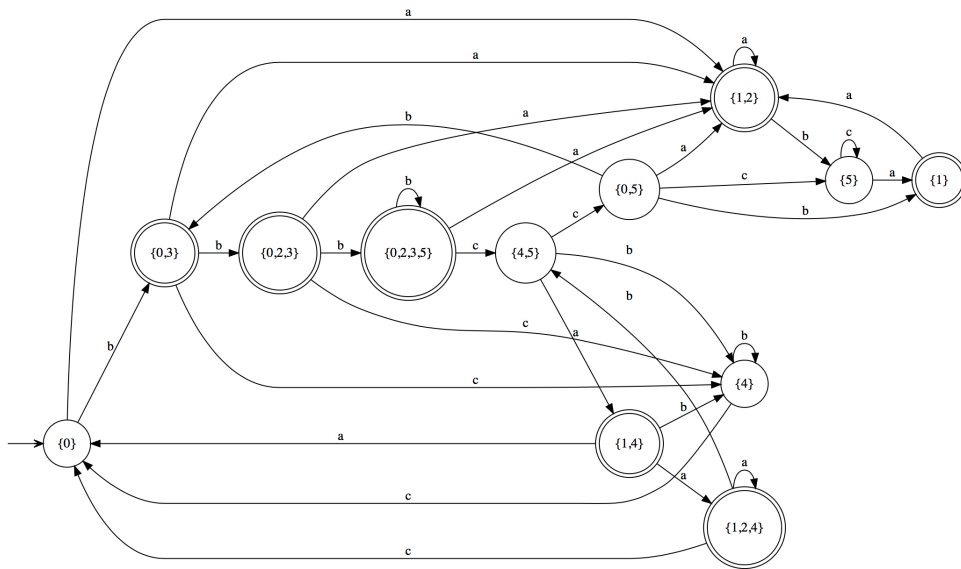
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

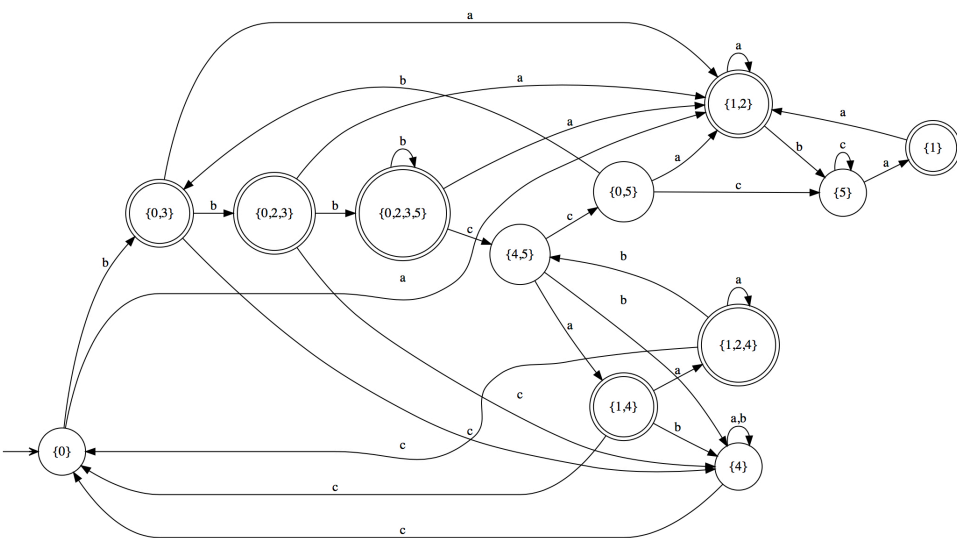
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

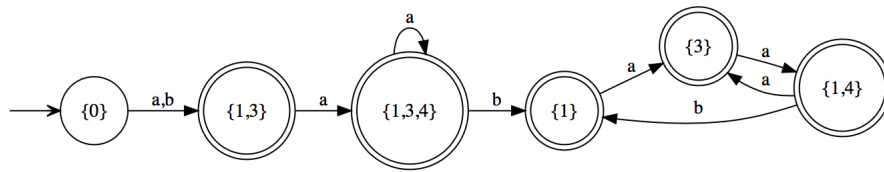


(.2)

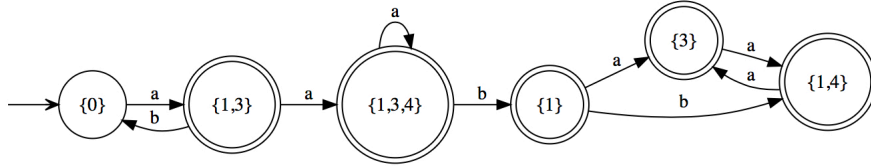


(.3)

