

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

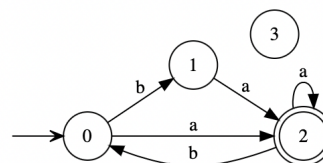
- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☒ b Un mot est une application.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ f Un mot peut être vide.
- ☒ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ j Un mot est une fonction.
- ☒ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-i.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i-.

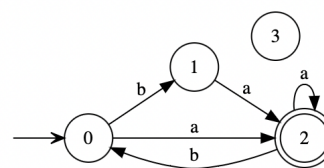
☐ d Celui de la Figure 3-iii-.

☐ b Celui de la Figure 3-ii-.

☒ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv-.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.

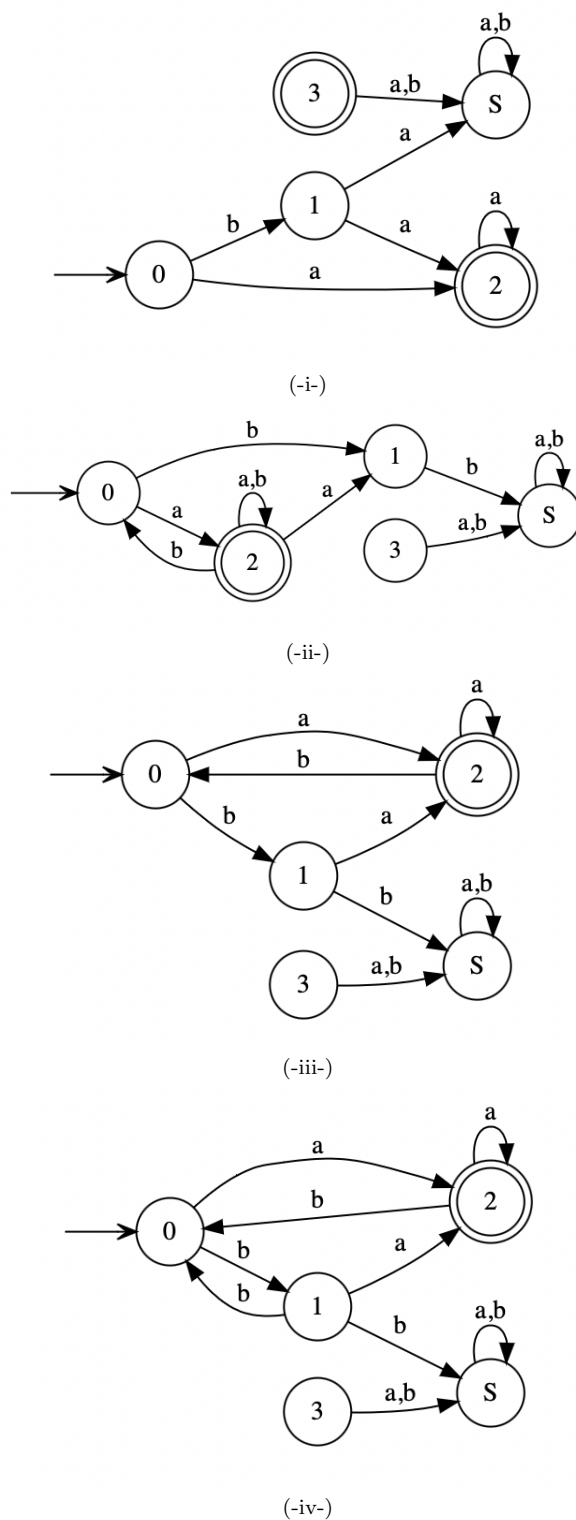


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d	e					j	k

Question 3 :

a			d	e			h	i	j

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

a		c					h				l	m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
 ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel.
 ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e u est accepté par A .
 ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

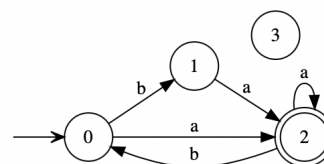
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
 ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ f Tous les automates.

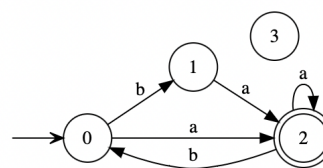


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

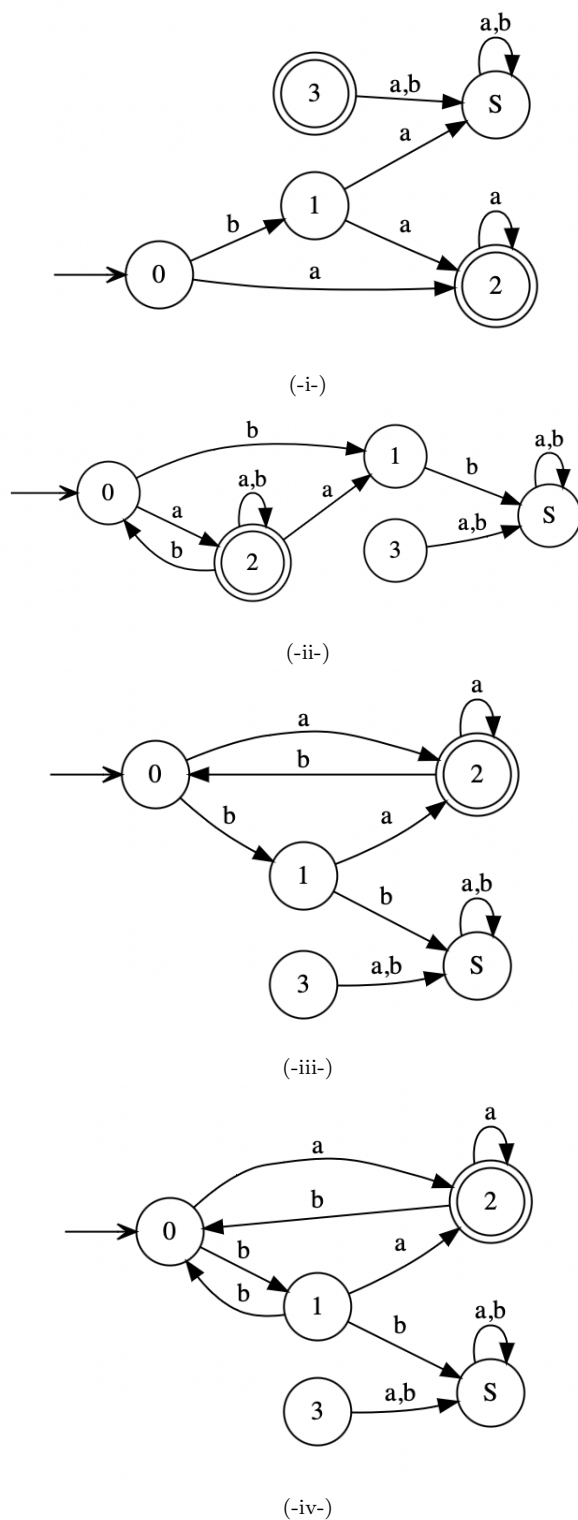


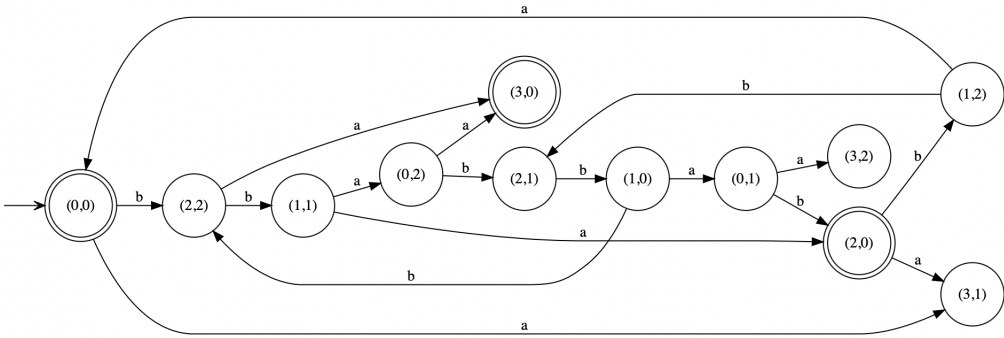
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



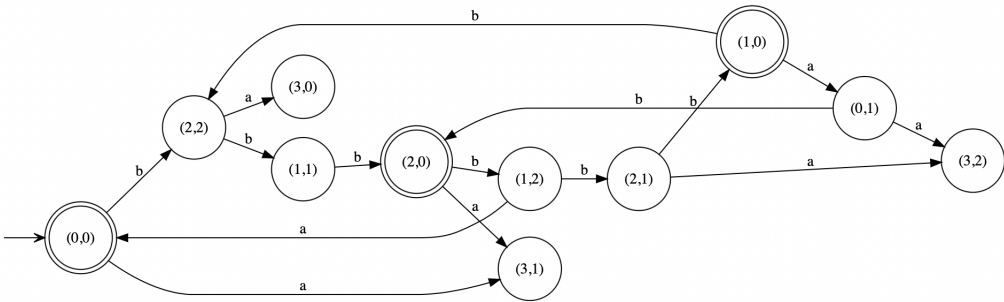
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



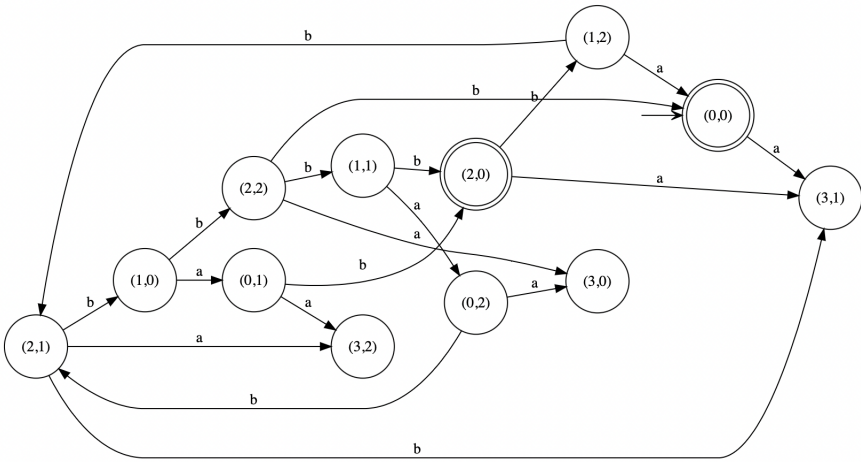
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

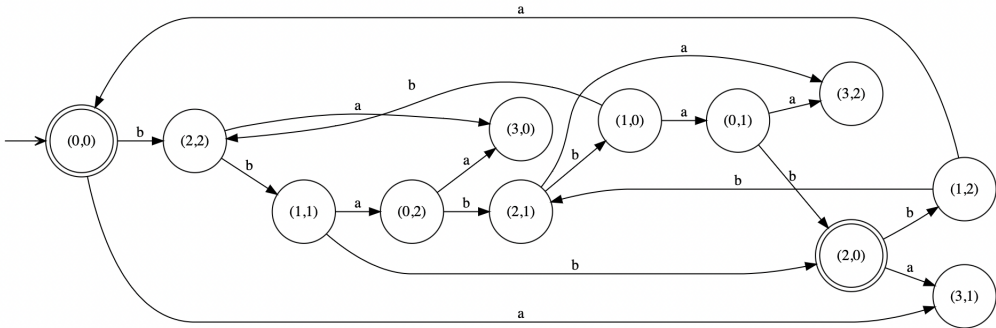
 $(-iV_-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d		f			i	j

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

			d	e		g	h		j	k

Question 5 :

a							h		j		l	m	n

Question 6 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ A a des états accepteurs. ☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ A est complet.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

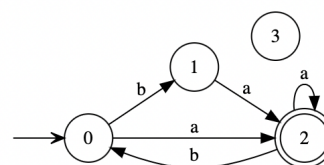
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A accepte le langage universel.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii. ☐ Tous les automates.

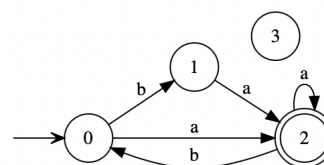


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Celui de la Figure 3-i.
☐ Celui de la Figure 3-iv. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

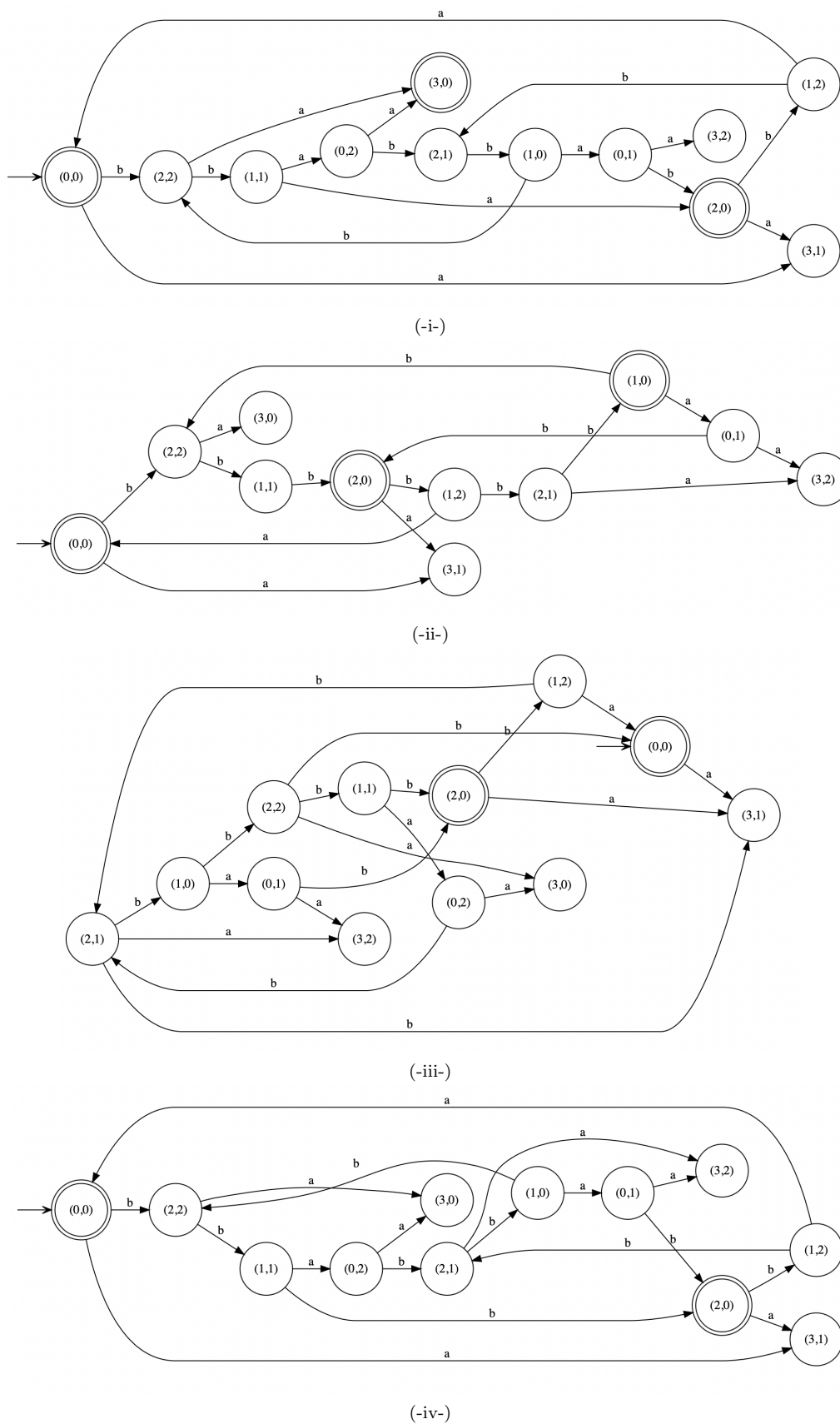


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a b  d  f   i j

Question 6 :  b     h i   l m n

Question 7 :  b  d   h i j k

Question 8 : a b c d e   h i

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A n'est pas complet. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.

☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.

☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot est une application.

☐ j Un mot peut être infini.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-ii.

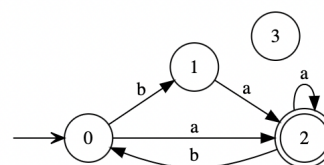
☐ d Celui de la Figure 2-i.

☐ b Celui de la Figure 2-iv.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-iii.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-ii.

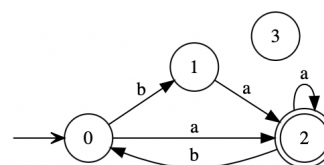
☐ d Celui de la Figure 3-iii.

☐ b Celui de la Figure 3-i.

☐ c Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

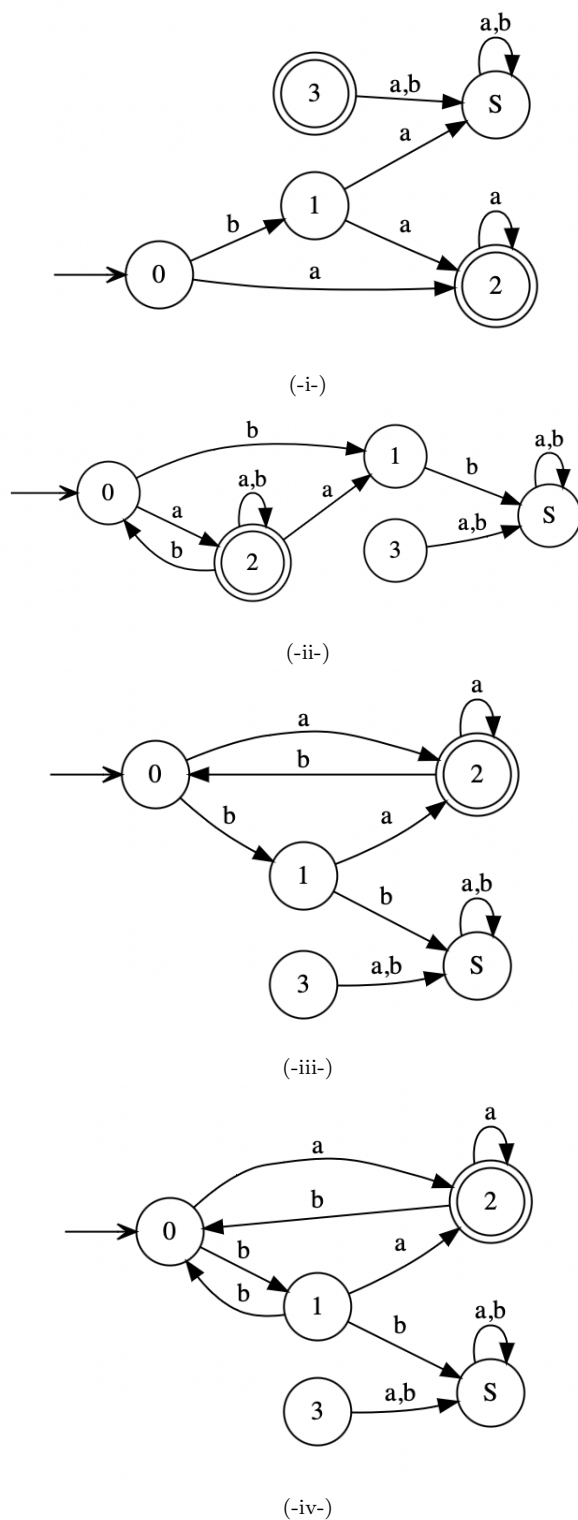


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

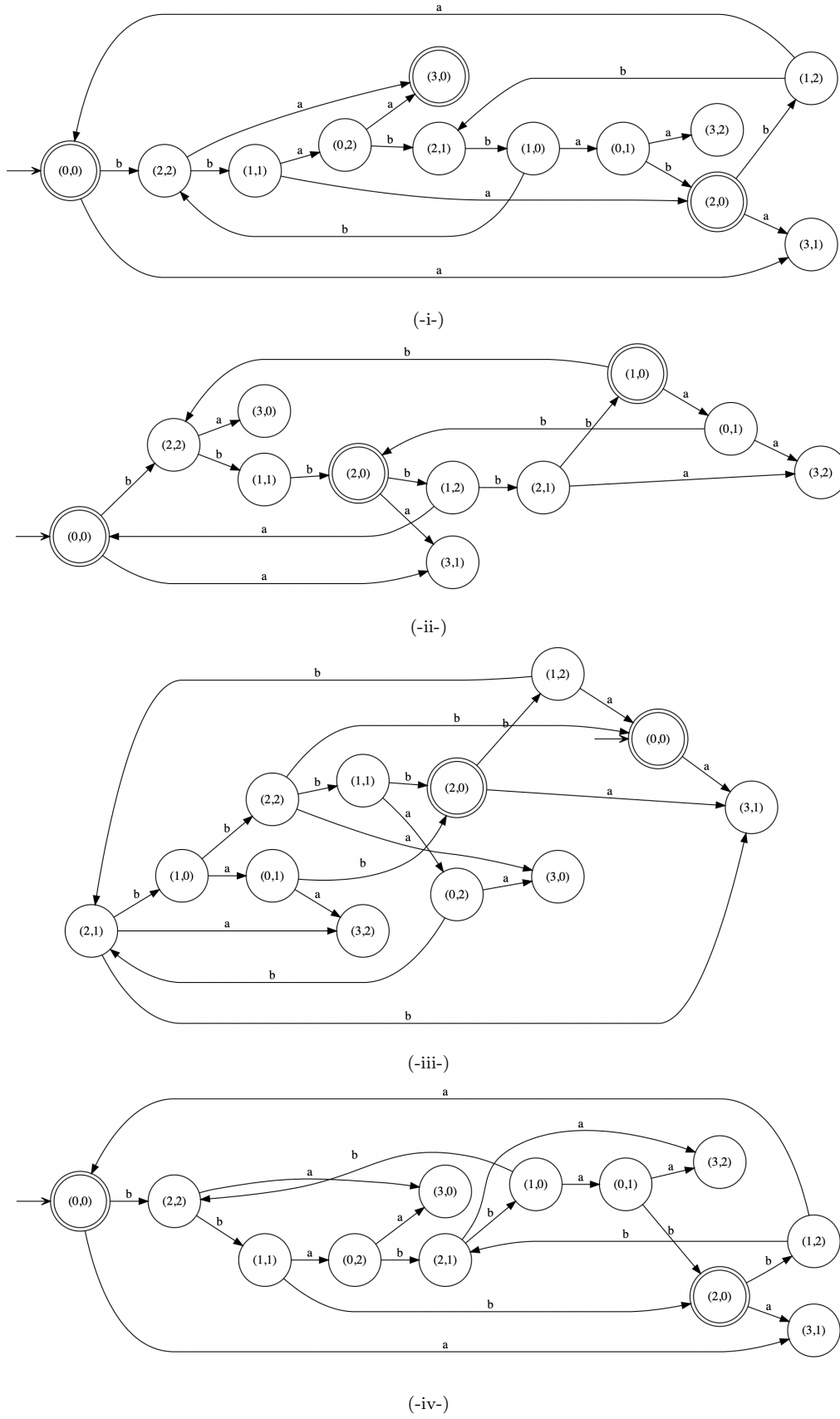
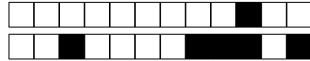


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e		g			j	k

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 6 :

	b			e	f	g		i	j

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

			d	e	f				j			m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une application. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

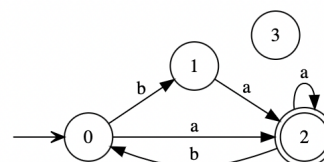
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

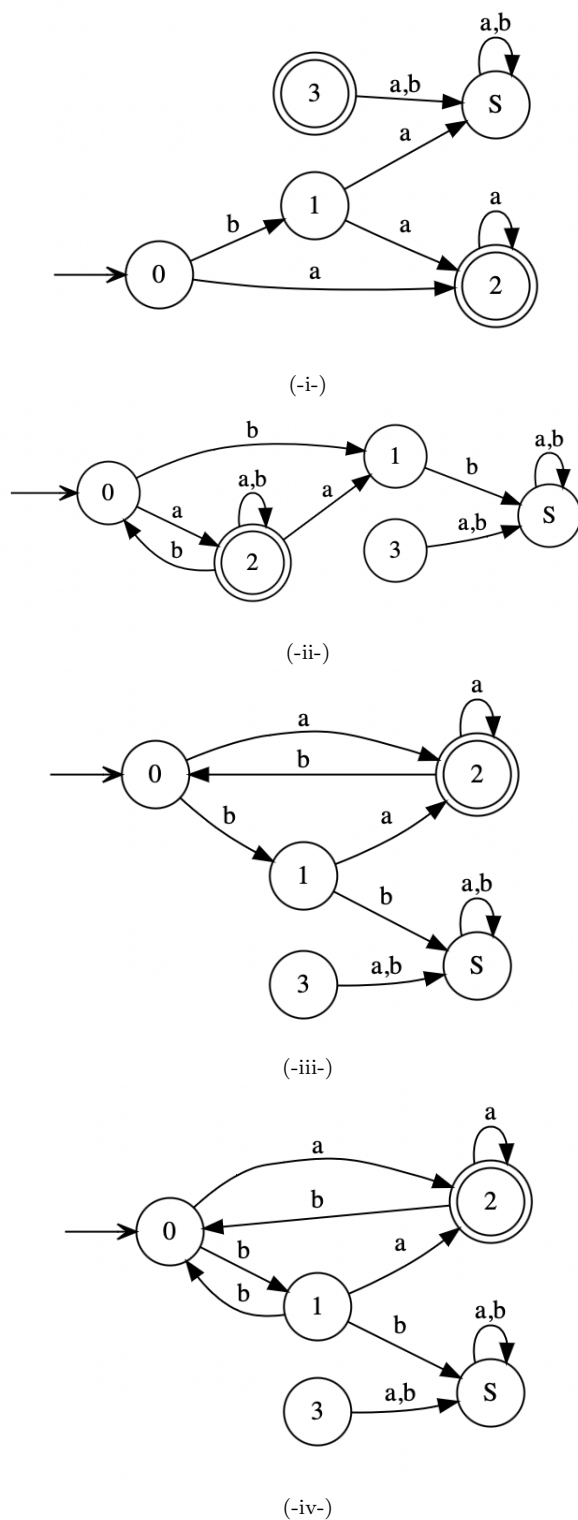


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

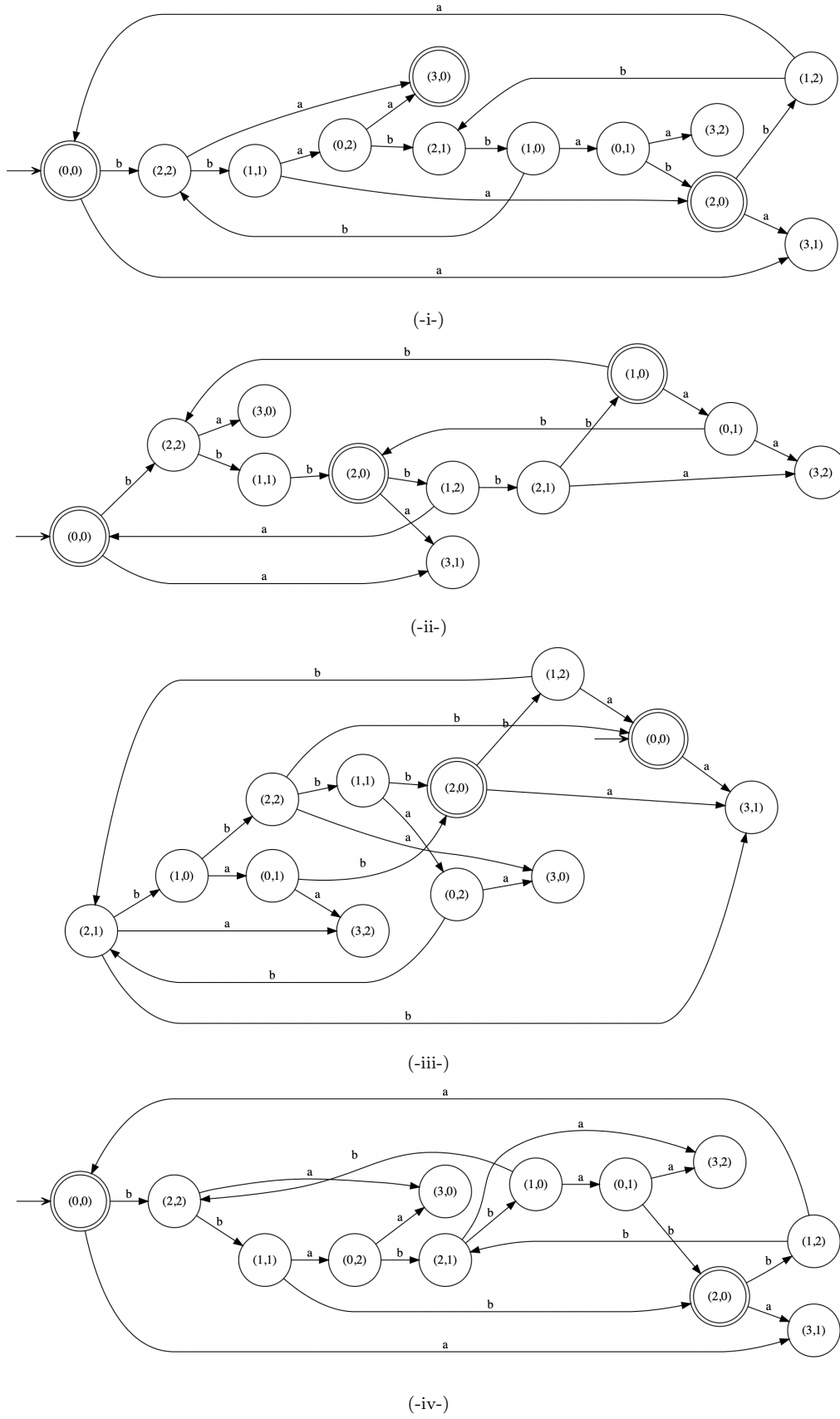
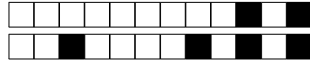


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :     

Question 3 :  

Question 4 : 

Question 5 :  

Question 6 :        

Question 7 : 

Question 8 :    

Question 9 : 

Question 10 : 

Question 11 : 

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ A n'est pas complet. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
☒ A a au moins un état accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

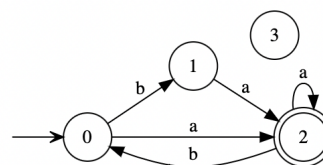
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☒ Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

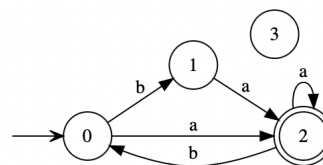


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

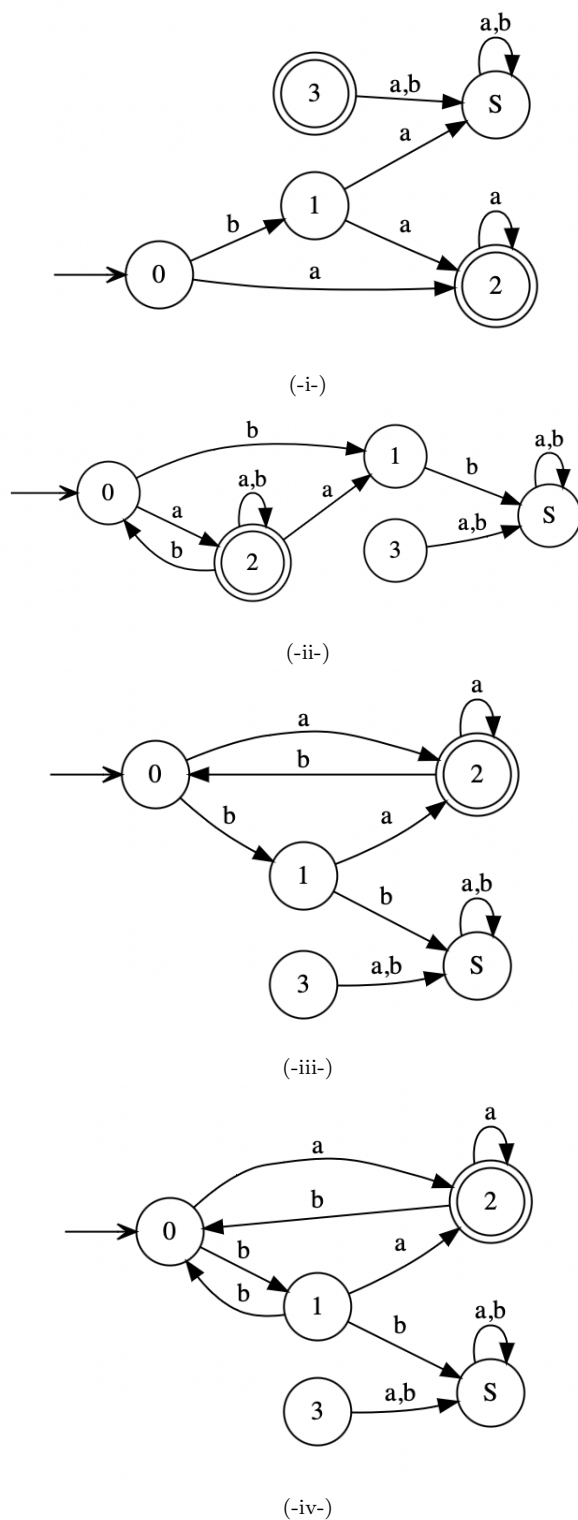


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

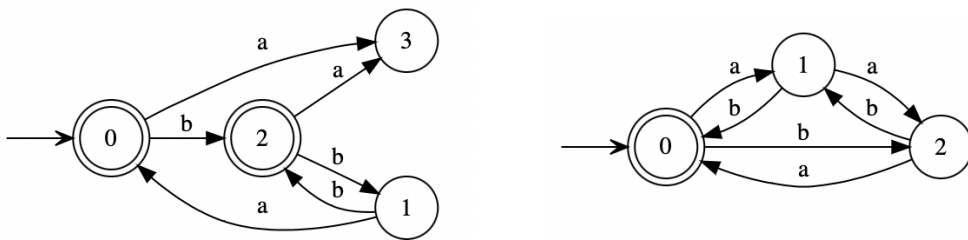


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

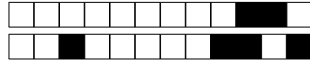


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a		c	d	e		g	h	i

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

	b			e		g			j			m	n

Question 6 :

		c	d				h	i	j	k

Question 7 :

	b		d	e			h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A est complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A possède un état puits ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A accepte le langage universel.

$$|\delta| = |Q| \times |\Sigma|.$$

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b P est forcément déterministe.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

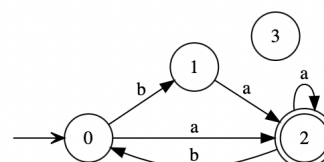
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☒ c Σ^* est fermé par facteur.
☒ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☒ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

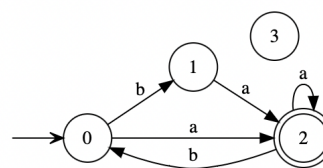


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

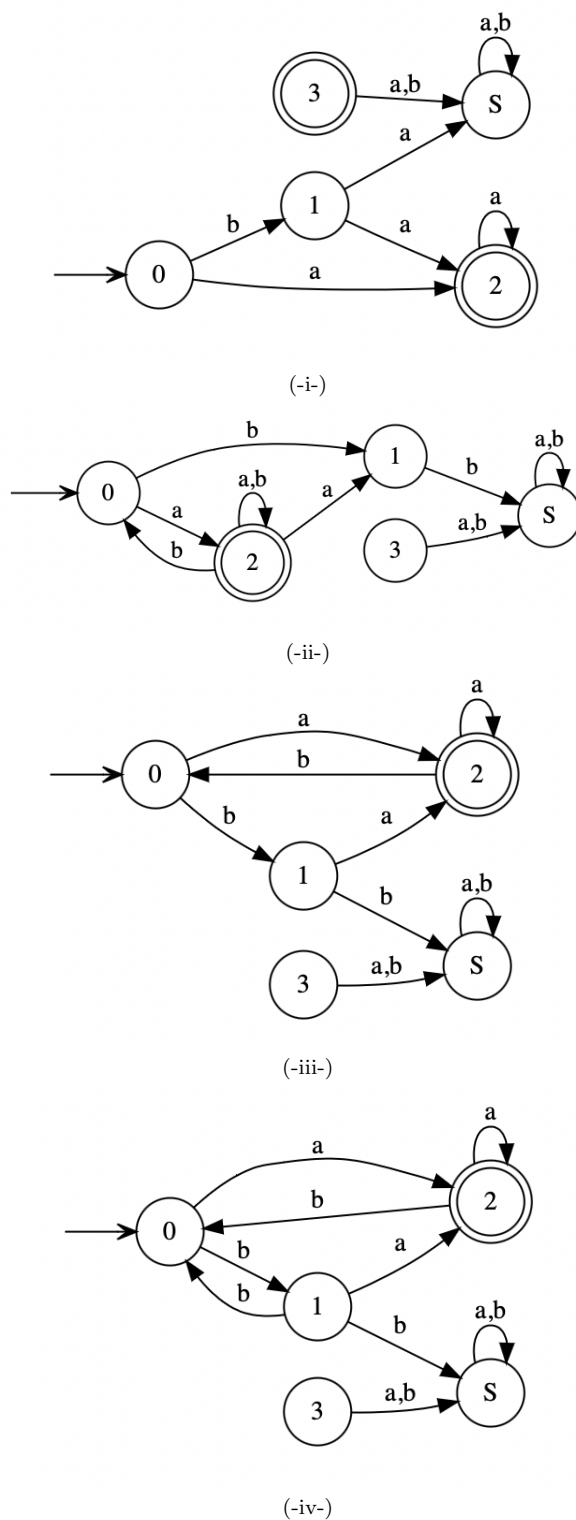


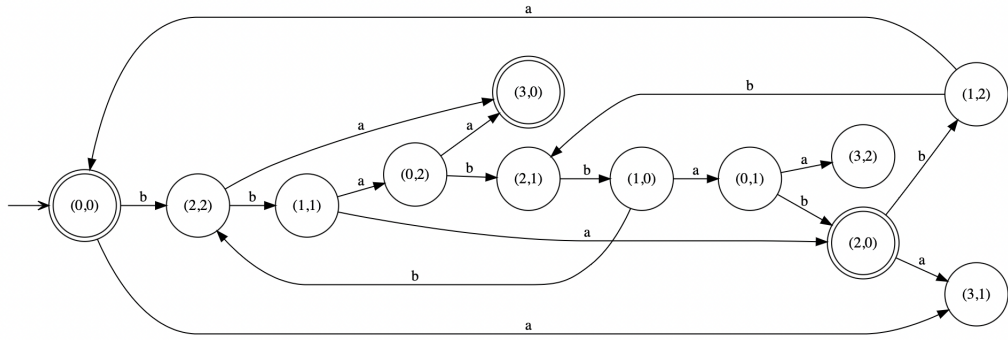
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



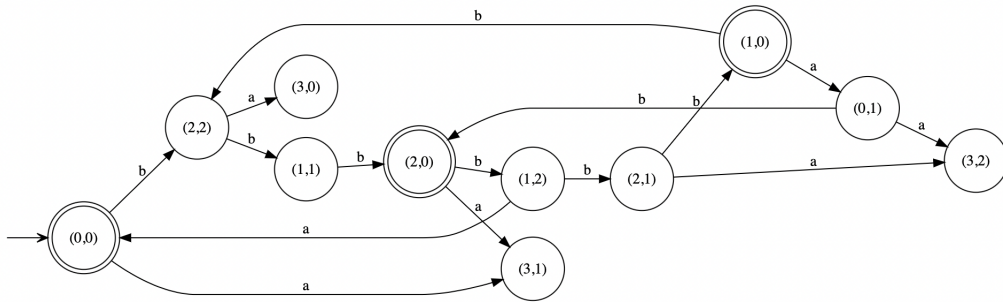
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



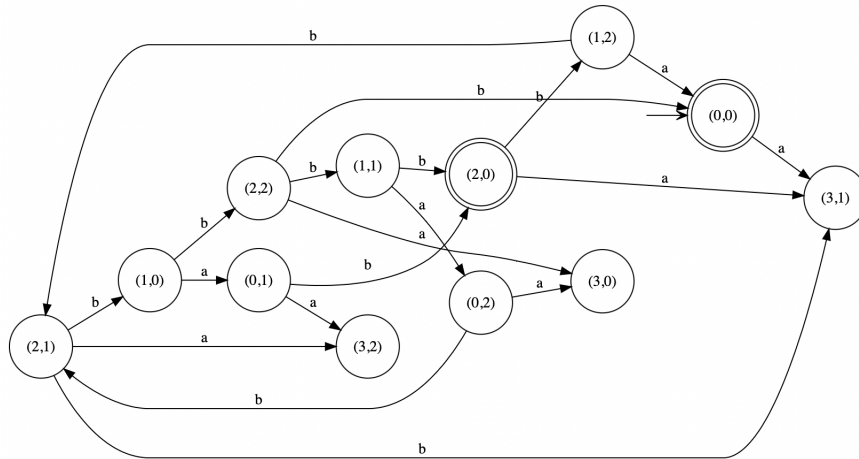
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



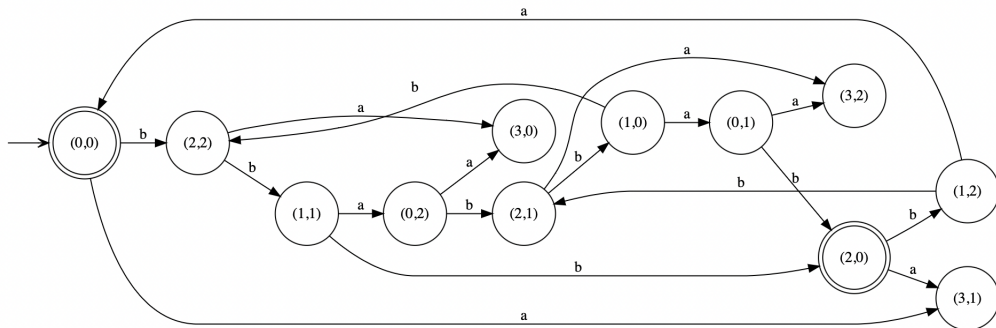
(-i-)



(-ii-)

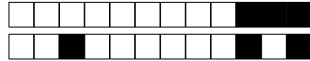


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e  g  i j k

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :  b  d e  g     m n

Question 5 :  b c d e f  h i

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a   d e

Question 8 : a b   e f   i j

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut être infini.
☒ Un mot est une application. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

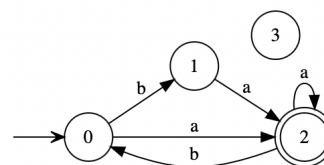
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☒ Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

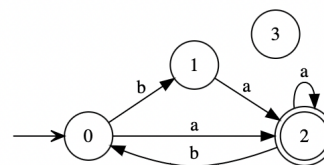


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

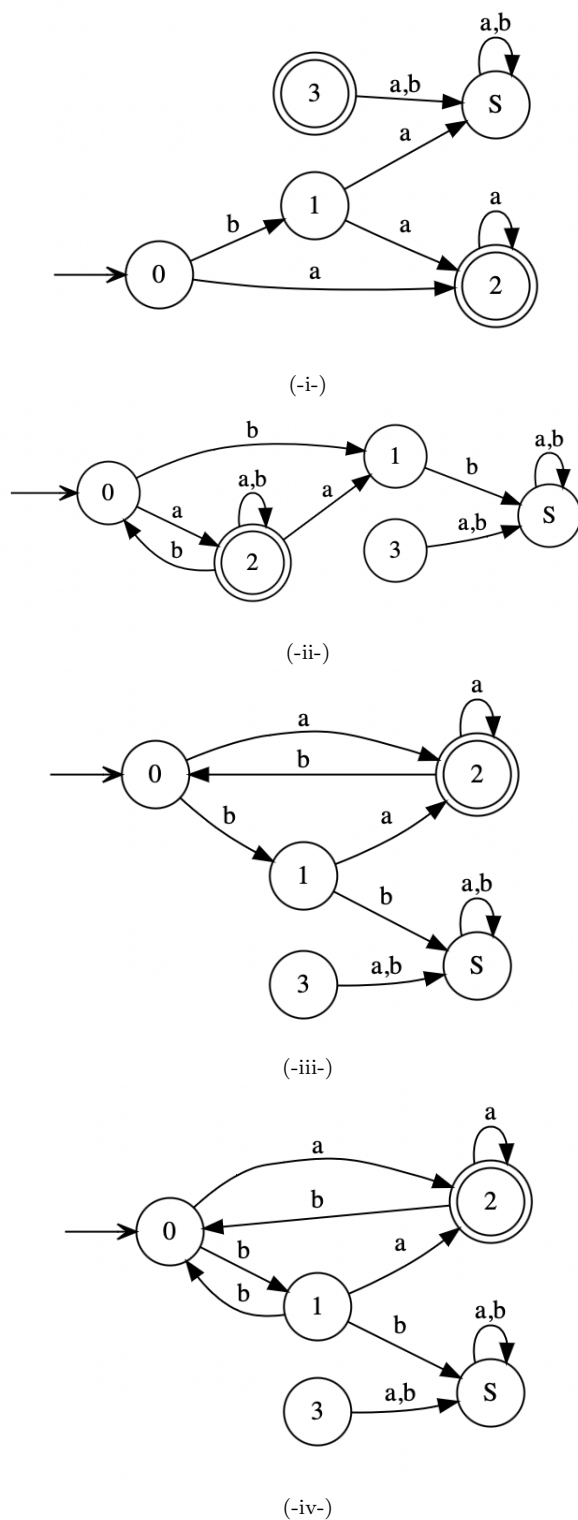


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

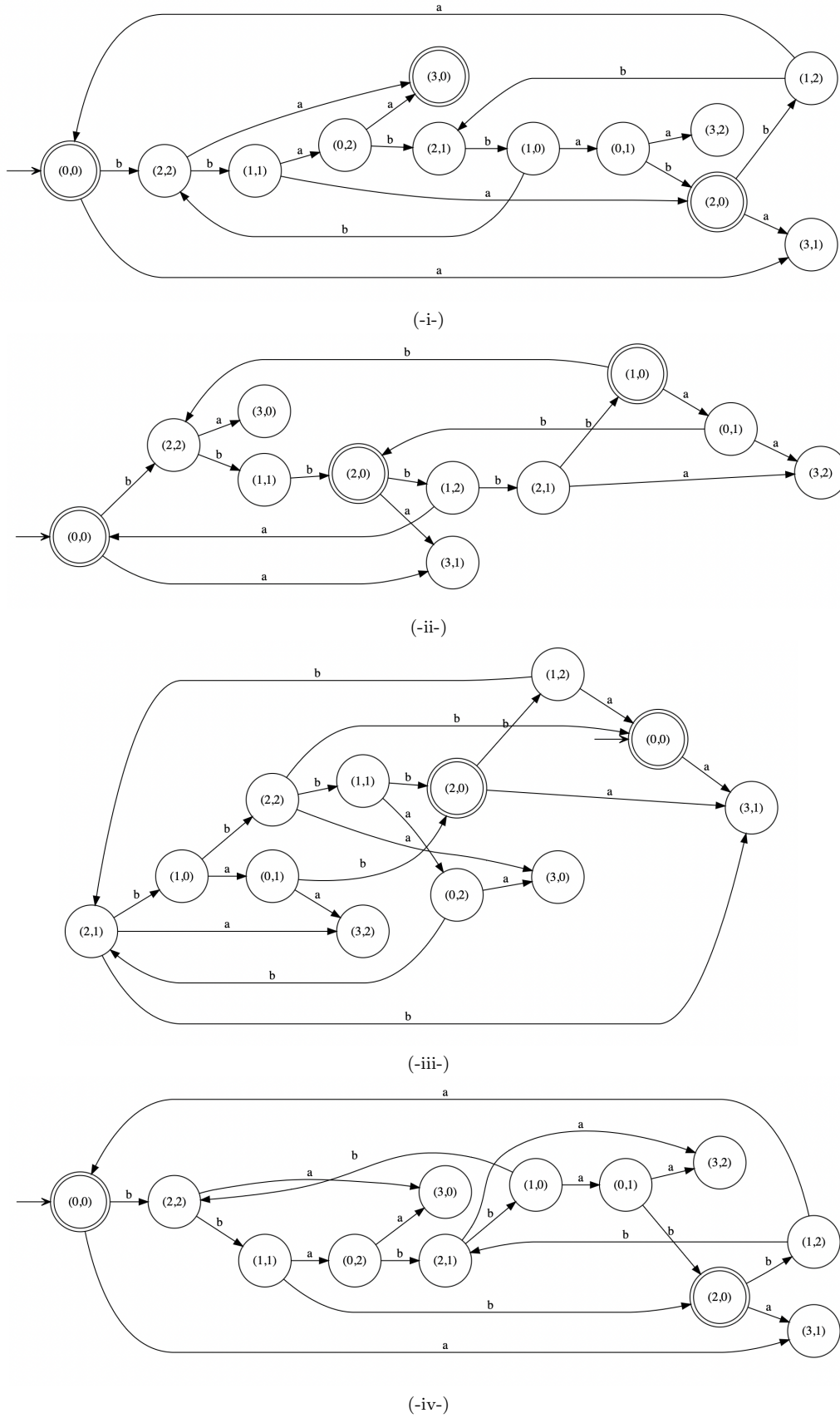


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

		c		e	f			i	j	k

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

		c	d				h			k		m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a			d		f	g		i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h A n'est pas complet. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.

☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

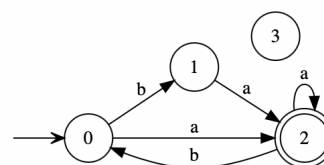
Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

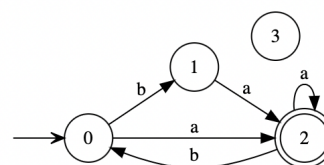
Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Celui de la Figure 3-i-.

☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

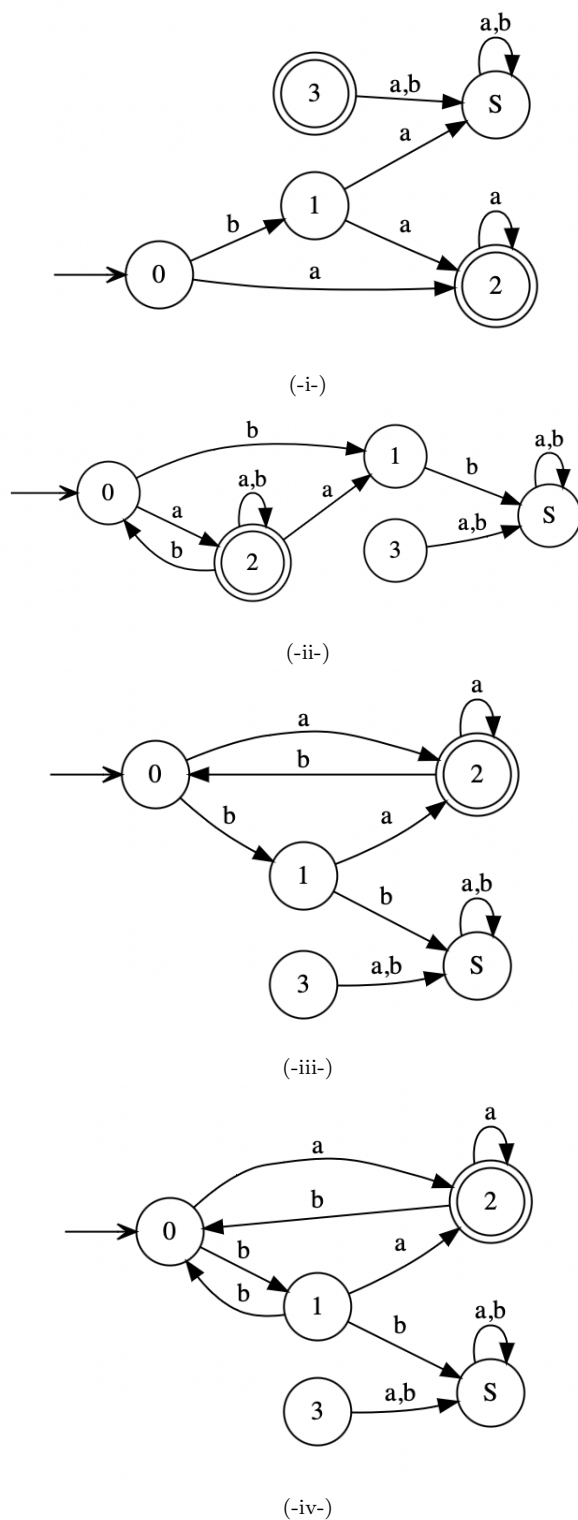


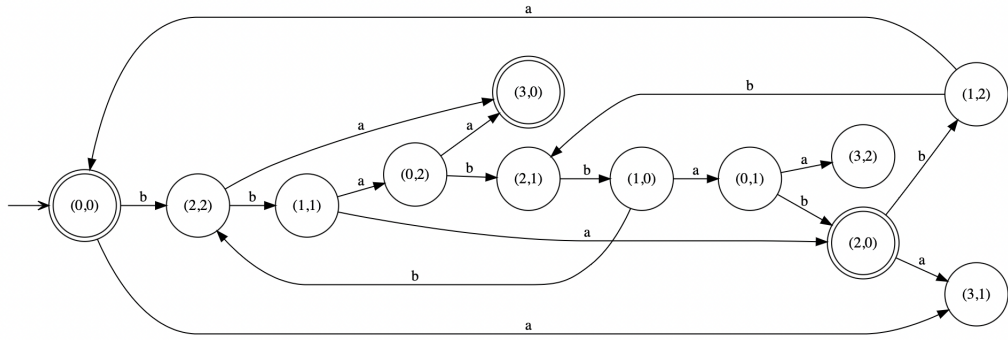
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



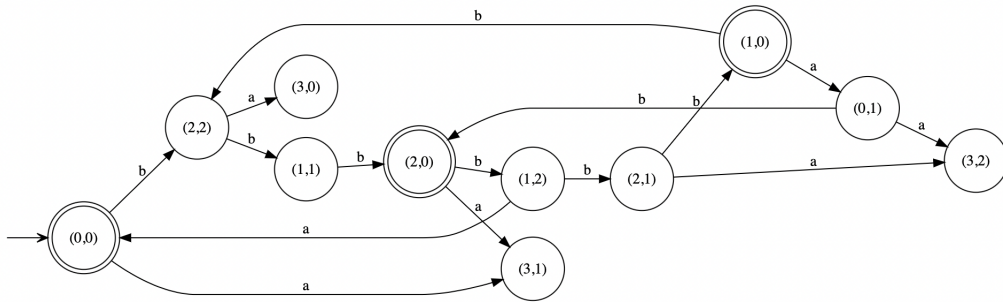
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



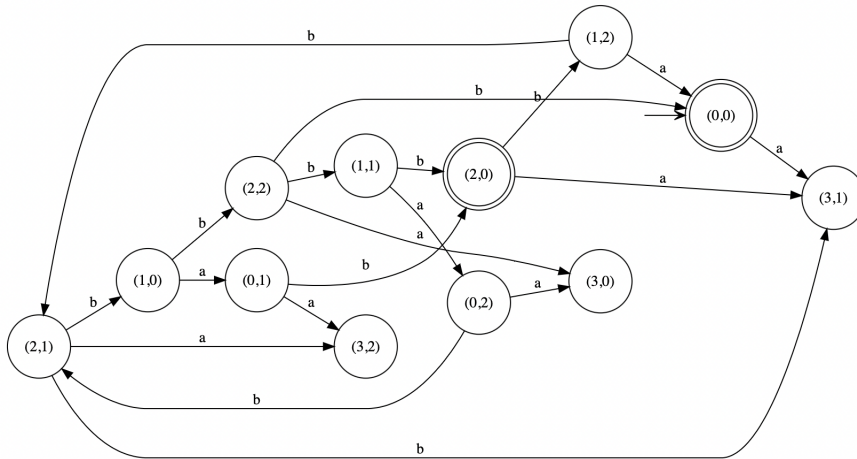
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a			d		f	g			j	k

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a		c		e			h	i	j

Question 8 :

a						g				k	l	m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c A possède un état puits.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état co-accessible.
 ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
 ☐ A a au moins un état non accessible.
 ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A n'est pas complet.
 ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

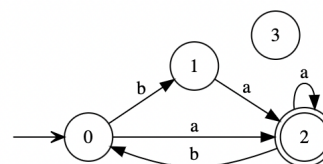
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii.
 ☐ Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i.
 ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

			d	e		g	h	i	j

Question 6 :

	b	c		e						k		m	n

Question 7 :

a	b	c	d						j	k

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d A possède un état puits
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

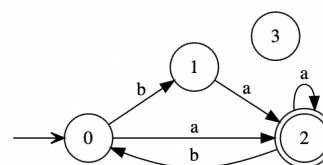
- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A n'est pas complet.
☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

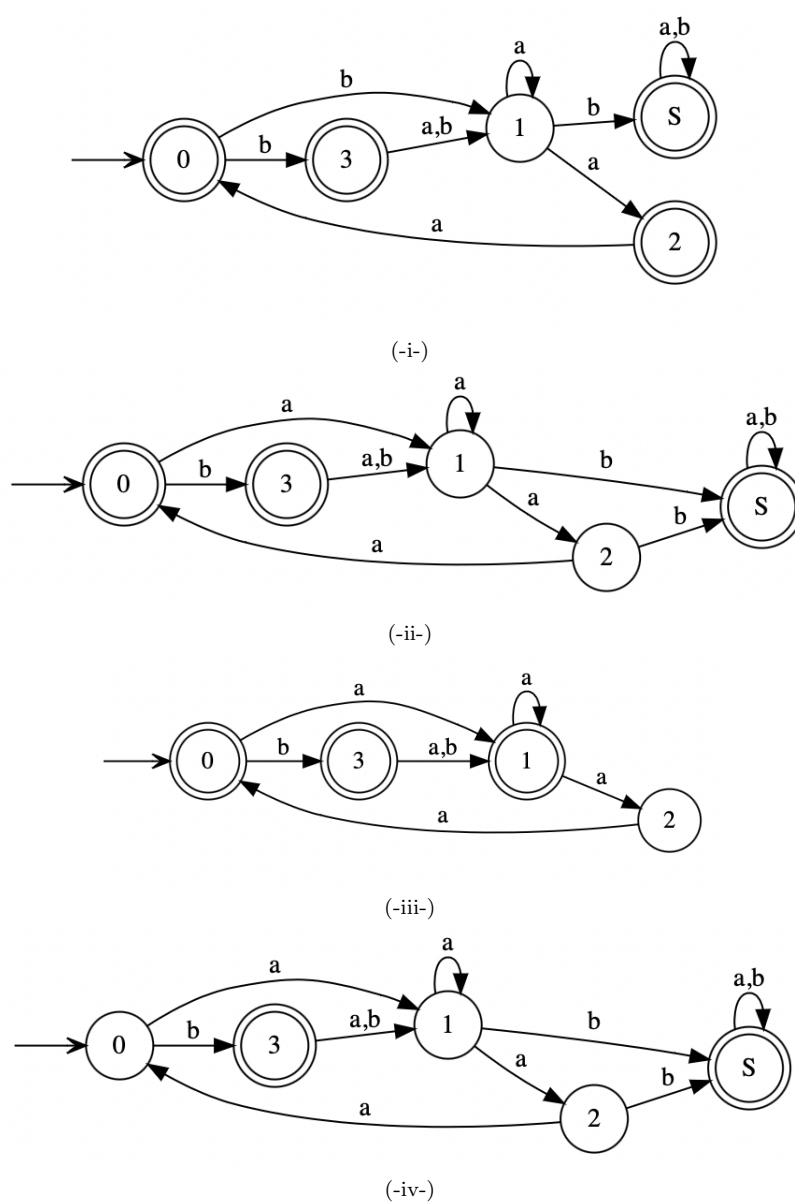


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

					f	g	h			k		m	n

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 7 :

	b		d			g	h	i	j

Question 8 :

			d	e		g		i	j	k

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état accessible.

■ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

■ A n'est pas complet.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

■ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

■ P est forcément déterministe.

☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.

☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .

☐ f Les états de A sont tous accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iv-.

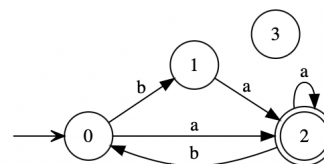
☐ d Celui de la Figure 2-i-.

■ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-ii-.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

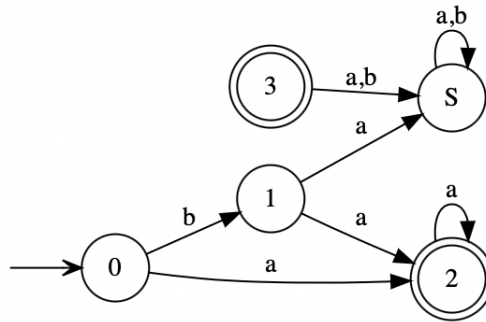


Partie 4 : Produit (4 points)

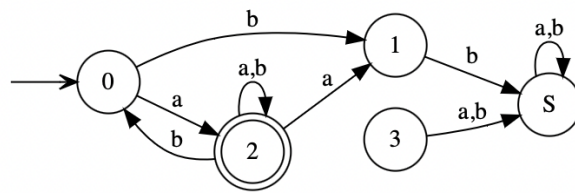
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

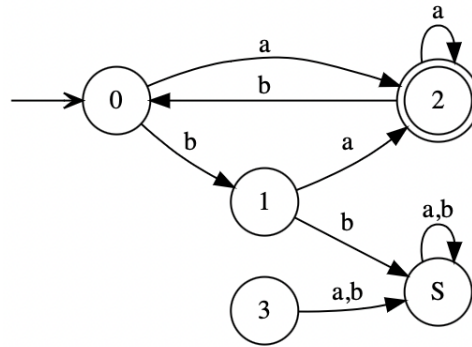
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



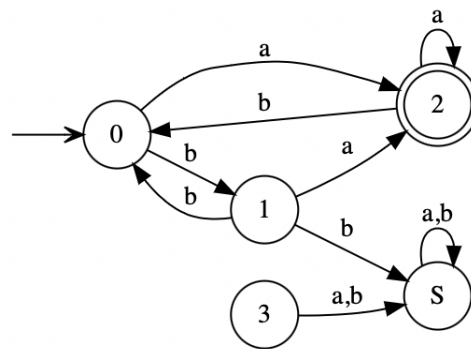
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

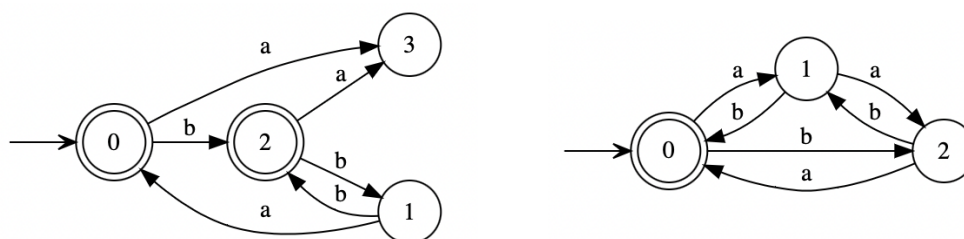


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



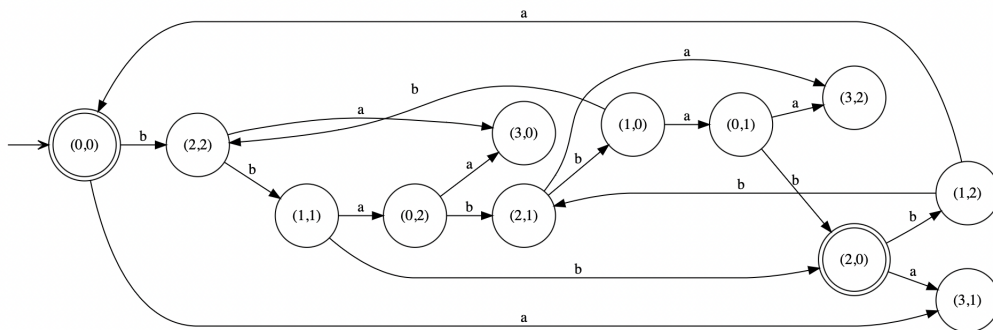
(-i-)



(-ii-)

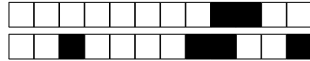


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 3 :

a		c		e	f			i	j

Question 4 :

a						g	h				l	m	n

Question 5 :

a	b	c		e					j	k

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a u n'est pas accepté par A . ☒ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état co-accessible.
☒ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non accessible. ☒ f A a au moins un état accessible.
☒ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

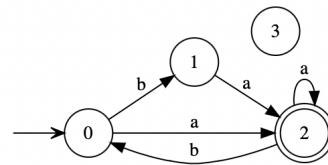
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

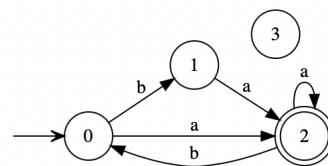


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ b Celui de la Figure 3-ii-.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☒ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

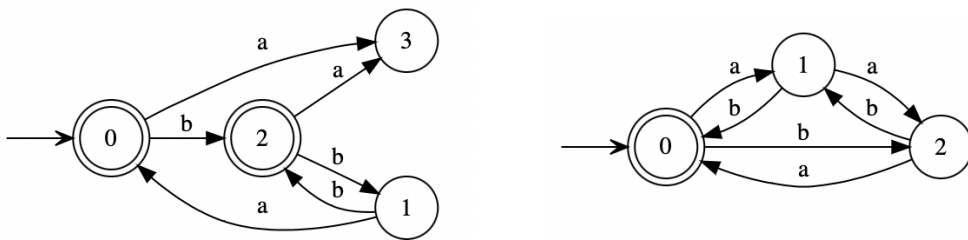
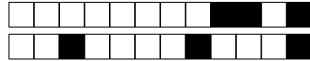


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 4 :

a					f	g	h	i	j

Question 5 :

a			d	e							l	m	n

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

		c		e			h	i	j	k

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

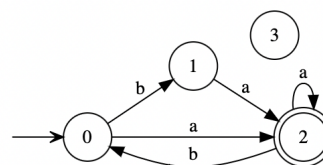
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-ii.
☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Tous les automates.

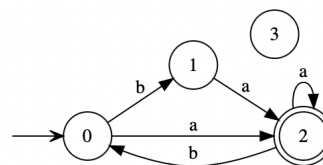


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iv. ☐ Celui de la Figure 3-i.
☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

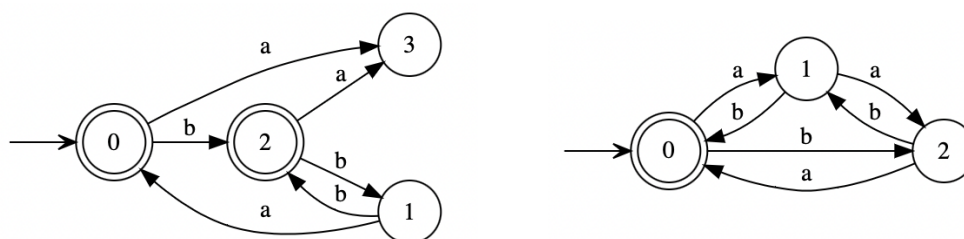
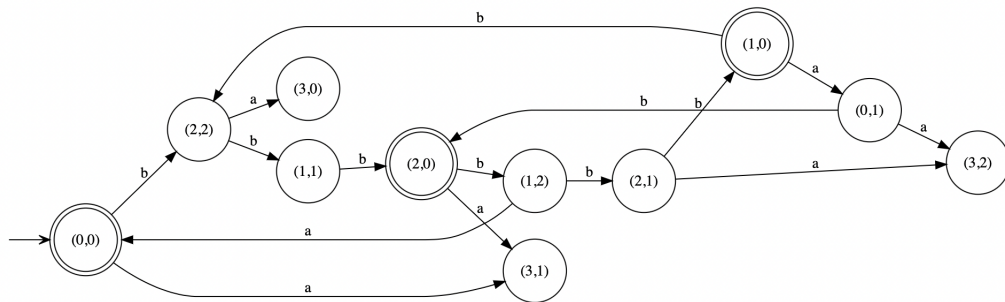


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



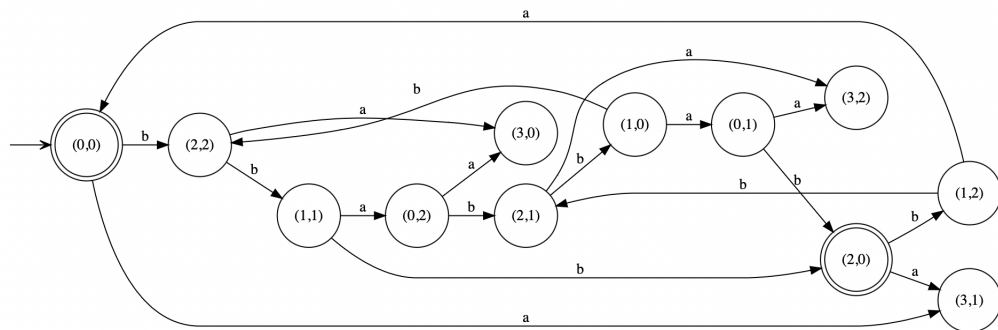
(-i-)



(-ii-)

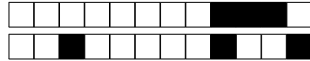


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e	f	g	h	i

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

		c	d			g	h	i	j

Question 7 :

	b			e			h			k		m	n

Question 8 :

	b			e		g	h		j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

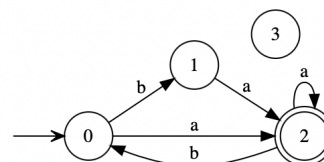
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



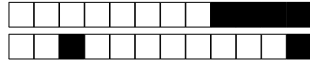
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 4 :

		c		e	f	g		i	j

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a		c				g	h		j	k

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

	b				f			i	j			m	n

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ f Un mot est une application.
- ☒ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☒ j Un mot peut être vide.
- ☒ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

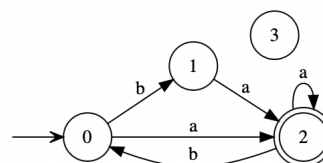
- ☐ a A possède un état puits
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

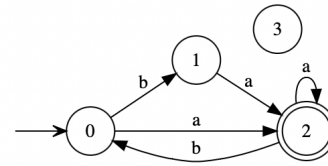


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

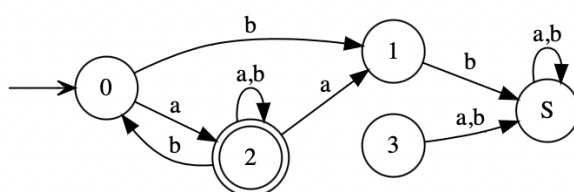
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

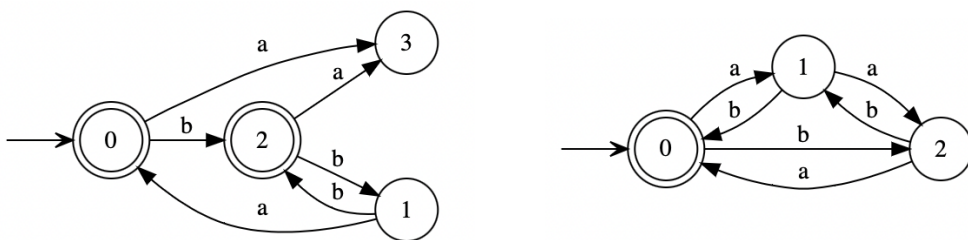


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

	b			e			h	i				m	n

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a	b		d		f			i	j

Question 7 :

a				e	f			i	j	k

Question 8 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a au moins un état accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.

- ☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

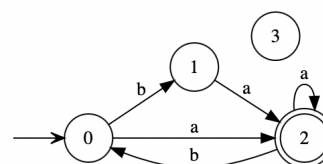
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

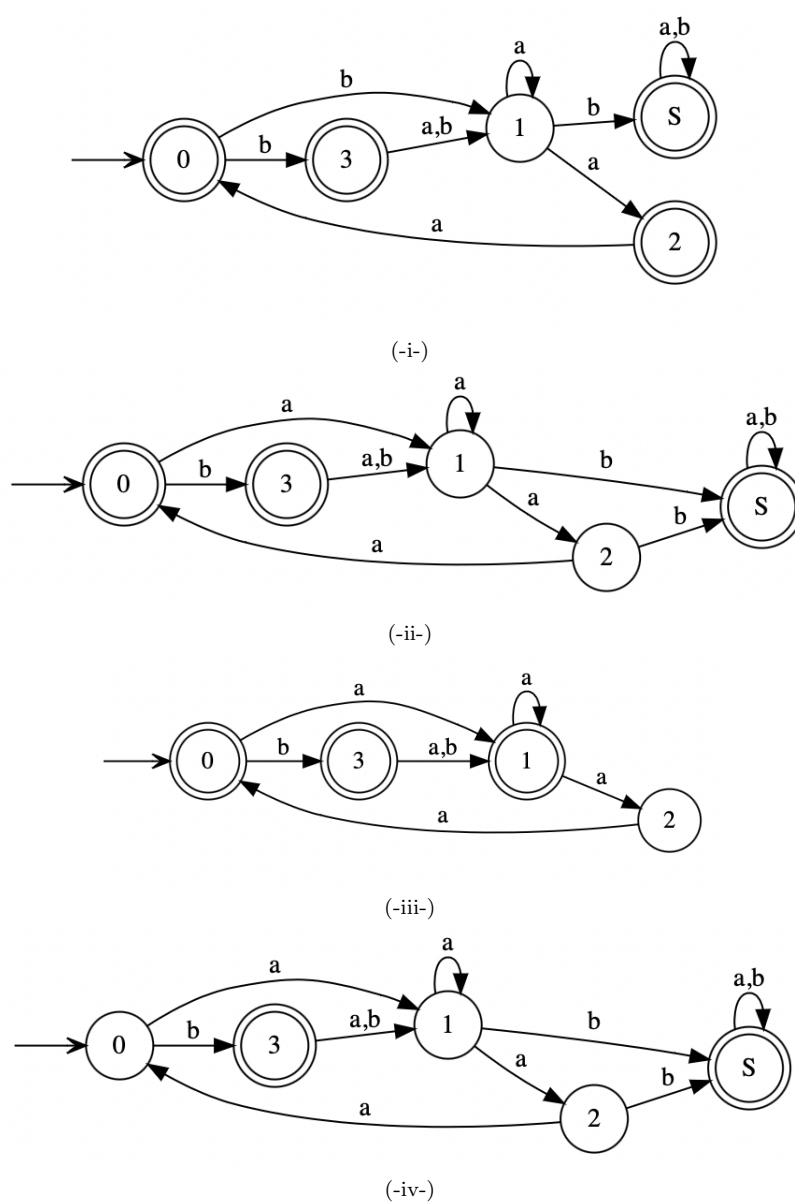


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



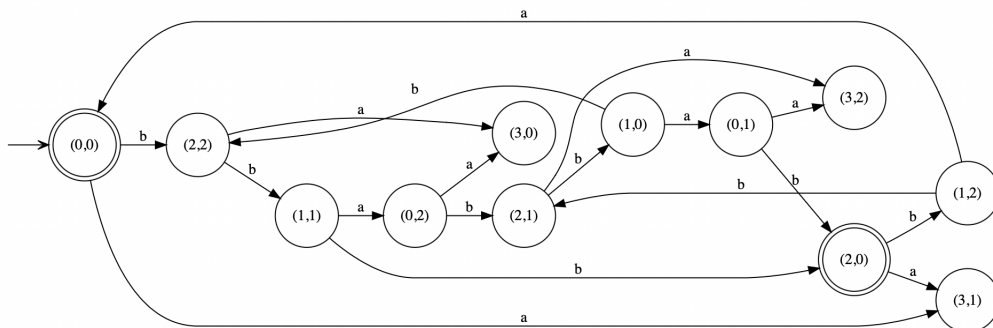
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

			d		f	g	h		j	k

Question 4 :

a	b	c						j			m	n

Question 5 :

	b		d		f	g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .

☐ A a des états accepteurs.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ A a au moins un état accessible.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot est une fonction.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☒ Un mot est une application. ☒ Un mot peut être vide.
☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

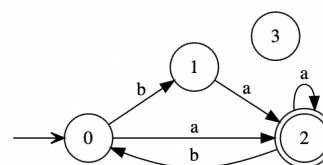
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 4 :  ☐ b  ☐ d ☐ e   ☐ h  ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 6 :   ☐ c ☐ d    ☐ h   ☐ k  ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f  ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a  ☐ c ☐ d  ☐ f   ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A possède un état puits ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ j A n'est pas complet. ☐ k A a au moins un état non accessible.
☒ l u n'est pas accepté par A . ☒ m A a au moins un état accessible.
☐ n A a au moins un état co-accessible. ☐ o A n'a pas d'état accepteur.
☐ p A a au moins un état non co-accessible. ☒ q $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ r Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ s Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

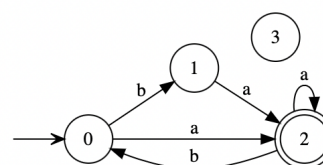
- ☒ t $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ u P est forcément déterministe.
☐ v Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ w Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ x Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ y Celui de la Figure 2-iii. ☐ z Celui de la Figure 2-iv-.
☐ aa Celui de la Figure 2-i-. ☐ ab Aucun des automates.
☐ ac Celui de la Figure 2-ii-. ☐ ad Tous les automates.

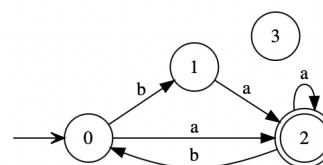


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ ae Celui de la Figure 3-ii-. ☐ af Celui de la Figure 3-iii-.
☐ ag Celui de la Figure 3-iv-. ☒ ah Aucun des automates.
☐ ai Celui de la Figure 3-i-. ☐ aj Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-ii-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



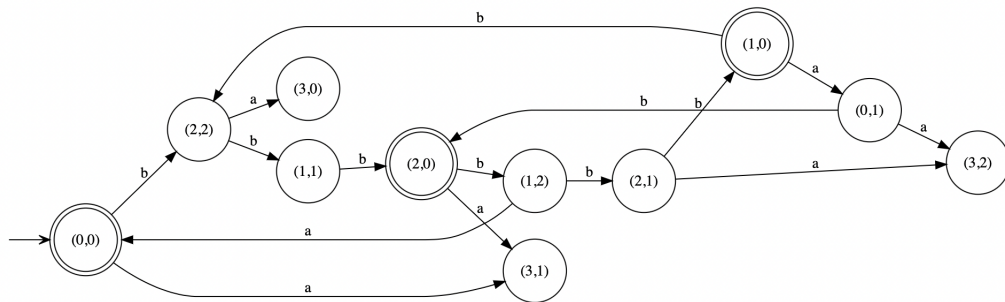
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



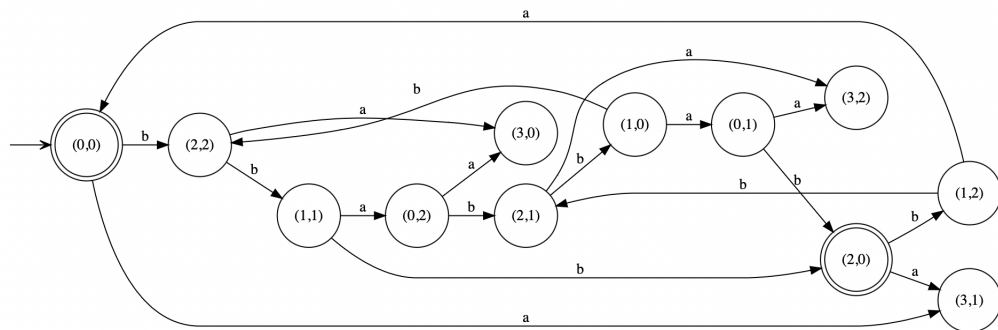
(-i-)



(-ii-)

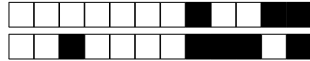


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c				g		i	j

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a			d				h		j			m	n

Question 5 :

	b	c	d	e	f		h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

		c			f	g	h		j	k

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A est complet. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ A a au moins un état accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☒ A n'est pas complet. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

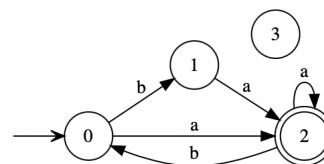
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☒ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



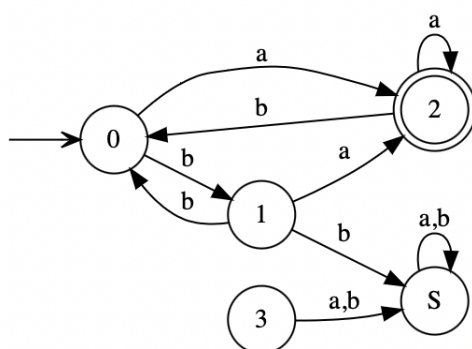
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



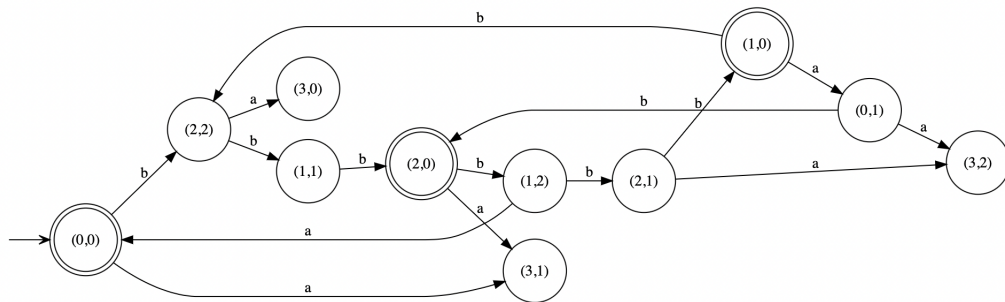
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



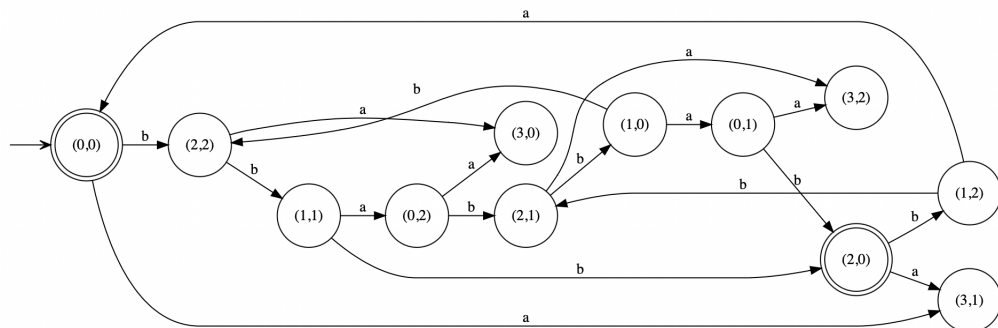
(-i-)



(-ii-)

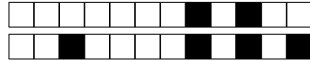


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 3 :

		c		e	f		h	i	j

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b		d									l	m	n

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b	c	d						j	k

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits ☐ A accepte le langage universel.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Un mot est une fonction.
☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☒ Un mot est une application. ☒ Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

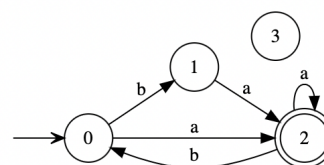
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

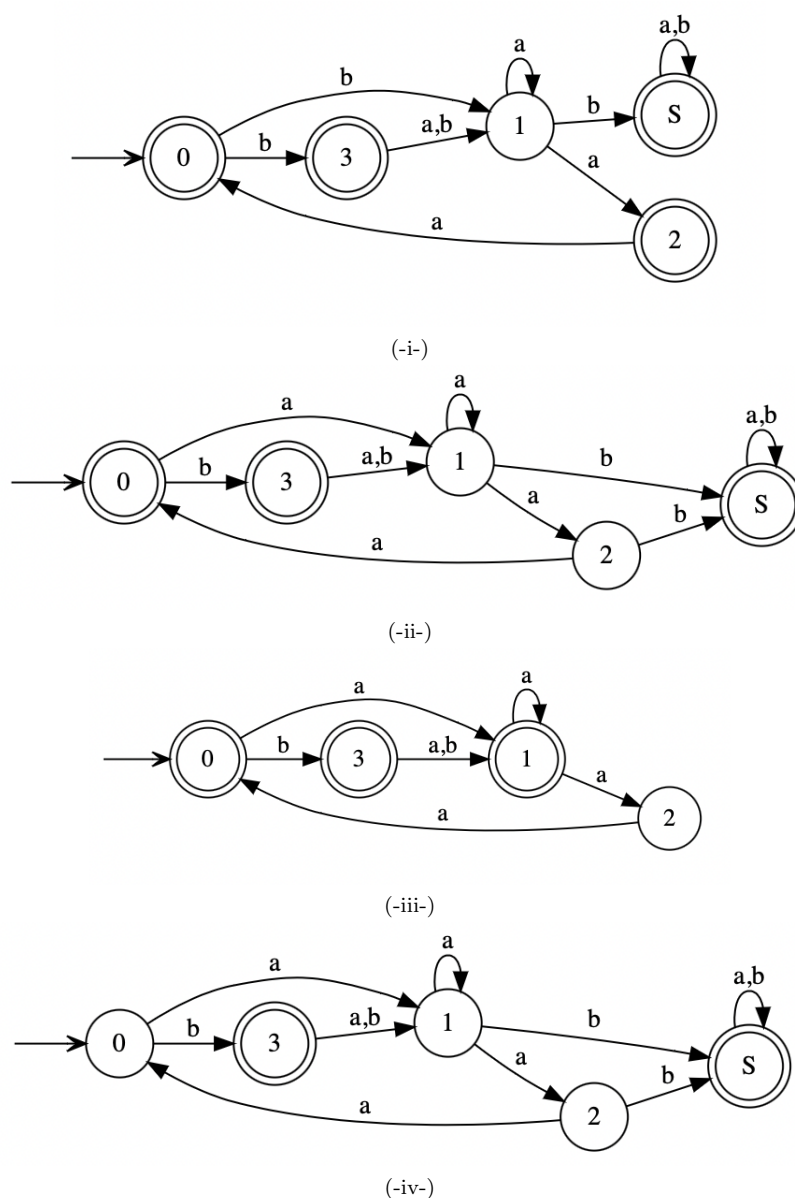


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

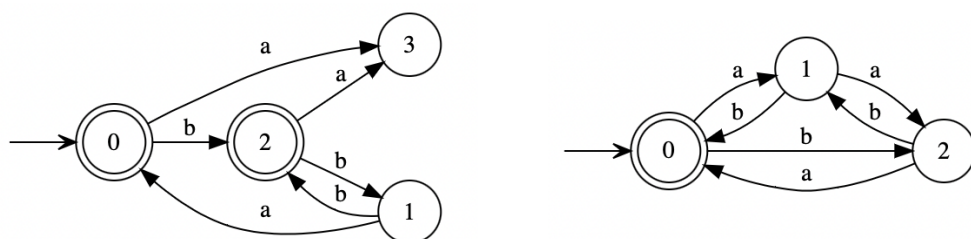


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

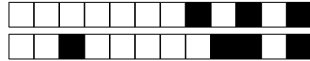


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e f  h  j k

Question 3 :    d  f g h i j

Question 4 :   c d e

Question 5 :  b c d e f  h i

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a    e    i j   m n

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une application. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a P est forcément déterministe.

☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.

☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ f Les états de A sont tous accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.

☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.

☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iii-.

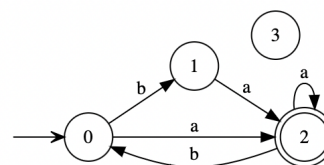
☐ b Celui de la Figure 2-iv-.

☐ c Celui de la Figure 2-i-.

☐ d Aucun des automates.

☐ e Celui de la Figure 2-ii-.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i-.

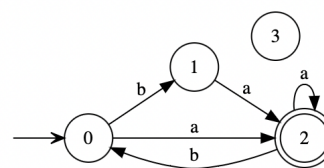
☐ d Celui de la Figure 3-iii-.

☐ b Celui de la Figure 3-ii-.

☐ ■ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv-.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-i-.

☒ ■ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



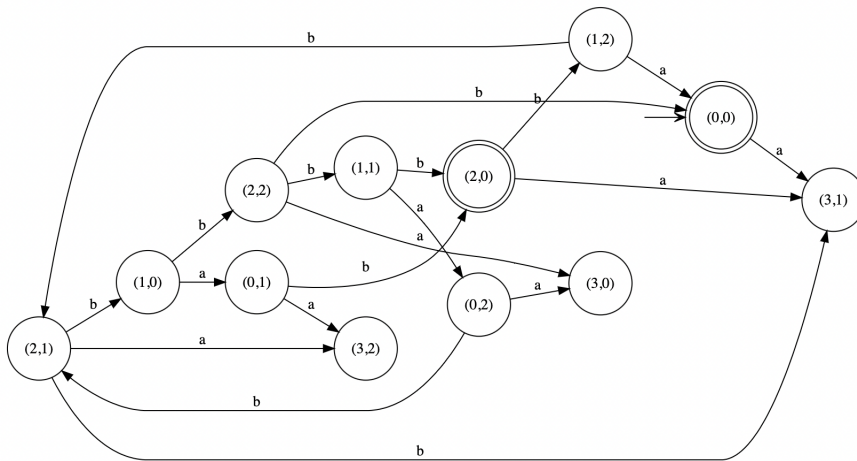
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



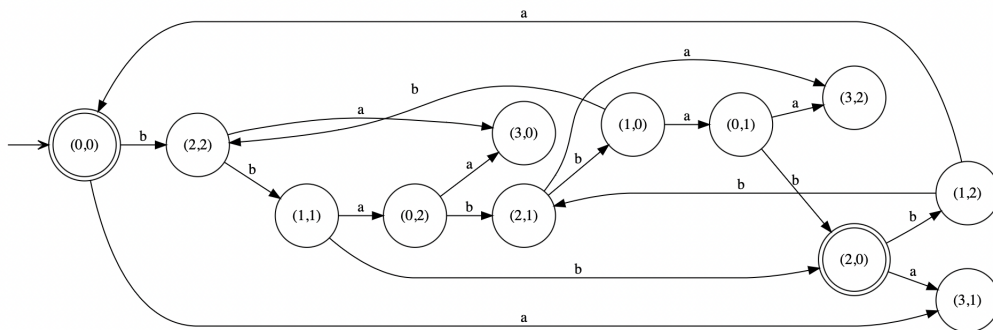
(-i-)



(-ii-)

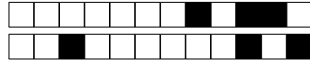


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c		e		g			j	k

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

	b				f		h	i				m	n

Question 5 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a		c				g	h	i	j

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐g A accepte le langage universel.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a Les états de A sont tous accessibles. ☐b A est complet.
- ☐c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐d A a des états accepteurs. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐f u est accepté par A .
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par préfixe. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐f Σ est fermé par facteur. ☐g Σ est fermé par suffixe.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

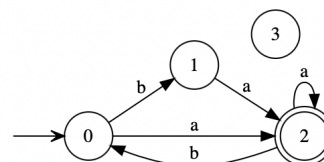
- ☒ A a au moins un état accessible. ☐b A a au moins un état co-accessible.
- ☒ A n'est pas complet. ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐e A a au moins un état non accessible.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i. ☐d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐b Celui de la Figure 2-iv. ☐e Aucun des automates.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

	b	c				g		i				m	n

Question 5 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a		c			f	g		i	j

Question 8 :

	b			e		g		i	j	k

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet.
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ b Un mot peut être vide.
☒ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ h Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☒ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h A n'est pas complet.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

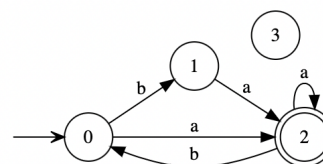
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



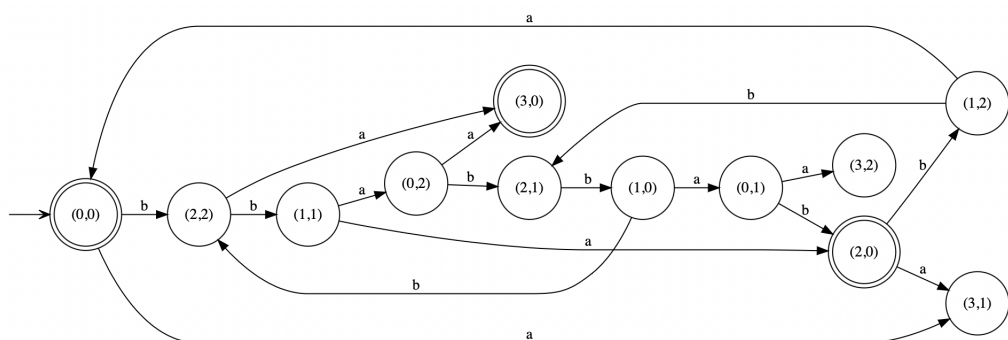
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



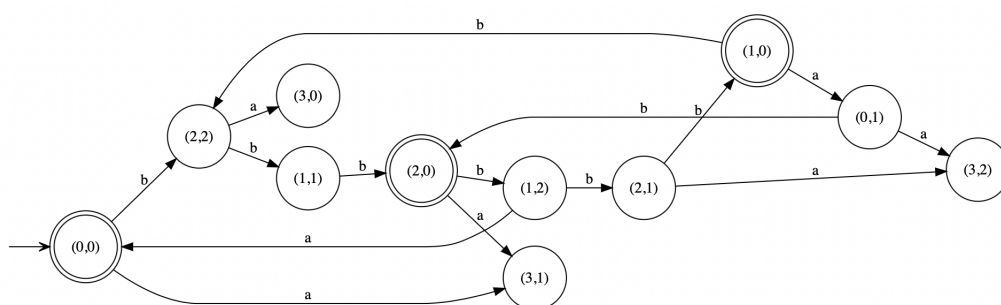
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



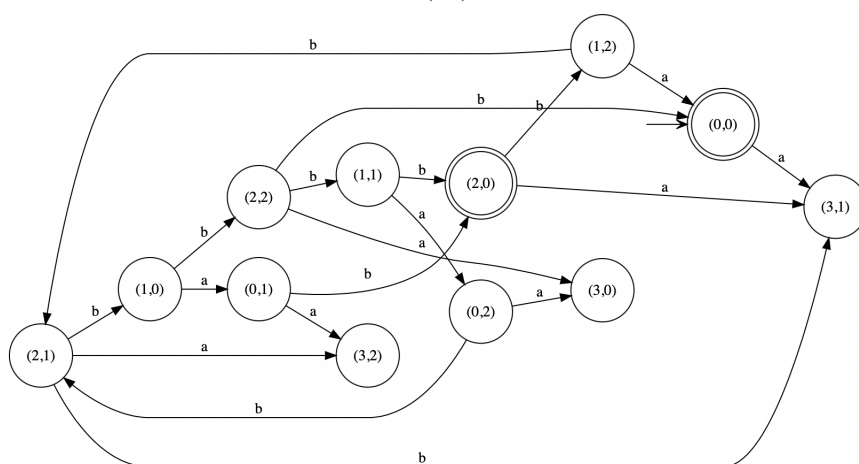
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



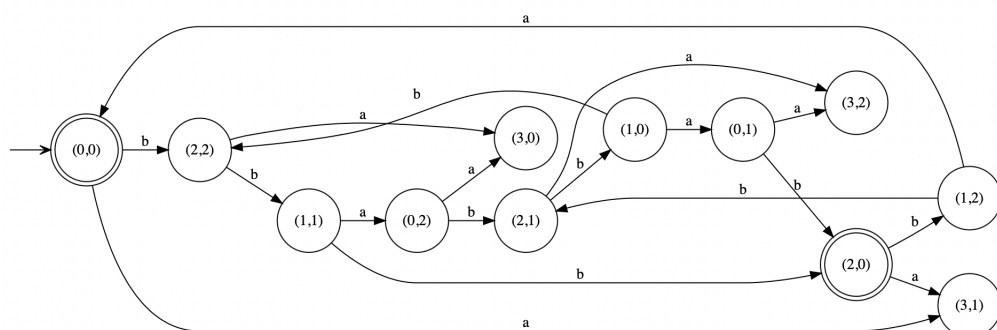
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

				e				i	j		l	m	n

Question 4 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

	b			e	f	g			j	k

Question 7 :

	b		d	e		g		i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☒ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.