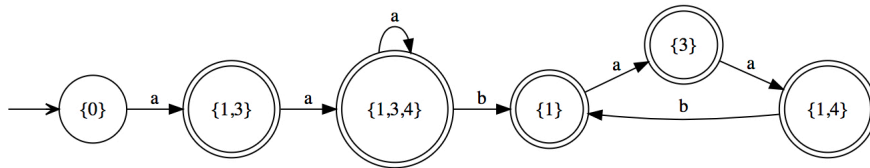
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



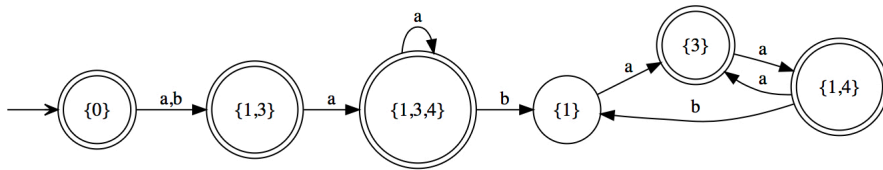
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



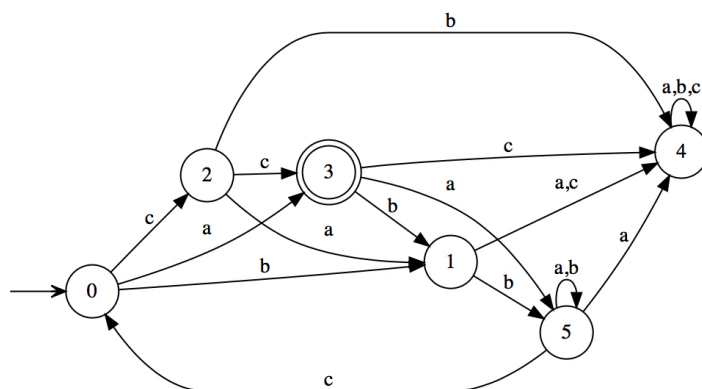
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

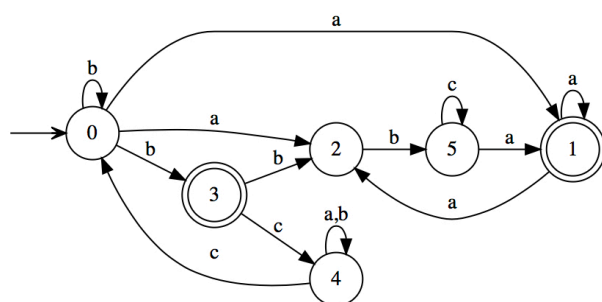


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

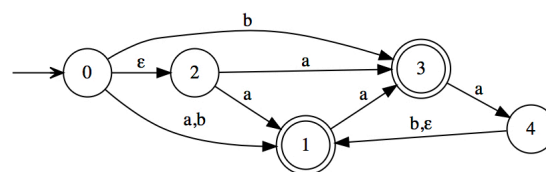
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a	$L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.	☐ b	$L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ c	$L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.	☐ d	$L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
☐ e	$L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f	$L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
☐ g	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.		
☐ h	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.		
☐ i	Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.		

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ b Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ e Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ f Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ g Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ h Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.2.
- ☐ c Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.1.
- ☐ d Celui de la Figure IV.3.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

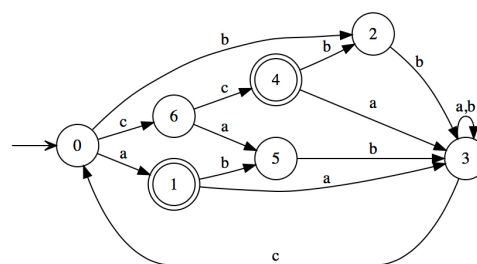
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

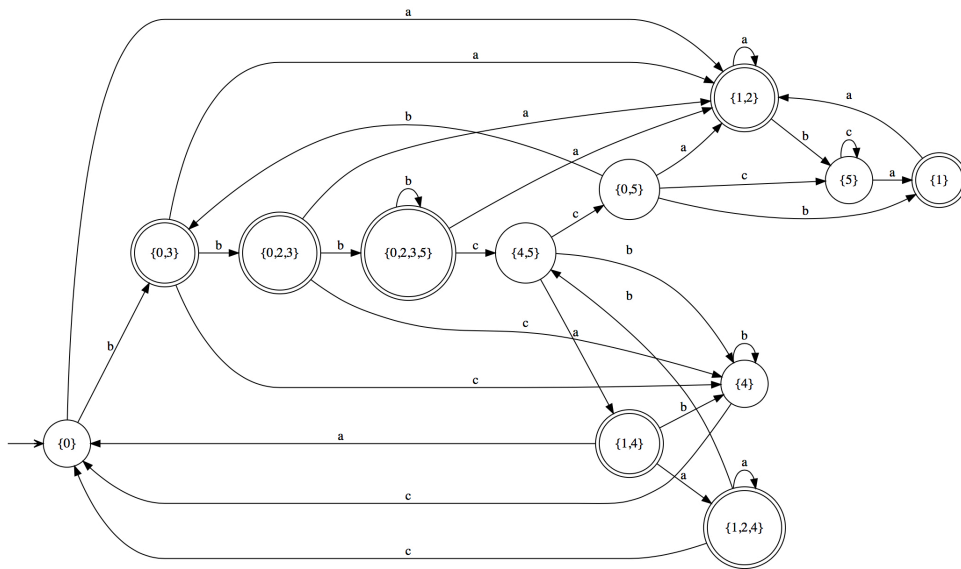
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

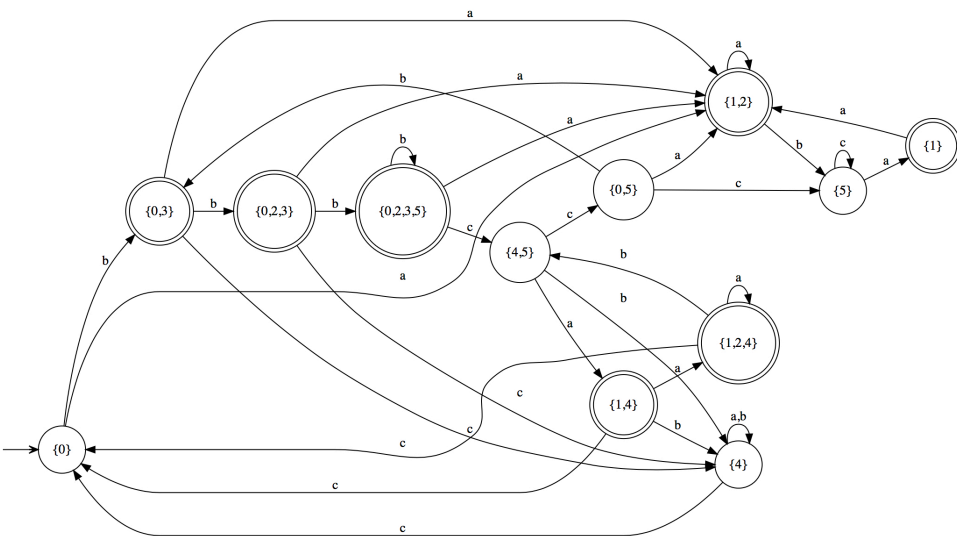
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

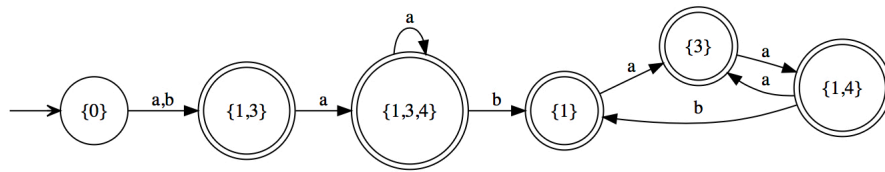


(.2)

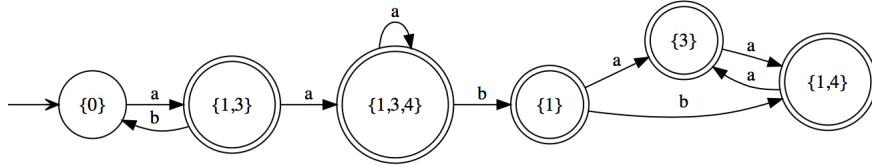


(.3)

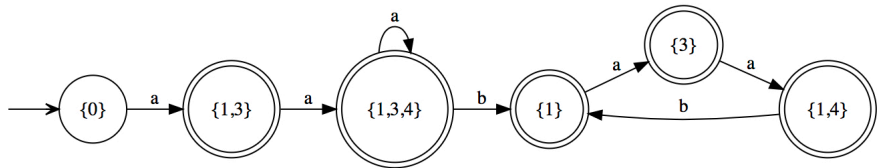
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



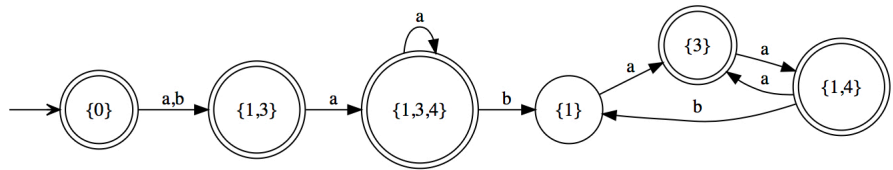
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