☐ f Les états de A sont tous accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a Tous les états de A sont accepteurs.

☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ■ Σ^* est fermé par préfixe.
 ■ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
 ■ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
 ■ A a au moins un état accessible.
 ■ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
 ■ u n'est pas accepté par A . ■ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

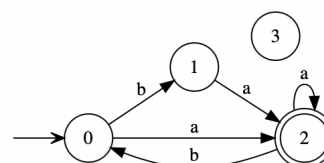
- Un mot est une fonction. ■ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ■ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ■ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot peut être infini. ■ Un mot est une application.
 ■ Un mot possède une infinité d'extensions. ■ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ■ Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
 ■ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 : a   d e f g h i

Question 5 : a b c d 

Question 6 :  b   e f g  i j

Question 7 :  b c d     i j k

Question 8 :   c d   g    k  m n

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut être vide.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☒ Un mot est une fonction.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

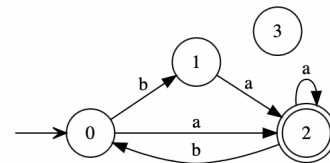
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

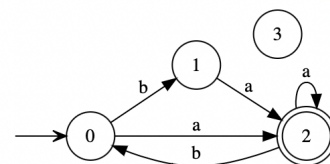


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ Celui de la Figure 5-iii-.

☐ Celui de la Figure 5-i-.

☐ Celui de la Figure 5-ii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Tous les automates.



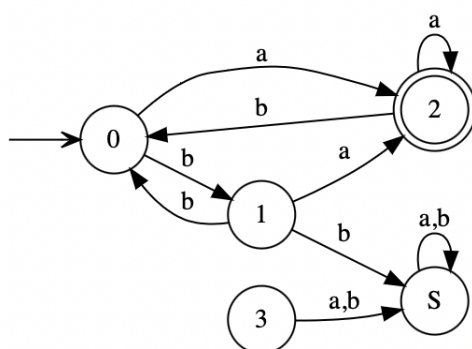
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

					f			i		k	l	m	n

Question 6 :

	b		d	e			h	i	j

Question 7 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 8 :

a		c	d					i	j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f A accepte le langage universel.
☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☒ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☒ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ f A n'est pas complet. ☒ g A a au moins un état accessible. ☒ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot est une application.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-ii.

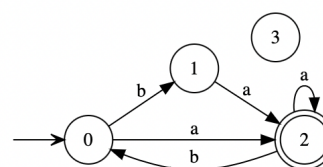
☐ Celui de la Figure 2-iii.

☐ Celui de la Figure 2-i.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-iv.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-iv.

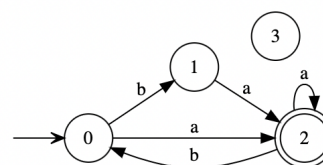
☐ Celui de la Figure 3-iii.

☐ Celui de la Figure 3-i.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-ii.

☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complémentation sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

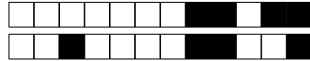


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 4 :

a	b		d					i	j	k

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b					g		i				m	n

Question 8 :

	b		d			g	h	i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A n'est pas complet. ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe. ☒ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☒ g Σ^* est fermé par facteur.
☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

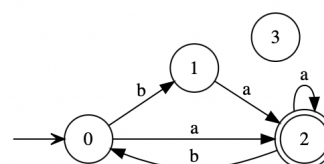
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☒ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☒ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ h Un mot peut être vide.
☒ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ j Un mot est une fonction.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

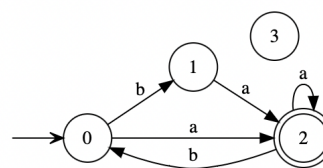


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



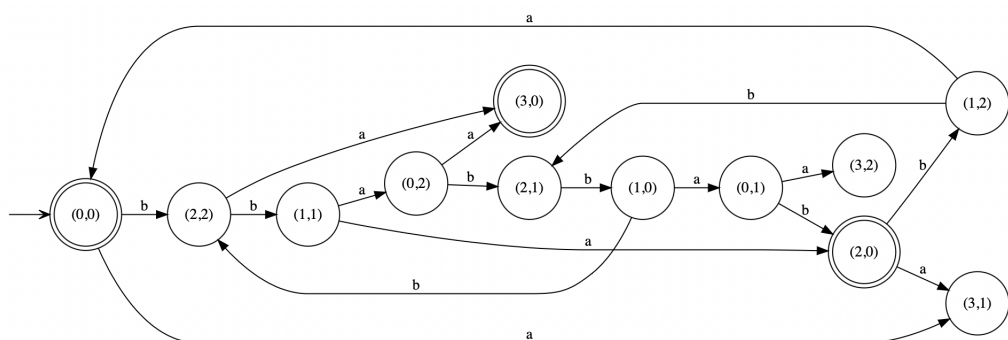
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



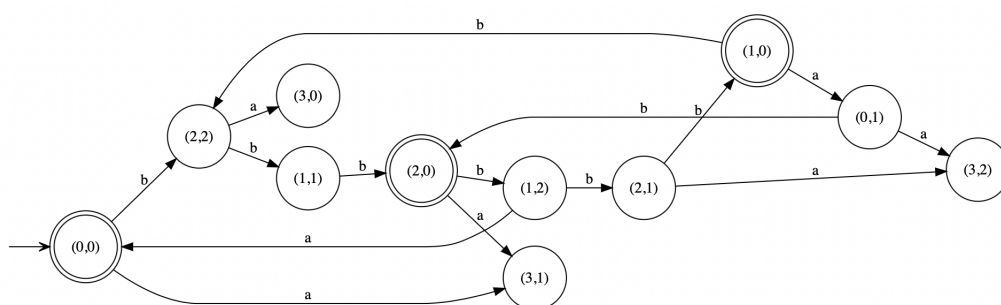
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



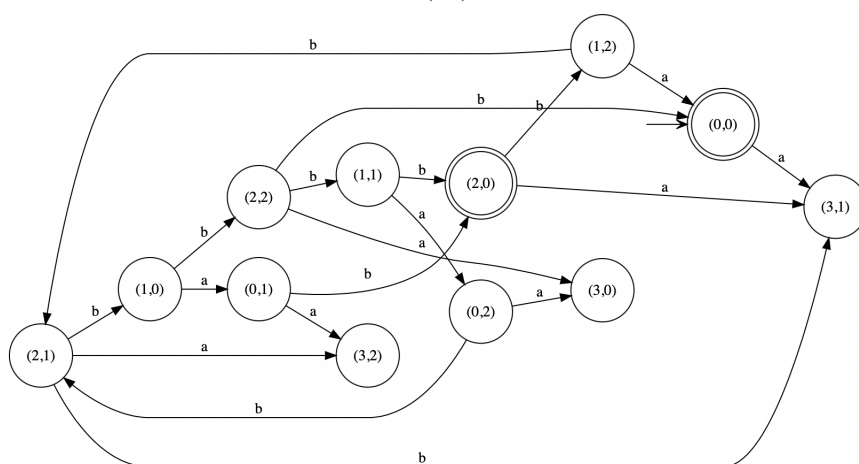
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



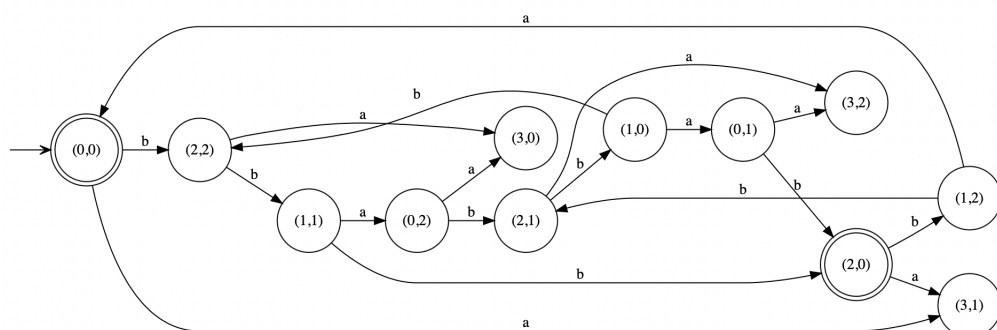
(-i-)



(-ii-)

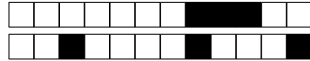


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a	b				f		h		j	k

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a			d	e	f			i	j

Question 8 :

a	b		d						k		m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut être vide.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
 ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d u est accepté par A .
 ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

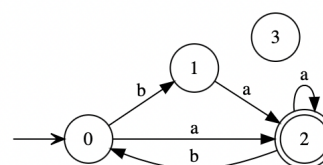
- ☐ a A accepte le langage universel.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A possède un état puits
 ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
 ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-.
 ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
 ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

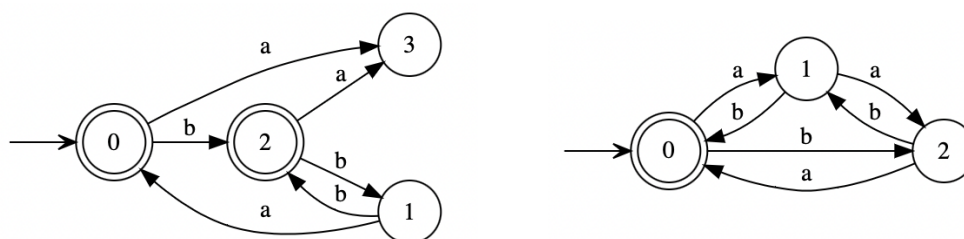
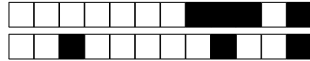


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e	f	g			j	k

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a		c	d			g		i	j

Question 5 :

a	b			e		g						m	n

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

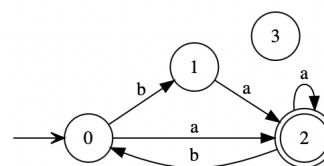
- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

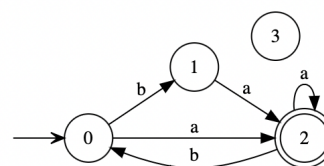


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

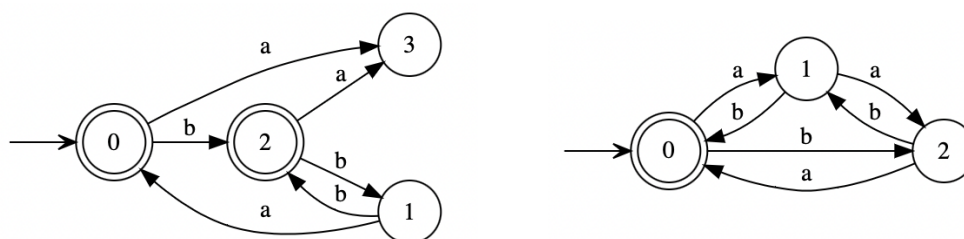


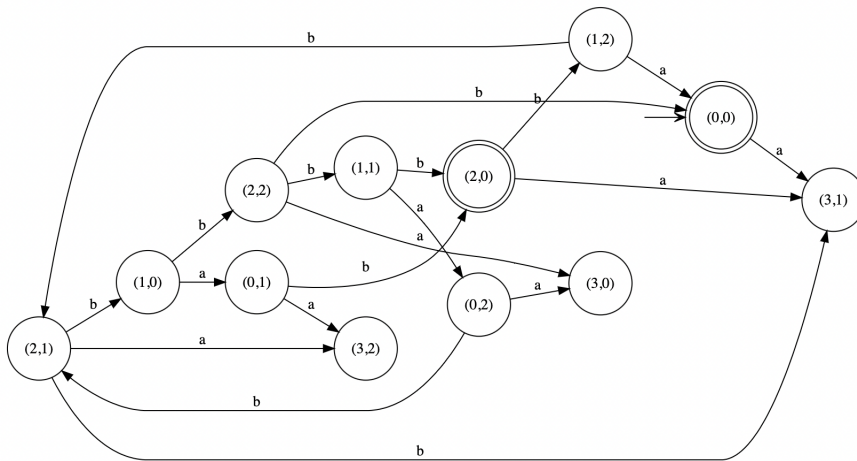
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

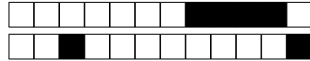


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c					h	i	j

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a					f			i	j			m	n

Question 6 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 7 :

			d		f		h	i	j	k

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une application.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☒ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☒ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☒ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ h A n'est pas complet.
☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

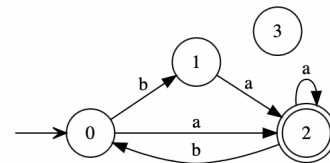
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

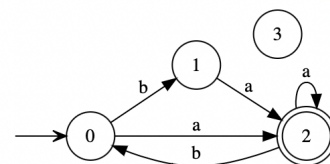


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d			g	h	i	j

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

		c	d		f	g					m	n

Question 6 :

a	b		d		f				j	k

Question 7 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☒ e Σ^* est fermé par préfixe. ☒ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☒ b A a au moins un état accessible.
☒ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☒ h u n'est pas accepté par A . ☒ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

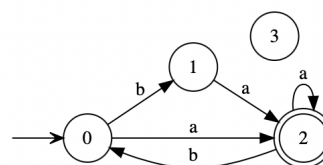
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A accepte le langage universel. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

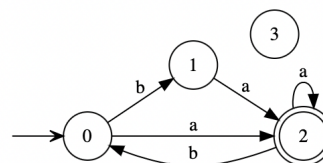


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Celui de la Figure 3-ii-.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

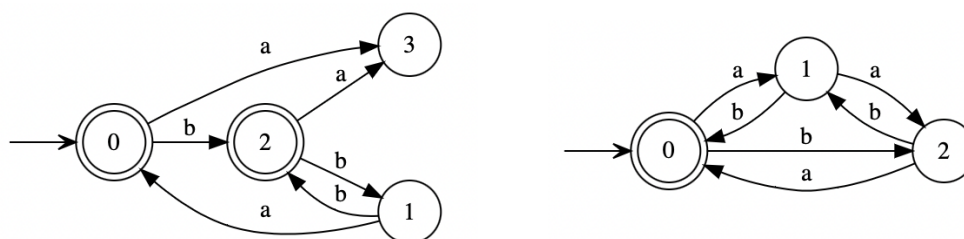


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



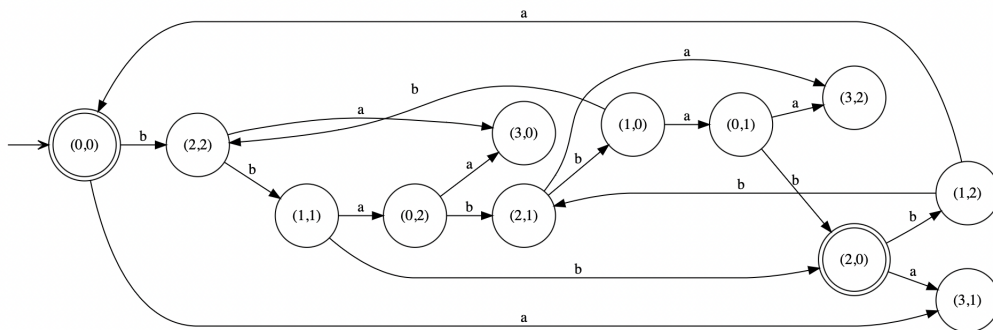
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b	c	d			g		i	j

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a				e	f	g			j	k

Question 6 :

	b		d			g			j			m	n

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ u est accepté par A .
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

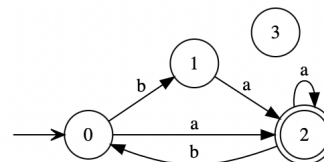
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-i.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-i.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d e    i j

Question 3 : a b   f   i   m n

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b  d  f g h i

Question 6 : a   d e

Question 7 : a b c d 

Question 8 :  b c d     i j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ u est accepté par A .
- ☐ A est complet. ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

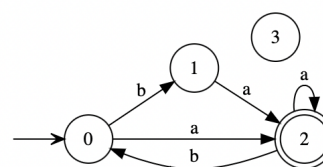
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.

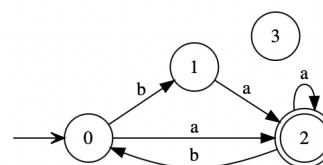


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Celui de la Figure 3-iii-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-ii-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

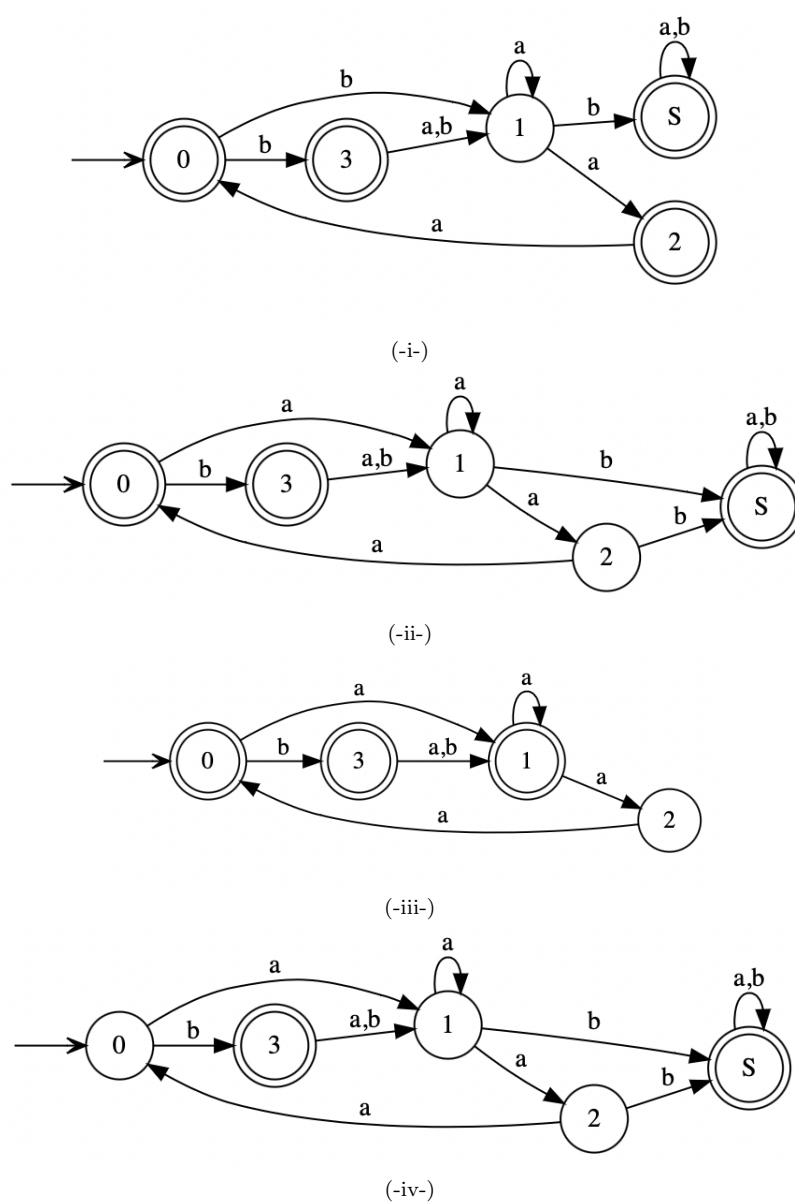


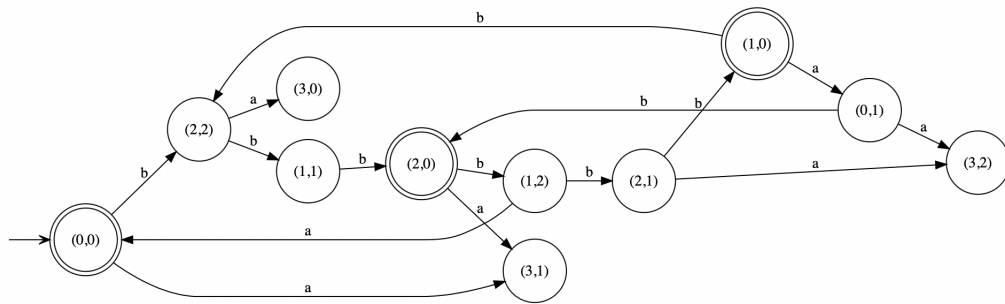
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



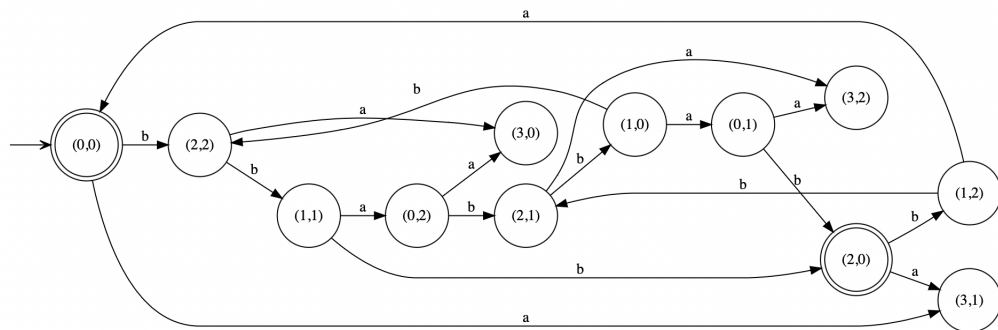
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f   i j k

Question 3 : a   d e

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b   e f   i j

Question 6 :   c d e  g      m n

Question 7 : a b  d  f g h i

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i u n'est pas accepté par A .

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

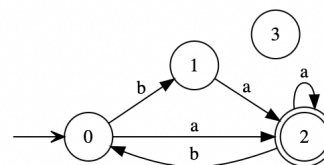
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 3 :

		c					h	i			l	m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b		d			g			j	k

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

a		c	d	e				i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c A possède un état puits
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

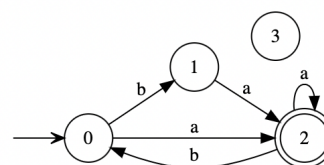
- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut être infini. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Un mot est une fonction.
☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

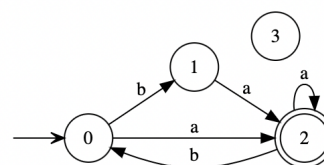


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

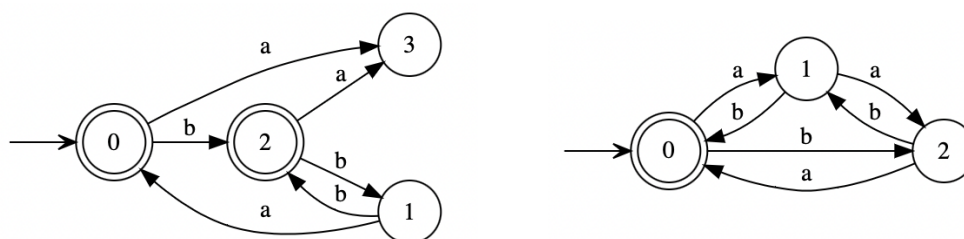


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

	b					g	h	i	j	k

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 7 :

	b		d	e	f			i	j

Question 8 :

a				e			h	i				m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☒ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

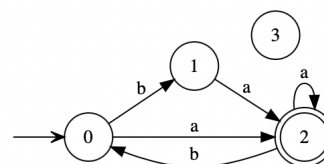
- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

	b		d	e		g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 7 :

a						g	h				l	m	n

Question 8 :

a			d				h	i	j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A possède un état puits ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☒ A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

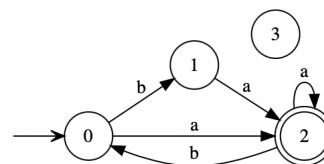
- ☐ a Un mot peut être infini. ☒ Un mot est une application.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Un mot peut être vide.
- ☒ Un mot est une fonction. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d			g	h	i	j

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b			e			h		j	k

Question 8 :

a				e			h		j			m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A .

☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ A est complet.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

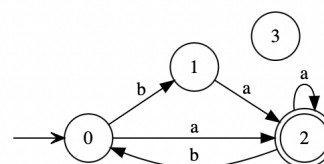
☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

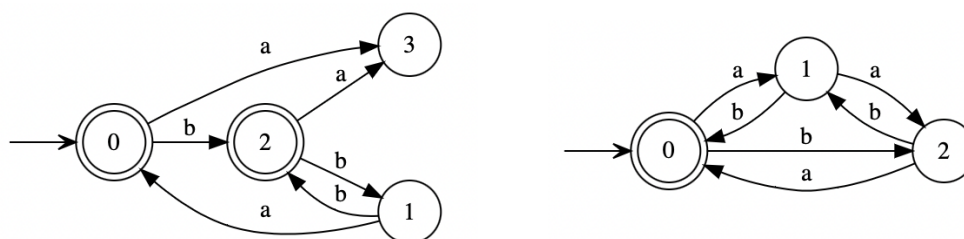


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e	f		h		j	k

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

					f			i	j		l	m	n

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 7 :

a		c		e	f			i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ **c** A possède un état puits ☐ **d** nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ **e** A accepte le langage universel. ☐ **f** $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ **g** $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ **h** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ **i** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ **a** P est forcément déterministe.
☐ **b** $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ **c** Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ **d** Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ **e** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ **a** u est accepté par A . ☐ **b** Les états de A sont tous accessibles.
☐ **c** A a des états accepteurs. ☐ **d** A est complet. ☐ **e** $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ **f** Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ **g** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ **h** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

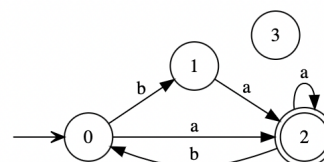
- ☐ **a** Σ^* est fermé par facteur. ☐ **b** Σ est fermé par facteur. ☐ **c** Σ est fermé par préfixe.
☐ **d** Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ **e** Σ est fermé par suffixe.
☐ **f** Σ^* est fermé par suffixe. ☐ **g** Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ **h** Σ^* est fermé par préfixe.
☐ **i** Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ **j** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ **a** Celui de la Figure 2-iii-. ☐ **d** Celui de la Figure 2-i-.
☐ **b** Celui de la Figure 2-iv-. ☐ **e** Aucun des automates.
☐ **c** Celui de la Figure 2-ii-. ☐ **f** Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



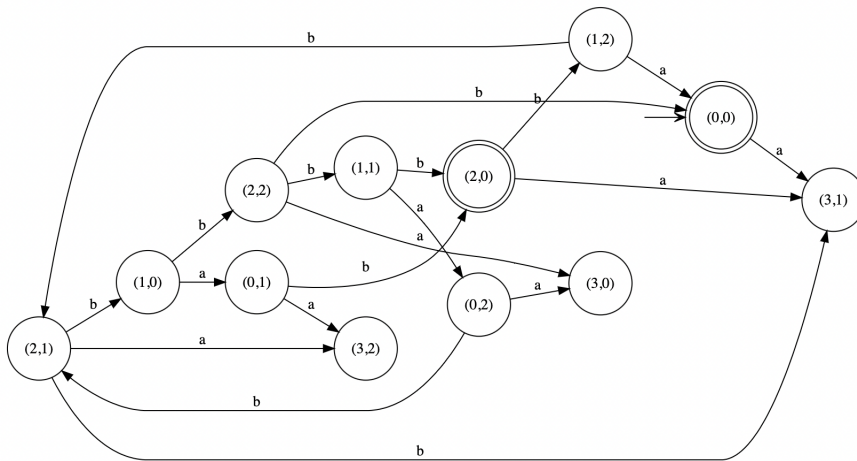
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   f g  i j k

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a        j k l m n

Question 5 : a  c d e f  h i

Question 6 :   c d e

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b c d e    i j

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
 ■ A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
 ■ u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
 ■ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
 ■ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
 ■ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ■ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot peut être infini.
 ■ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ■ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ■ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ■ Un mot peut être vide.
 ■ Un mot est une fonction. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

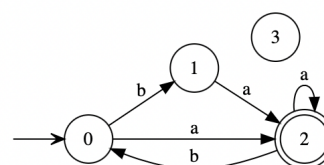
- Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
 ■ Σ^* est fermé par suffixe. ■ Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ■ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

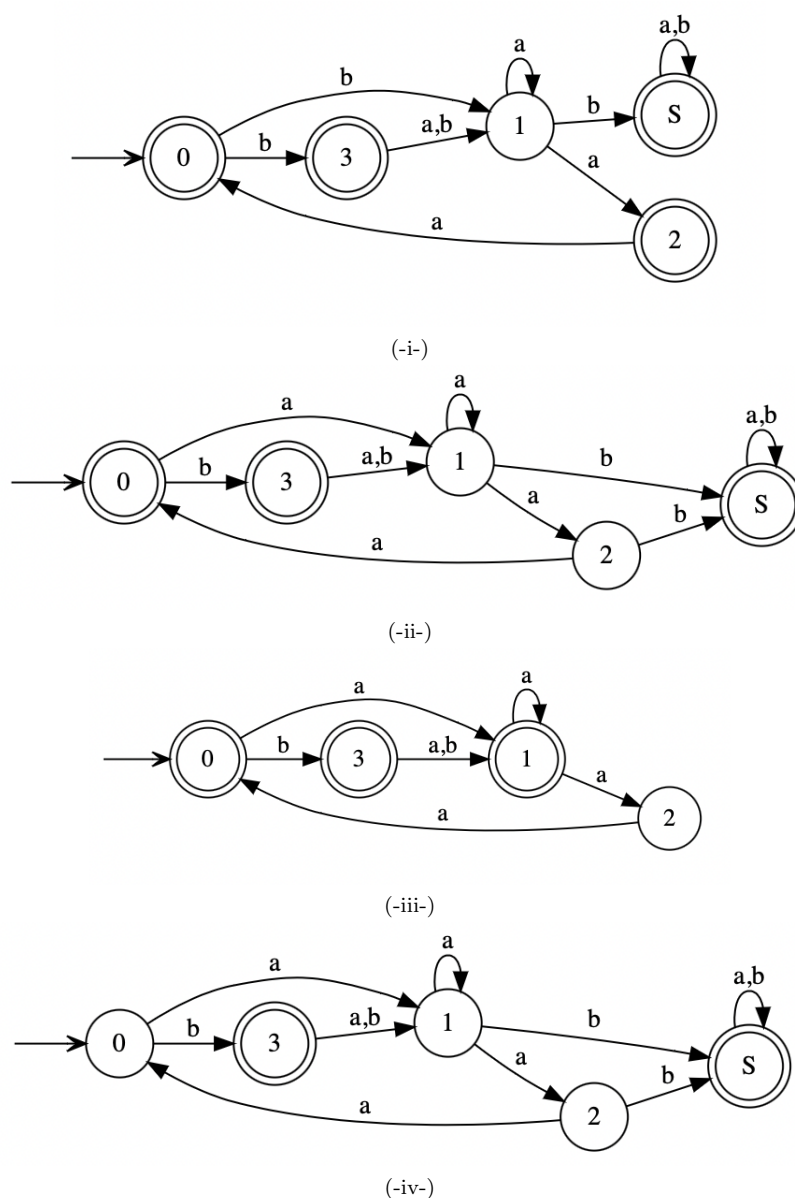


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

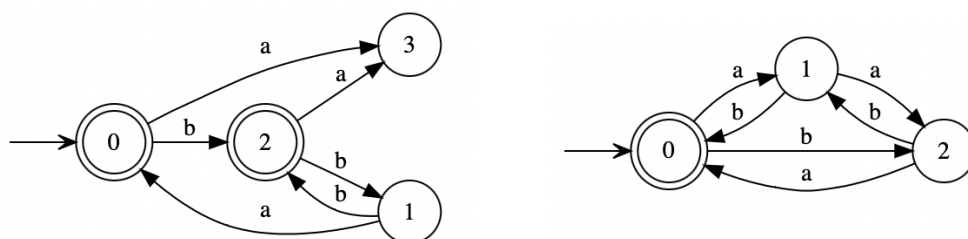


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

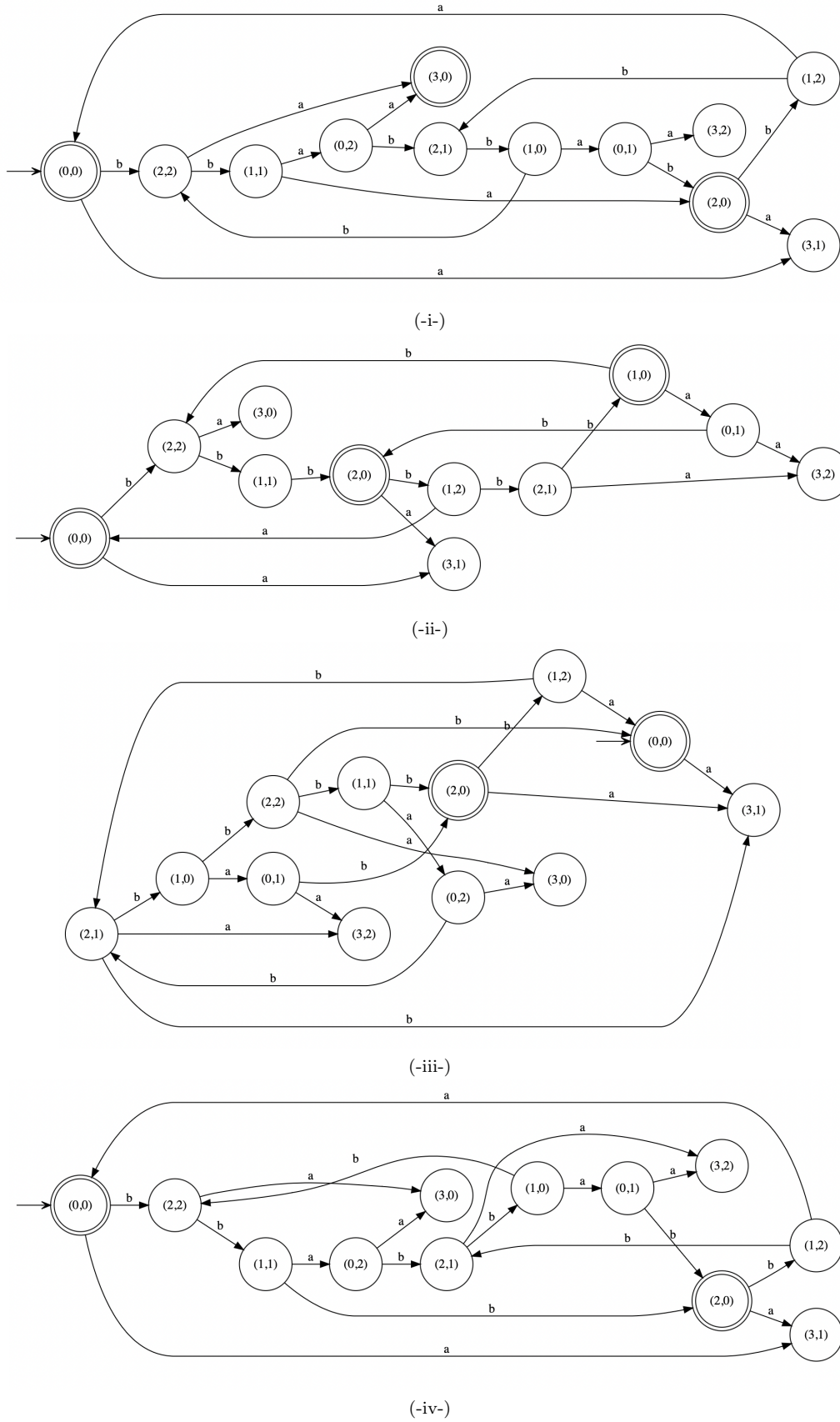


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

	b		d		f		h		j	k

Question 7 :

	b			e	f						l	m	n

Question 8 :

	b			e	f	g		i	j

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une application.	☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction.	☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide.	☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ A a des états accepteurs.	☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A est complet.	☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
	☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.	

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- | |
|--|
| ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage. |
| ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ. |
| ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même. |
| ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes. |
| ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte. |

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- | |
|---|
| ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible. |
| ☐ P est forcément déterministe. |
| ☐ $ Q_P \leq Q_A \times Q_B $. |
| ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes. |

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

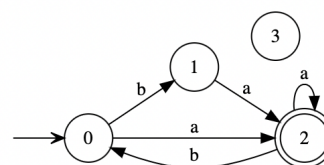
- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'est pas complet. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

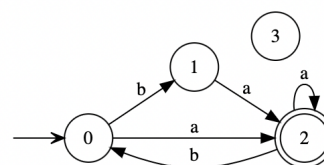


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d     i j   m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a   d e

Question 6 :  b c d e  g h i

Question 7 : a b    f g  i j

Question 8 :    d e f  h  j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

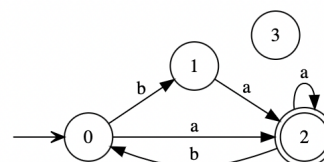
- ☒ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ c A a au moins un état co-accessible.
☒ d u n'est pas accepté par A . ☒ e A a au moins un état accessible.
☒ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☒ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

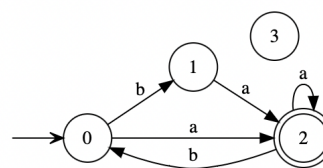


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

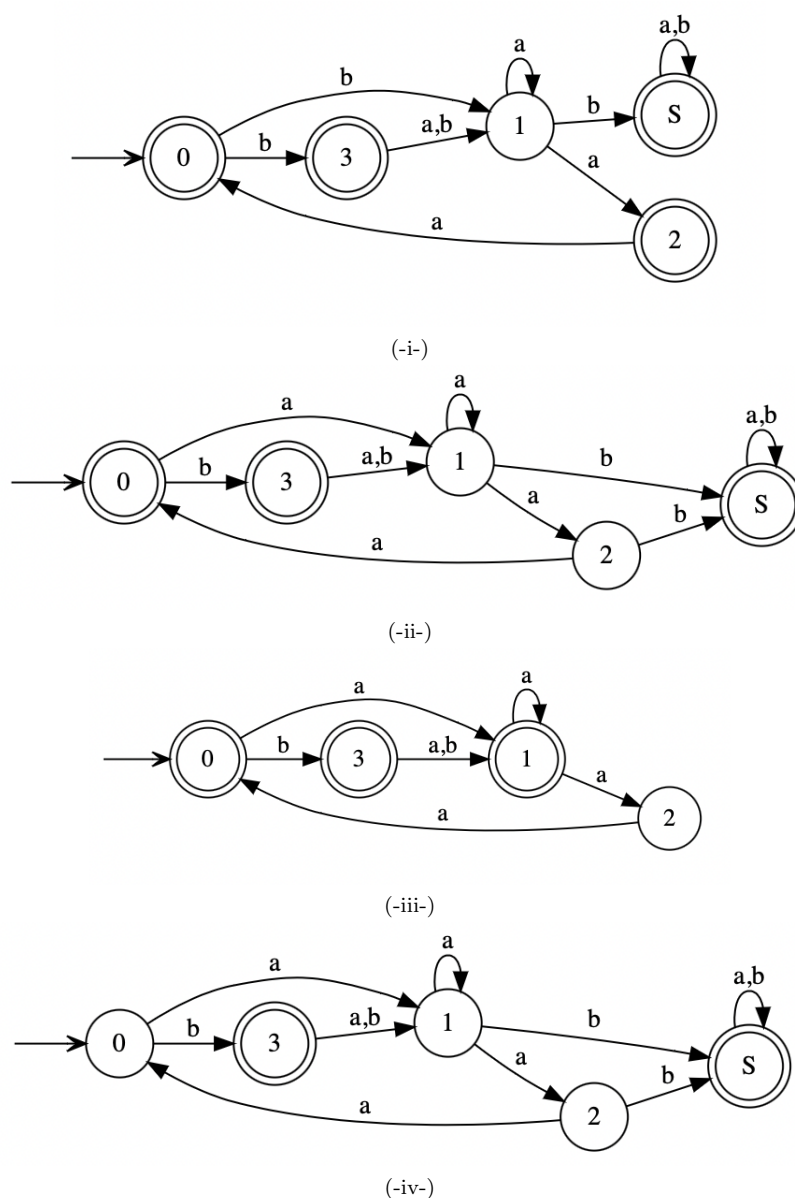


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

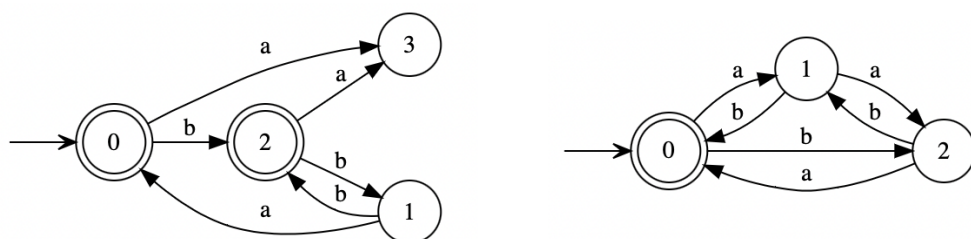


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d e  g h i j

Question 3 : a b  d e f  h i

Question 4 :   c d e

Question 5 : a     g  i   l m n

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 : a b c d 

Question 8 :  b c   g h  j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ u est accepté par A .
- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une application.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

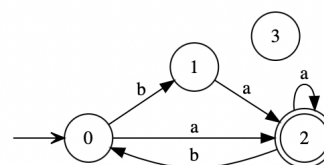
- ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

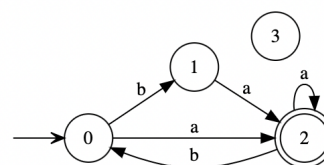


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Celui de la Figure 3-iv-.
☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e f g h i

Question 3 : a  c    g h i j

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :   c d e

Question 6 :   c  e  g   j   m n

Question 7 : a b c d 

Question 8 :     f g h i j k

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non accessible.

☐ A a au moins un état accessible.

☐ c A a au moins un état co-accessible.

☐ d A n'a pas d'état accepteur.

☐ A n'est pas complet.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ i A a au moins un état non co-accessible.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ e A accepte le langage universel.

☐ f A possède un état puits

☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

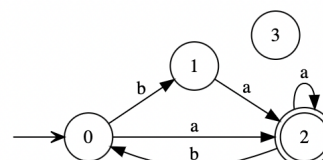
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

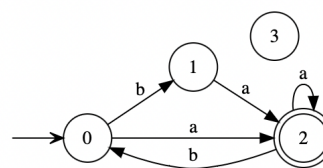


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a  c d     i j k

Question 4 :  b  d e f g h i

Question 5 : a b c d 

Question 6 : a b c d     i j

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b  d  f      l m n

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☒ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☒ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ f Un mot est une fonction.
☒ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ k Un mot peut être vide. ☒ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

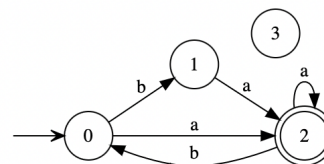
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

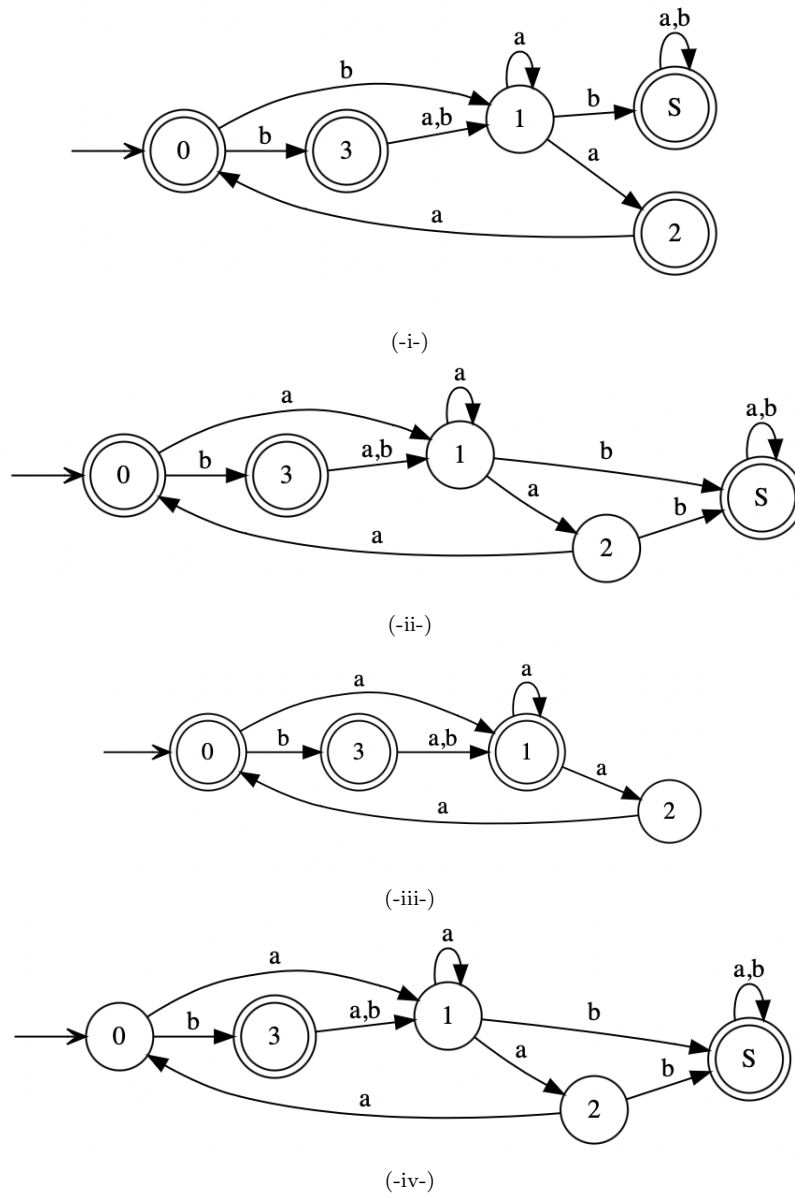


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

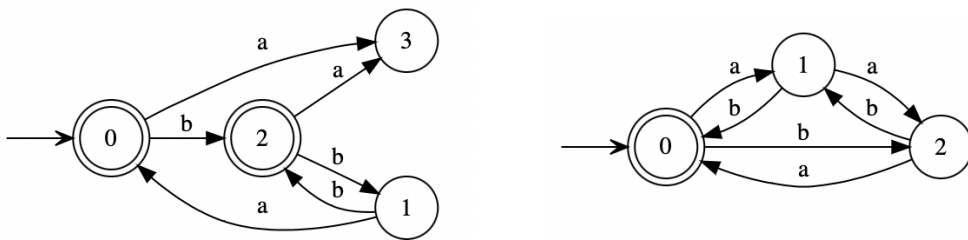


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a		c		e		g		i	j

Question 4 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 5 :

	b	c						i	j			m	n

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

		c		e	f		h		j	k

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ A possède un état puits ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une application. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

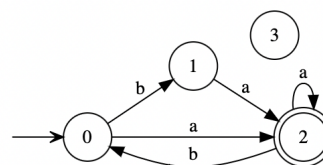
- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

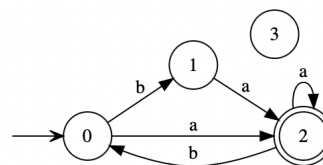


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d   g h i j

Question 3 :   c d e

Question 4 : a b c d 

Question 5 :  b c d e f  h i

Question 6 : a    e   h i j k

Question 7 :   c d    h i    m n

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot est une application.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ A accepte le langage universel.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ A possède un état puits

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ A a au moins un état accessible.

- ☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

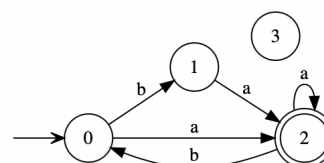
- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 :   ☐ c  ☐ e ☐ f     ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a  ☐ c ☐ d ☐ e  ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 :    ☐ d  ☐ f  ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c     ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 :  ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ A a au moins un état accessible.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ A n'est pas complet. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

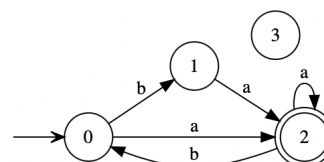
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e A accepte le langage universel. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-ii-.

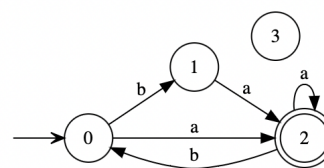
☐ d Celui de la Figure 3-iii-.

☐ b Celui de la Figure 3-i-.

☐ ■ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv-.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-ii-.

☒ ■ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-i-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c   f  h i j

Question 3 :  b  d e

Question 4 :    d e f     l m n

Question 5 : a b c d 

Question 6 :     e f g  i j k

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a  c d e  g h i

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

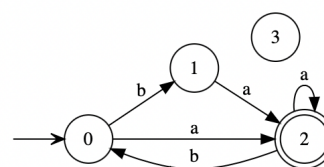
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ b Celui de la Figure 2-iii.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

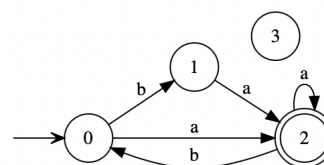


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ b Celui de la Figure 3-i.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.

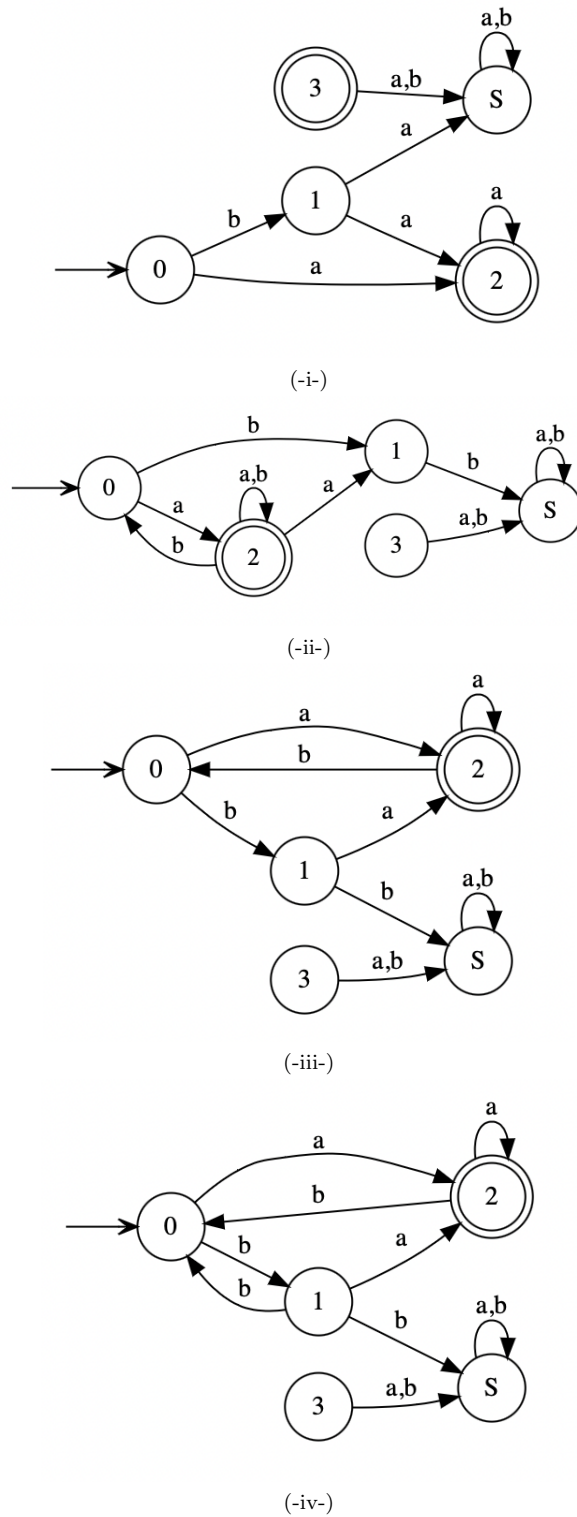


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

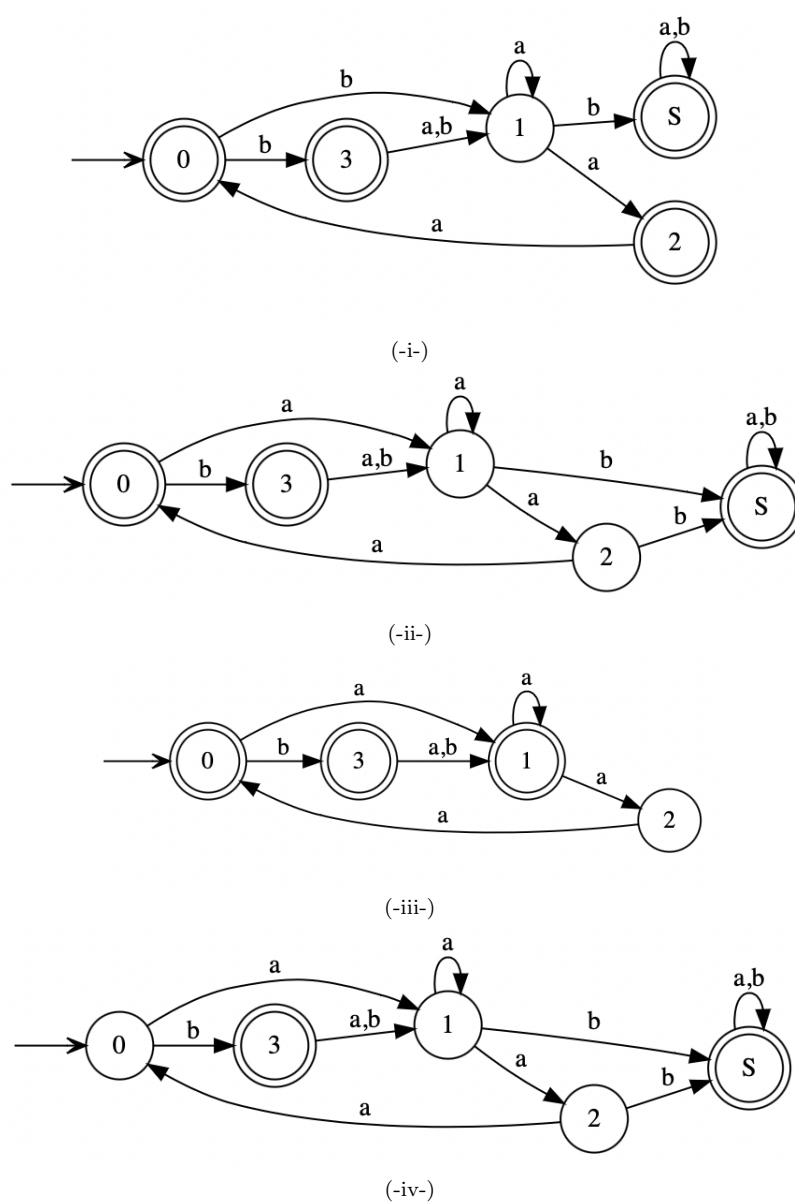


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d		f				j	k

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

	b		d	e			h	i	j

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a			d	e					j			m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

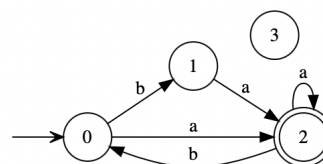
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-i.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



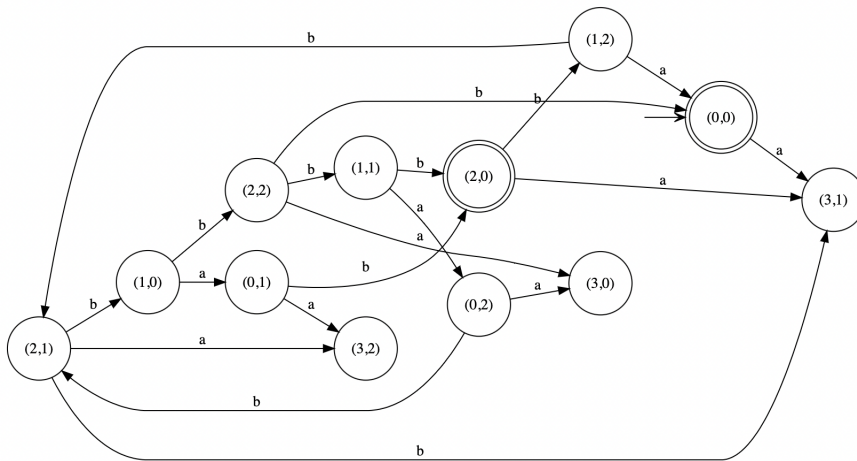
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d	e		g	h	i

Question 3 :

	b			e	f	g		i	j

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

			d					i		k	l	m	n

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a	b		d	e					j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

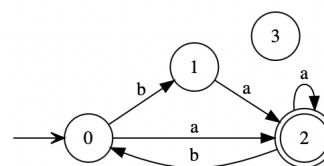
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

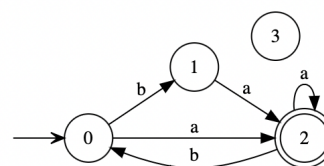


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d		f			i	j

Question 3 :

			d	e		g		i	j	k

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

	b	c				g			j			m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot peut être infini. ☒ Un mot est une application.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

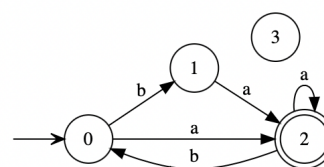
- ☐ a A possède un état puits ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

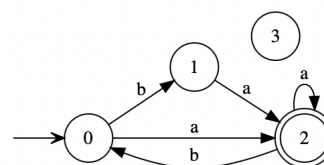


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☒ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e  g  i j

Question 3 :   c d e

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :     e  g h i j k

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b     g  i    m n

Question 8 : a  c d e  g h i

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

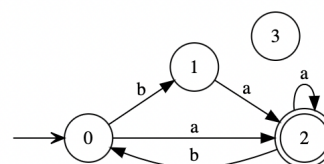
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot peut être vide. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



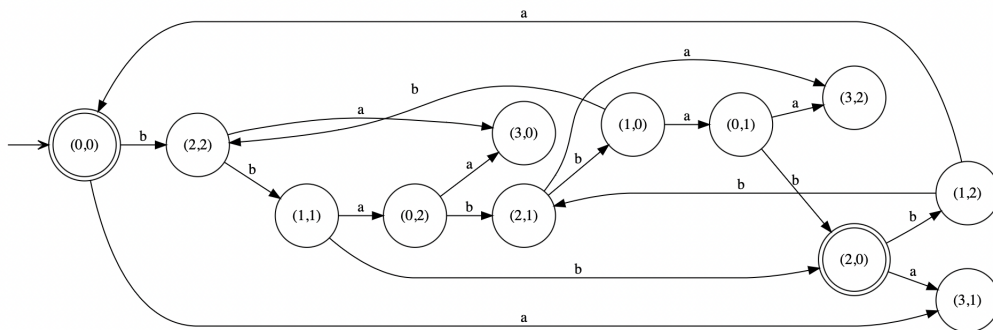
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

	b	c			f	g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d						j	k

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

		c				g		i			l	m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☒ P est forcément déterministe.

☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.

☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A a des états accepteurs.

☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ u est accepté par A .

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

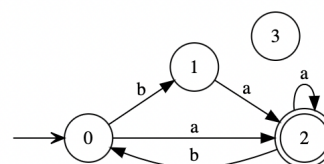
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une application.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

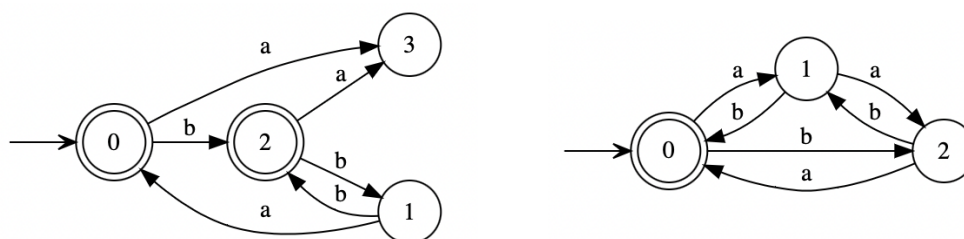


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  

Question 3 :    

Question 4 : 

Question 5 : 

Question 6 :     

Question 7 :  

Question 8 :        

Question 9 : 

Question 10 : 

Question 11 : 

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

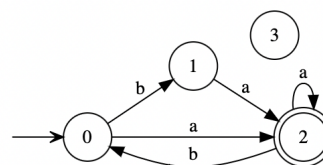
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-ii.
☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Tous les automates.

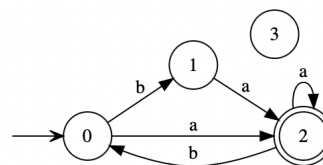


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i. ☐ Celui de la Figure 3-ii.
☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iv. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

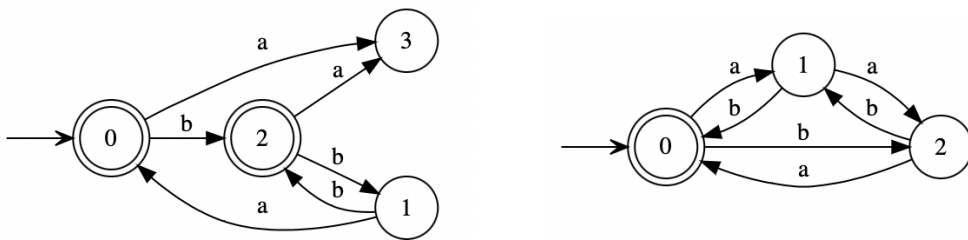


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



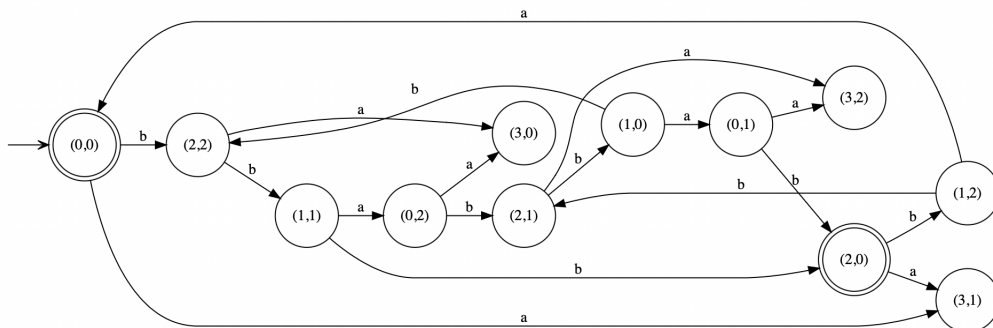
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

	b			e	f		h		j	k

Question 7 :

	b	c				g				k		m	n

Question 8 :

		c	d		f		h	i	j

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A possède un état puits ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☒ Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être infini. ☒ Un mot est une application.
☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
☐ e u est accepté par A . ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

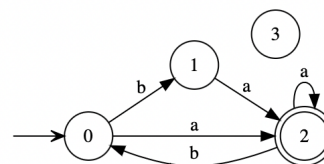
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 3 :

a			d	e		g						m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

	b		d				h	i	j	k

Question 7 :

	b	c	d		f			i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction.
 ☐ Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être vide.
 ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ l Un mot peut être infini.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
 ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e A accepte le langage universel.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
 ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

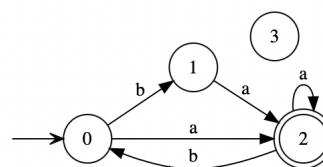
- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
 ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'est pas complet.
 ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
 ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii.
 ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii.
 ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
 ☐ f Tous les automates.

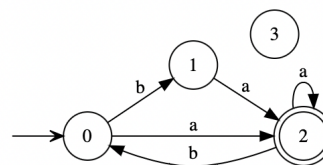


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii.
 ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



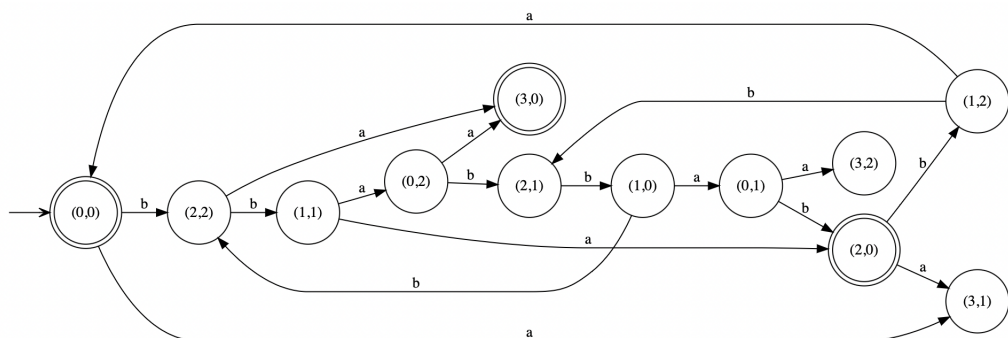
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



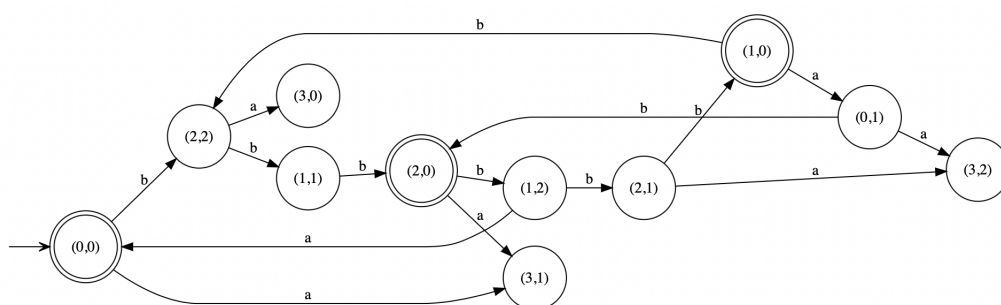
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



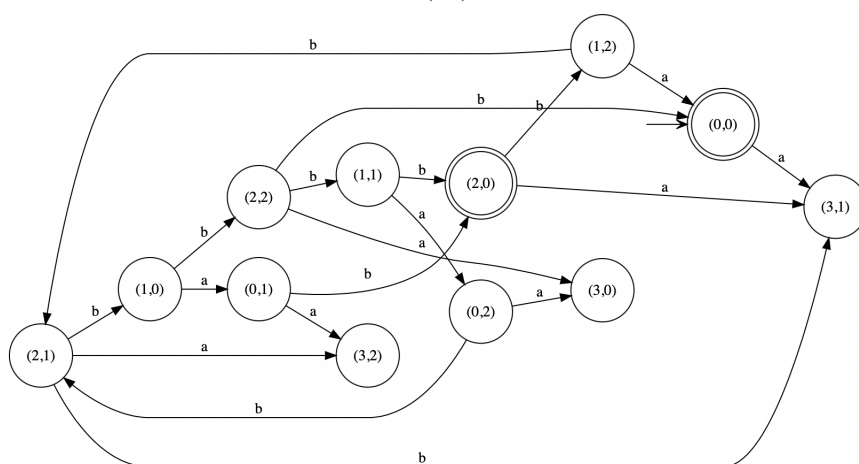
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



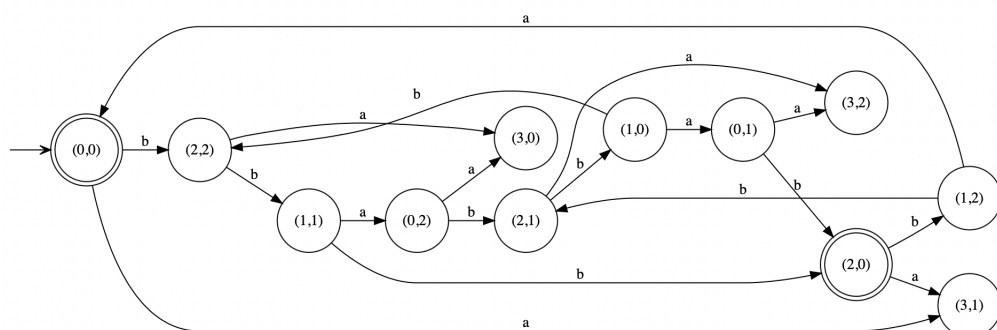
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a			d		f	g		i	j

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

		c	d				h				l	m	n

Question 7 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 8 :

a					f	g		i	j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet.
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A possède un état puits

☐ g) nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ h) Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i) Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a) Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☒ P est forcément déterministe.

☐ d) Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e) Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a) Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.

☐ b) Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ c) L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ d) Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a) Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par facteur.

☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d) Σ est fermé par préfixe. ☐ e) Σ est fermé par facteur.

☐ f) Σ est fermé par suffixe. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☒ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ i) Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j) Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☒ Celui de la Figure 2-iii-.

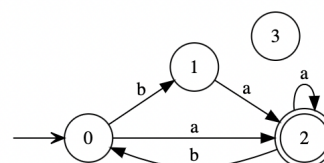
☐ d) Celui de la Figure 2-ii-.

☐ b) Celui de la Figure 2-i-.

☐ e) Aucun des automates.

☐ c) Celui de la Figure 2-iv-.

☐ f) Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐ d	Celui de la Figure 5-i.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

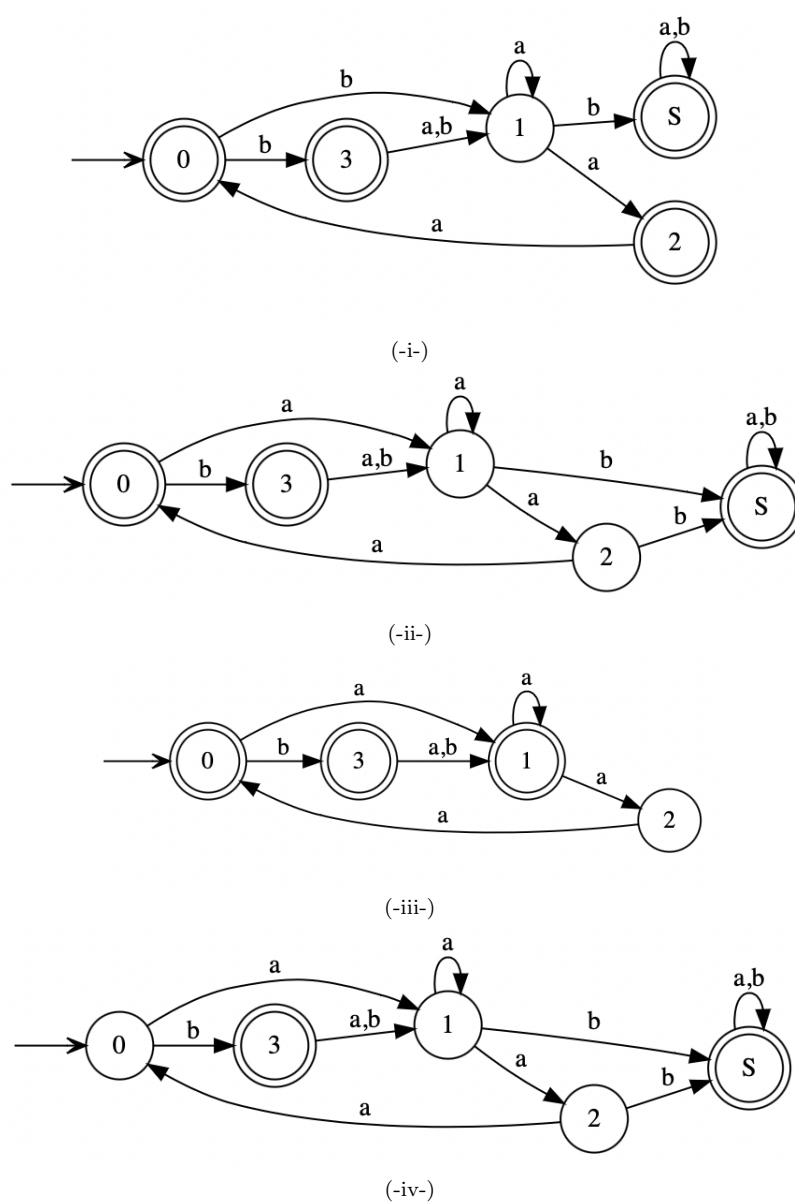
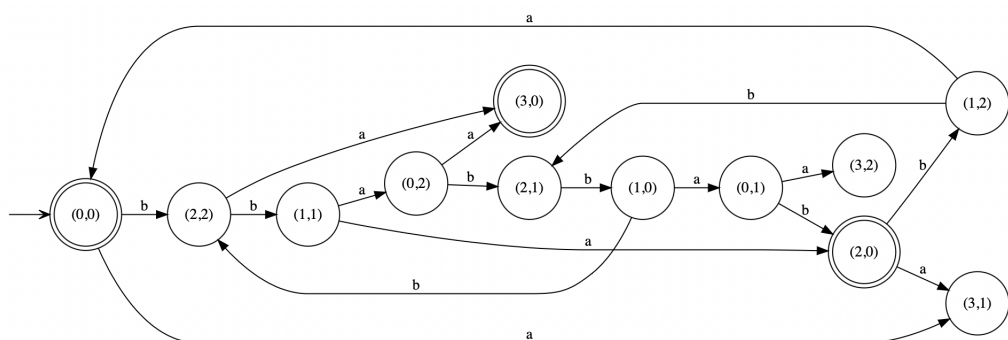


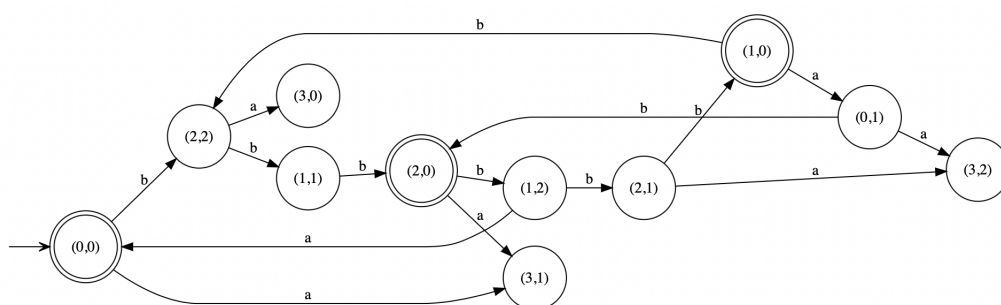
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



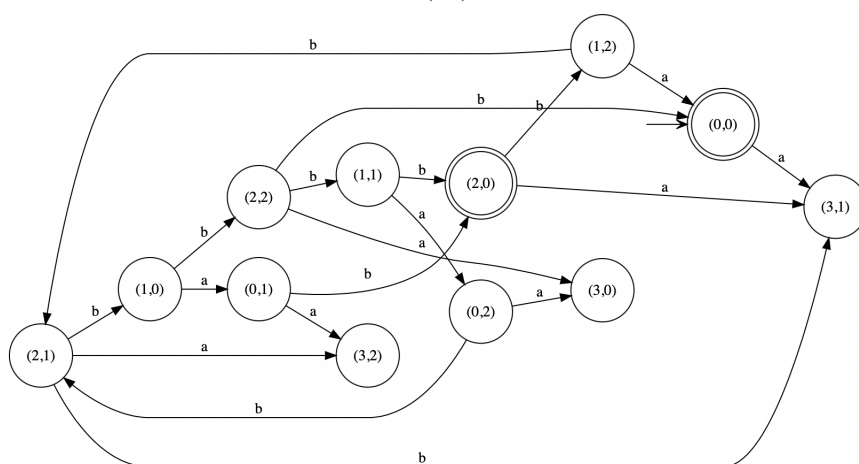
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



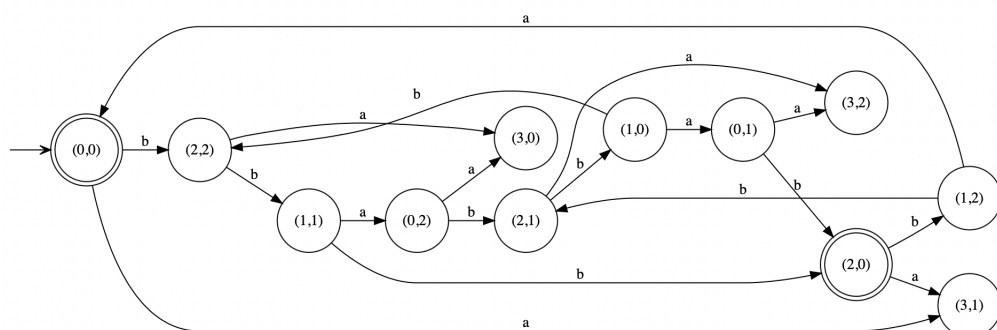
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e  g  i j k

Question 3 :   c   g  i  k  m n

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b  d e f g h i

Question 6 : a   d e

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a   d e f   i j

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
 ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible.
 ☐ u n'est pas accepté par A .
 ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
 ☐ A n'est pas complet.
 ☐ A n'a pas d'état accepteur.
 ☐ A a au moins un état non co-accessible.
 ☐ A a au moins un état non accessible.
 ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ A a au moins un état co-accessible.
 ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
 ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

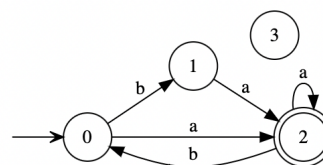
- ☐ A a des états accepteurs.
 ☐ A est complet.
 ☐ Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ u est accepté par A .
 ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii.
 ☐ Celui de la Figure 2-iv.
 ☐ Celui de la Figure 2-iii.
 ☐ Aucun des automates.
 ☐ Celui de la Figure 2-i.
 ☐ Tous les automates.

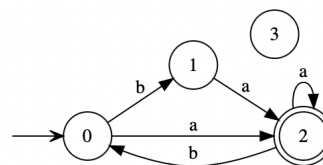


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii.
 ☐ Celui de la Figure 3-ii.
 ☐ Celui de la Figure 3-iv.
 ☐ Aucun des automates.
 ☐ Celui de la Figure 3-i.
 ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



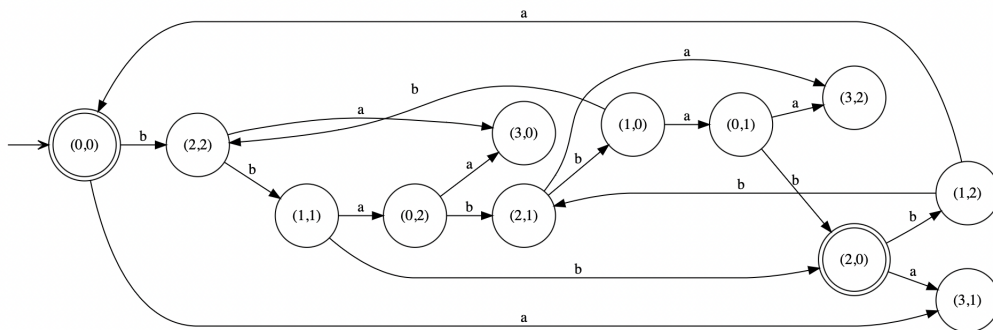
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a	b			e	f			i	j

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 6 :

					f	g		i	j			m	n

Question 7 :

				e	f	g	h		j	k

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

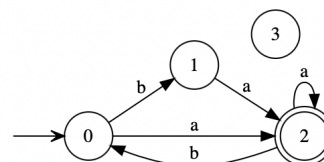
- ☐ a A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



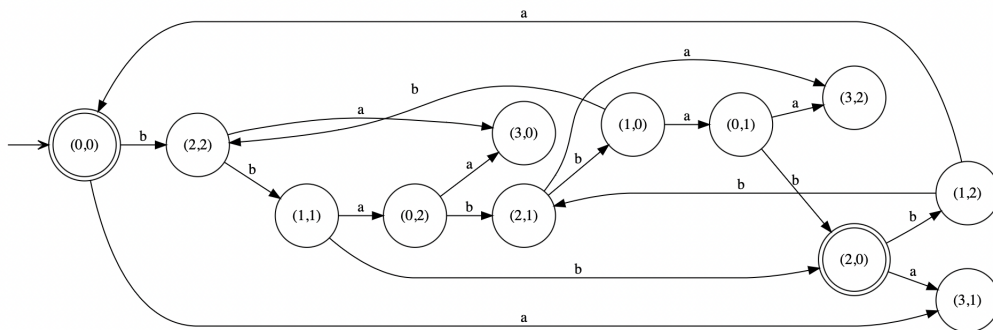
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   f  h  j  m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 : a b c d 

Question 5 :   d  f g  i j k

Question 6 :  b   e f g  i j

Question 7 :  b  d e

Question 8 : a  c d e  g h i

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☒ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ c Un mot est une application. ☒ d Un mot est une fonction.
☒ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ i Un mot peut être vide. ☒ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☒ A a au moins un état accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☒ A n'est pas complet. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

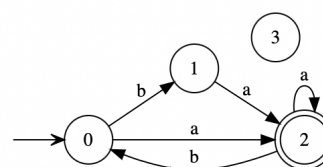
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☒ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



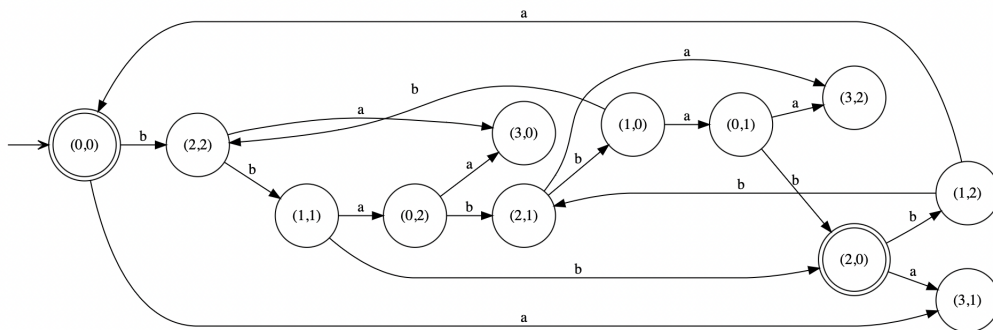
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 4 :

a						g				k	l	m	n

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

	b			e	f			i	j	k

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a		c	d			g		i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état co-accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ u n'est pas accepté par A .
☒ A a au moins un état accessible. ☒ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A . ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

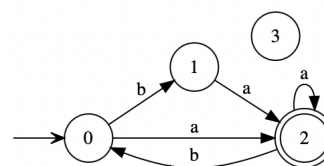
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

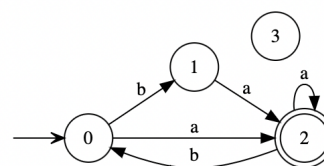


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



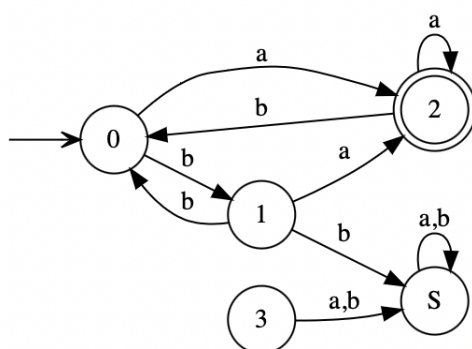
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

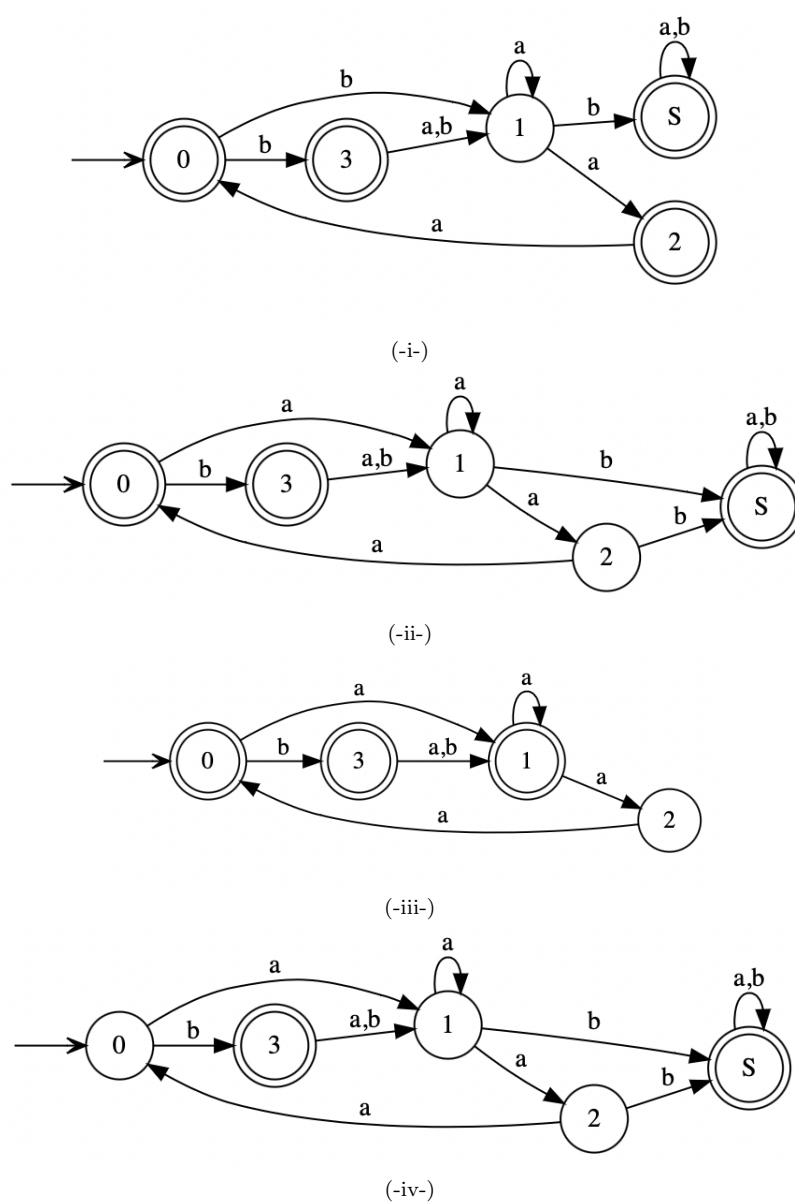


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



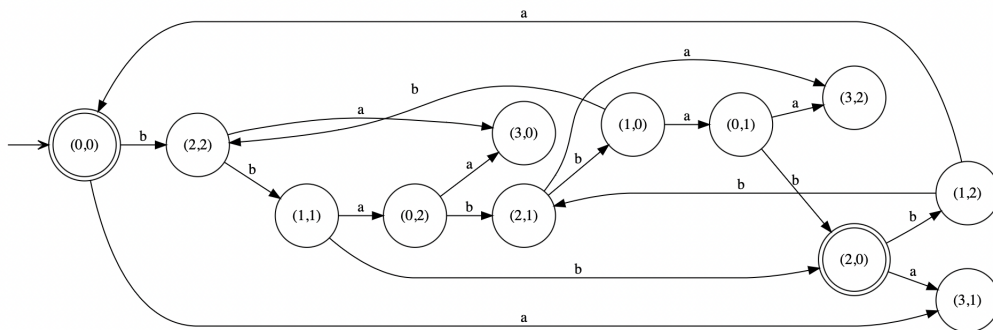
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c		e					j	k

Question 3 :

a		c	d			g		i	j

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

				e			h		j		l	m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut être vide.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ Un mot est une application.
- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.

- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

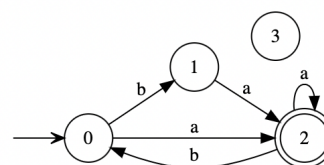
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

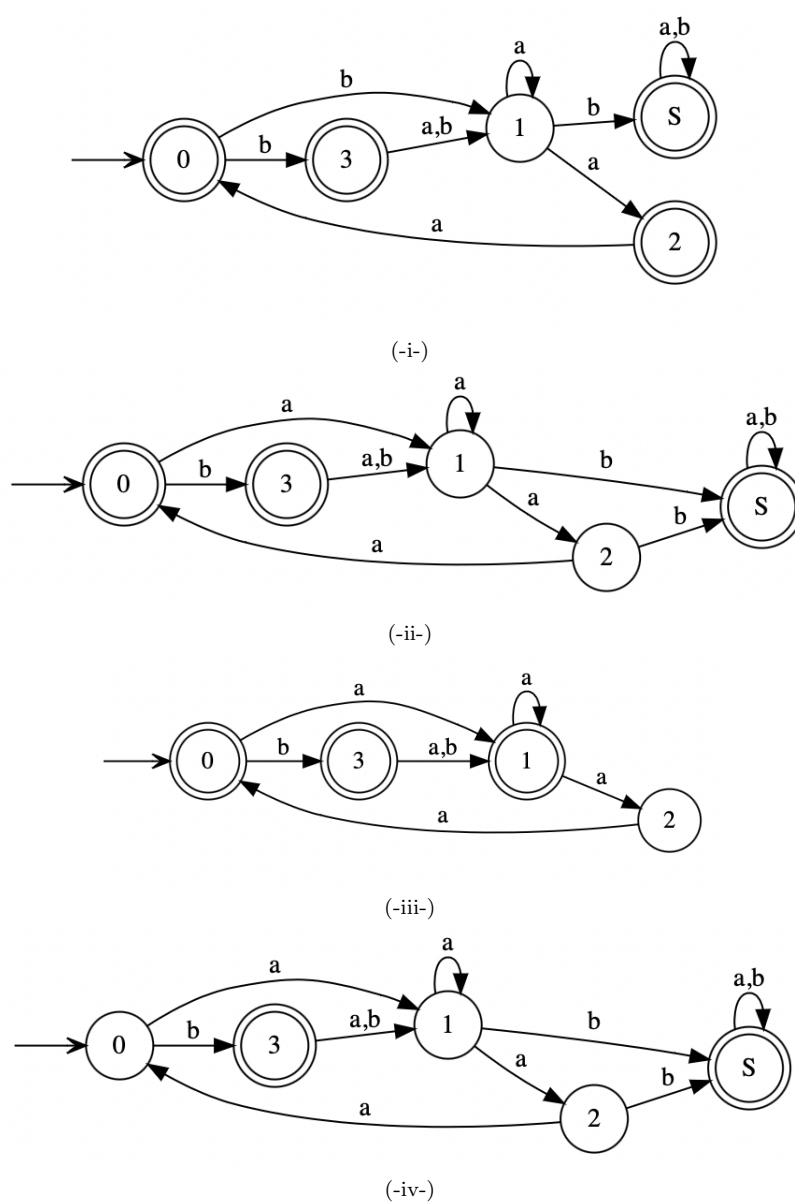


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



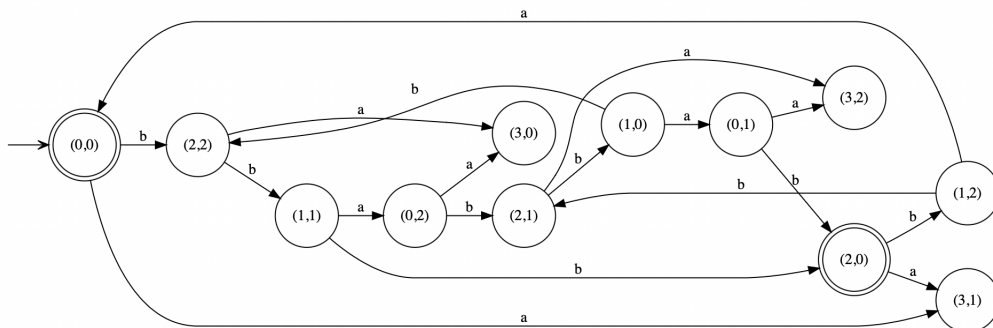
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b			e				i	j	k

Question 4 :

			d			g		i		k		m	n

Question 5 :

a			d			g	h	i	j

Question 6 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ d A possède un état puits ☐ e A accepte le langage universel.

☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot est une fonction.

☐ e Un mot possède une infinité de préfixes. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être vide.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.

☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'est pas complet.

☐ d A a au moins un état non co-accessible.

☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .

☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

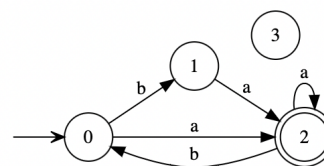
- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☒ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

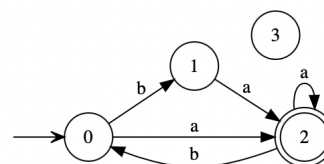


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☒ Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

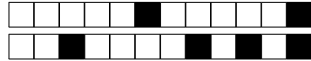


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 3 :

		c		e			h			k		m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

			d		f		h	i	j	k

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a	b			e	f			i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction. ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ A possède un état puits ☐ A accepte le langage universel.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

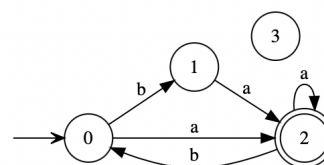
☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-i-.

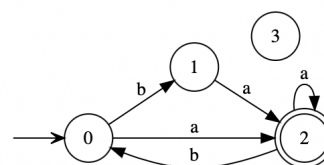
☐ Celui de la Figure 3-iii-.