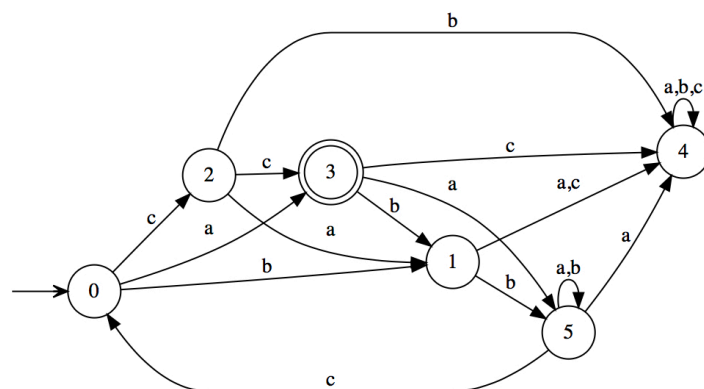
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.



(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.

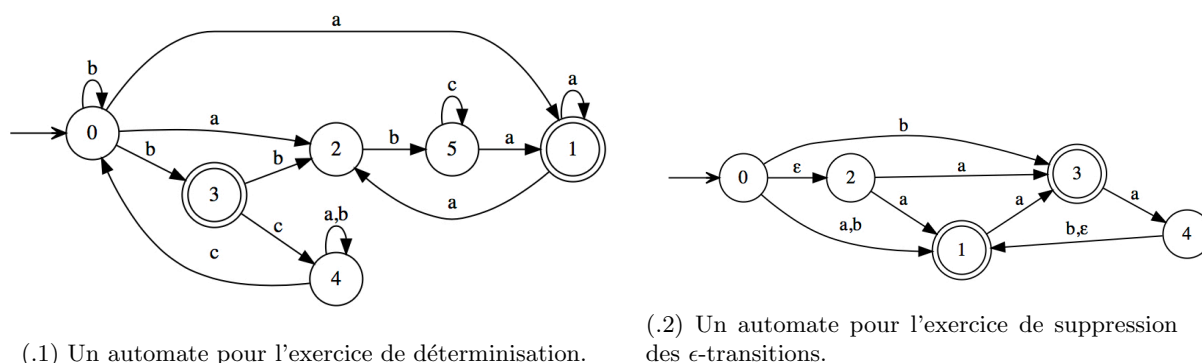


FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ b Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ c Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ f Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ g Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
- ☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
- ☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.
- ☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.
- ☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.
- ☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.
- ☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ c est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.
- ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L .
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFD qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.3.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.1.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

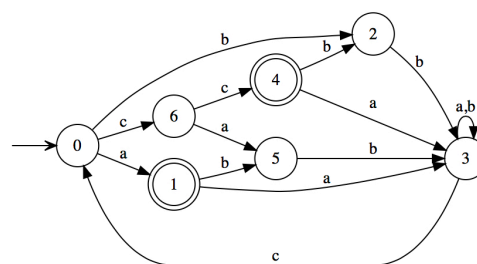
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.1.
☐ la Figure V.4. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

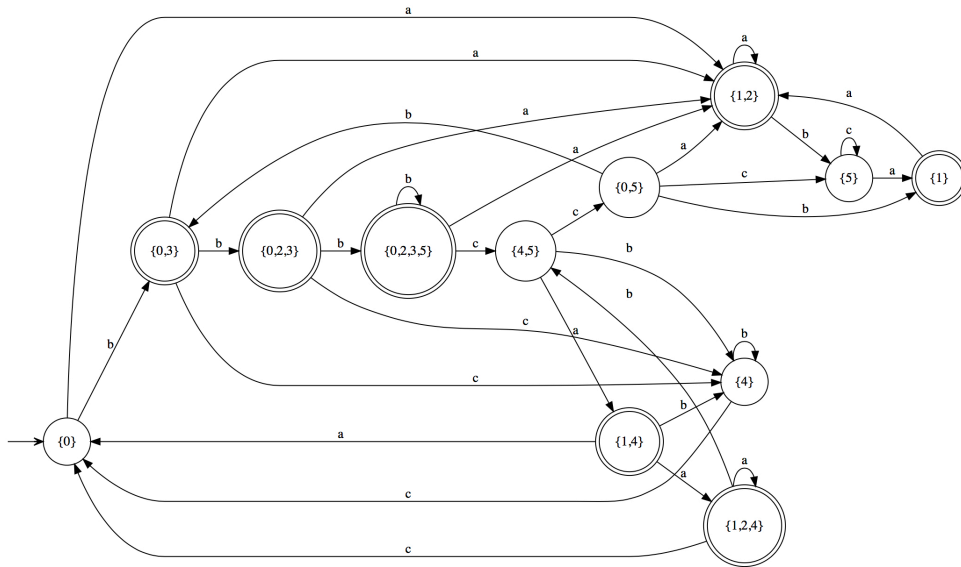
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

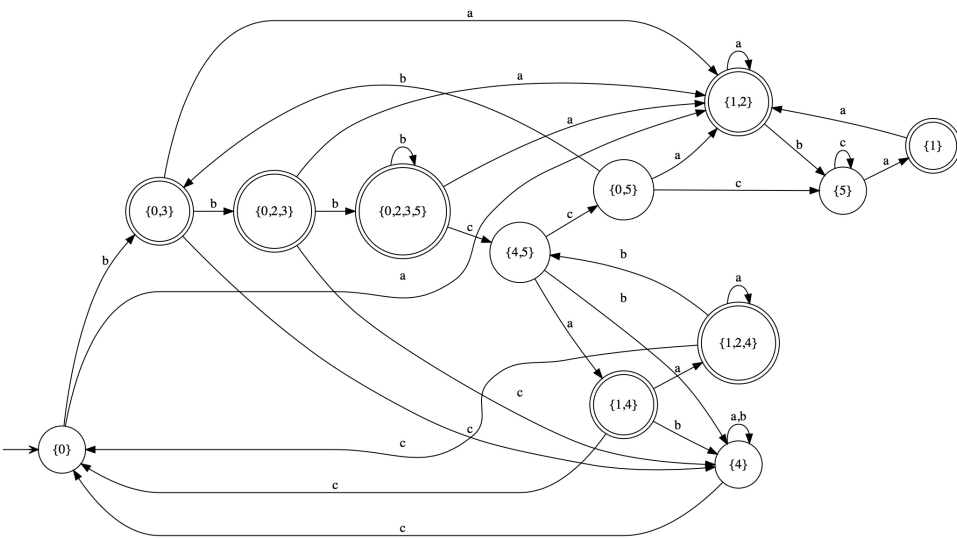
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

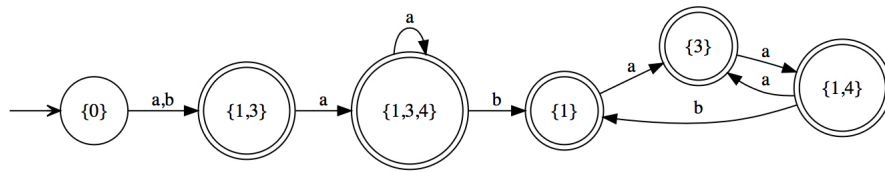


(.2)

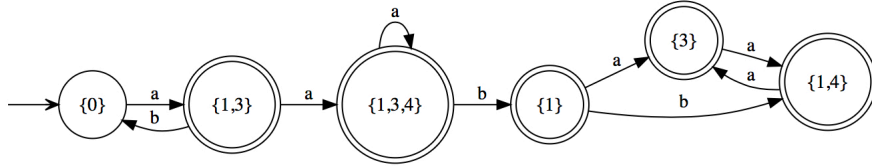


(.3)

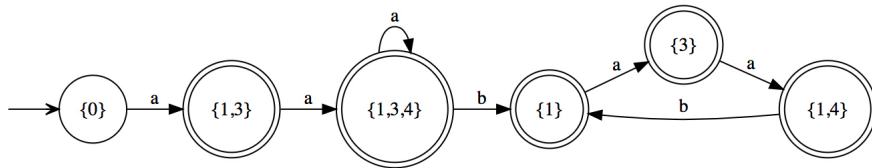
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



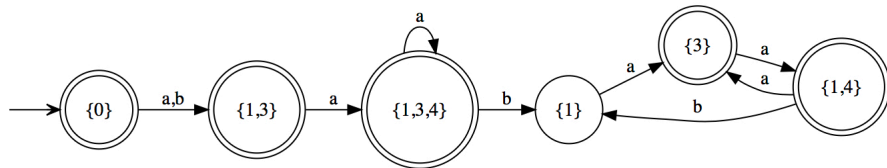
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



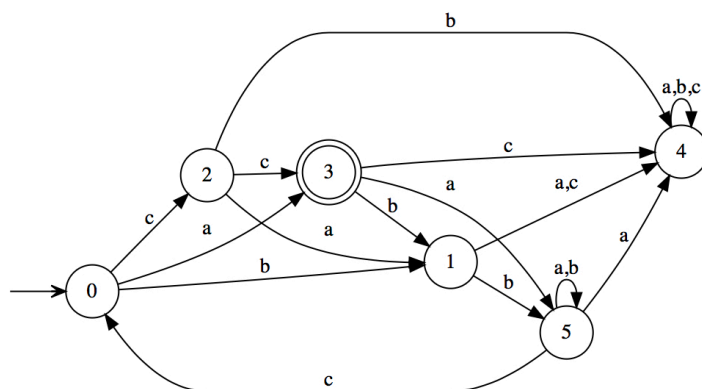
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p j J *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i j k