☐ Celui de la Figure 3-iv-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



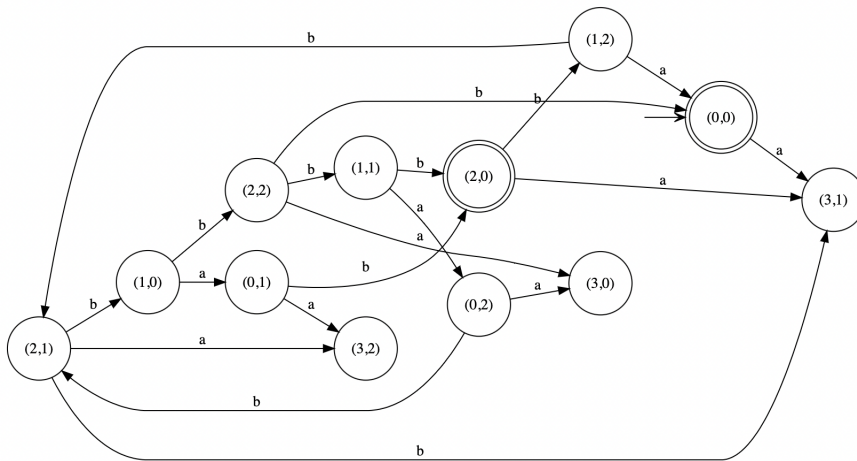
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d e   h i j k

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a       i j k  m n

Question 5 : a   d e

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 :  b  d e f g h i

Question 8 :  b c    g h i j

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A est complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

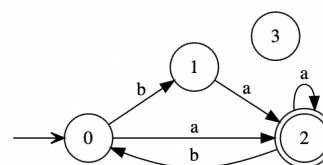
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complémentation est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

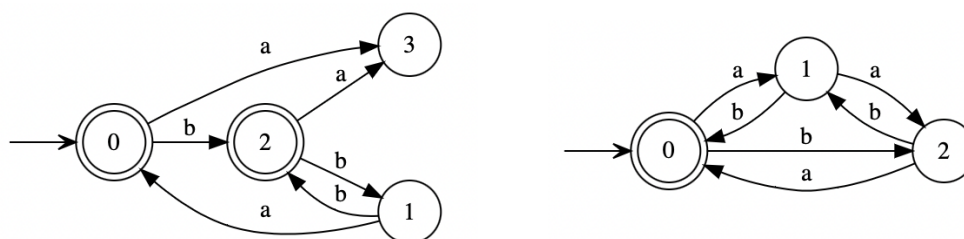
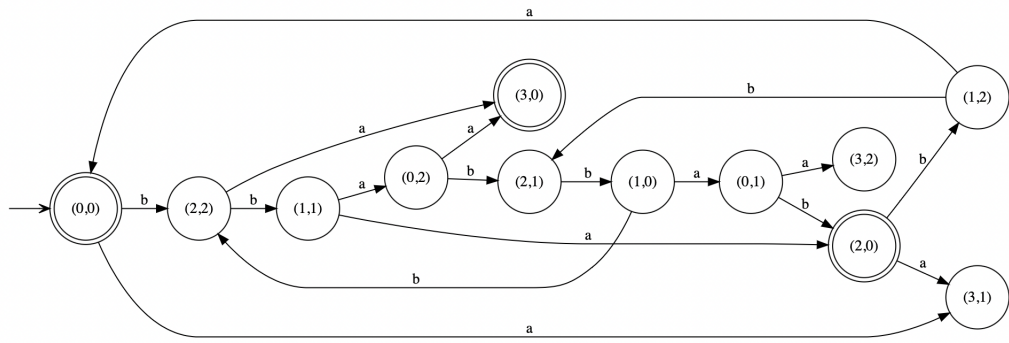
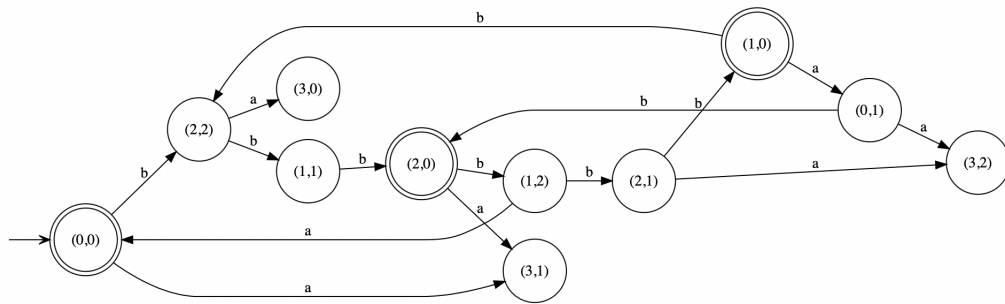


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



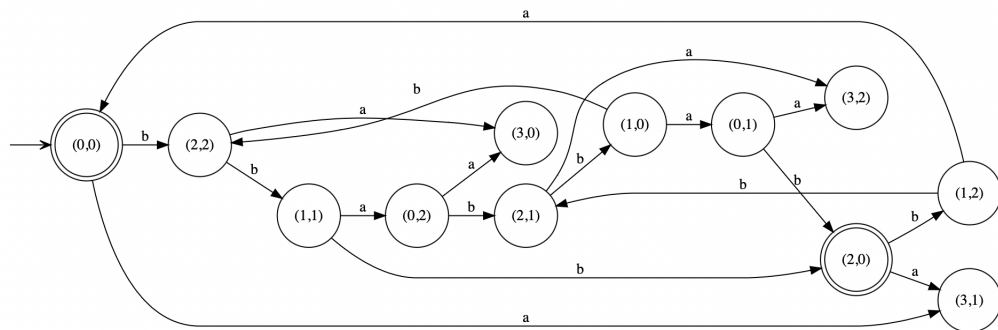
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d			g			j	k

Question 3 :

a	b						i			l	m	n

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

		c	d	e	f			i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d A possède un état puits ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

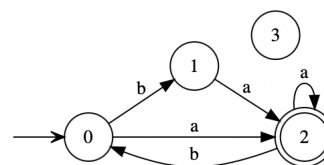
- ☒ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot peut être infini.
- ☒ g Un mot est une application. ☒ h Un mot peut être vide.
- ☒ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☒ k Un mot est une fonction. ☒ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☒ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

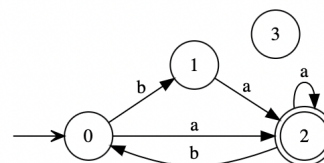


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ b Celui de la Figure 3-i.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☒ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :     e  g h i j k

Question 3 :  b  d e

Question 4 : a b   e  g  i j

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b  d e f  h i

Question 8 :  b c  e f       m n

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

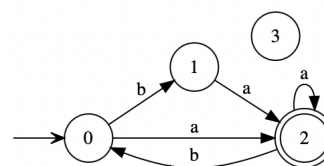
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

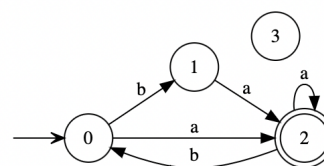


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

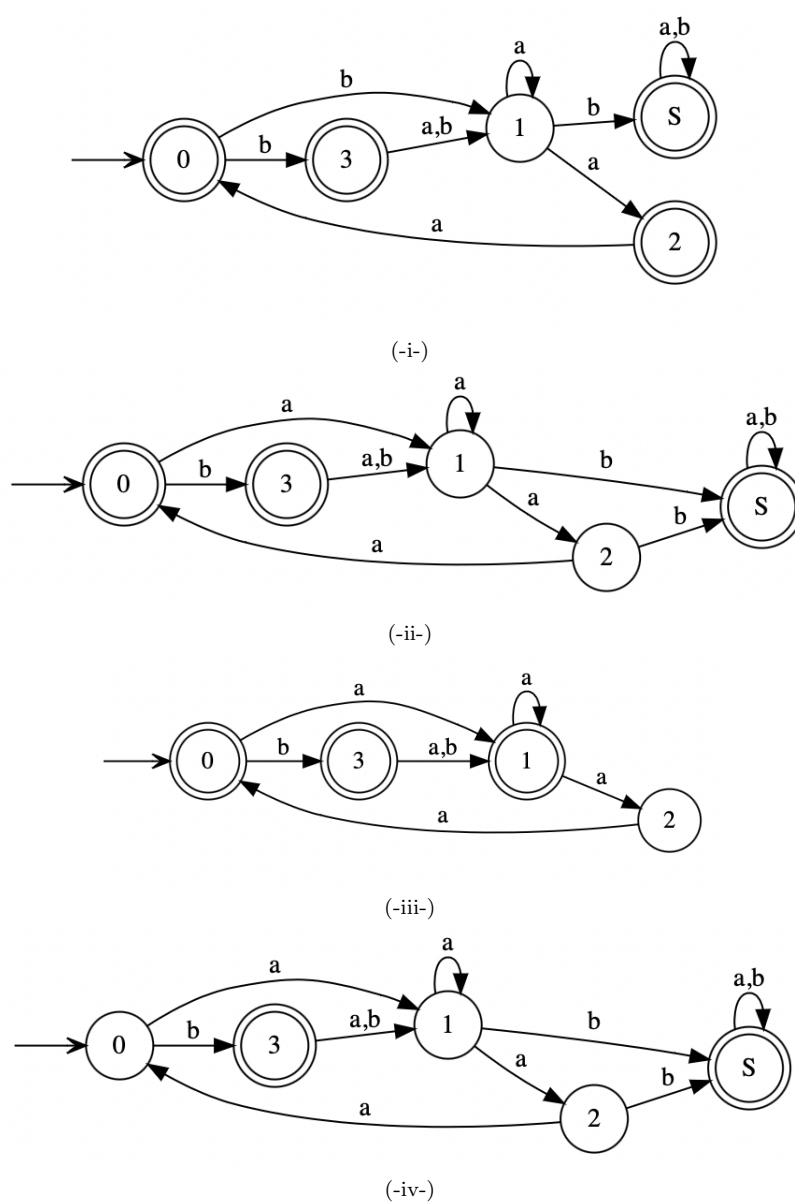


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d		f	g		i	j

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a						g	h	i	j	k

Question 7 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 8 :

	b			e	f	g						m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ Un mot est une application.	
☐ c	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une fonction.	☐ Un mot possède une infinité d'extensions.		
☐ Un mot peut être vide.	☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.		
☐ i	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.		
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	Tous les états de A sont accepteurs.	☐ b	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.				
☐ $ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ e	A accepte le langage universel.	☐ f	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐ g	A possède un état puits			
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.			
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.			

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.	
☐ P est forcément déterministe.	
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	Les états de A sont tous accessibles.	☐ b	Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ d	A est complet.
☐ e	u est accepté par A .		
☐ f	A a des états accepteurs.		
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.		
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.			

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

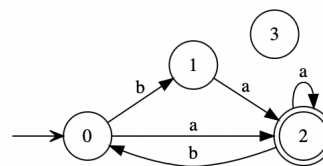
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Celui de la Figure 2-iv.
☐ Celui de la Figure 2-ii. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Tous les automates.

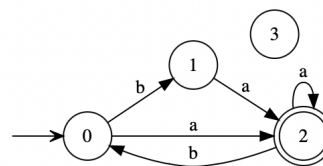


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Celui de la Figure 3-iv.
☐ Celui de la Figure 3-i. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



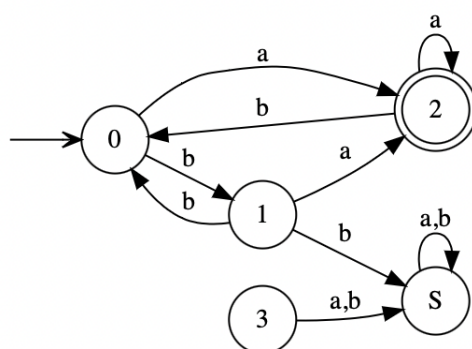
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



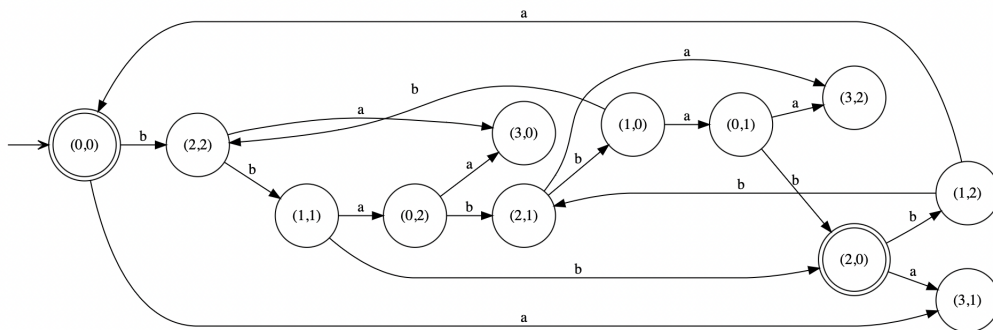
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d					i				m	n

Question 3 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

		c	d	e			h	i	j

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

	b	c				g	h		j	k

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet.
 ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ A a des états accepteurs.
 ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ u est accepté par A .
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Σ est fermé par facteur.
 ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non accessible.
 ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
 ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible.
 ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

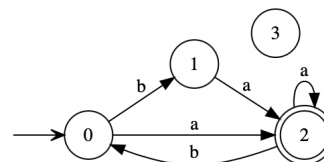
- ☒ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



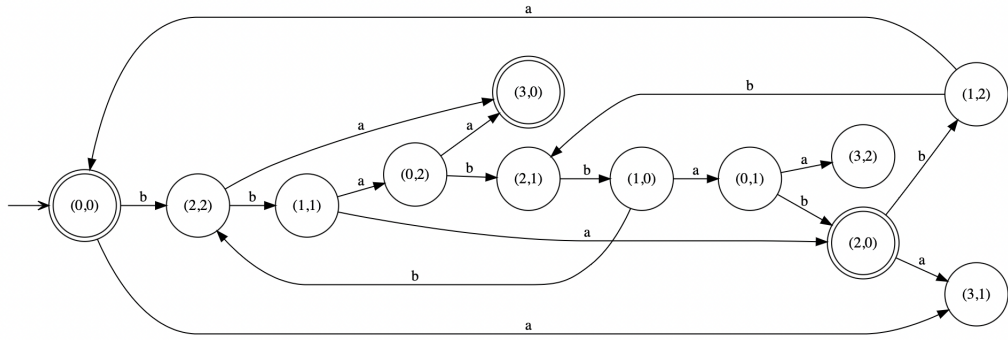
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



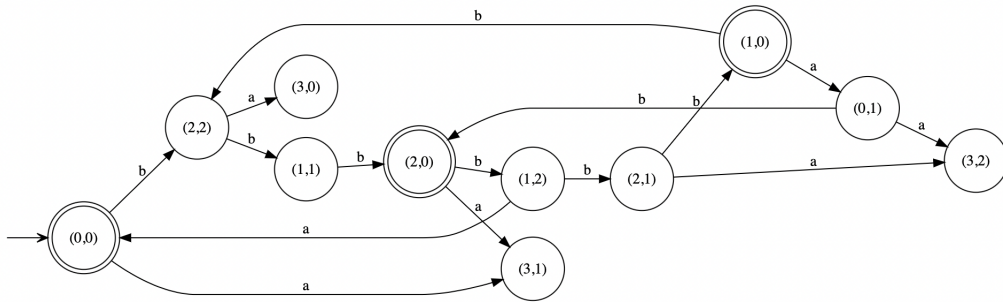
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



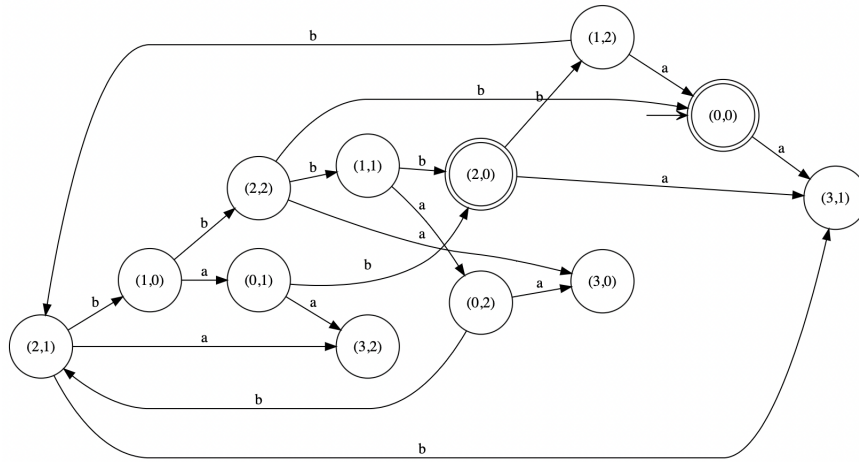
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



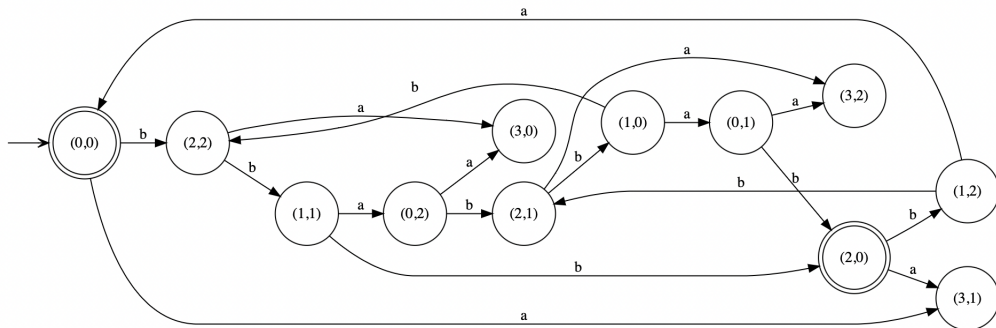
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :        h i j  l m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :   c d  f  h i j

Question 5 : a   d   g  i j k

Question 6 : a b c d 

Question 7 :  b  d e

Question 8 :   c d e f g h i

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

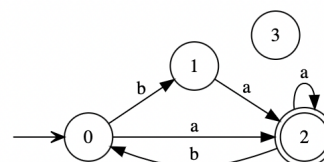
- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

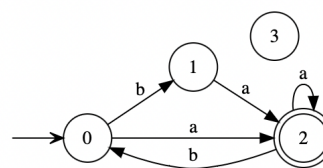


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



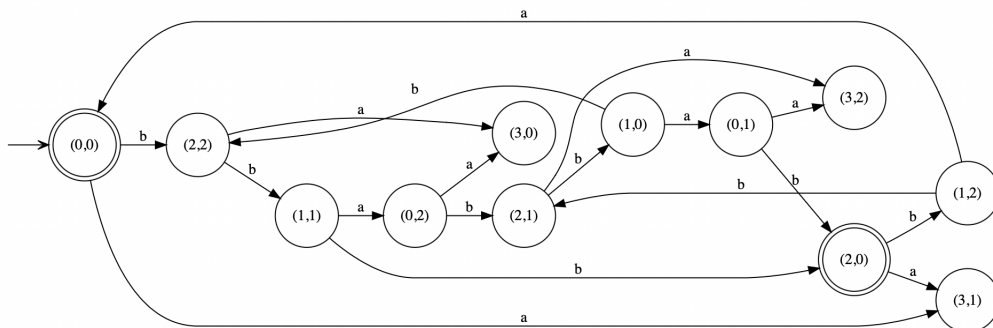
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a		c	d					i	j	k

Question 4 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

		c		e	f						l	m	n

Question 7 :

	b	c	d			g		i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.

☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.

☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ h Σ est fermé par suffixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.

☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.

☒ Un mot est une application. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.

☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot est une fonction.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.

☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ f u est accepté par A .

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits

☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.

☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iv-.

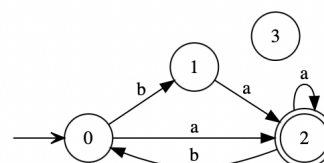
☐ d Celui de la Figure 2-ii-.

☐ b Celui de la Figure 2-i-.

☐ e Aucun des automates.

☒ c Celui de la Figure 2-iii-.

☐ f Tous les automates.

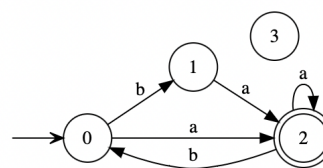


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



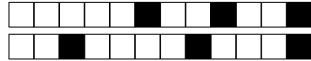
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 4 : ☐ a  ☐ c  ☐ e  ☐ g   ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a   ☐ d   ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b  ☐ d       ☐ k  ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c   ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☒ A a au moins un état accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
☒ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☒ Un mot est une application. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ Un mot est une fonction. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☒ Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

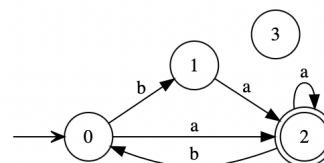
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A a des états accepteurs.
☐ e u est accepté par A . ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☒ b Celui de la Figure 2-iii.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

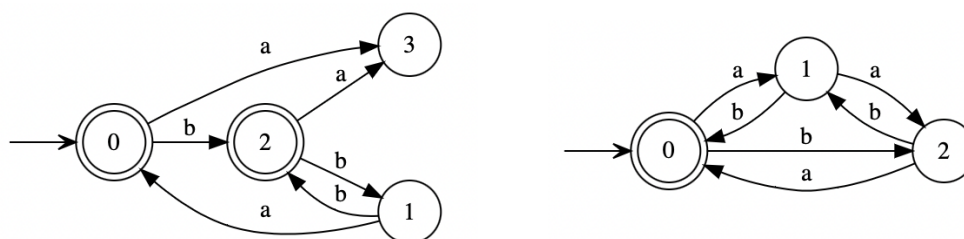


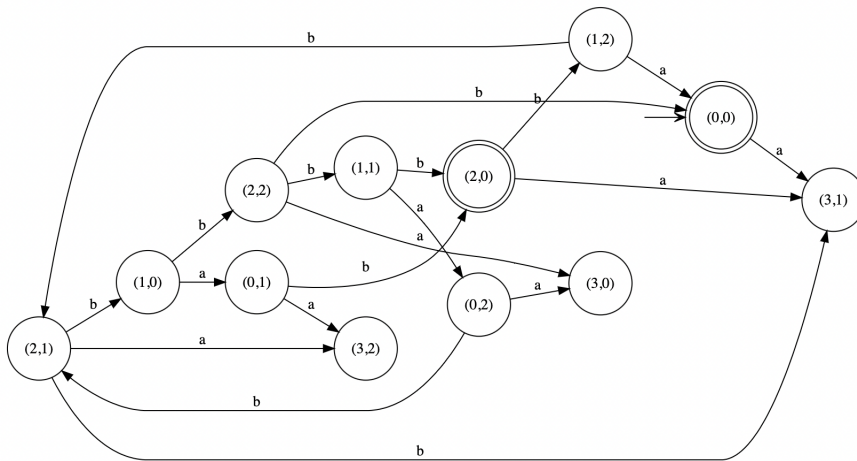
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b			e		g			j	k

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a							h	i	j			m	n

Question 5 :

		c		e	f		h	i	j

Question 6 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☒ c u n'est pas accepté par A . ☒ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ g A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

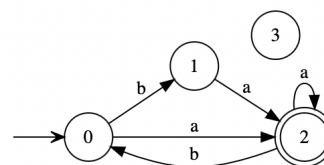
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut être infini. ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

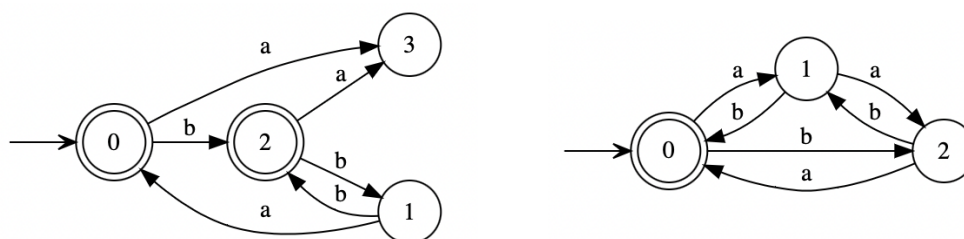


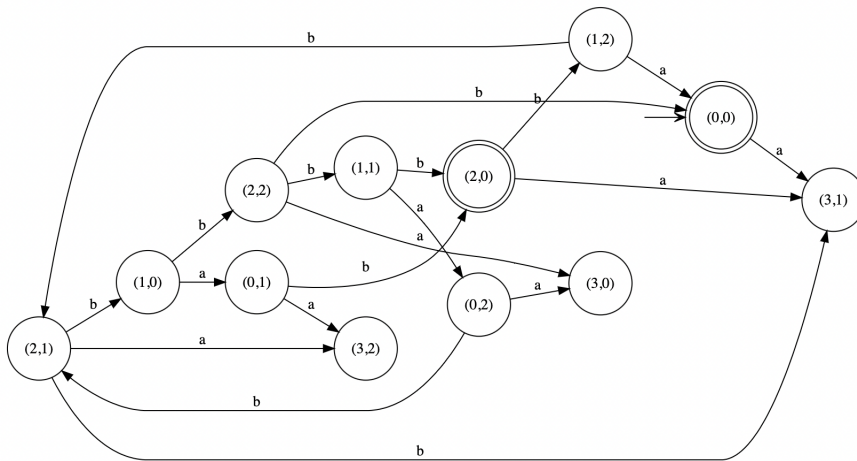
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b			e			h	i	j	k

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

		c	d		f		h	i	j

Question 7 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 8 :

a			d		f		h						m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☒ d Σ^* est fermé par préfixe. ☒ e Σ^* est fermé par facteur.
☒ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ c Un mot peut être vide. ☒ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☒ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ f Un mot est une fonction.
☒ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

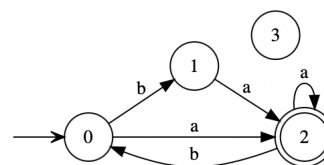
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



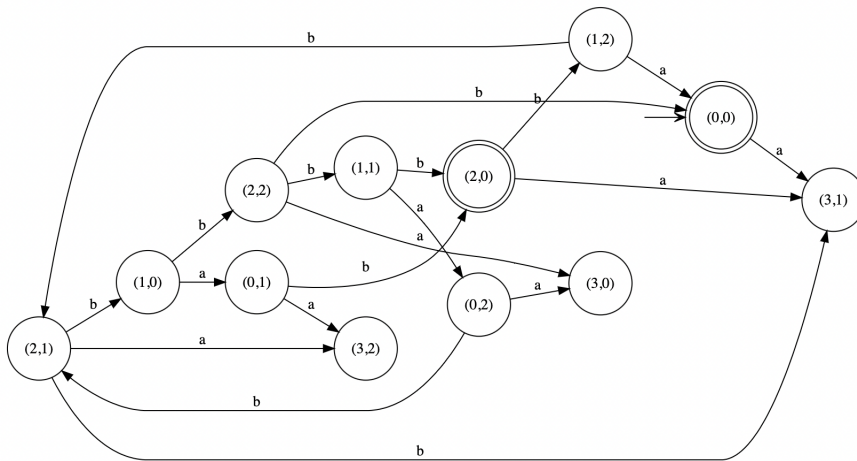
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a		c				g	h	i	j

Question 4 :

	b					h		j	k		m	n

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b	c				g			j	k

Question 8 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ A a des états accepteurs.

☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ A est complet.

☐ u est accepté par A .

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une application.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot peut être infini.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

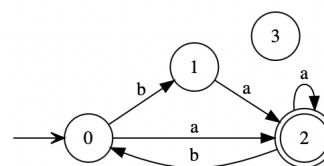
- ☒ A n'est pas complet. ☒ A a au moins un état accessible.
☒ u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h A a au moins un état non accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☒ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

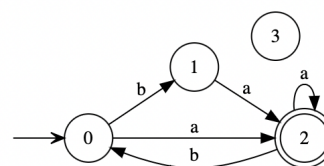


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
☐ b Celui de la Figure 3-i. ☒ c Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

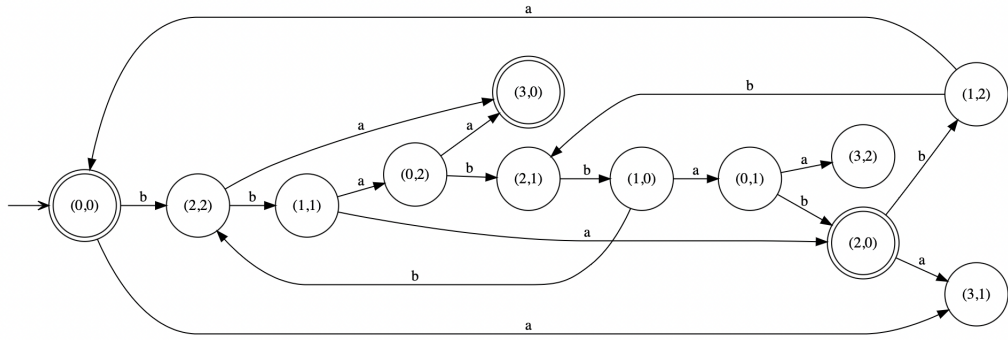
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



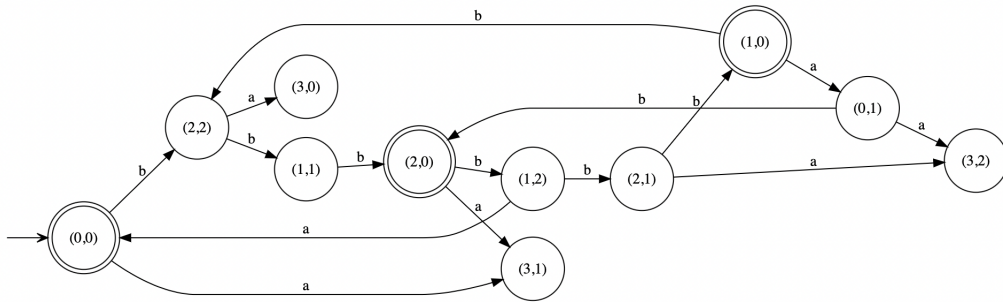
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



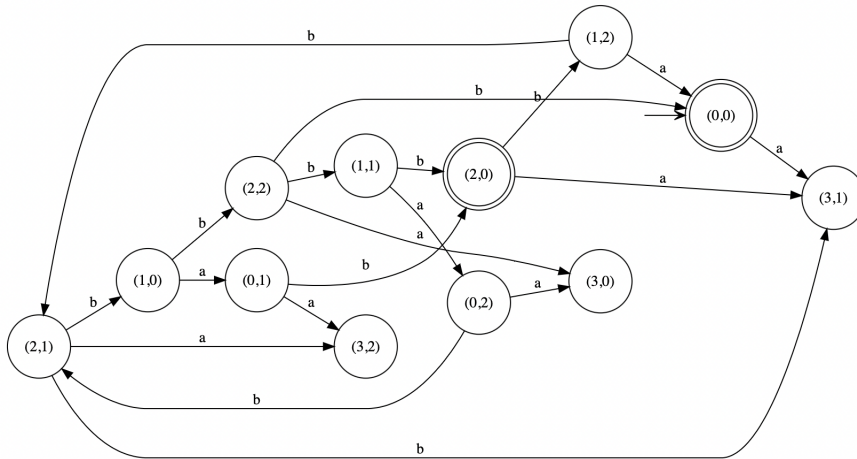
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 5 :   ☐ c ☐ d    ☐ h    ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e  ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a   ☐ d ☐ e  ☐ g  ☐ i ☐ j

Question 8 :    ☐ d ☐ e  ☐ g ☐ h  ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c A possède un état puits ☐ d A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

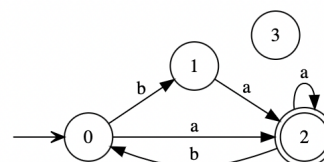
- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 3 :

	b				f			i	j			m	n

Question 4 :

		c	d				h	i	j	k

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

			d	e		g	h	i	j

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ b A n'est pas complet. ☒ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☒ h A a au moins un état accessible.
☒ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☒ b Σ^* est fermé par préfixe. ☒ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☒ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d A possède un état puits ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

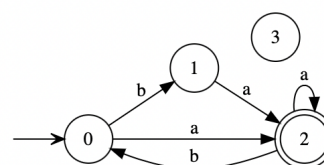
- ☒ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ c Un mot est une application. ☒ d Un mot est une fonction.
- ☒ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☒ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ b Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates. ☐ f Tous les automates.

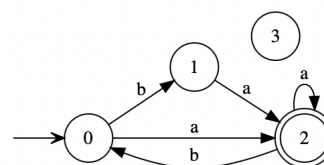


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

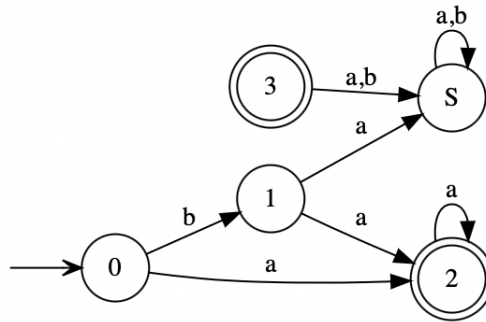
- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ b Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☒ e Aucun des automates. ☐ f Tous les automates.



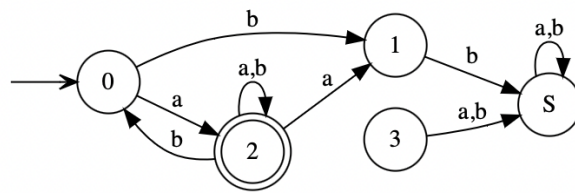
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

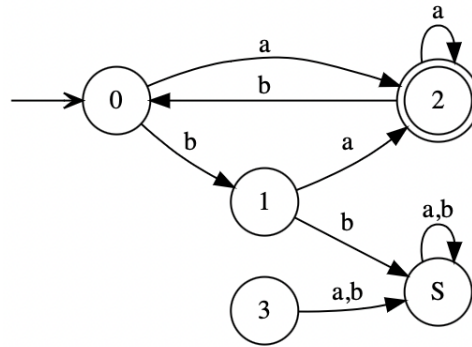
- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



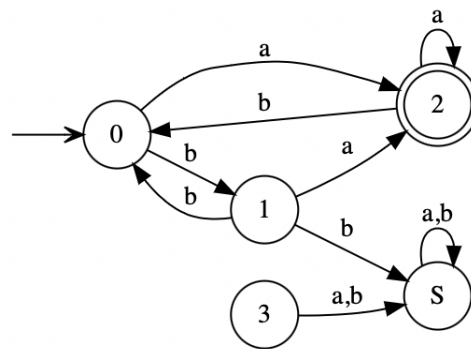
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



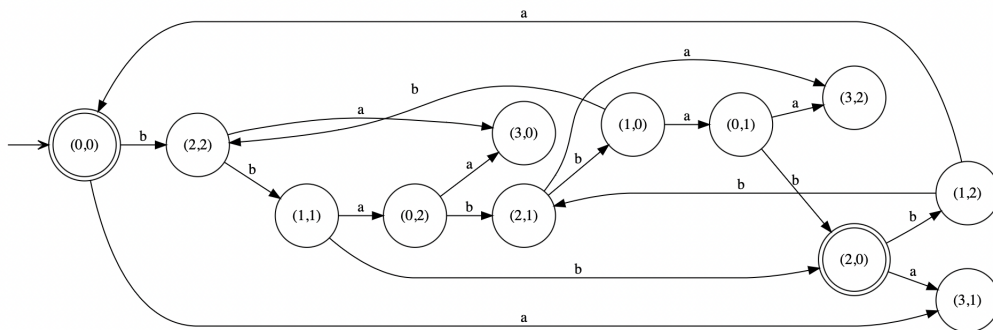
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

			d	e	f	g			j	k

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a			d		f	g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 8 :

					f		h		j		l	m	n

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

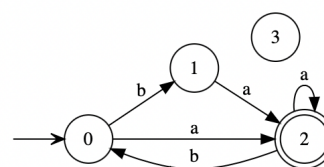
- ☒ a u n'est pas accepté par A .
- ☒ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ d A a au moins un état accessible. ☒ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

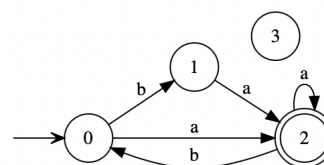


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☒ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



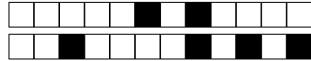
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 4 :

		c	d					i		k		m	n

Question 5 :

		c	d	e	f			i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

					f	g	h	i	j	k

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c A accepte le langage universel.
☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☒ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par suffixe. ☒ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☒ f Σ^* est fermé par préfixe. ☒ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet. ☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.

☐ A a au moins un état accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

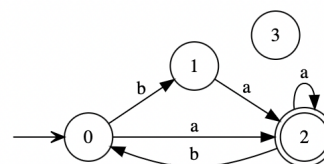
☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Tous les automates.

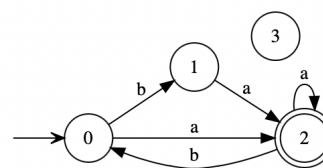


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c	d	e			h	i	j

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

		c	d	e			h		j	k

Question 8 :

a		c					h				l	m	n

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

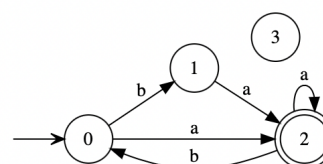
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-ii-.

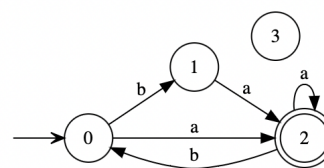
☐ d Celui de la Figure 3-iii-.

☐ b Celui de la Figure 3-i-.

☐ ■ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv-.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-ii-.

☒ ■ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

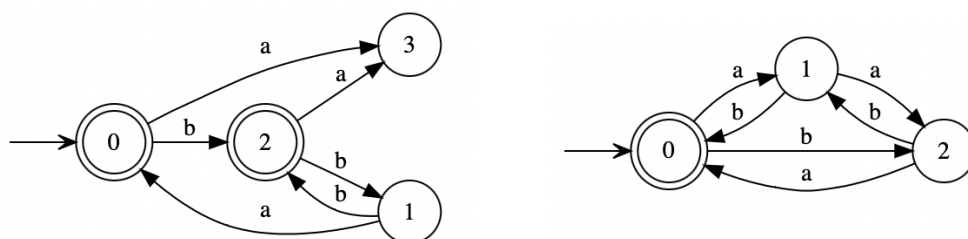


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c				g			j	k

Question 3 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 4 :

	b					h	i	j			m	n

Question 5 :

	b	c	d	e				i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot est une application. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ f Un mot est une fonction.
☒ g Un mot peut être vide. ☒ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☒ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

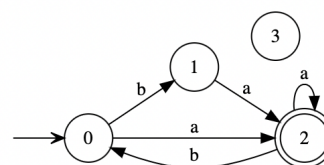
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☒ b Celui de la Figure 2-iii.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

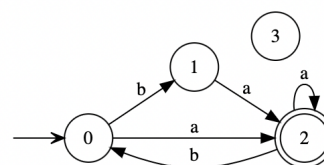


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☒ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 3 :

a	b	c			f				j	k

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a			d	e		g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b	c		e					j			m	n

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ Un mot est une fonction.
☐	Un mot est une application.	☐ d
☐	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐
☐ g	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐
☐	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐
☐	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ l
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état non co-accessible.	☐	A a au moins un état accessible.
☐ c	A a au moins un état co-accessible.	☐ d	A n'a pas d'état accepteur.
☐	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ f	A a au moins un état non accessible.	☐	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
		☐	u n'est pas accepté par A .
		☐	A n'est pas complet.
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet.

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ A a des états accepteurs.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A accepte le langage universel.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ A possède un état puits

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

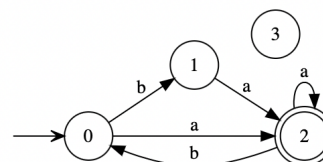
☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d			g					l	m	n

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a		c	d		f				j	k

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a				e	f	g		i	j

Question 8 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ P est forcément déterministe.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e A possède un état puits ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

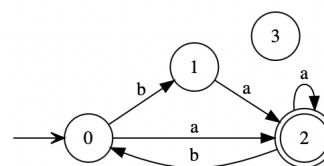
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☒ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ e Un mot peut être vide. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☒ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

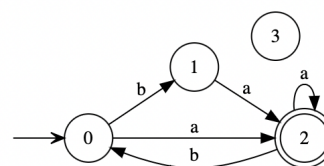


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a						g	h	i	j	k

Question 4 :

		c	d			g	h	i	j

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 8 :

a							h		j	k		m	n

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

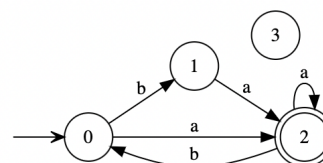
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 3 :

a	b				f		h		j	k

Question 4 :

a	b	c			f			i	j

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b	c				g					l	m	n

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut être vide.
- ☒ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ c Un mot est une fonction.
- ☒ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☒ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ j Un mot est une application.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ A a au moins un état accessible.

☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ A a au moins un état non accessible.

☐ A a au moins un état co-accessible.

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A n'est pas complet.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-ii.

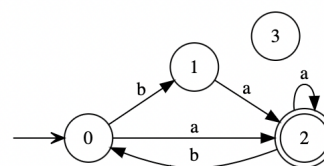
☐ Celui de la Figure 2-iv.

☐ Celui de la Figure 2-i.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-iii.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-ii.

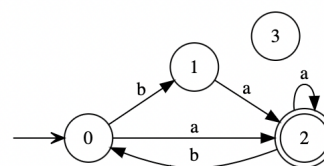
☐ Celui de la Figure 3-i.

☐ Celui de la Figure 3-iv.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-iii.

☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

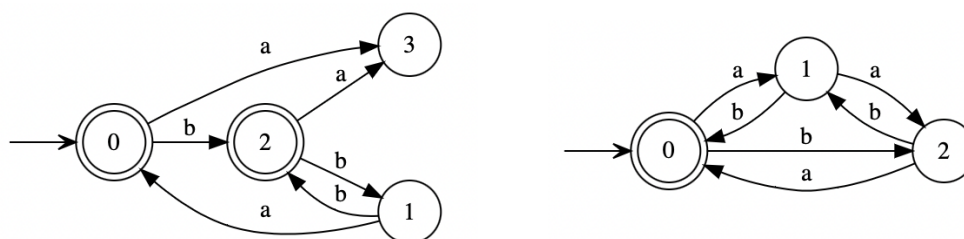


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



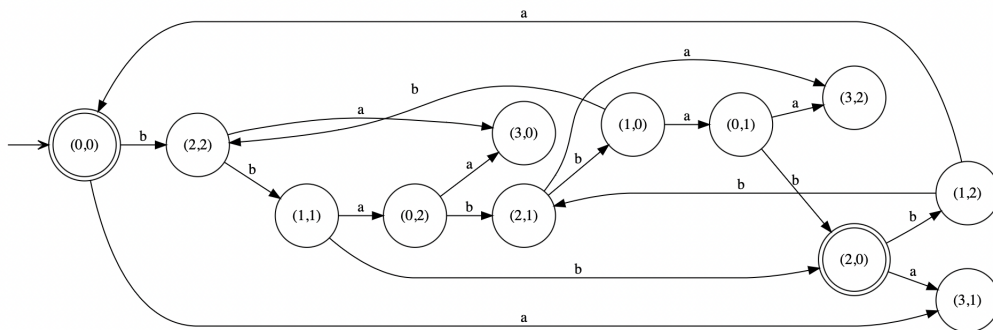
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

				e	f	g				k		m	n

Question 4 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a			d		f		h	i	j

Question 8 :

		c	d	e		g			j	k

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut être infini.	☐	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐	Un mot est une application.	☐	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐	Un mot peut être vide.	☐	Un mot est une fonction.
☐ g	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ est fermé par préfixe.	☐ b	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c	Σ est fermé par suffixe.	☐	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e	Σ est fermé par facteur.	☐	Σ^* est fermé par facteur.
		☐	Σ^* est fermé par préfixe.
		☐	Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ b	A accepte le langage universel.
☐		☐ c	Tous les états de A sont accepteurs.
☐	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ f	A possède un état puits
		☐ g	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ b	A a au moins un état non accessible.	☐	A n'est pas complet.
☐	A a au moins un état accessible.	☐	u n'est pas accepté par A .
☐ f	A a au moins un état co-accessible.	☐	$u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A est complet. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

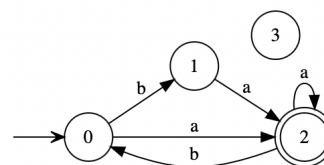
- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

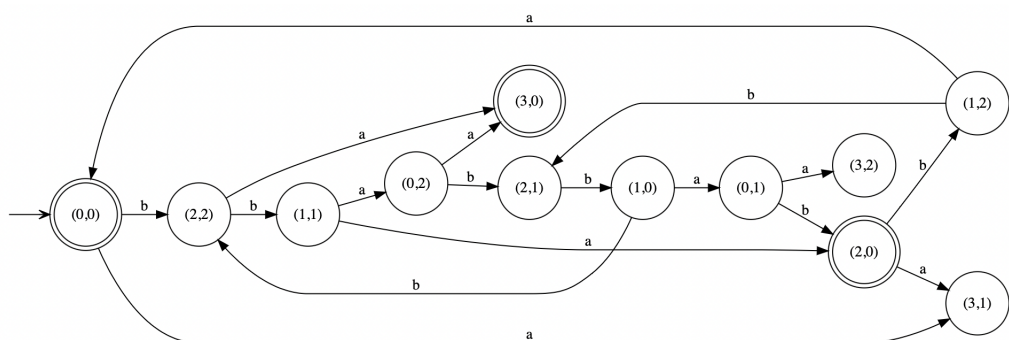
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



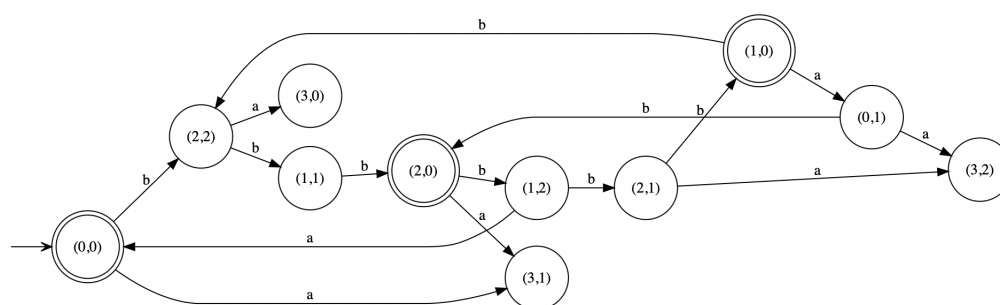
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



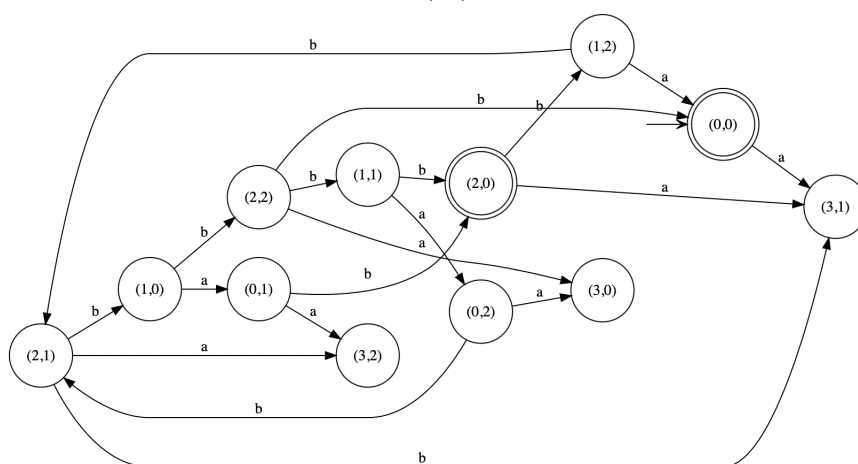
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



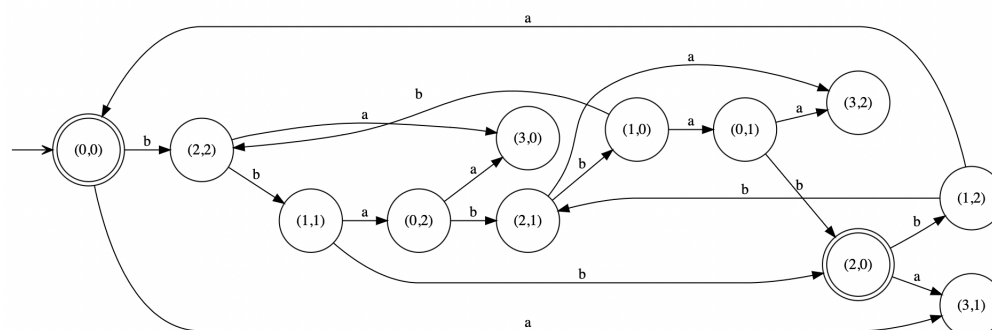
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a						g		i		k		m	n

Question 3 :

a	b	c		e				i	j

Question 4 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 5 :

	b				f		h	i	j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ d Σ^* est fermé par suffixe.
☒ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☒ g Σ^* est fermé par facteur. ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

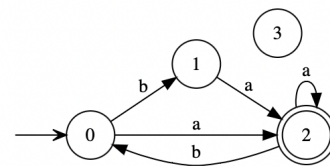
- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible. ☒ c A n'est pas complet.
☒ d u n'est pas accepté par A . ☒ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h A a au moins un état co-accessible.
☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☒ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

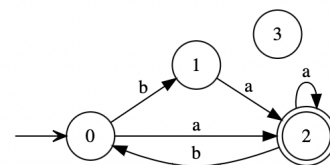


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
☐ b Celui de la Figure 3-i. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-ii-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☒ d Celui de la Figure 5-iv-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d				h	i				m	n

Question 4 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b	c			f			i	j

Question 8 :

	b				f	g	h		j	k

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

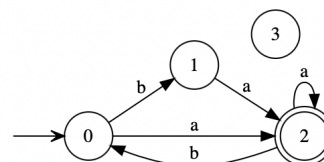
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ d Σ^* est fermé par préfixe.
☒ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

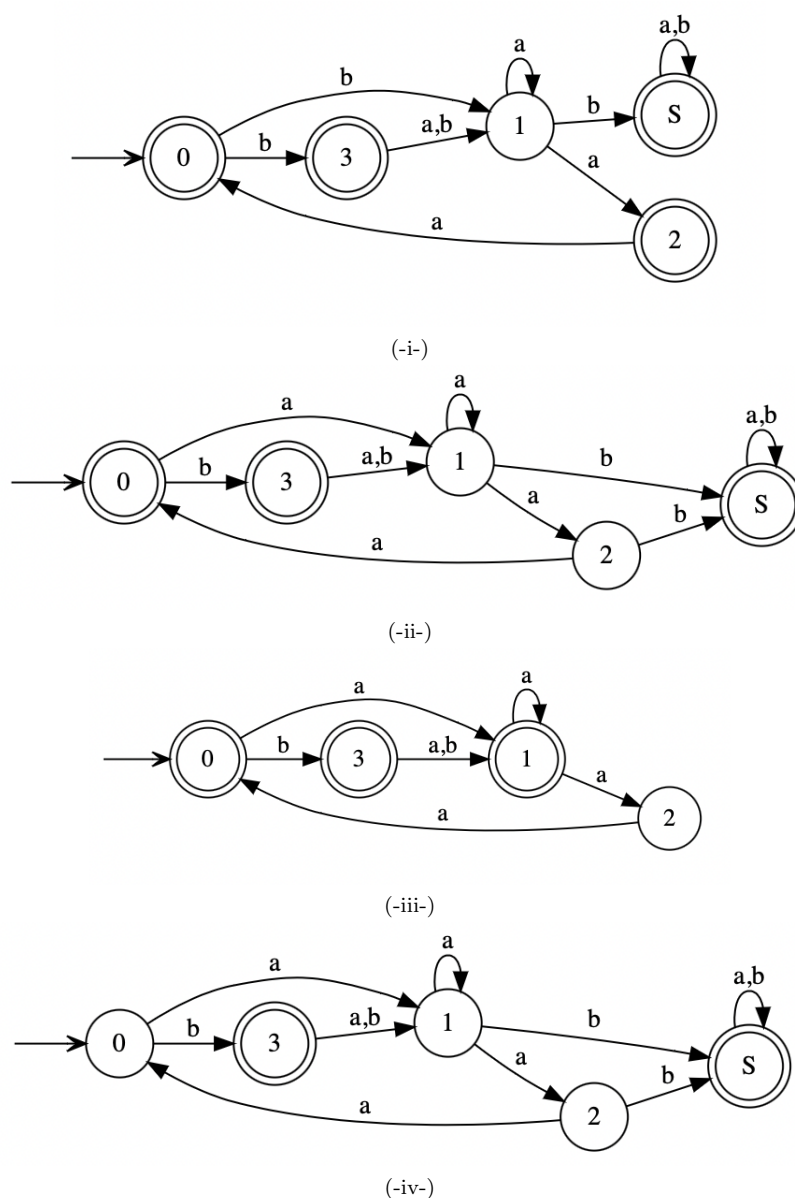


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



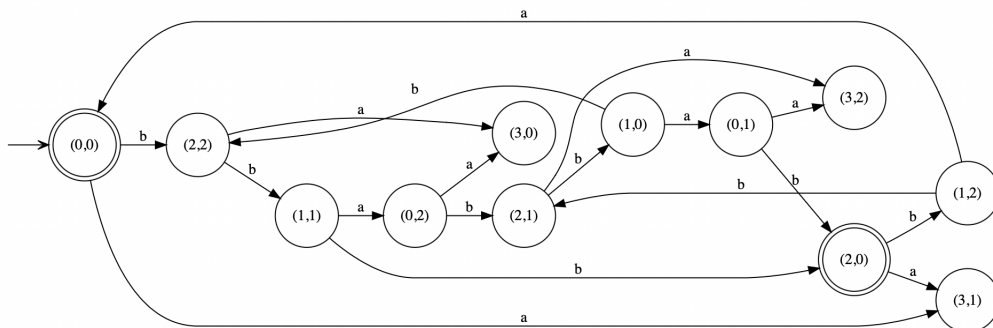
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   f   k l m n

Question 3 :  c d  f g  j k

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b  d e

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b c  e  g h i

Question 8 : a  c   g h i j

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.