Question 3 : a b c d e f g h i

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

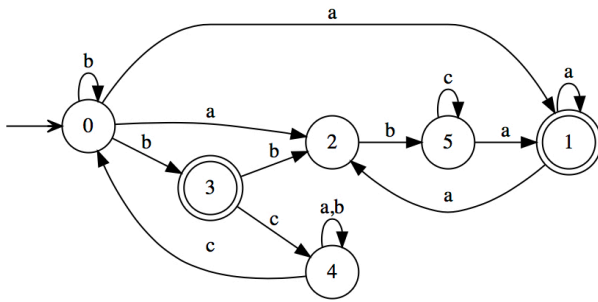


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

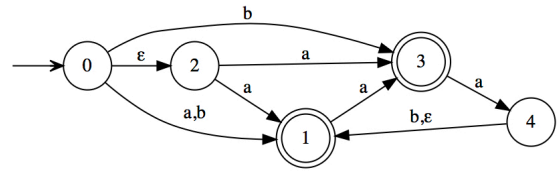
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.	☐ b $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.
☐ c $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.	☐ d $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.
☐ e $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.	☐ f $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.
☐ g Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.	
☐ h Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.	
☐ i Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.	

Question 3 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- | |
|---|
| ☐ a Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération. |
| ☐ b Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération. |
| ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération. |
| ☐ d Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération. |
| ☐ e Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération. |
| ☐ f Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération. |
| ☐ g Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération. |
| ☐ h Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération. |
| ☐ i Toutes les affirmations sont correctes. |
| ☐ j Il manque des données pour répondre à la question. |
| ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte. |

Question 4 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- | |
|---|
| ☐ a contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs. |
| ☐ b est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs. |
| ☐ c contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs. |
| ☐ d est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs. |

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Déterminisation d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.3.
- ☐ b Celui de la Figure III.1.
- ☐ c Celui de la Figure III.2.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.3.
- ☐ c Celui de la Figure IV.2.
- ☐ d Celui de la Figure IV.4.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.

Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

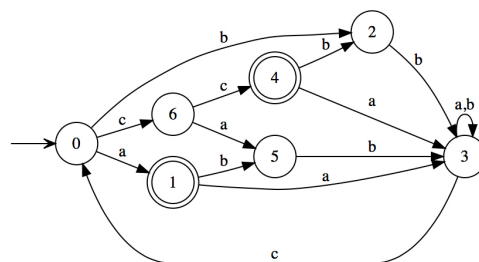
Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.2.
 ☐ la Figure V.1.
 ☐ la Figure V.4.
 ☐ la Figure V.3.
 ☐ Aucune des figures

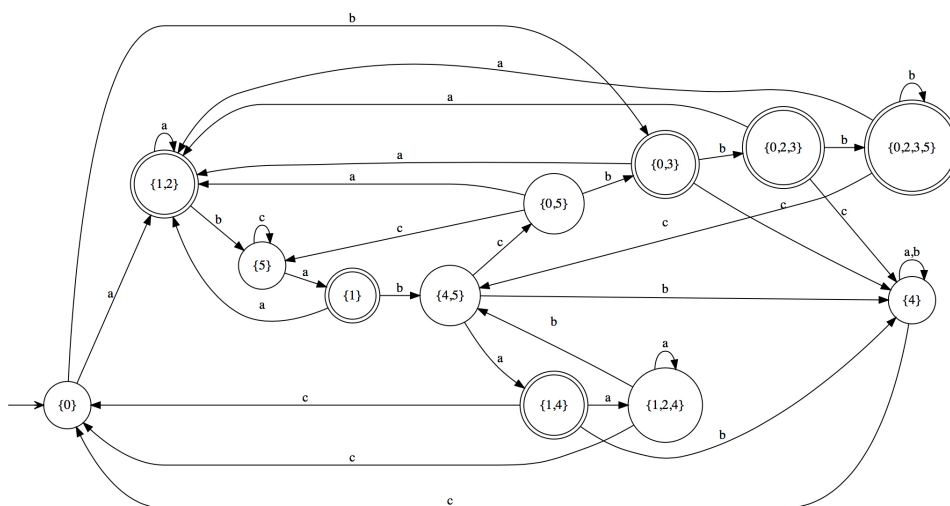


Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

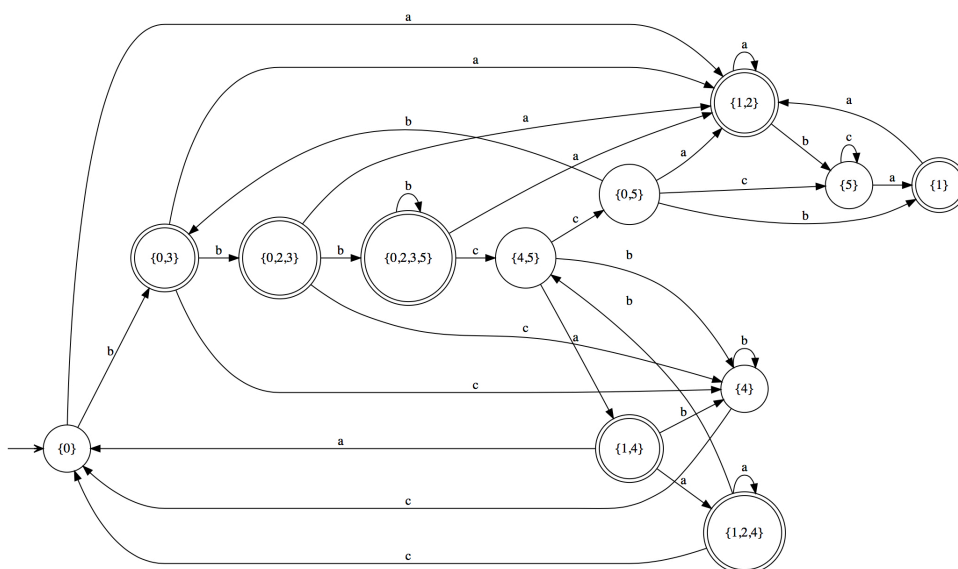
Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

Champ Libre

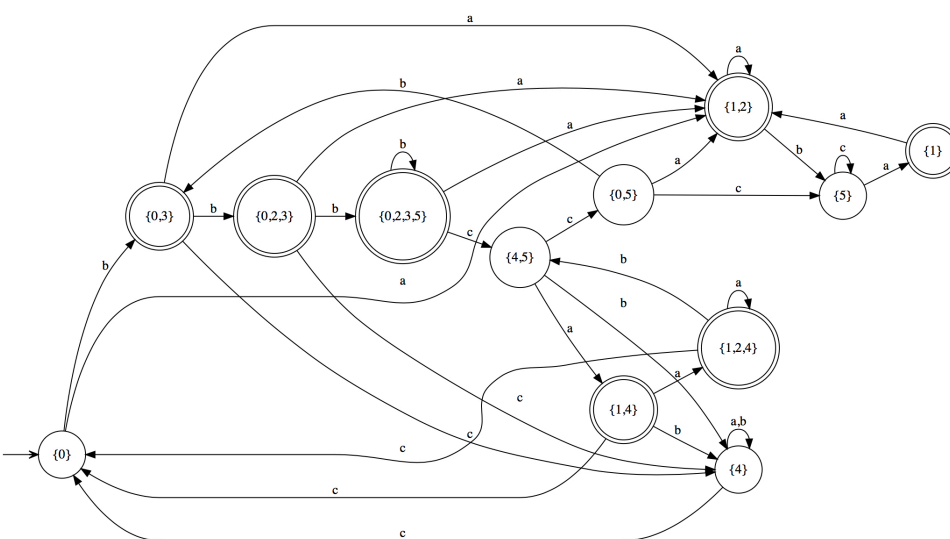
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)

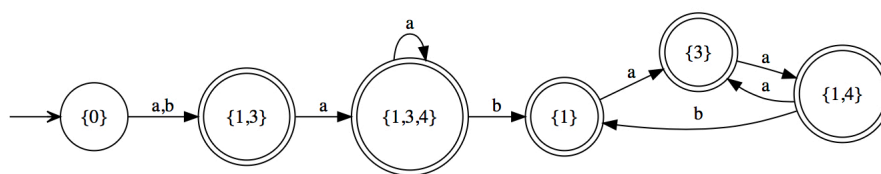


(.2)

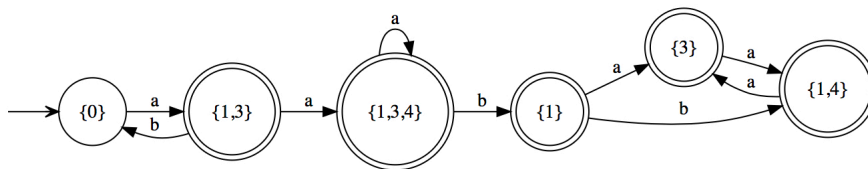


(.3)

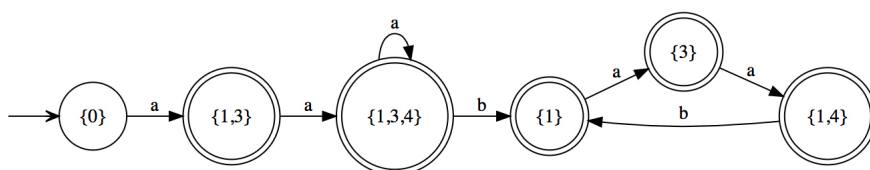
FIGURE III – Propositions de réponses pour l'exercice de détermination.



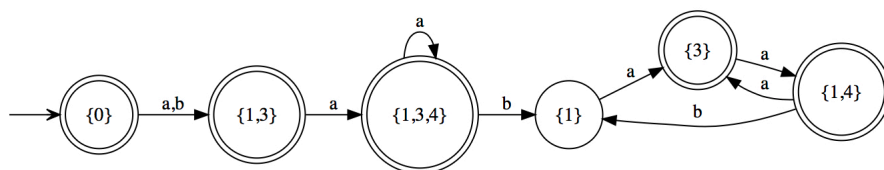
(.1)



(.2)

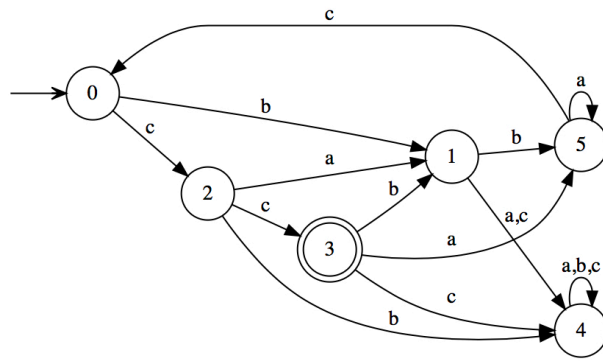


(.3)

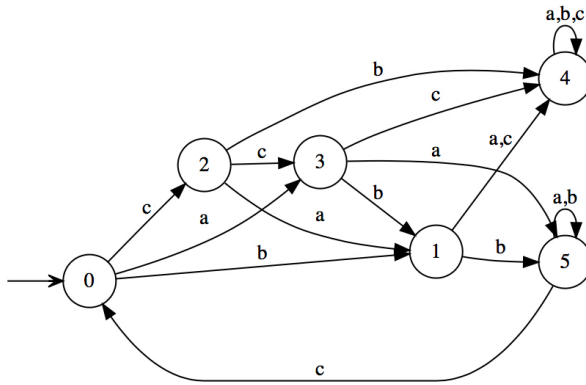


(.4)

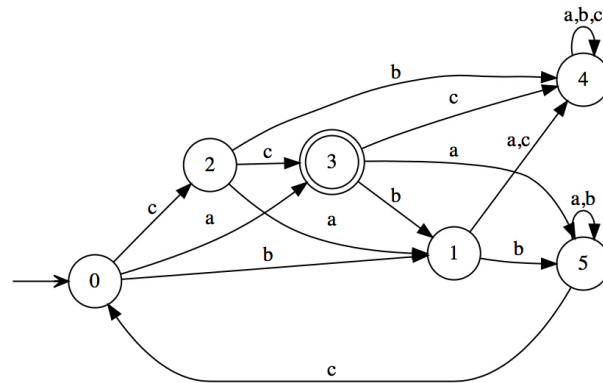
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



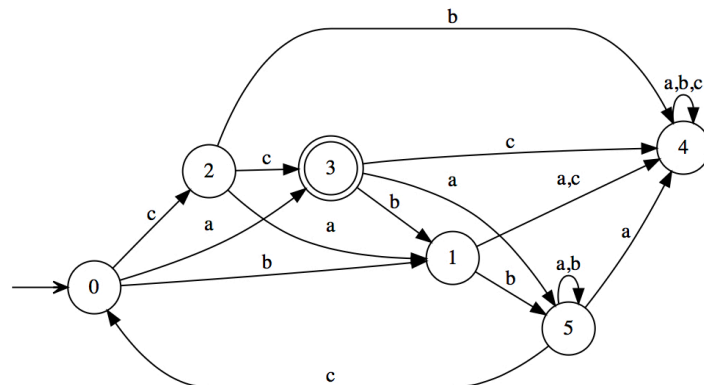
(.1)



(.2)



(.3)



(.4)

FIGURE V – Propositions de réponses pour l'exercice de minimisation.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.

Question 1 :

f p p j *Réservé enseignant*

Question 2 : a b c d e f g h i

Question 3 : a b c d e f g h i j k

Question 4 : a b c d



Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*

Question 9 :

☐ f ☐ p ☐ q ☐ j *Réservé enseignant*



Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 11 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☐ j *Réservé enseignant*

Question 12 :

☐ a *Réservé enseignant*