☐ f A est complet.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c A possède un état puits
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

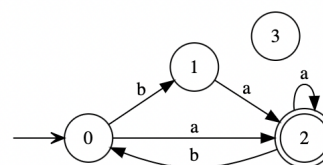
- ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

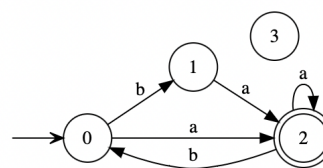


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



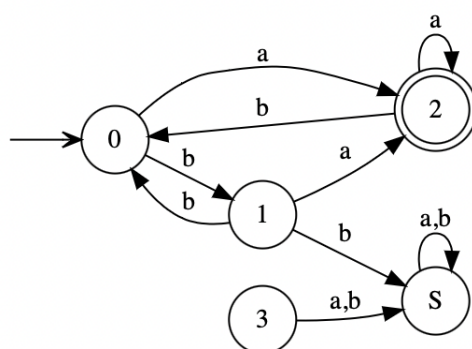
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

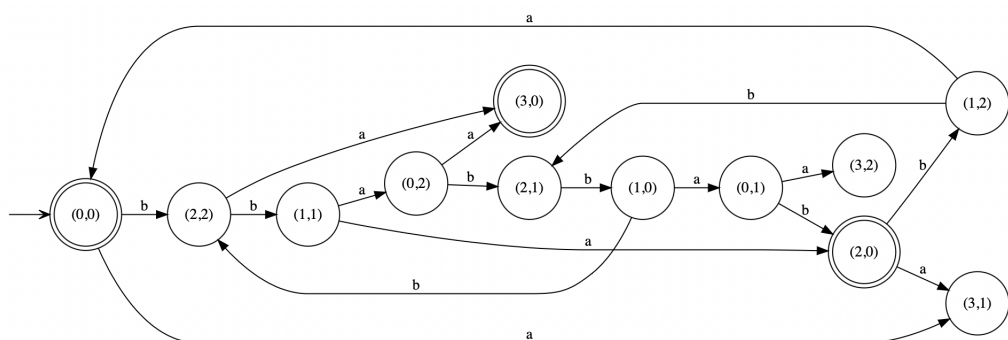
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



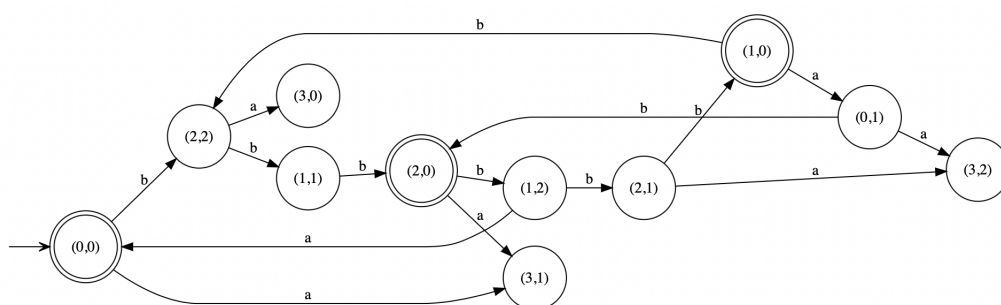
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



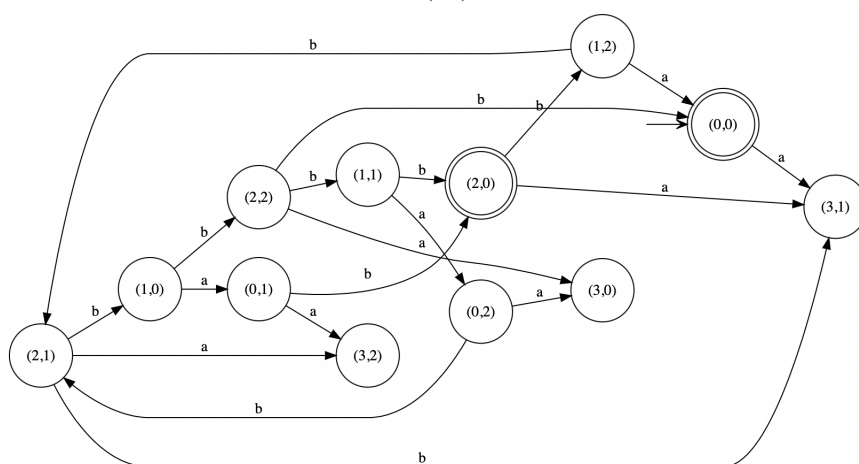
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



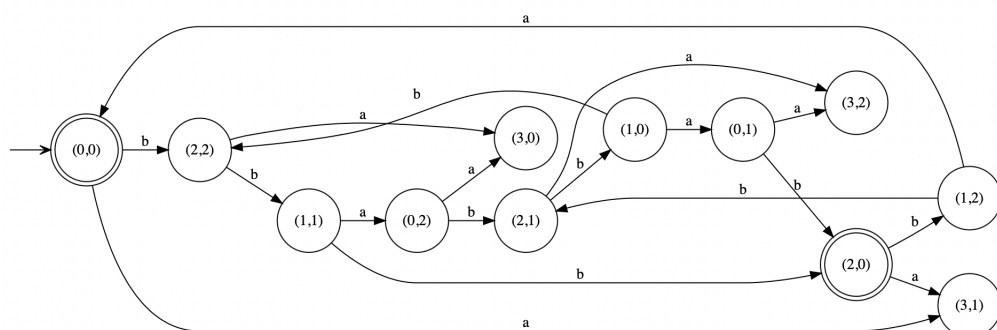
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

		c			f		h	i	j	k

Question 4 :

					f	g		i	j			m	n

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 8 :

	b	c	d				h	i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
 ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ u est accepté par A .
 ☐ A est complet.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

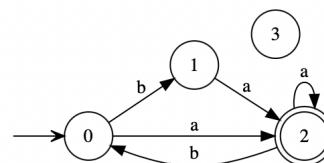
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
 ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ A accepte le langage universel.
 ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii.
 ☐ Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i.
 ☐ Tous les automates.

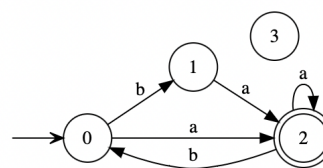


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



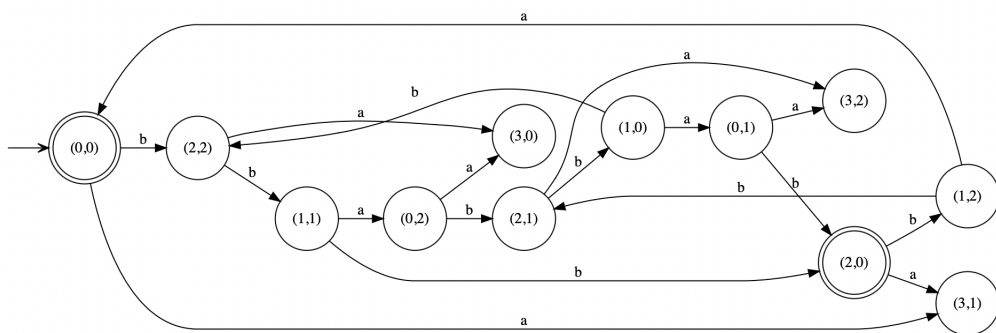
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c		e	f				j	k

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

						h	i	j		l	m	n

Question 5 :

	b		d			g	h	i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction.
 ☐ Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
 ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
 ☐ d Σ est fermé par suffixe.
 ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
 ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

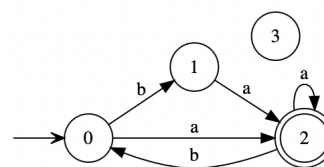
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
 ☐ f Tous les automates.

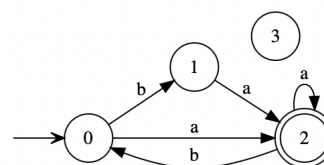


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-.
 ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-.
 ☐ c Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i-.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

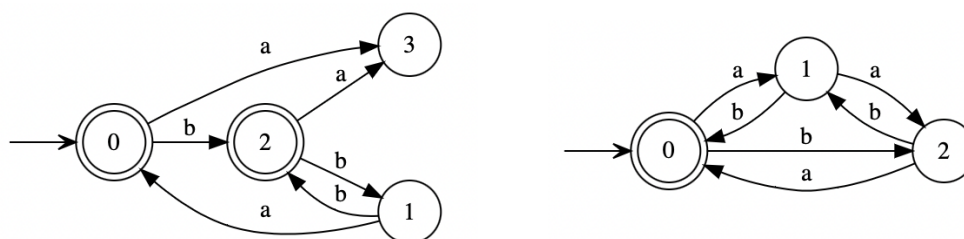


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e f    j k

Question 3 : a   d e

Question 4 : a  c d  f g h i

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :   c d e  g      m n

Question 7 :   c d  f g  i j

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A . ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

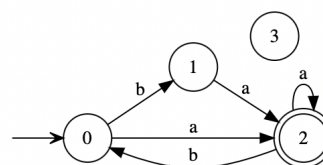
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

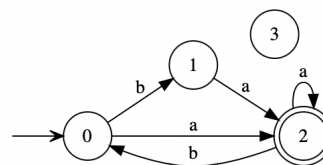


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

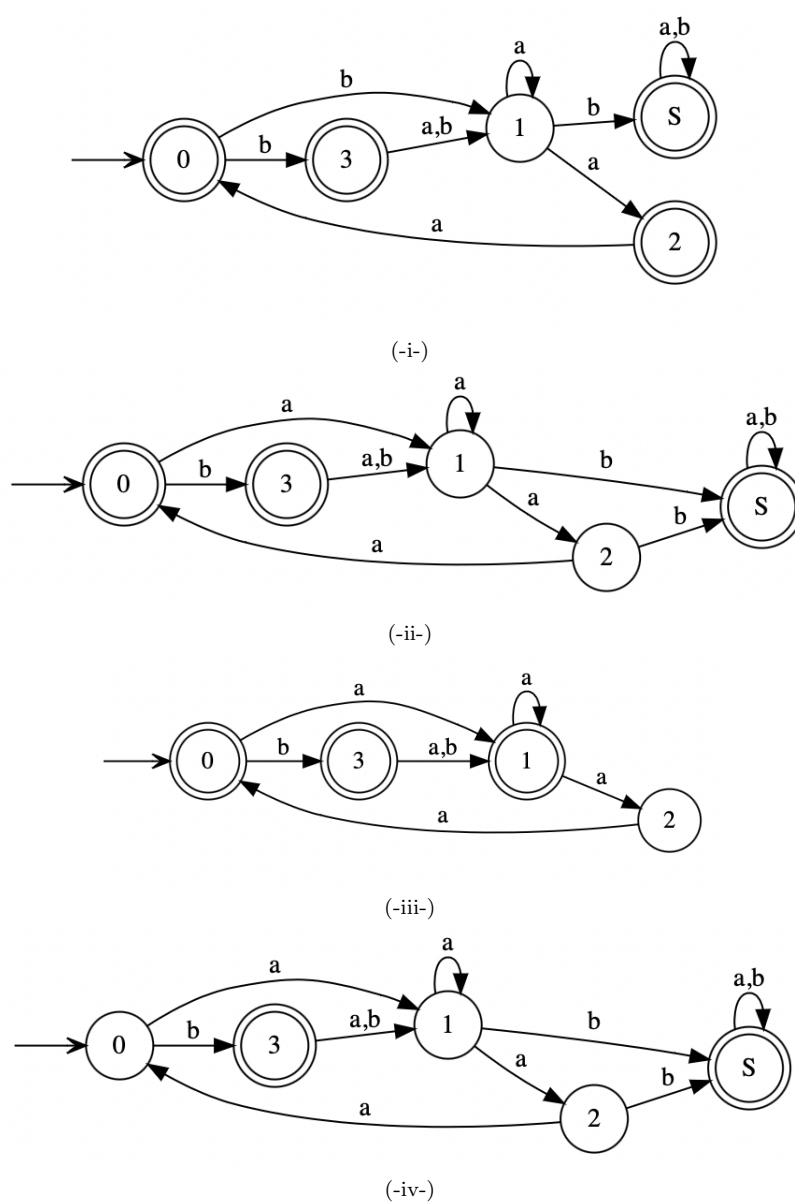


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d			g			j	k

Question 3 :

			d				h	i		k		m	n

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b		d				h	i	j

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

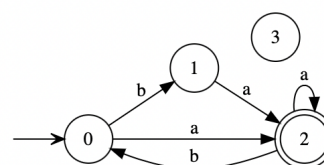
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.

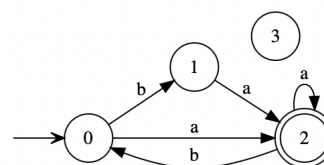


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Celui de la Figure 3-i-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-ii-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☒ d Celui de la Figure 5-iv-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



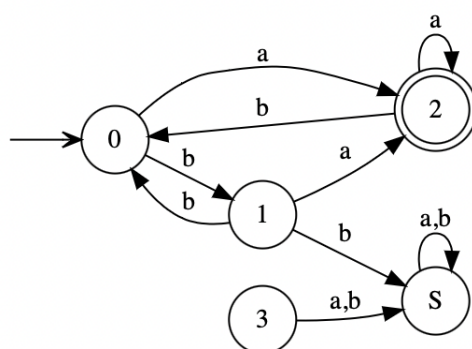
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

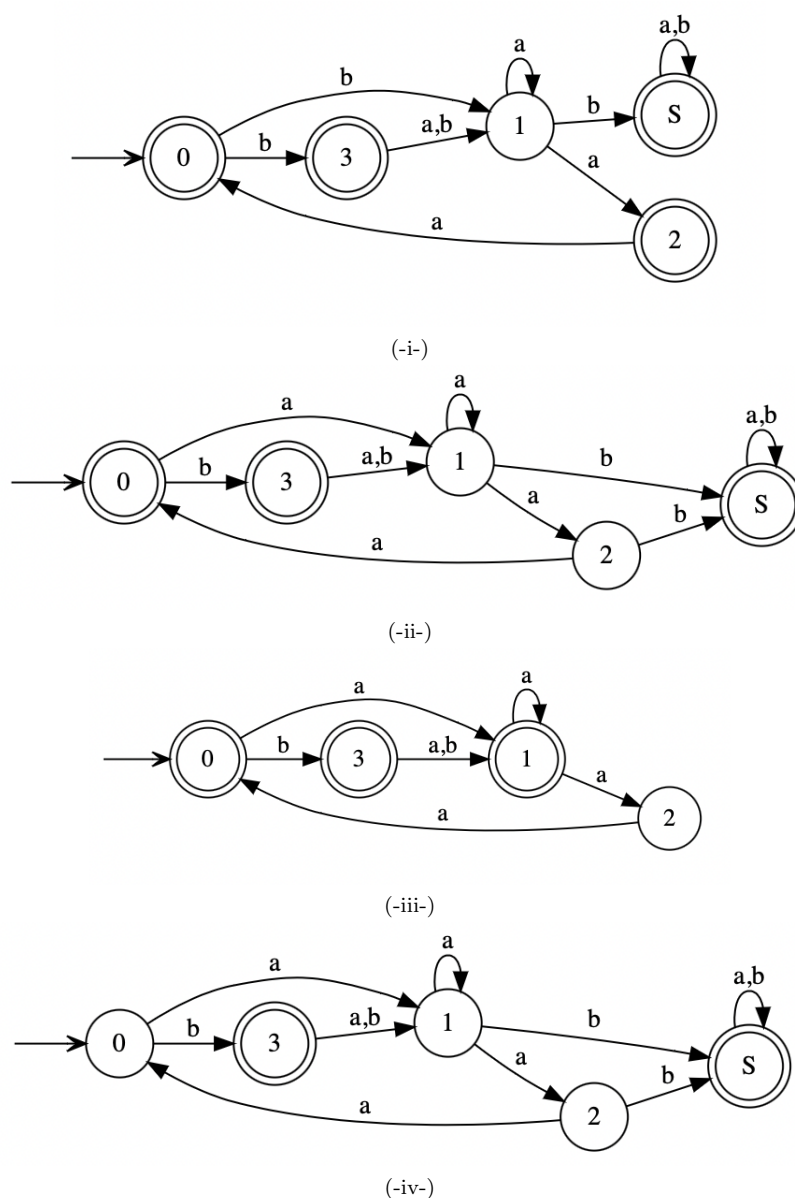


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

	b	c			f	g		i	j

Question 7 :

			d	e	f		h		j	k

Question 8 :

	b	c		e							l	m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

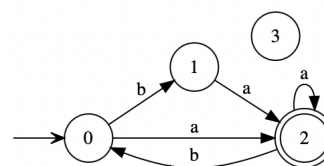
- ☐ A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A possède un état puits
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.

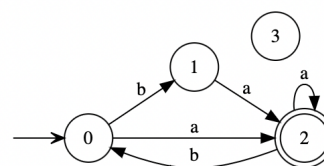


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Celui de la Figure 3-iii-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

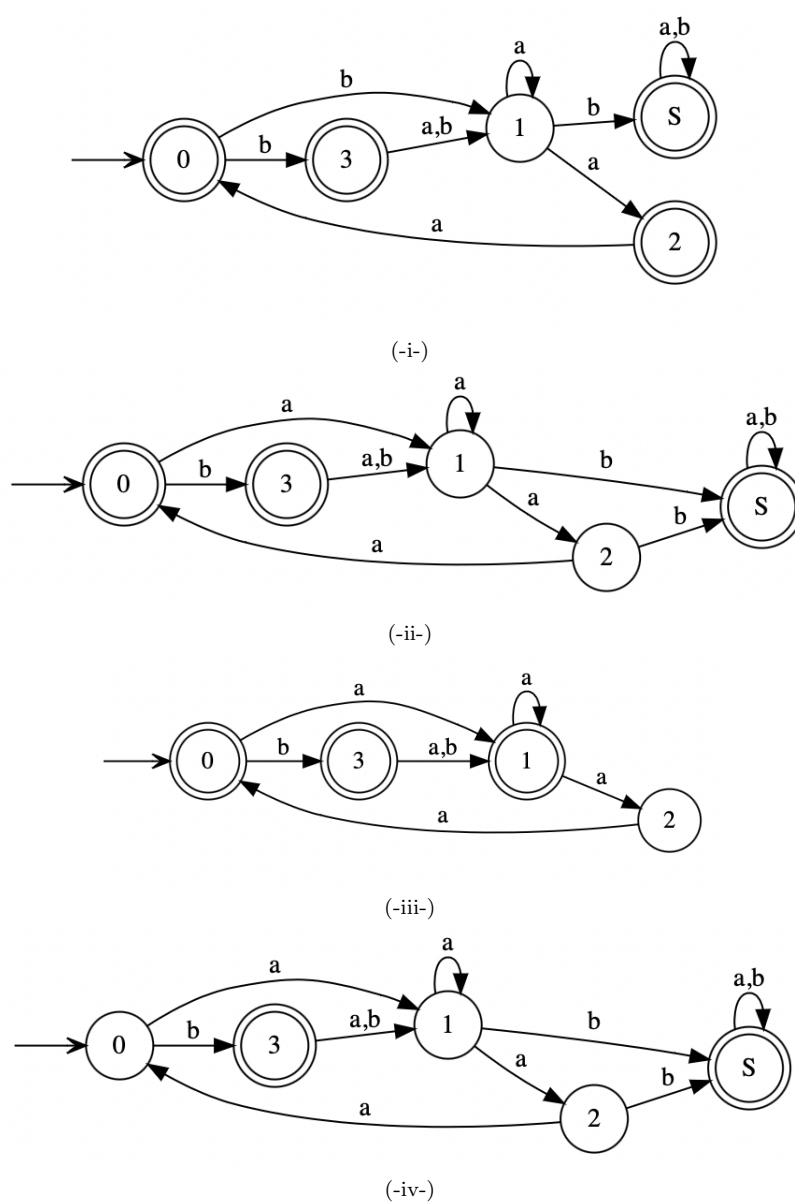


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

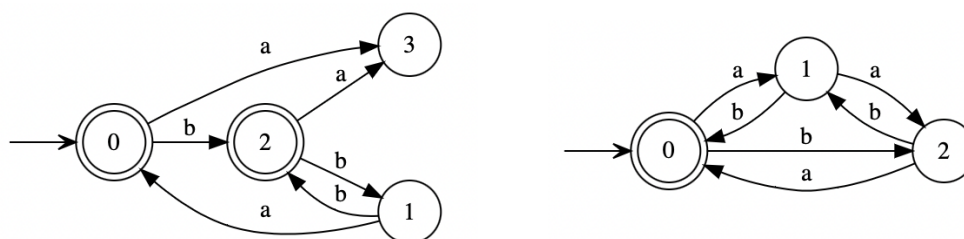


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d					i	j			m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b		d				h	i	j

Question 6 :

	b				f	g		i	j	k

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☒ A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ P est forcément déterministe.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

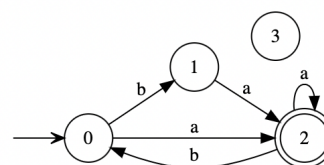
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

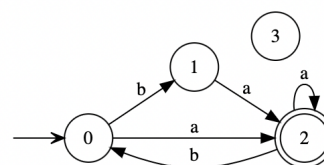


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



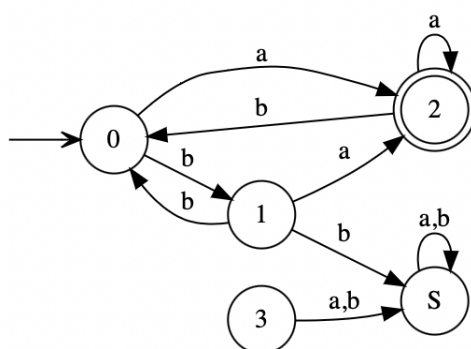
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

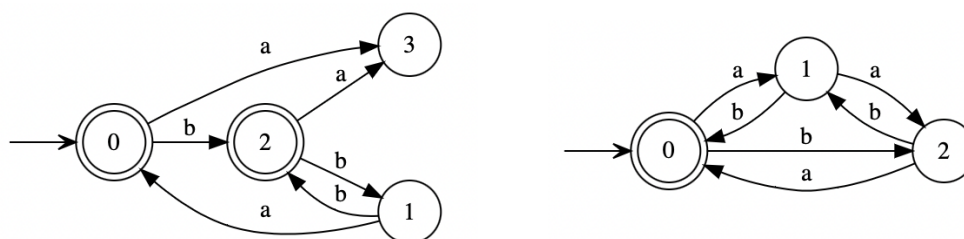


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d		f		h		j	k

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 6 :

a				e		g		i				m	n

Question 7 :

a		c			f	g		i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☒ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ f A n'est pas complet. ☒ g u n'est pas accepté par A .
- ☒ h A a au moins un état accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☒ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A possède un état puits
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

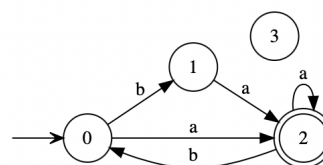
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

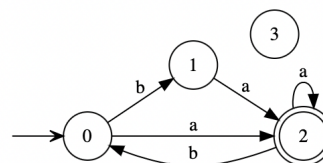


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Celui de la Figure 3-iii-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

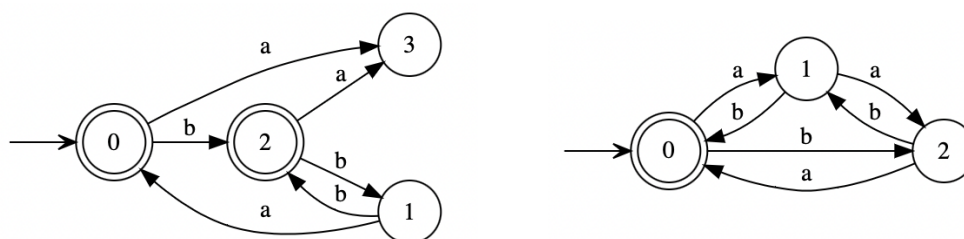


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a	b		d					i	j	k

Question 5 :

a			d		f		h	i	j

Question 6 :

				e			h			k	l	m	n

Question 7 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

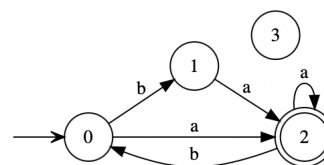
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

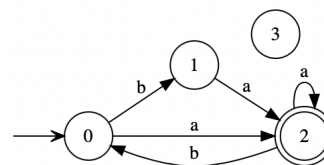


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ c Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-ii-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

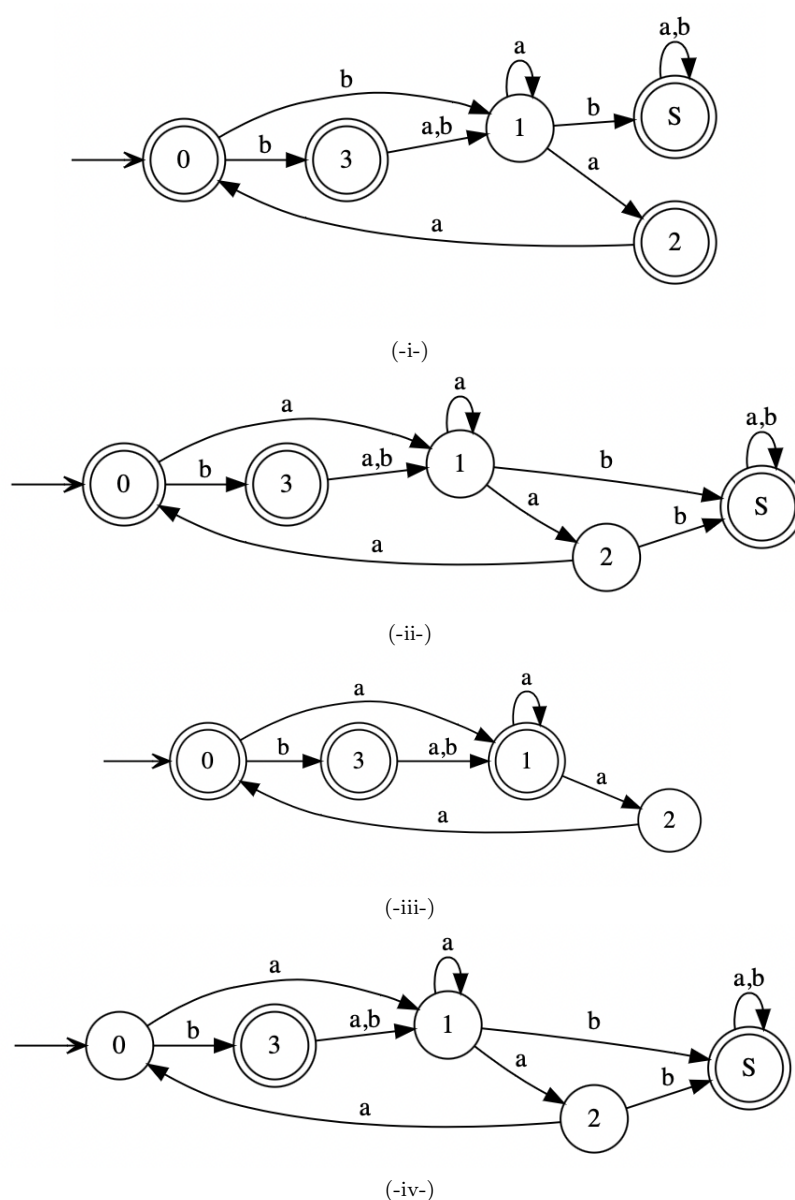


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

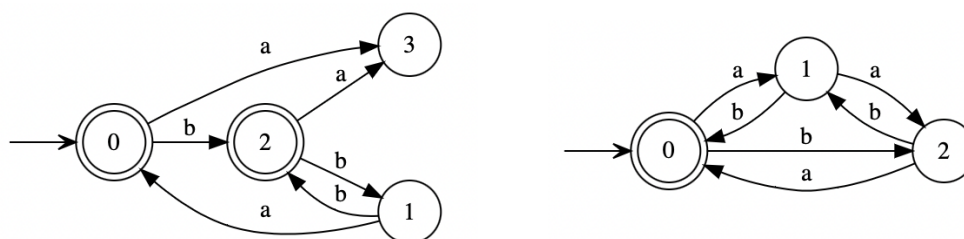


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 6 :

a			d	e		g			j	k

Question 7 :

a	b				f	g		i	j

Question 8 :

	b			e	f			i				m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
 ■ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits
 ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ■ A n'est pas complet. ■ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ■ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
 ■ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
 ■ A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

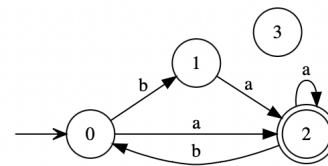
- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ■ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ■ Σ^* est fermé par facteur.
 ■ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
 ■ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ■ Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

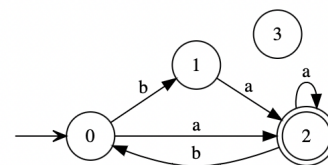


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

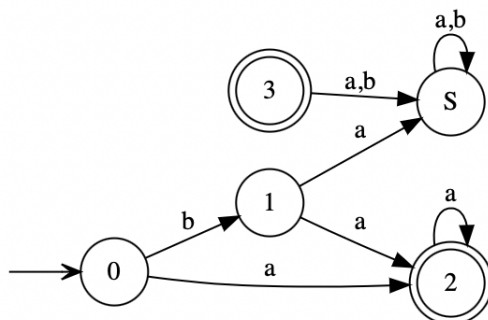
- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ■ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

a							h	i		k		m	n

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 7 :

a				e	f		h		j	k

Question 8 :

a		c			f		h	i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-i.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.

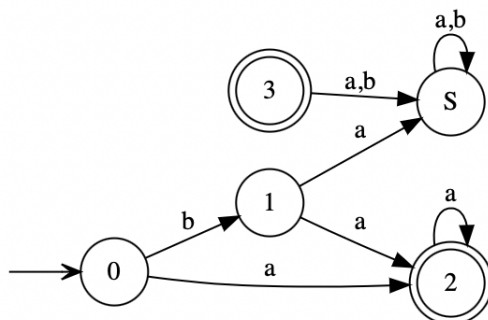


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e    i   l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b c  e  g   j k

Question 6 :   c d e f g h i

Question 7 : a   d e

Question 8 :  b c  e   h i j

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A n'est pas complet.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☒ e A a au moins un état accessible.
- ☒ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☒ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A possède un état puits
- ☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

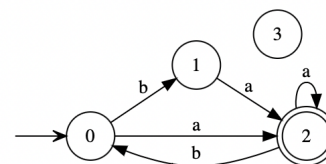
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

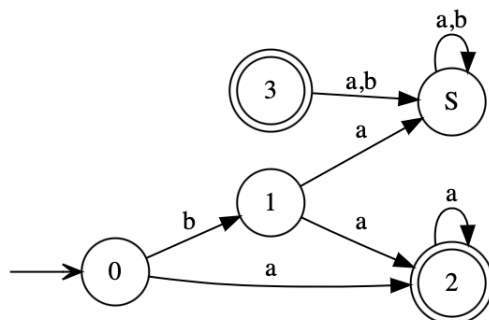


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d			g	h		j	k

Question 4 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

				e		g		i			l	m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

	b	c			f	g		i	j

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☒ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☒ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ f A n'est pas complet. ☒ g u n'est pas accepté par A . ☒ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

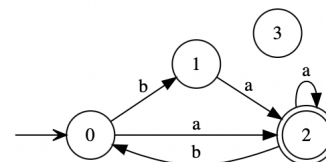
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

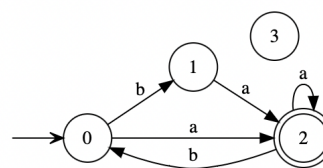


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 5 :

a	b		d					i	j	k

Question 6 :

a		c			f				j			m	n

Question 7 :

	b	c	d			g		i	j

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état non co-accessible. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☒ d A n'est pas complet. ☒ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☒ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☒ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☒ e Un mot est une fonction. ☒ f Un mot est une application.
☒ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ h Un mot peut être vide.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être infini. ☒ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

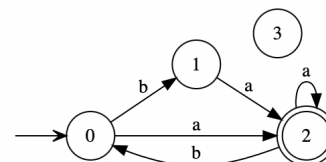
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.

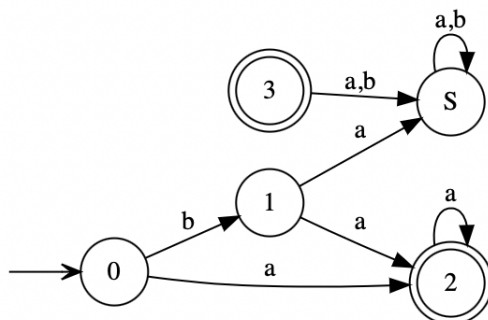


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b	c			f	g			j	k

Question 4 :

			d					i	j	k		m	n

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 7 :

a					f	g	h	i	j

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A a au moins un état accessible. ☒ b u n'est pas accepté par A .
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☒ e A n'est pas complet.
☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☒ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ e Un mot est une fonction. ☒ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ A accepte le langage universel.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

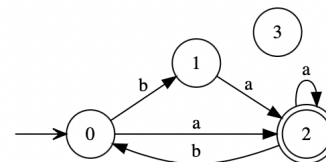
☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

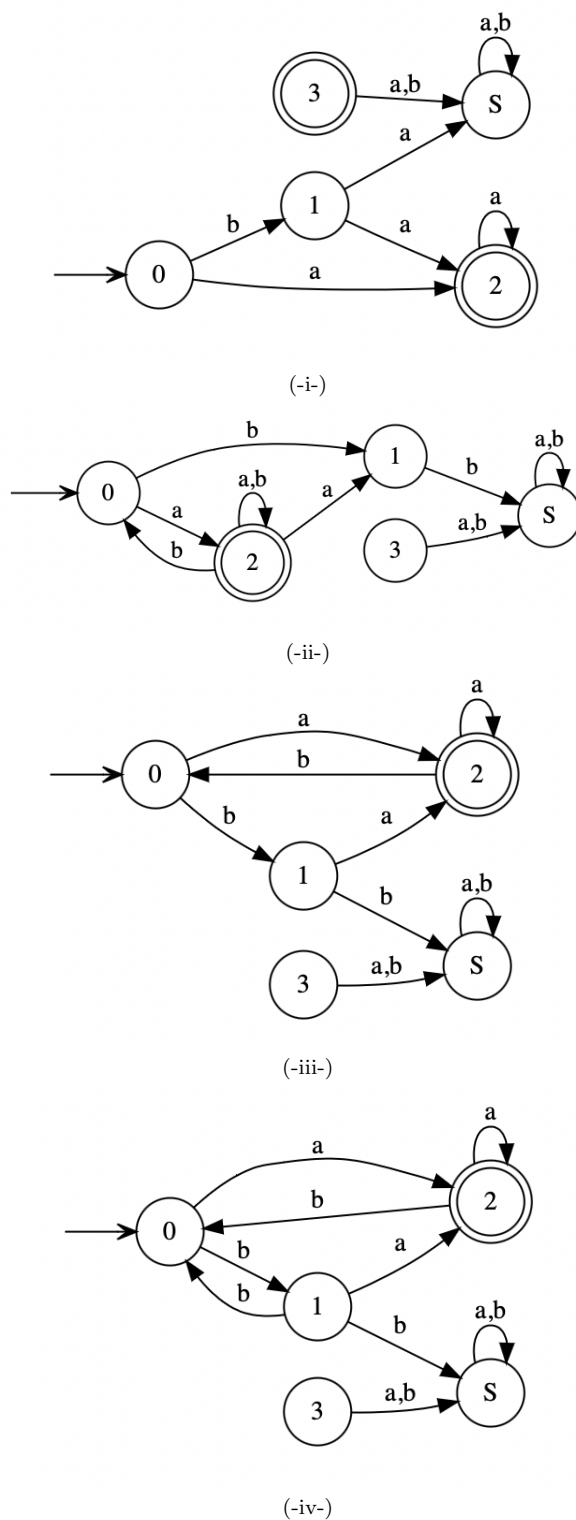


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

		c	d				h	i	j	k

Question 4 :

			d				h	i	j			m	n

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 7 :

a	b				f		h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

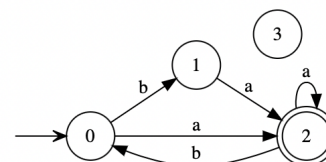
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-
☐ b Celui de la Figure 2-ii-
☐ c Celui de la Figure 2-iv-
☐ d Celui de la Figure 2-i-
☐ e Aucun des automates.
☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 3 :

a				e		g			j			m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a				e	f		h		j	k

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

	b		d	e			h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☒ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

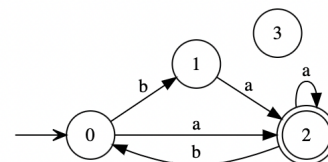
- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☒ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☒ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☒ g u n'est pas accepté par A .
- ☒ h A a au moins un état accessible. ☒ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 3 :

a				e				i	j			m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b			e		g		i	j

Question 8 :

a		c	d		f				j	k

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ b	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐	Un mot est une application.	☐	Un mot est une fonction.
☐ g	Un mot peut être infini.	☐	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐	Un mot peut être vide.	☐ j	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état non accessible.		
☐	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ c	A a au moins un état non co-accessible.	☐ d	A n'a pas d'état accepteur.
☐	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	☐	u n'est pas accepté par A .
☐	A n'est pas complet.	☐ i	A a au moins un état co-accessible.
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	Les états de A sont tous co-accessibles.		
☐ c	Les états de A sont tous accessibles.	☐ d	u est accepté par A .	☐ e	A est complet.
☐	☐ f A a des états accepteurs.				
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	nécessairement $ Q \geq 2$.	☐	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ c	A accepte le langage universel.
☐	☐ d Tous les états de A sont accepteurs.				
☐	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.				
☐ f	A possède un état puits	☐ g	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.		

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

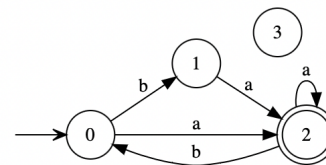
- ☒ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☒ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☒ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☒ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b					g			j			m	n

Question 3 :

a		c	d					i	j	k

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

	b		d	e		g		i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

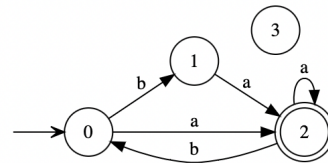
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

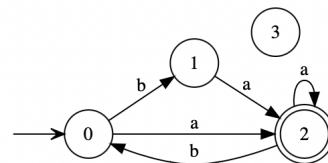


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Celui de la Figure 3-ii-.
☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   f  h i j k

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :  b  d  g   j  m n

Question 5 : a b  d e f  h i

Question 6 :  b  d  f  h i j

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a   d e

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par suffixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

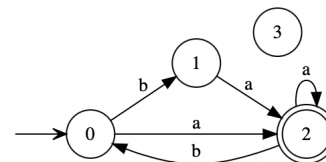
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



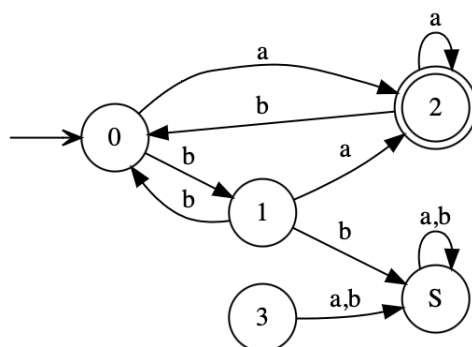
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e			h	i	j	k

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 5 :

		c	d	e			h	i	j

Question 6 :

a			d	e	f							m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ h Un mot est une application.
☒ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☒ c A a au moins un état accessible. ☒ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ e A n'est pas complet.
☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☒ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

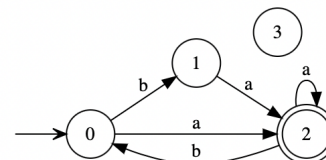
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complémentation sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b			e		g					l	m	n

Question 4 :

a	b					g	h		j	k

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

			d		f	g	h	i	j

Question 8 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état co-accessible.

☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ A a au moins un état accessible.

☐ A a au moins un état non accessible.

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A n'est pas complet.

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot est une application.

- Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ■ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐b A accepte le langage universel.
- ☐c A possède un état puits ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐f Tous les états de A sont accepteurs. ☐g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A a des états accepteurs. ☐b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐c u est accepté par A . ☐d Les états de A sont tous accessibles. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐f A est complet.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

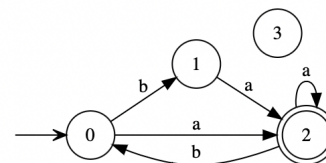
- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ■ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-i-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

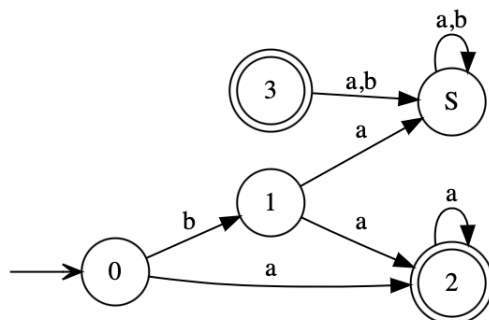


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



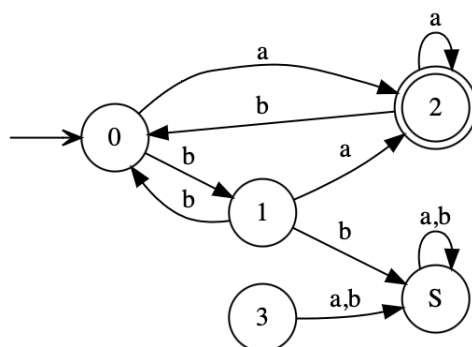
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

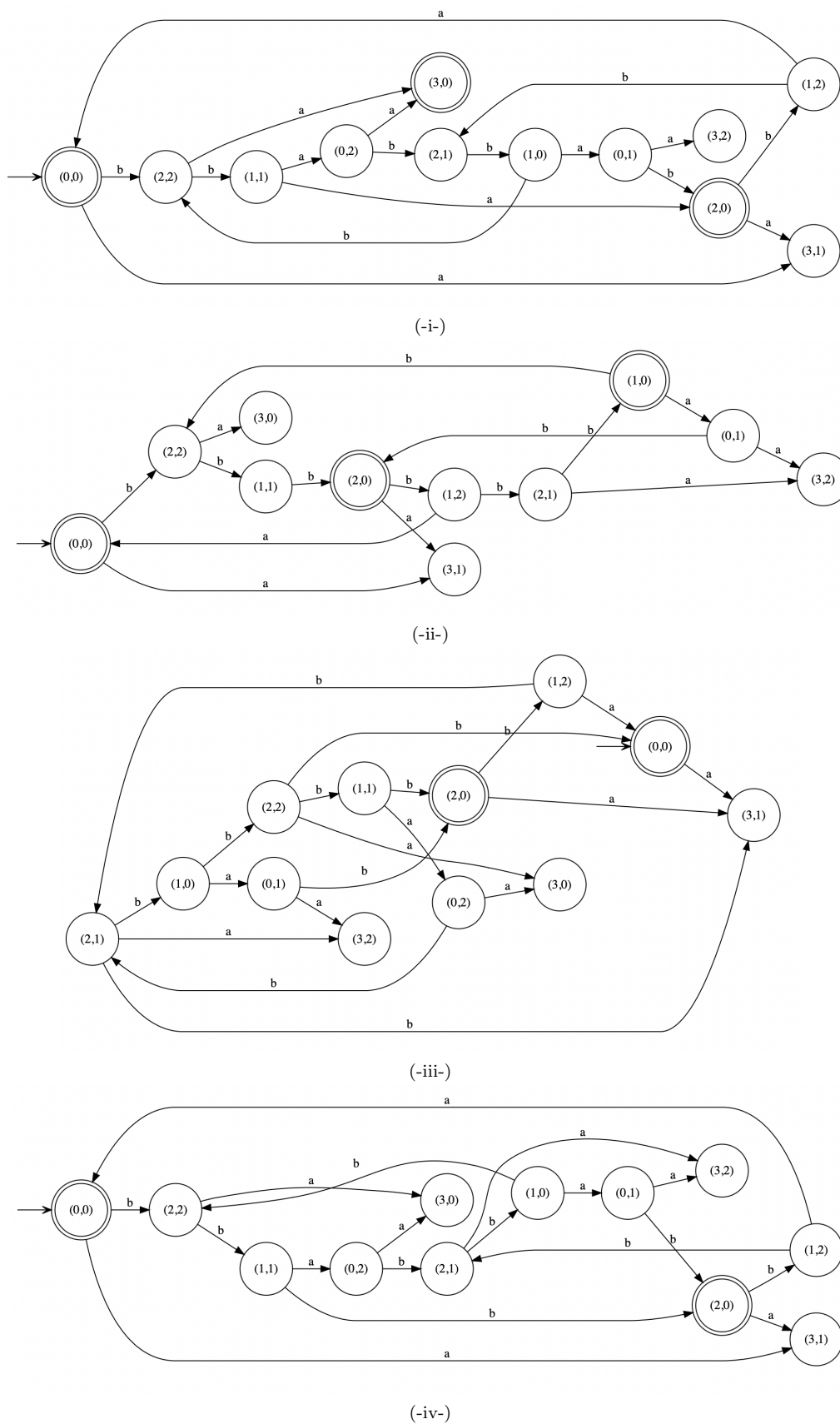


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b  ☐ d  ☐ f   ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b   ☐ e    ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 :    ☐ d  ☐ f  ☐ h ☐ i    ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c   ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ Un mot est une fonction. ☒ Un mot est une application.
- ☒ Un mot peut être vide. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

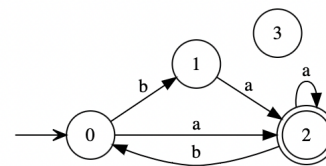
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

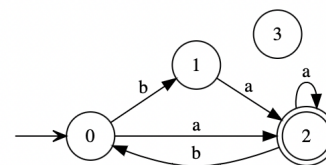


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e    i j k

Question 3 :  b  d e

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b   e f g  i j

Question 6 : a b c d 

Question 7 :       h i j k  m n

Question 8 :  b c d  f g h i

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☒ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ d u n'est pas accepté par A .
- ☒ e A a au moins un état accessible.
- ☒ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

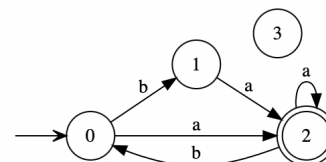
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

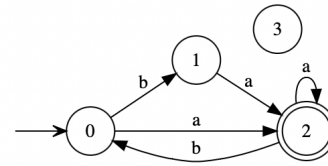


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 4 :

a	b					g	h		j	k

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

	b				f	g		i				m	n

Question 7 :

		c		e	f		h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A .
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

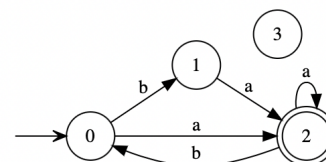
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



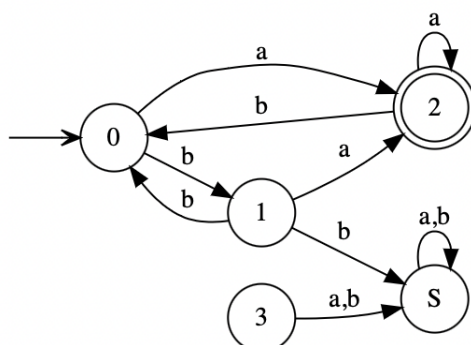
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e  g h i j

Question 3 : a b c d e   h i

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b c d 

Question 6 :   c d e

Question 7 :     e f g h  j k

Question 8 : a    e  g h     m n

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une application.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

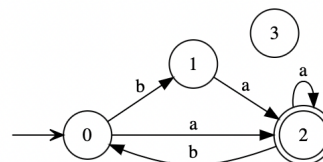
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

				e	f	g				k		m	n

Question 4 :

a		c	d		f			i	j

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

			d		f		h	i	j	k

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Un mot est une application.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut être infini.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet.
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

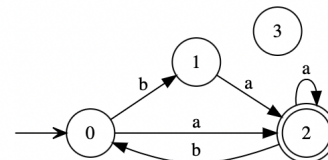
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
☒ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ c A n'est pas complet. ☒ d A a au moins un état accessible.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☒ h u n'est pas accepté par A .
☒ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☒ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  

Question 3 :    

Question 4 : 

Question 5 :        

Question 6 : 

Question 7 :  

Question 8 :     

Question 9 : 

Question 10 : 

Question 11 : 

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
 ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
 ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
 ☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☒ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

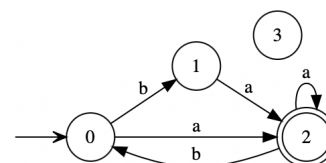
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

a	b	c						i	j	k

Question 7 :

					f		h		j	k		m	n

Question 8 :

a	b		d	e				i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

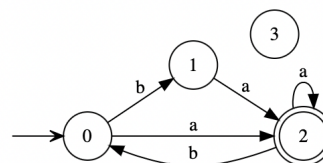
- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :       g  i j  l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 :  b c d e f  h i

Question 5 :   c d e

Question 6 : a   d    h i j k

Question 7 : a  c d  f   i j

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☒ d Σ^* est fermé par facteur.
☒ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

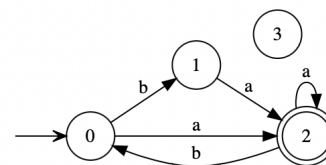
- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

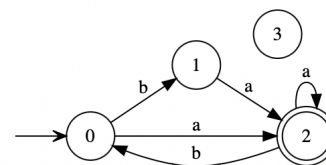


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

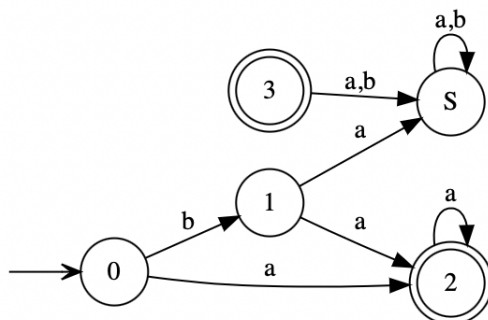
- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

	b	c			f	g		i	j

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a						g			j	k		m	n

Question 7 :

a	b				f	g			j	k

Question 8 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot peut être infini.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

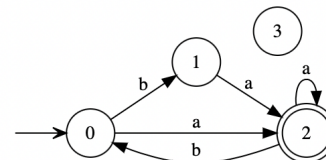
- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☒ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ e A n'est pas complet. ☒ f A a au moins un état accessible.
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☒ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



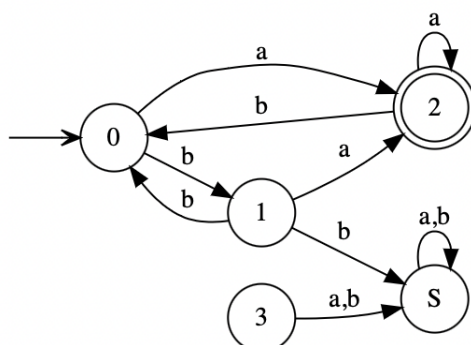
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 4 :

				e	f		h			k		m	n

Question 5 :

a		c			f	g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

	b	c				g	h		j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☒ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☒ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

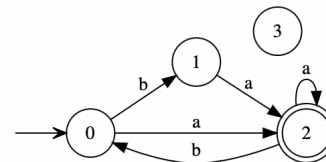
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐ d	Celui de la Figure 5-i.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a		c		e		g			j	k

Question 6 :

a	b	c				g		i	j

Question 7 :

			d		f	g	h					m	n

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
 ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
 ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
 ☐ A accepte le langage universel.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A possède un état puits
 ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

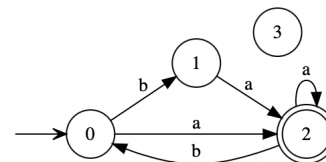
- ☒ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ b A a au moins un état accessible. ☒ c u n'est pas accepté par A .
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☒ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ f A n'est pas complet.
☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



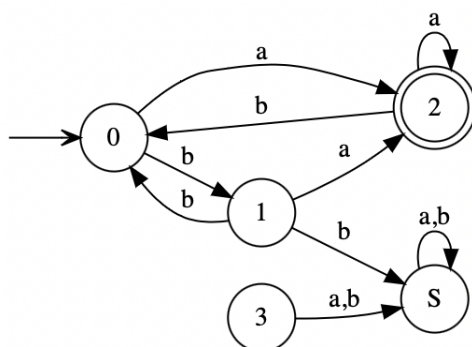
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



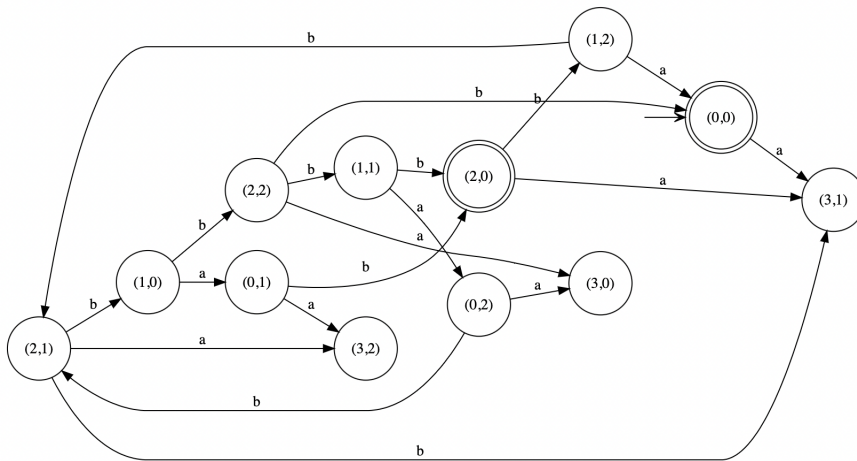
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    

Question 3 :  

Question 4 :  

Question 5 :        

Question 6 : 

Question 7 : 

Question 8 :     

Question 9 : 

Question 10 : 

Question 11 : 

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☒ b u n'est pas accepté par A .
- ☒ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ d A n'est pas complet. ☒ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.

- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible.
☐i A a au moins un état non accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A a des états accepteurs. ☐b u est accepté par A .
☐c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐d A est complet.
☐e Les états de A sont tous accessibles. ☐f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐c Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐f Σ est fermé par suffixe.
☐d Σ^* est fermé par facteur. ☐h Σ est fermé par facteur.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

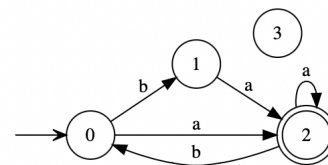
- ☐a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐e Un mot est une fonction. ☐f Un mot peut être infini.
☐g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐h Un mot est une application.
☐i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐l Un mot peut être vide.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
☐b Celui de la Figure 2-iii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

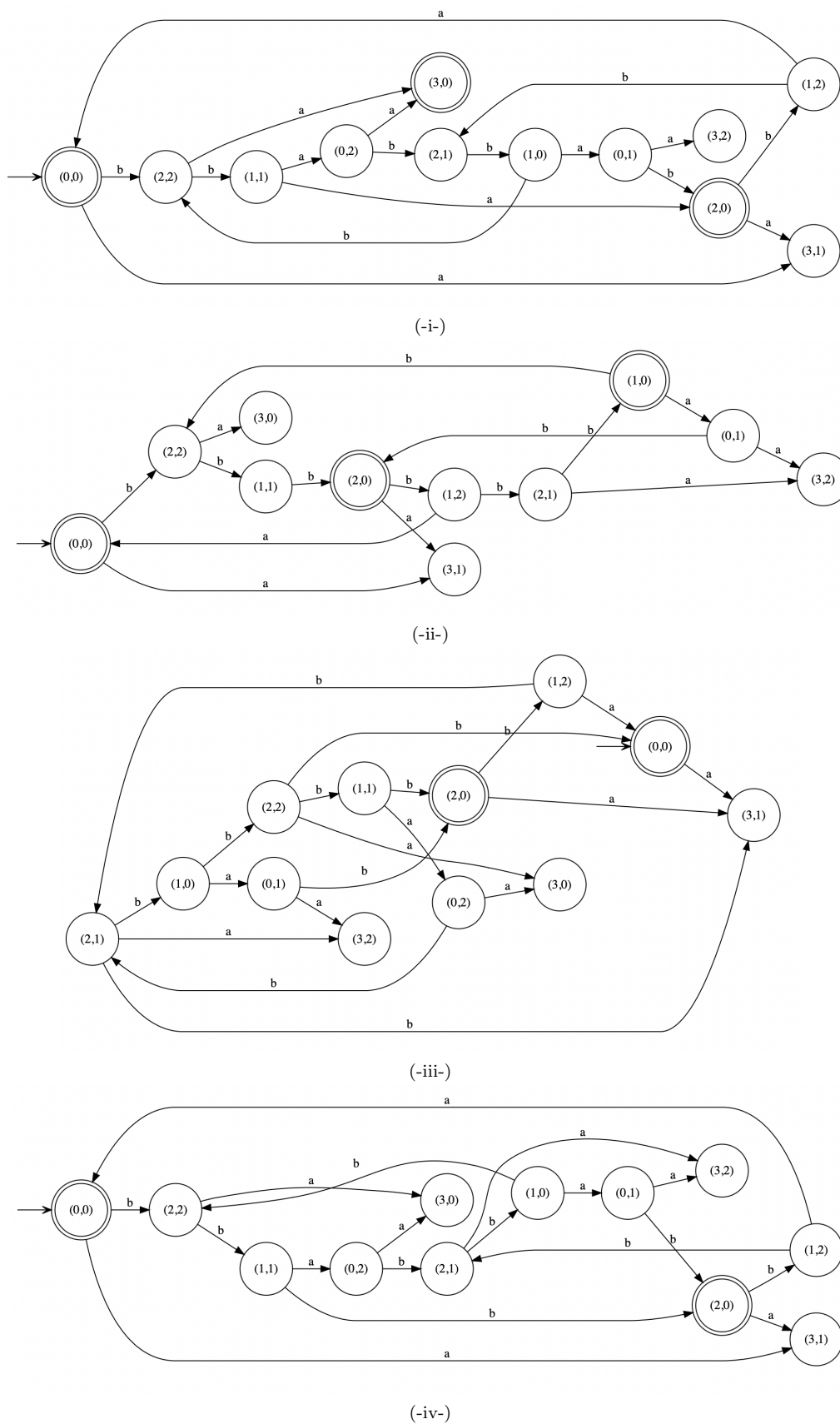


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a					f	g		i	j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a		c			f		h	i	j

Question 8 :

a	b	c			f							m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☒ b u n'est pas accepté par A . ☒ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☒ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

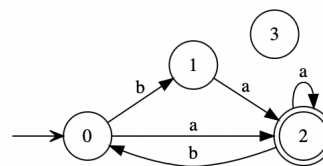
- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

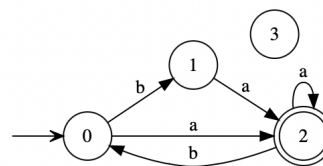


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i. ☒ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



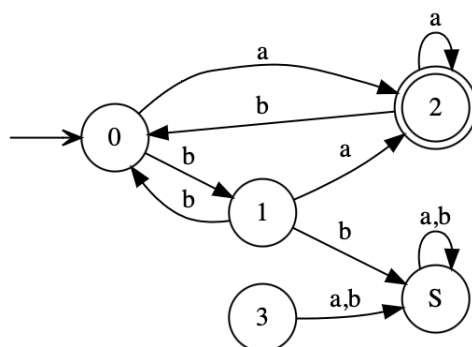
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



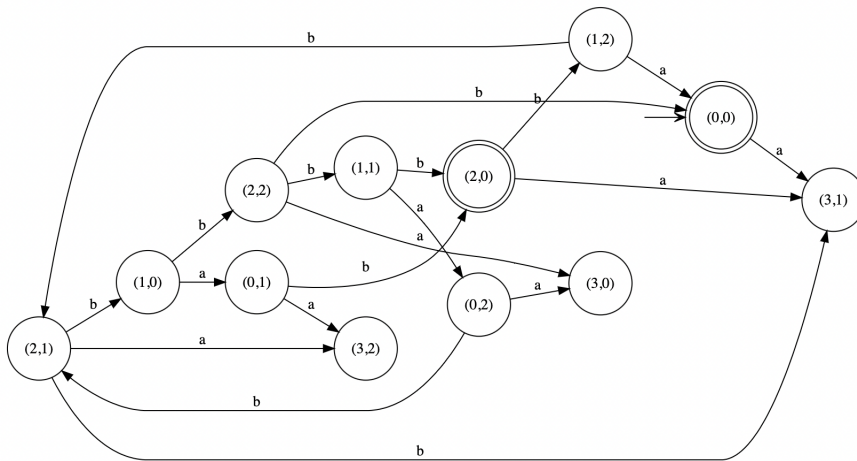
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d									l	m	n

Question 3 :

a		c			f		h	i	j

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 7 :

a			d	e				i	j	k

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☒ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☒ f A n'est pas complet. ☒ g A a au moins un état accessible.
☒ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b P est forcément déterministe.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☒ f Σ^* est fermé par facteur.
☒ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A possède un état puits

☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ f A accepte le langage universel. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.

☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ f A est complet.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ Un mot peut être vide.

☒ Un mot est une application. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☒ Un mot est une fonction. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être infini.

☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

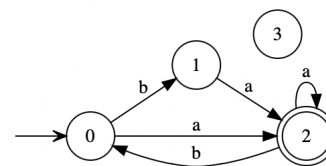
Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☒ Celui de la Figure 2-iii.

☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

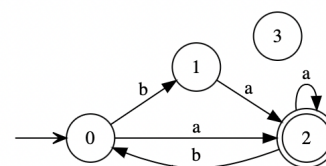
Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.

☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b			e				i	j	k

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a		c		e			h	i	j

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a								i	j	k		m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a u n'est pas accepté par A .
- ☒ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ g A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☒ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot est une application.
☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Un mot peut être vide.
☐ e Un mot peut être infini. ☒ Un mot est une fonction.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

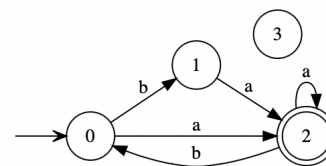
- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

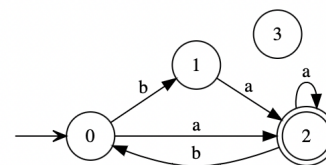


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e			h		j	k

Question 4 :

		c	d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

				e		g	h	i				m	n

Question 7 :

a			d		f		h	i	j

Question 8 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une application.
 ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ A est complet.
 ☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
 ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état accessible.
 ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non accessible.
 ☐ A a au moins un état co-accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

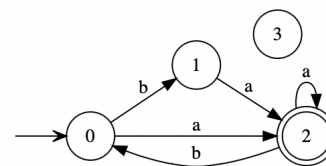
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

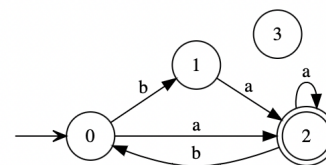


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

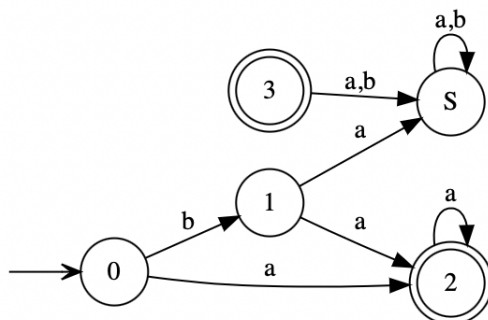
- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



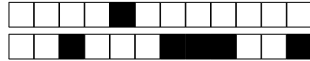
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :      f  h  j k  m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 : a b c d 

Question 5 :  b c    h i j k

Question 6 :  b  d e

Question 7 :  b c  e f g h i

Question 8 :   c  e  g h i j

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A .
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A accepte le langage universel.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

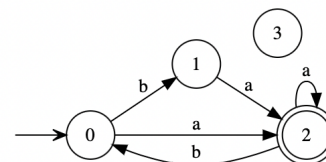
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



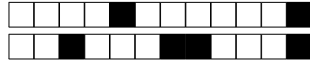
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d  f  h i j

Question 3 :   c d e

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :  b   e f   i j k

Question 7 :  b c d e f  h i

Question 8 :   c   g  i   l m n

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	
☐ c	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ d	Un mot peut être infini.
☐ e	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐	Un mot peut être vide.
☐	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐	Un mot est une fonction.	☐	Un mot est une application.
☐	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	A est complet.	☐ c	Les états de A sont tous accessibles.
☐ d	Les états de A sont tous co-accessibles.	☐ e	u est accepté par A .		
☐ f	A a des états accepteurs.				
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ b	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐	P est forcément déterministe.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état non co-accessible.	☐	A a au moins un état accessible.
☐	u n'est pas accepté par A .		
☐	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ e	A a au moins un état non accessible.	☐ f	A a au moins un état co-accessible.

- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a A possède un état puits ☐b Tous les états de A sont accepteurs.
☐c A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐c Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐f Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

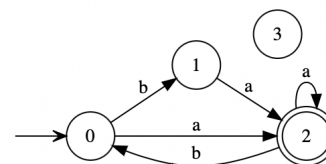
- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-ii. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
☐b Celui de la Figure 2-iv. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-i. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.

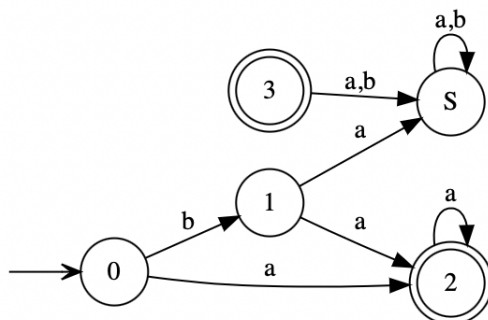


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii.
☐ b	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



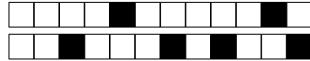
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d	e								m	n

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a				e	f	g			j	k

Question 6 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 7 :

		c		e	f		h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☒ A n'est pas complet. ☒ A a au moins un état accessible.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

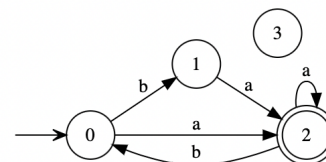
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



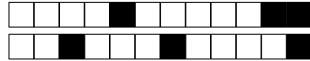
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b				f		h	i	j

Question 3 :

	b	c			f			j			m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b		d				h	i	j	k

Question 8 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ e A possède un état puits ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☒ Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

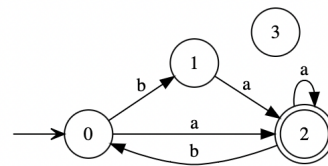
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

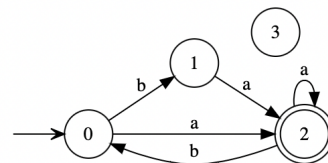


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

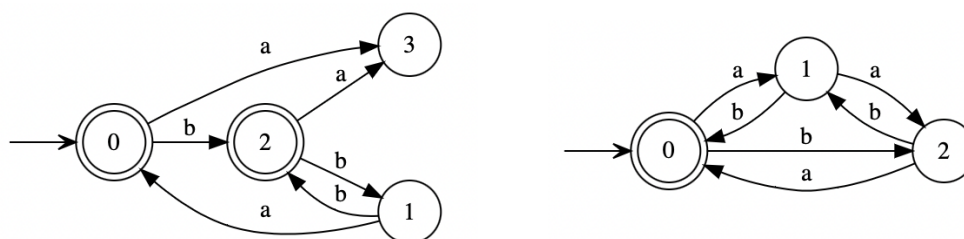
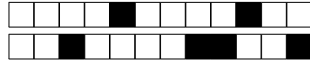


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   f g   k  m n

Question 3 :   c d e  h  j k

Question 4 :  b  d e

Question 5 :  b c  e f g h i

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a  c d   h i j

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
- ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

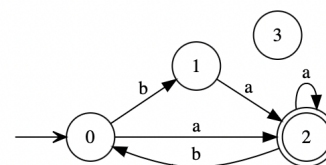
- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

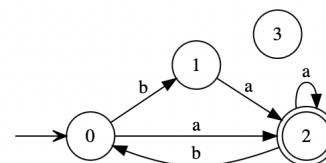


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



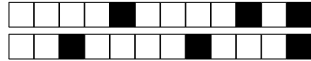
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e f g   j k

Question 3 : a   d e

Question 4 : a  c  e   h i j

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b  d e f  h i

Question 8 :    d     i j k  m n

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

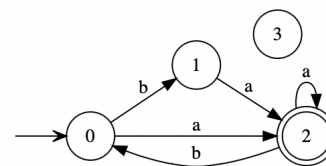
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

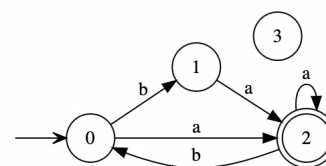


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



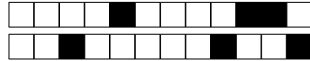
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b	c	d	e				i	j

Question 4 :

	b		d			g		i	j	k

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a		c					h	i				m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot est une application.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état accessible.

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ A a au moins un état non accessible.

☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ A a au moins un état co-accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

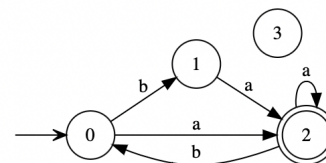
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



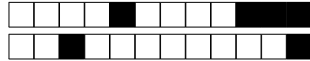
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 :  ☐ b ☐ c      ☐ j ☐ k  ☐ m ☐ n

Question 4 :  ☐ b  ☐ d ☐ e  ☐ g  ☐ i ☐ j

Question 5 :    ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g   ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f  ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a  ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☒ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ d Un mot est une application.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ f Un mot peut être vide.
☒ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot peut être infini. ☒ j Un mot est une fonction.
☒ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A possède un état puits ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

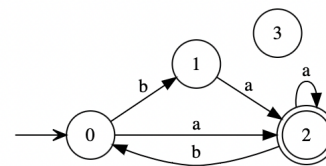
- ☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

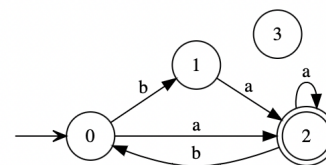


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Celui de la Figure 3-ii-.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



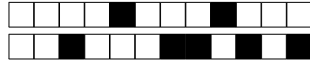
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a				e				i			l	m	n

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 6 :

			d		f	g	h	i	j

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

		c	d				h	i	j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a u n'est pas accepté par A .
- ☒ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☒ d A n'est pas complet.
- ☒ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☒ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

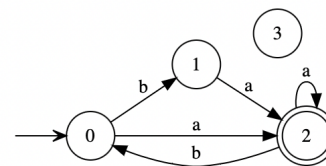
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

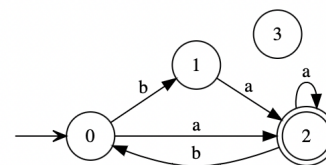


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



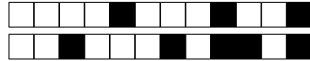
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

		c			f	g	h		j	k

Question 5 :

	b	c	d		f			i	j

Question 6 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 7 :

a							h		j		l	m	n

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Un mot est une fonction.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

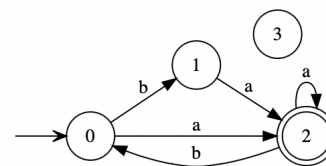
- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Tous les automates.

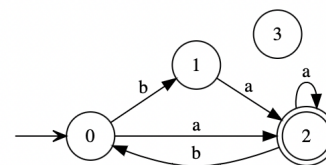


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Celui de la Figure 3-iii-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



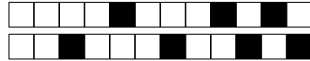
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 4 :

	b	c		e		g			j	k

Question 5 :

		c		e	f				j			m	n

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

a	b				f	g		i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ A possède un état puits
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

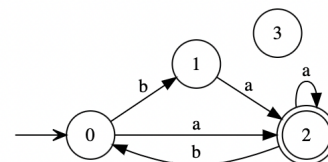
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



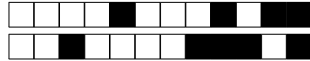
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e   h  j k

Question 3 : a b   e f g h i

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b  d  f   i    m n

Question 6 :  b   e  g h i j

Question 7 :   c d e

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

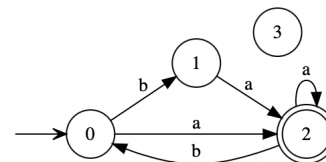
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



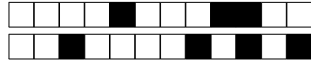
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c		e		g		i	j	k

Question 6 :

	b	c		e			h	i	j

Question 7 :

	b				f			i		k		m	n

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

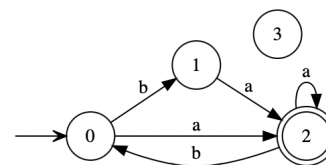
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



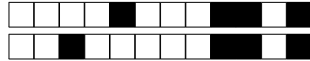
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 3 :

	b	c	d					i	j	k

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

						g		i	j	k		m	n

Question 6 :

a			d	e	f			i	j

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits ☐ A accepte le langage universel.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état non co-accessible.

- Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
 ■ u n'est pas accepté par A .

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
 ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
 ■ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

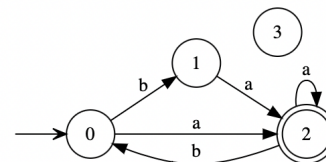
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



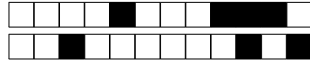
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f  h     m n

Question 3 :    d e  g h i j

Question 4 : a b  d e f  h i

Question 5 : a b c    g   j k

Question 6 : a b c d 

Question 7 :  b  d e

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ b A n'est pas complet.
- ☒ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☒ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☒ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☒ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f A possède un état puits
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

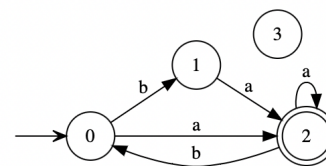
- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

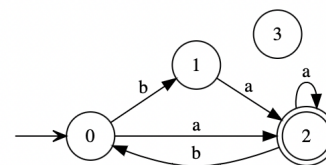


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ c Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



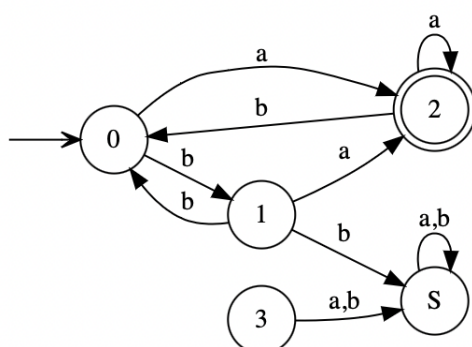
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

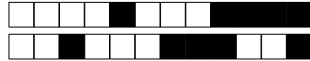


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

			d	e	f		h		j	k

Question 4 :

	b		d	e		g		i	j

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 7 :

a				e	f				j			m	n

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐	Un mot est une fonction.	☐	Un mot est une application.
☐	Un mot peut être vide.	☐	Un mot peut être infini.
☐	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐	A possède un état puits	☐	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐	A accepte le langage universel.	☐	$ \delta = Q \times \Sigma $.
☐	Tous les états de A sont accepteurs.	☐	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.
☐	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐	Les états de A sont tous co-accessibles.	☐	A est complet.	☐	u est accepté par A .
☐	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐	Les états de A sont tous accessibles.	☐	A a des états accepteurs.
☐	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☒ A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ A n'est pas complet. ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☒ u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

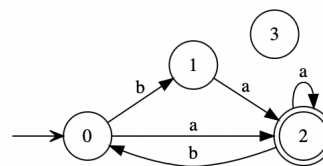
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

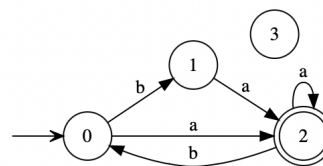


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

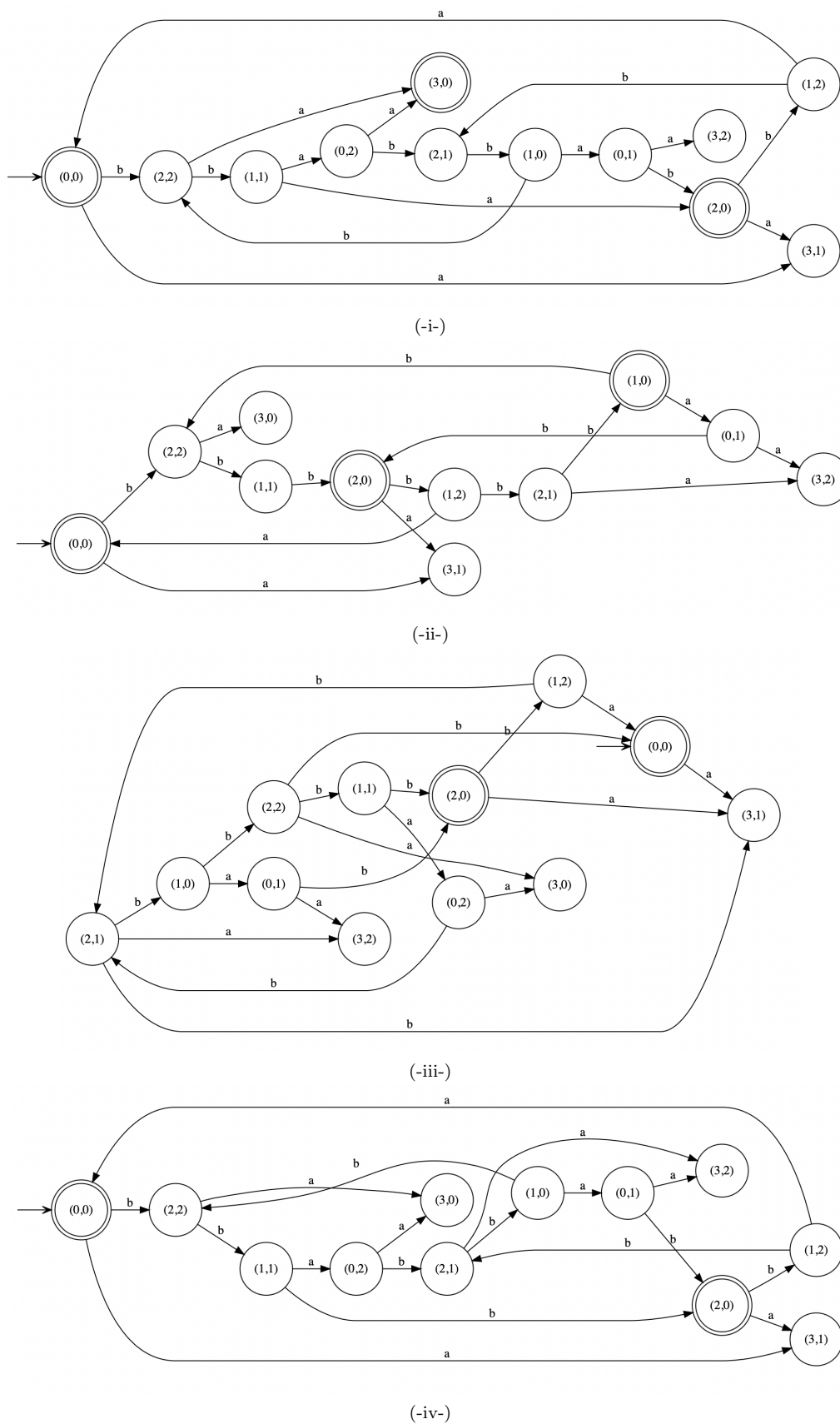
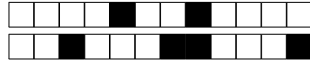


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d e    i j   m n

Question 3 : a b c  e f  h i

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b c d 

Question 6 : a   d e

Question 7 :  b  d   g  i j k

Question 8 : a b c  e    i j

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une application.	☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction.	☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ j Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état co-accessible. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

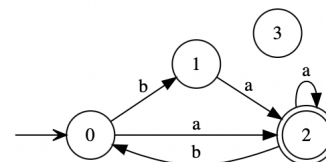
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



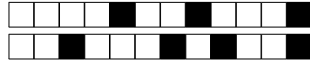
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f    j   m n

Question 3 :  b  d e

Question 4 :  b c   f   i j k

Question 5 :  b c d e f  h i

Question 6 : a b   e f   i j

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

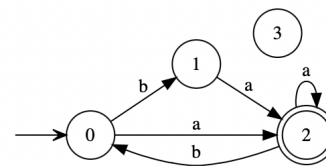
- ☒ A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état non accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ A a au moins un état accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

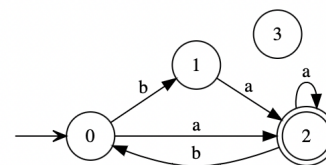


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

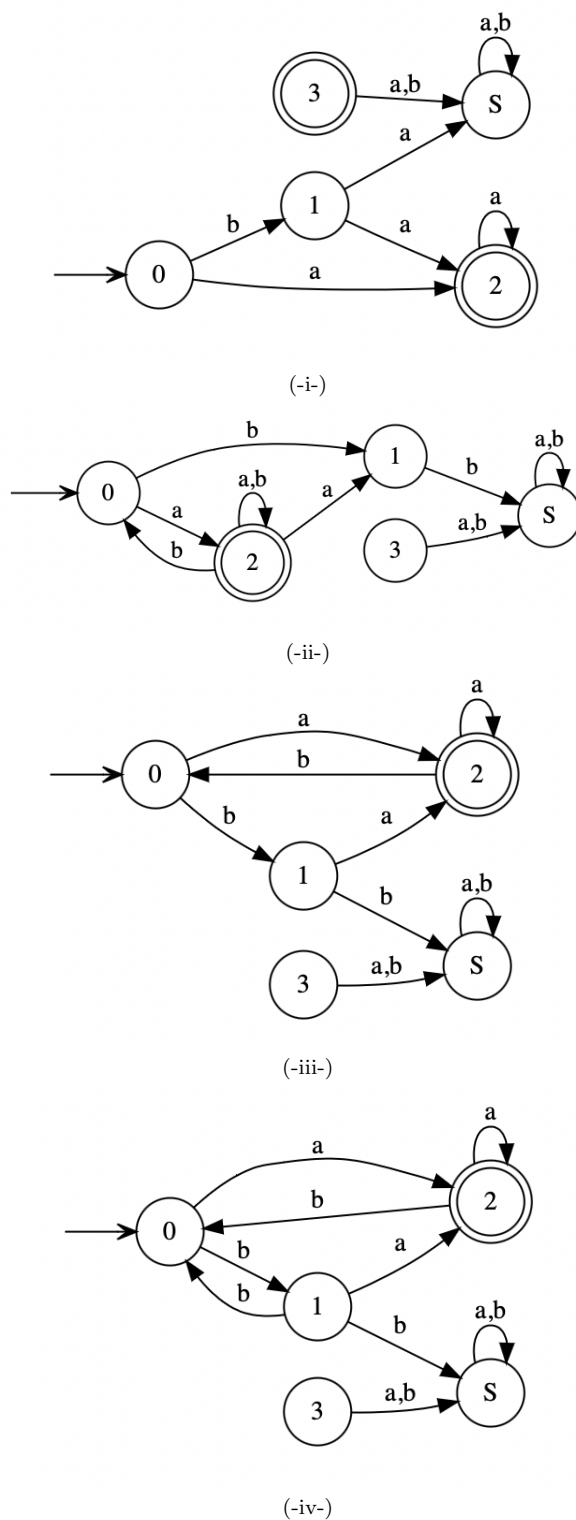


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



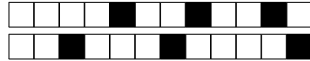
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e  g h i j

Question 3 :  b  d e

Question 4 : a b c d 

Question 5 :    d e    i   l m n

Question 6 : a b  d e f  h i

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b c  e   h  j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ b A est complet.
 ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ d u est accepté par A .
 ☐ e A a des états accepteurs.
 ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
 ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
 ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
 ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
 ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
 ☐ b Σ est fermé par suffixe.
 ☒ c Σ^* est fermé par préfixe.
 ☒ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
 ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☒ f Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ g Σ est fermé par facteur.
 ☒ h Σ^* est fermé par suffixe.
 ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
 ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ b A a au moins un état non accessible.
 ☐ c A a au moins un état co-accessible.
 ☒ d A a au moins un état accessible.
 ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
 ☒ f A n'est pas complet.
 ☒ g u n'est pas accepté par A .
 ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
 ☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
 ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
 ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel. ☐ A possède un état puits
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

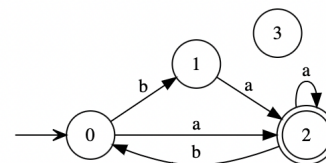
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-i.
☐ Celui de la Figure 2-ii. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Tous les automates.

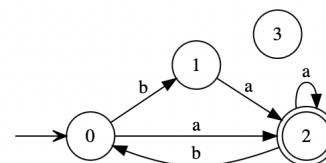


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i. ☐ Celui de la Figure 3-iv.
☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-i-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



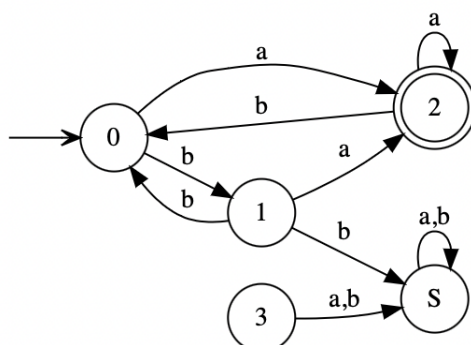
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

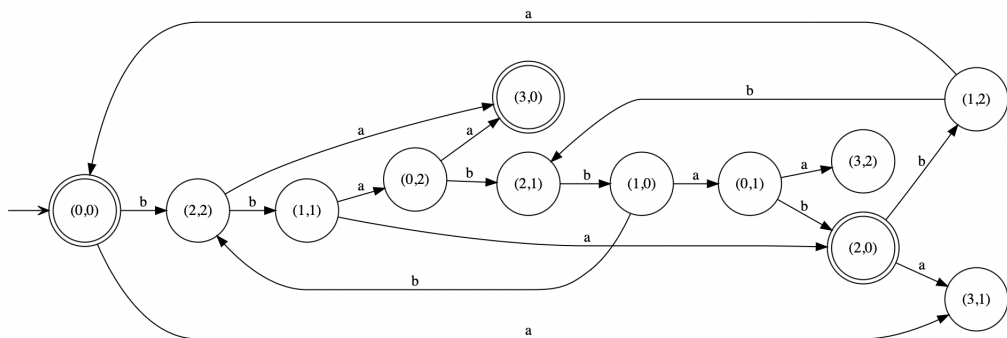
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



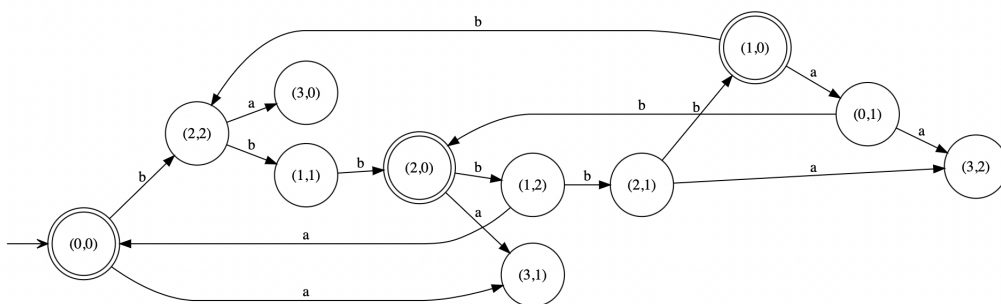
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



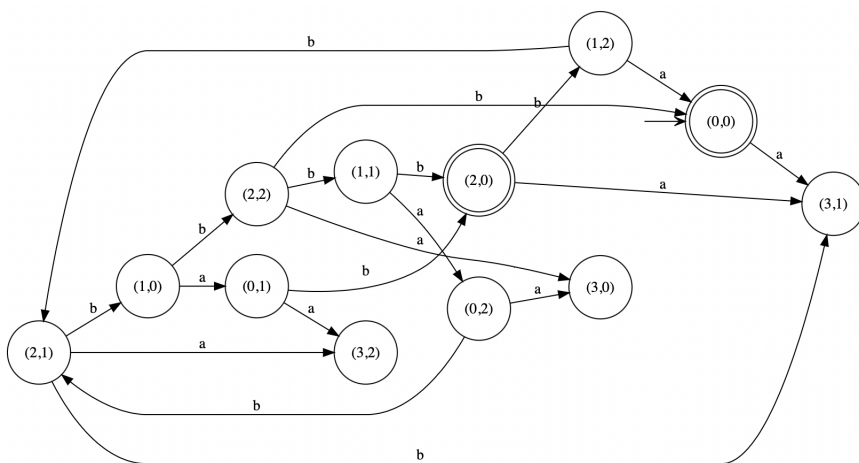
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



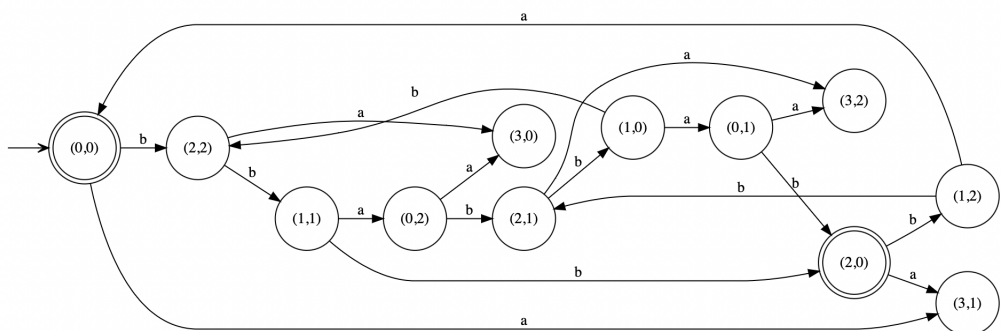
(-i-)



(-ii-)

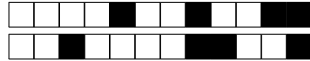


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b			e		g		i	j

Question 5 :

	b	c		e			h		j	k

Question 6 :

	b	c						i		k		m	n

Question 7 :

		c	d	e	f	g	h	i

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d A possède un état puits
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

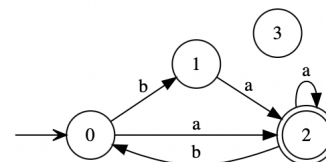
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

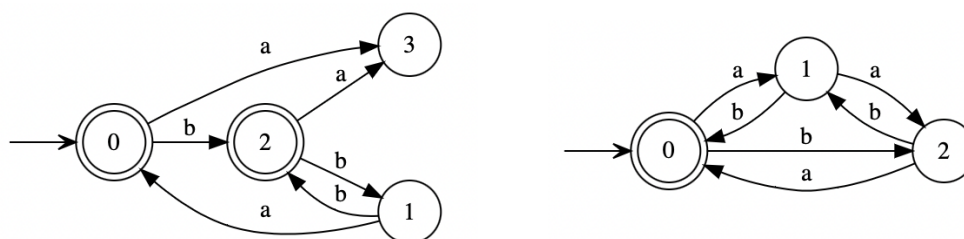
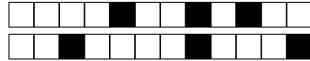


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ f ☐ h ☐ ☐ k ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ ☐ ☐ g ☐ ☐ ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐

Question 9 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☒ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☒ e Σ^* est fermé par suffixe. ☒ f Σ^* est fermé par facteur.
☒ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☒ c A n'est pas complet. ☒ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☒ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☒ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

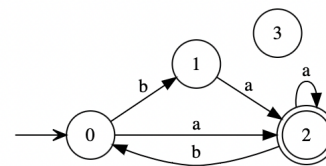
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

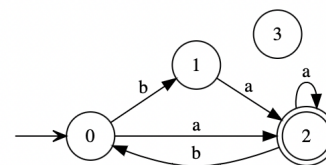


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



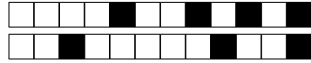
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

a		c	d				h	i	j

Question 5 :

a	b					g		i	j	k

Question 6 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 7 :

	b			e				i	j			m	n

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état non co-accessible. ☐ c A a au moins un état non accessible.
☒ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☒ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☒ g A a au moins un état accessible. ☒ h u n'est pas accepté par A .

- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

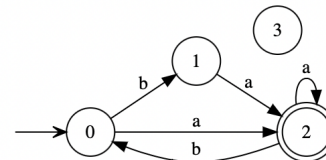
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii- ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



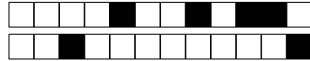
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

	b	c		e				i	j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 7 :

					f	g		i			l	m	n

Question 8 :

	b	c		e	f			i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

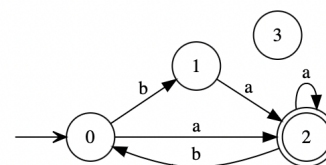
- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits.
- ☒ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

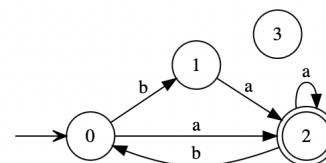


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☒ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



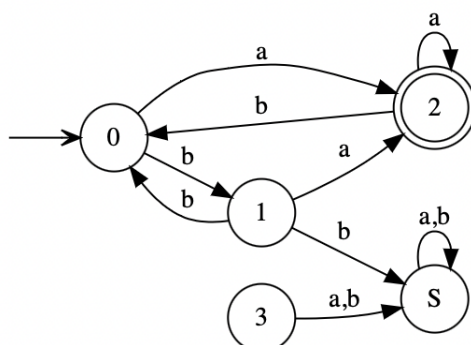
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

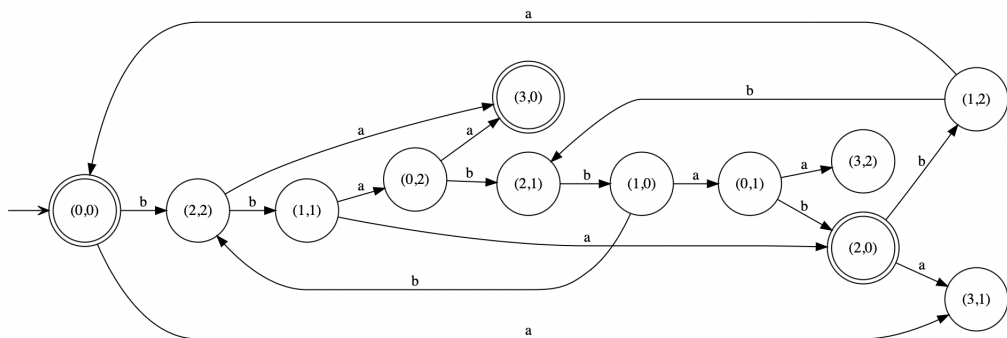
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



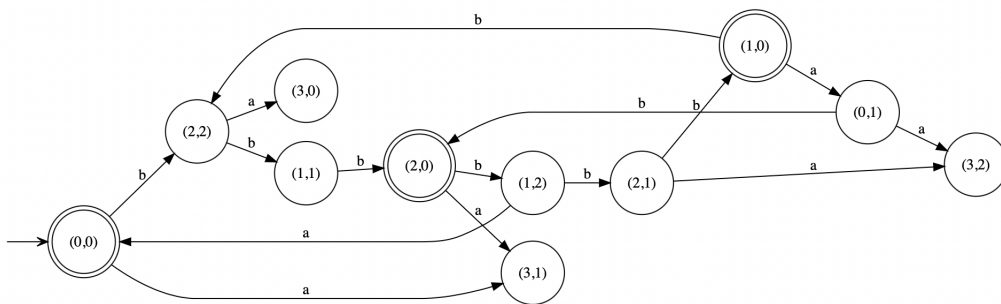
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



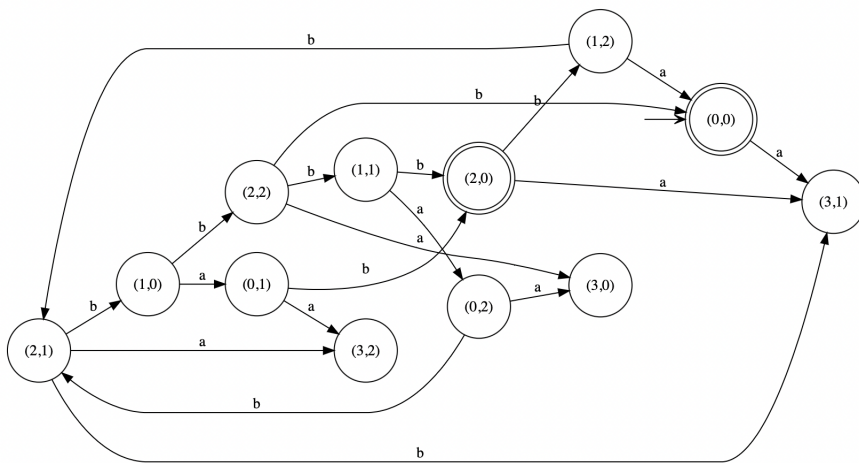
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

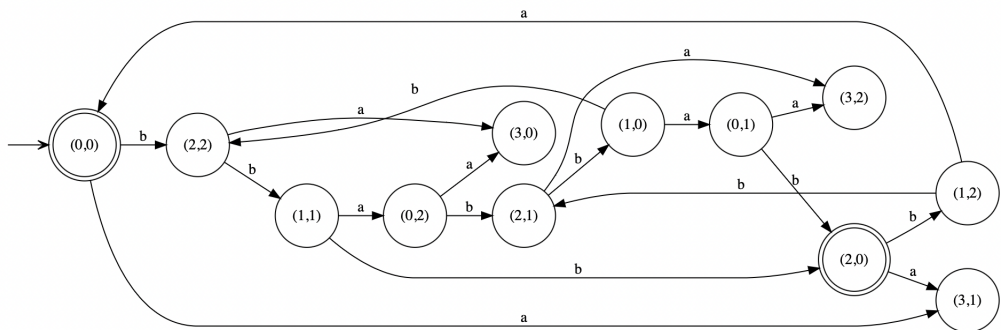
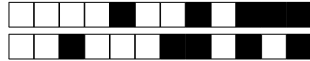
 $(-iv-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d    h i j

Question 3 : a     f   i j   m n

Question 4 : a  c   f  h  j k

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a   d e

Question 8 :  b  d e f g h i

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible.

☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ A a des états accepteurs. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

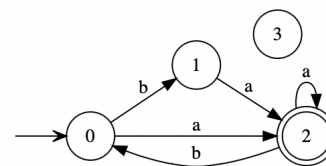
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot peut être infini.
☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☒ Un mot est une application. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

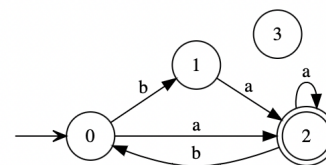


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



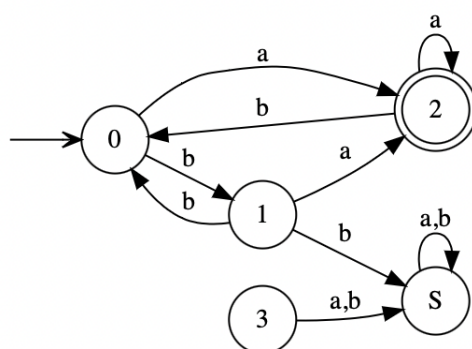
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



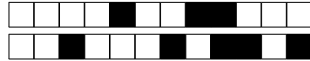
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a  c  e    i j k

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :  b  d e f g h i

Question 7 : a  c   g h i j

Question 8 :  b   f  h   k  m n

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ ☐ a Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

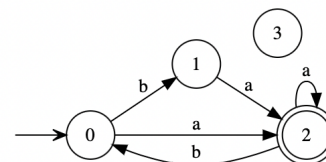
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



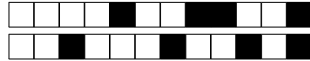
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a		c	d		f			i	j

Question 6 :

a				e					j		l	m	n

Question 7 :

a		c		e				i	j	k

Question 8 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ g Un mot est une fonction.
- ☒ h Un mot est une application.
- ☒ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini.
- ☒ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ u n'est pas accepté par A . ☒ A a au moins un état accessible.
☒ A n'est pas complet. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

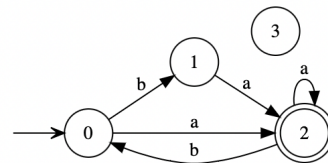
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

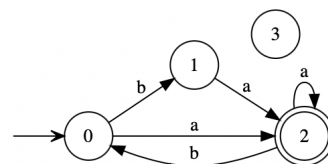


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



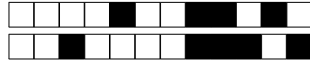
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b			e					k		m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

			d	e		g		i	j	k

Question 8 :

	b		d		f		h	i	j

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☒ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☒ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
☒ e A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être vide.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

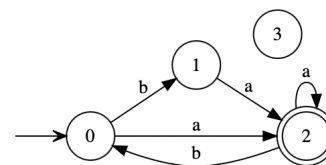
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

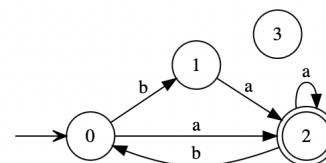


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



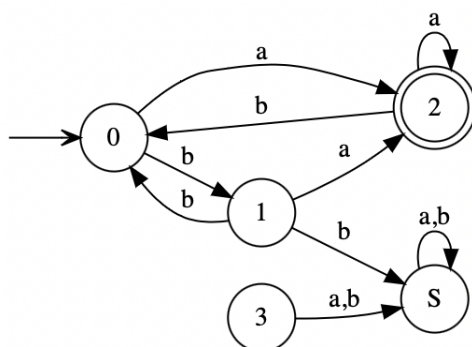
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

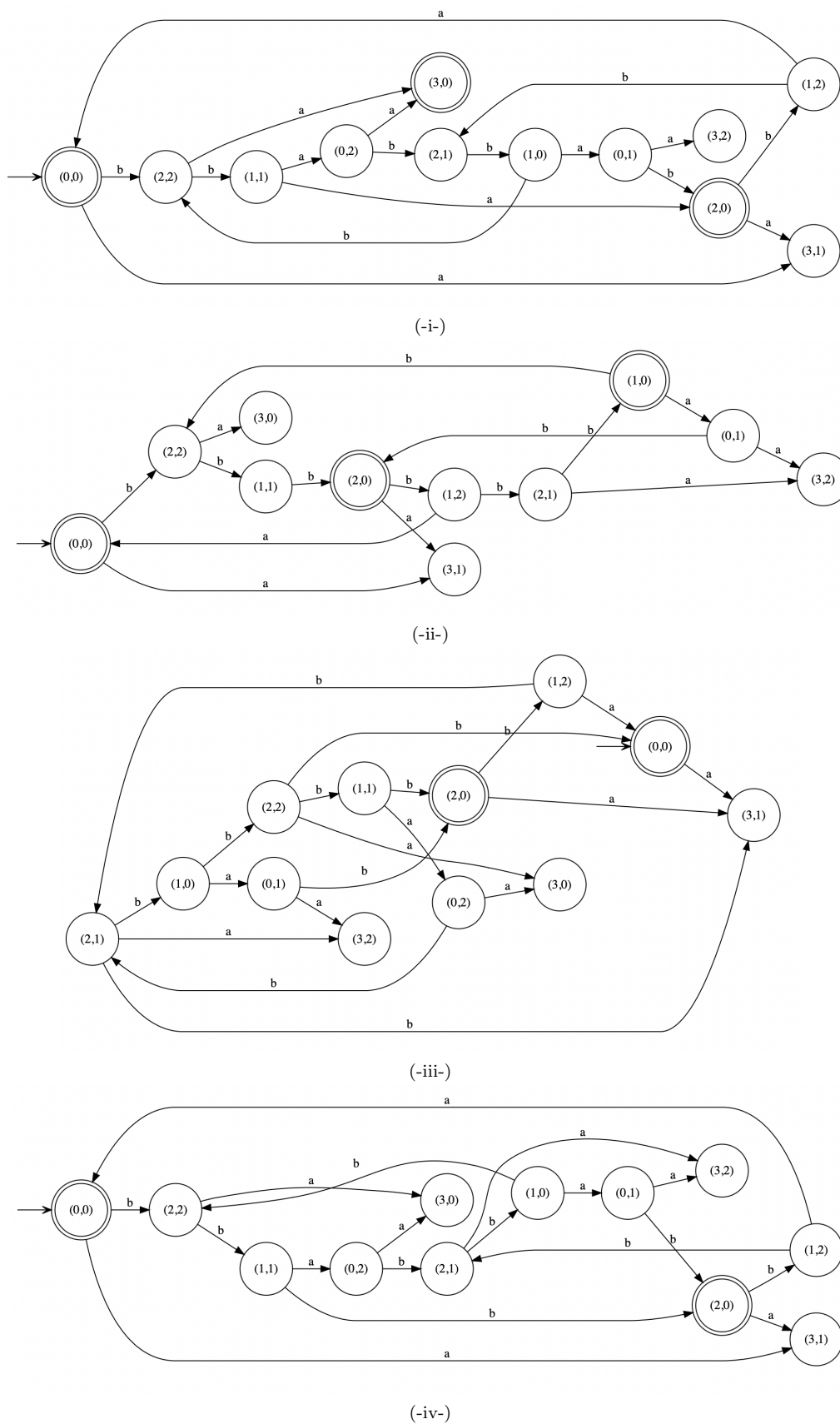
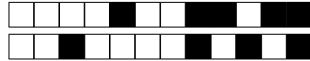


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 5 :

	b		d		f			i	j	k

Question 6 :

a						g	h				l	m	n

Question 7 :

	b			e		g	h	i	j

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f A possède un état puits
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☒ A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☒ A n'est pas complet.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ u n'est pas accepté par A .
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

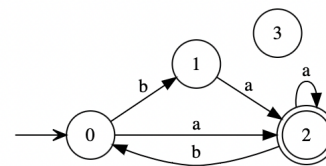
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

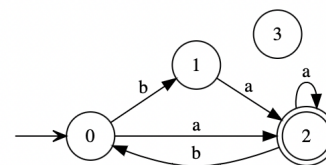


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.

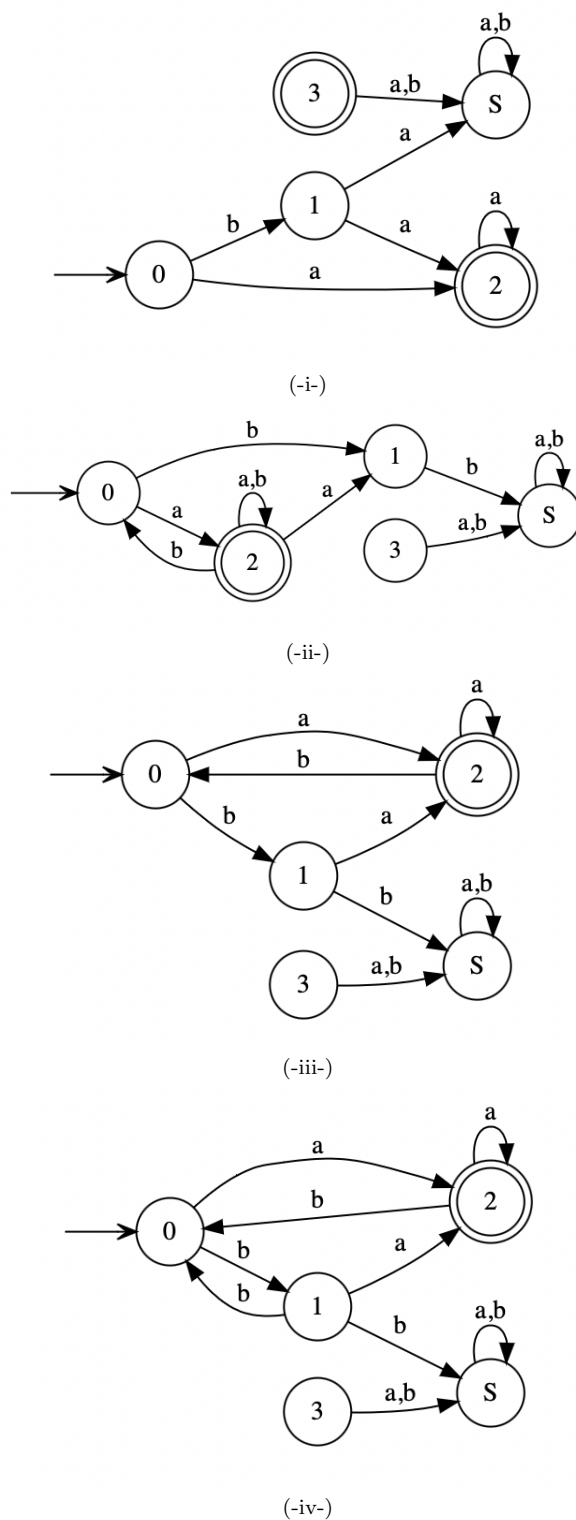


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



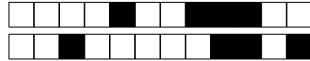
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 3 :

			d		f	g	h	i	j

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a				e	f						l	m	n

Question 6 :

a		c		e	f				j	k

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ A est complet.
 ☐ Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ u est accepté par A .
- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

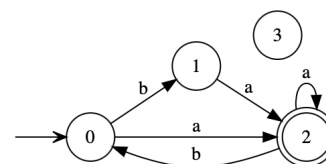
- ☐ A accepte le langage universel.
 ☐ A possède un état puits
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i-.
 ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

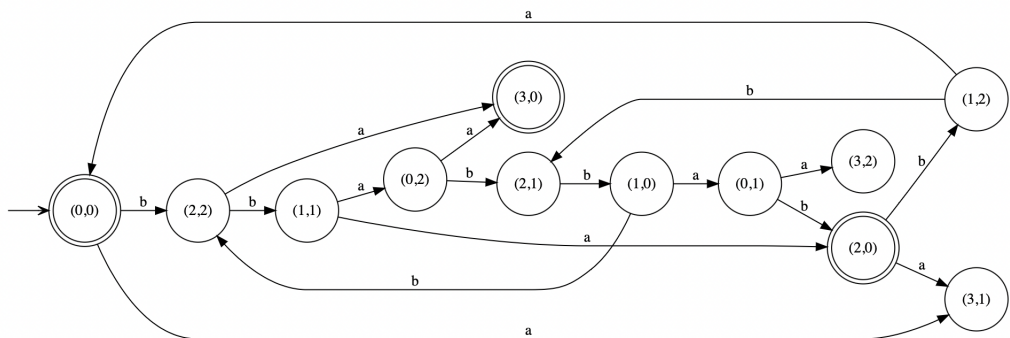
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



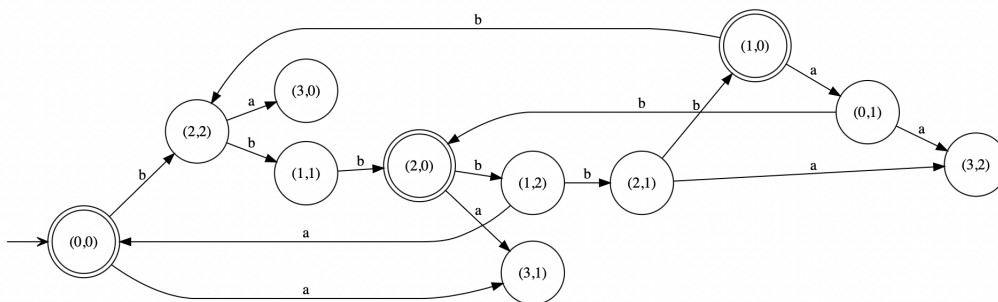
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



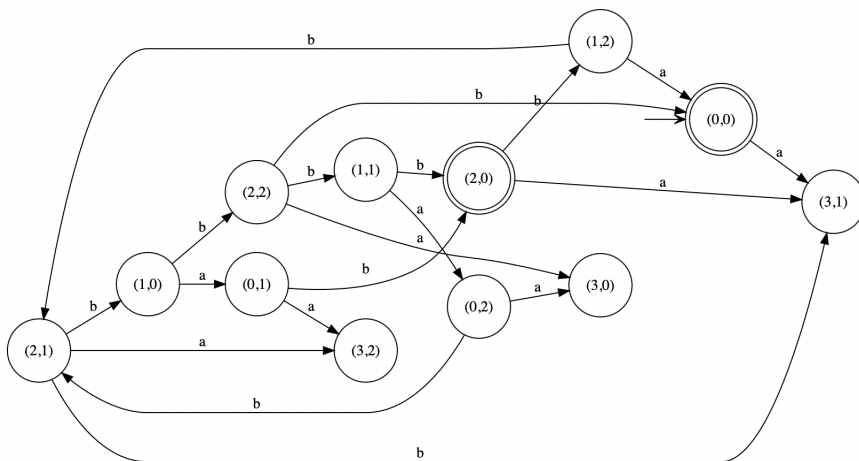
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

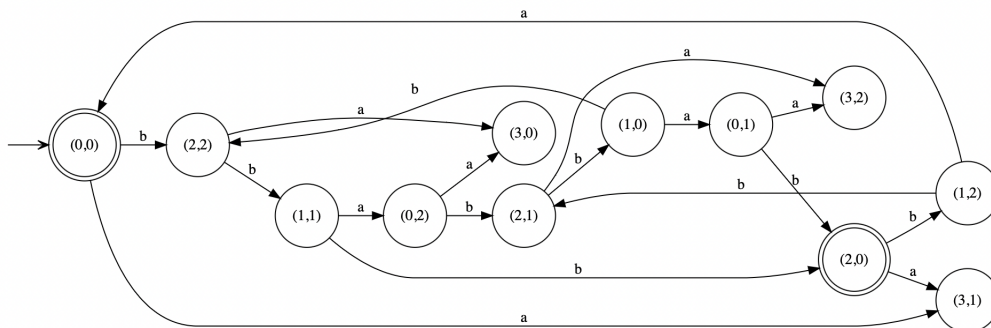
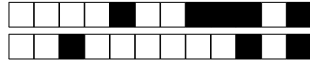
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c   f g  i j

Question 3 :   c d e

Question 4 :   c d e    i j k

Question 5 :   c  e  g     l m n

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a b  d e  g h i

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☒ A a au moins un état accessible.
☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☒ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

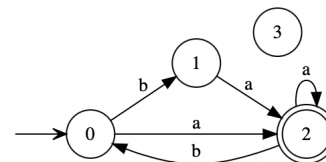
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☒ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

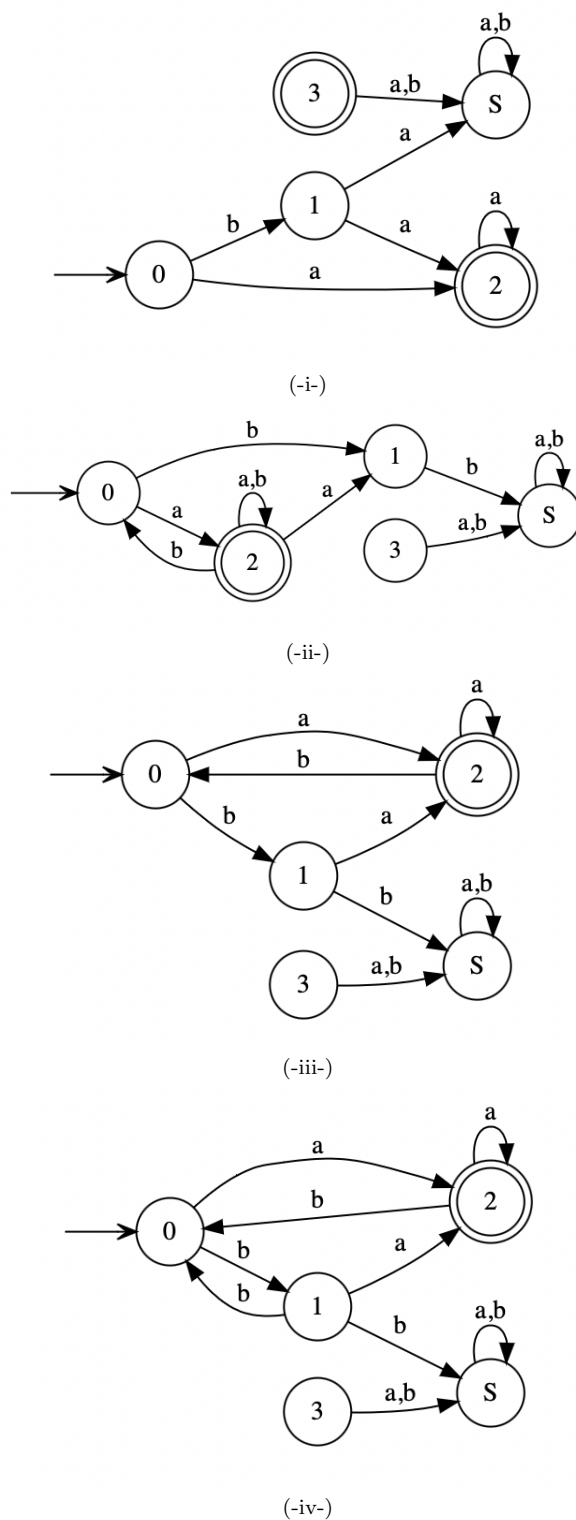


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.

Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

[illegible]

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :
.....
.....

Question 1 :

■ Réserve enseignant

Question 2 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ i ☐ j

Question 4 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

Question 7 :

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f

Question 11 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A possède un état puits
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

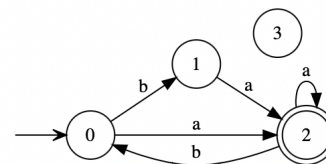
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



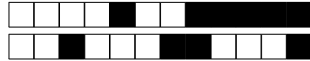
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

			d	e	f	g			j	k

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

		c			f	g		i				m	n

Question 8 :

a	b	c				g		i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☒ c A n'est pas complet.
☒ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ e A a au moins un état accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☒ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☒ j Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

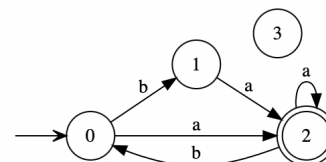
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a	b				f	g			j	k

Question 5 :

	b	c					h	i				m	n

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 8 :

a			d		f		h	i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☒ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☒ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☒ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

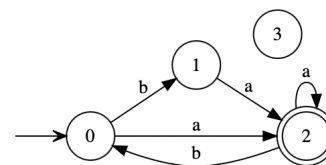
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.
☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

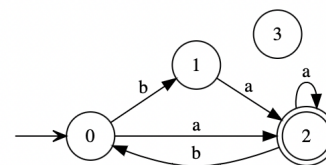


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Celui de la Figure 3-ii-.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-ii-.

☒ b Celui de la Figure 5-iv-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 5 :

a			d		f	g		i	j

Question 6 :

					f	g	h	i	j	k

Question 7 :

		c					h	i	j			m	n

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ A accepte le langage universel.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

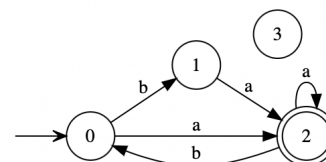
☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

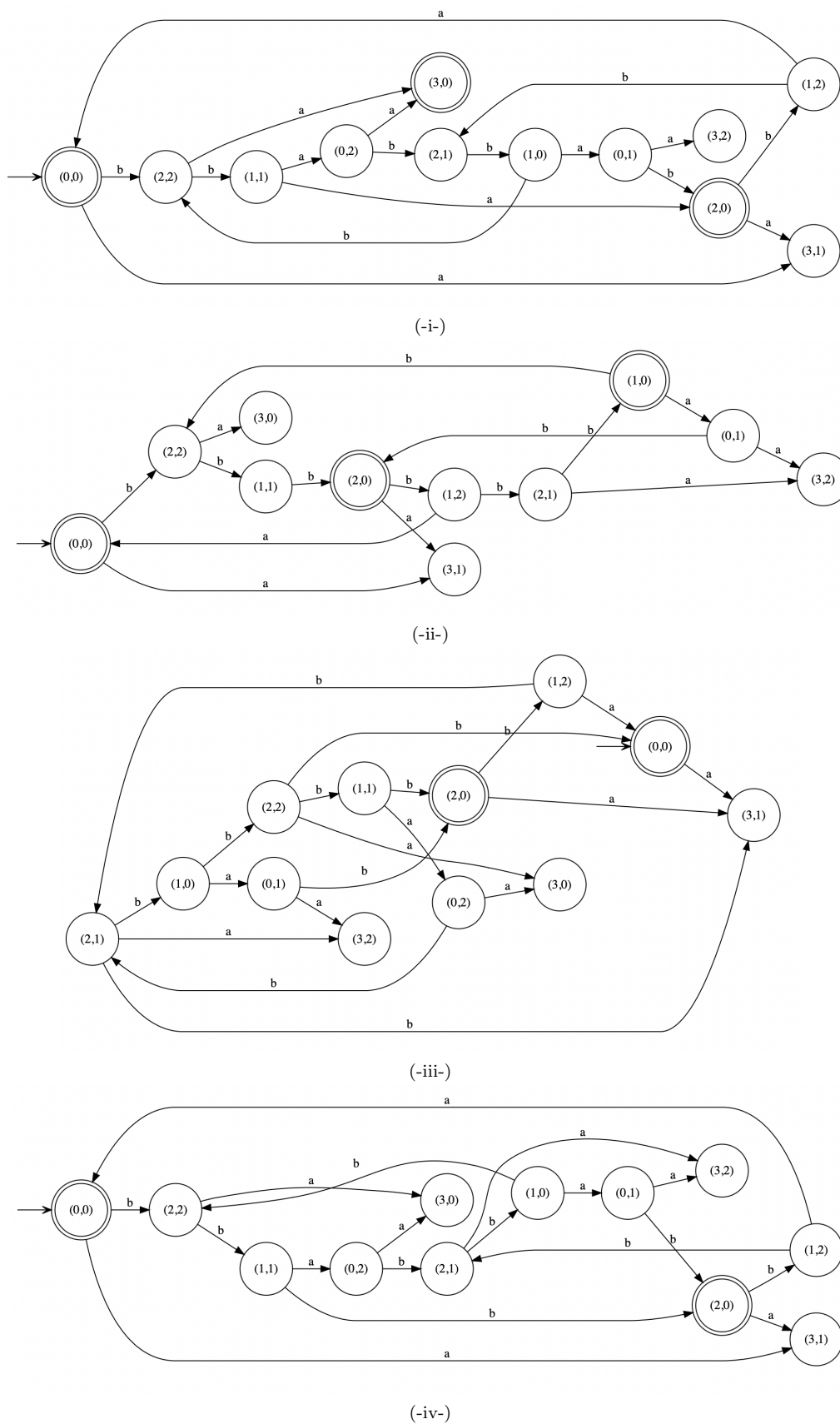
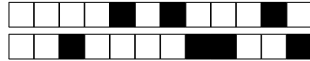


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b			e	f				j	k

Question 3 :

					f			i	j	k		m	n

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b		d	e	f			i	j

Question 8 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot est une application. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

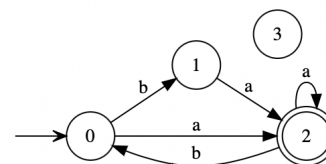
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



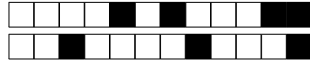
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e			h	i	j

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

a	b			e		g			j	k

Question 7 :

a	b		d						j			m	n

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A . ☐ A a des états accepteurs.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
 ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
 ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
 ☐ Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

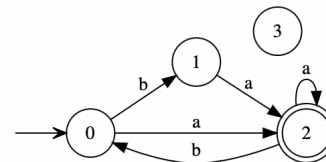
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
 ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-i.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



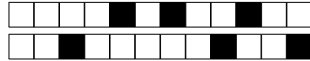
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e    i j k

Question 3 :   c d e

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a    f  h  j   m n

Question 6 : a  c d e f  h i

Question 7 : a  c   g h i j

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

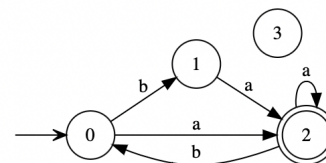
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ A accepte le langage universel. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



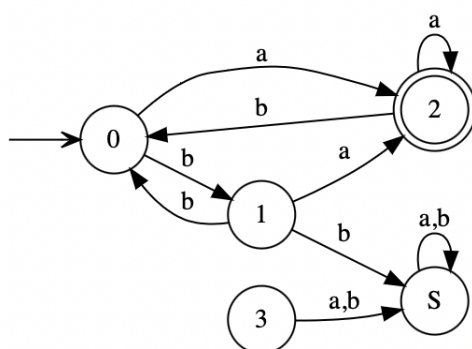
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



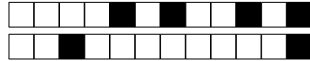
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complémentation sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d     j  l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :   c d e  g   j k

Question 6 :  b  d e

Question 7 : a b   e f   i j

Question 8 :  b c  e f g h i

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☒ P est forcément déterministe.

☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .

☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ e A est complet. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.

☐ c A a au moins un état co-accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.

☒ A a au moins un état accessible. ☒ A n'est pas complet.

☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☒ u n'est pas accepté par A .

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☒ Celui de la Figure 2-iii.

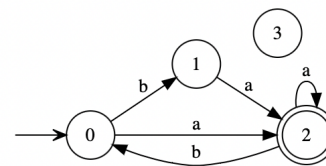
☐ d Celui de la Figure 2-iv.

☐ b Celui de la Figure 2-i.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-ii.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-iii.

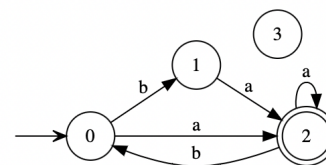
☐ d Celui de la Figure 3-i.

☐ b Celui de la Figure 3-iv.

☒ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-ii.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

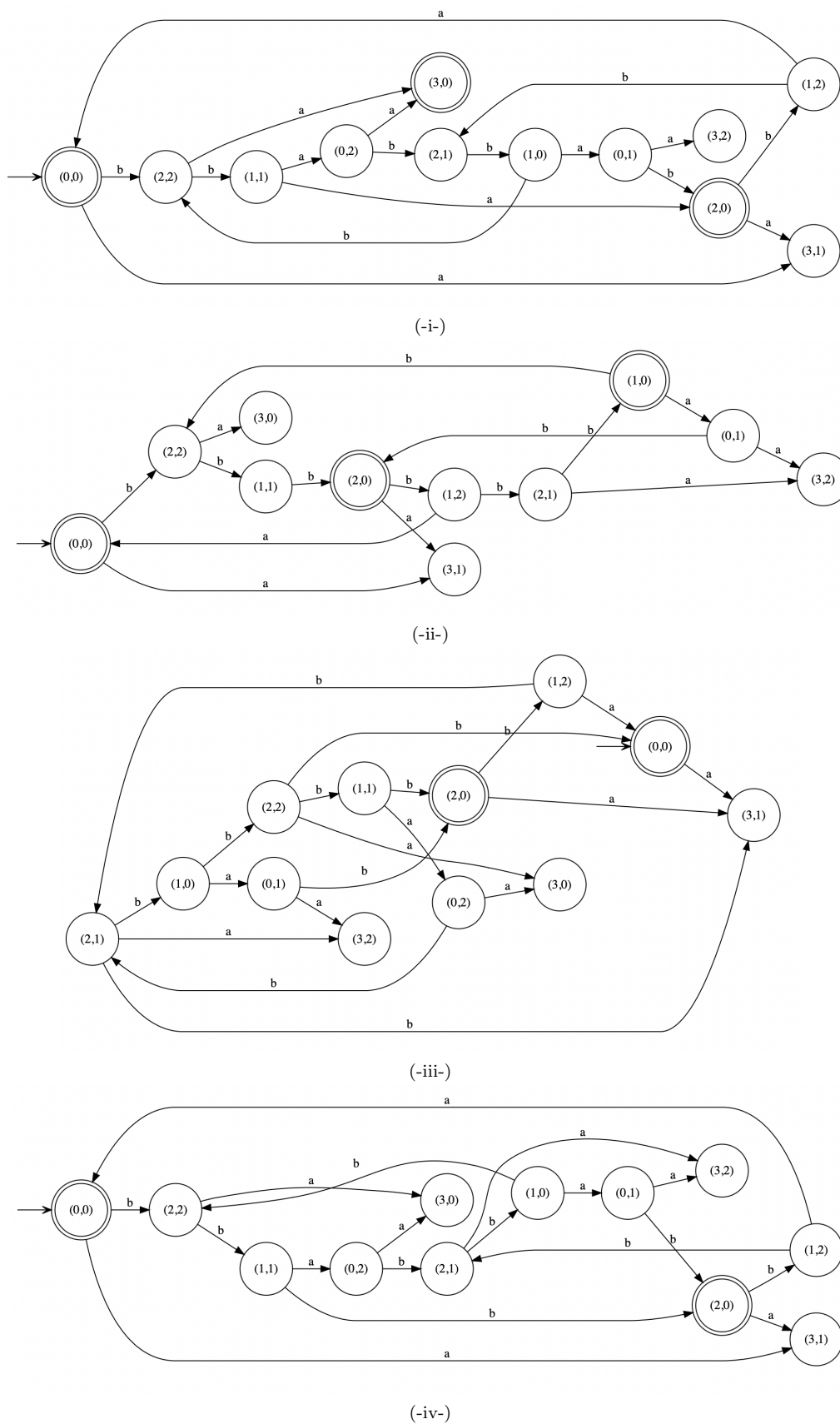


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e	f			i	j

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

		c	d	e	f	g	h	i

Question 5 :

a	b				f			i				m	n

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c		e					j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet.
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

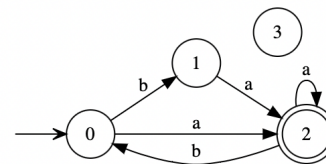
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Tous les automates.

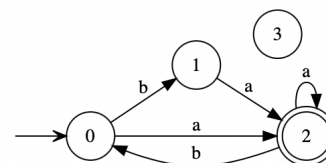


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Celui de la Figure 3-i-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c				g	h	i	j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

				e		g			j	k		m	n

Question 8 :

a		c		e	f			i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

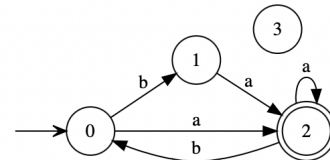
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

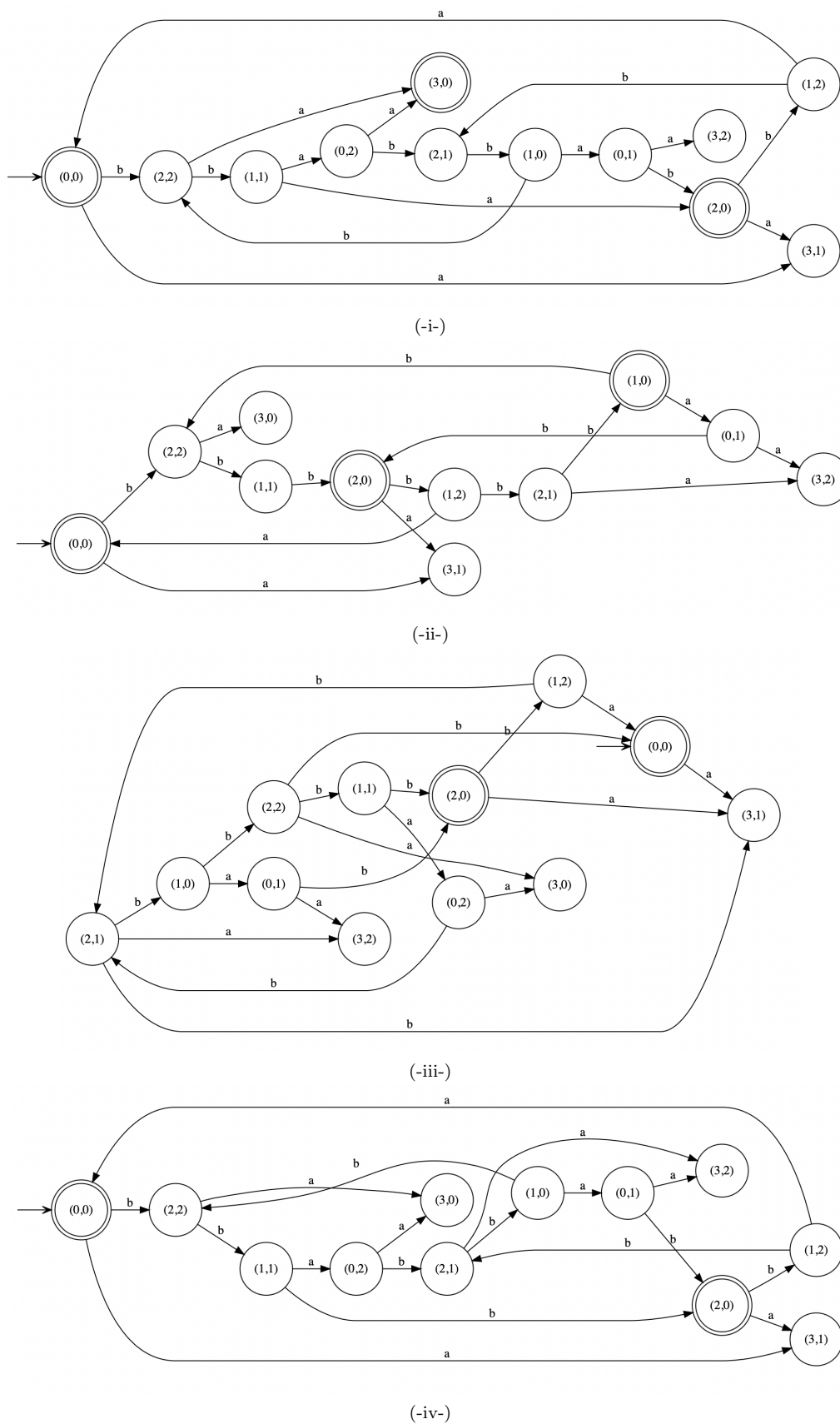


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c				g		i	j

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a			d						j		l	m	n

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

a		c	d	e		g	h	i

Question 7 :

		c	d		f		h		j	k

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

$$\blacksquare \quad |\delta| = |Q| \times |\Sigma|.$$

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

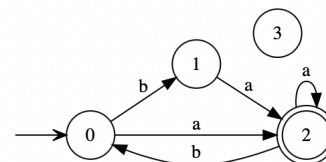
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ e Aucun des automates.
☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



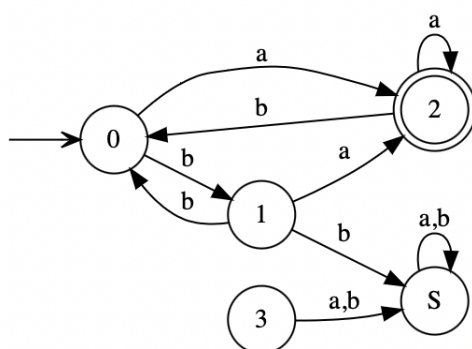
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



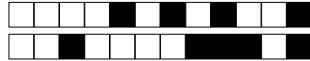
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b						h		j			m	n

Question 3 :

a		c			f	g		i	j

Question 4 :

a	b						h	i	j	k

Question 5 :

	b	c	d	e	f		h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.

■ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.

■ A n'est pas complet. ■ u n'est pas accepté par A . ☐ e A n'a pas d'état accepteur.

■ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

■ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état co-accessible.

■ A a au moins un état accessible.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a Σ est fermé par facteur. ■ Σ^* est fermé par facteur. ■ Σ^* est fermé par préfixe.

■ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.

■ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d u est accepté par A .

☐ e A a des états accepteurs. ☐ f A est complet.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

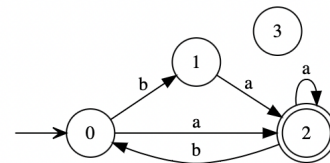
Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-ii. ■ Celui de la Figure 2-iii.

☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

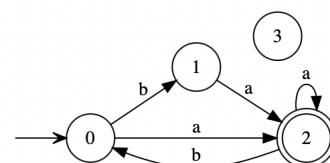
Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.

☐ b Celui de la Figure 3-i. ■ Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



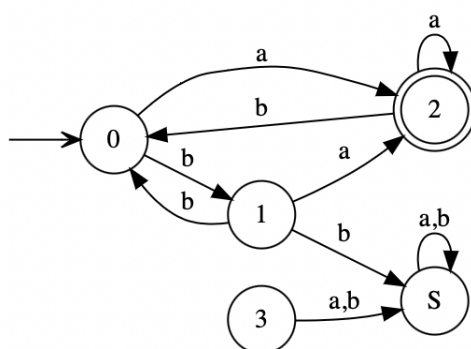
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



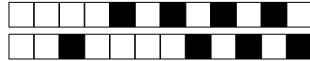
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

		c				g	h	i				m	n

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

	b	c	d	e	f		h	i

Question 6 :

a	b			e			h		j	k

Question 7 :

a				e	f	g		i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ A a des états accepteurs.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.

☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot est une application. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

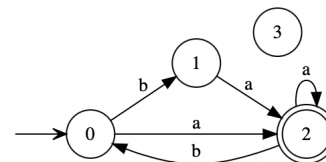
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

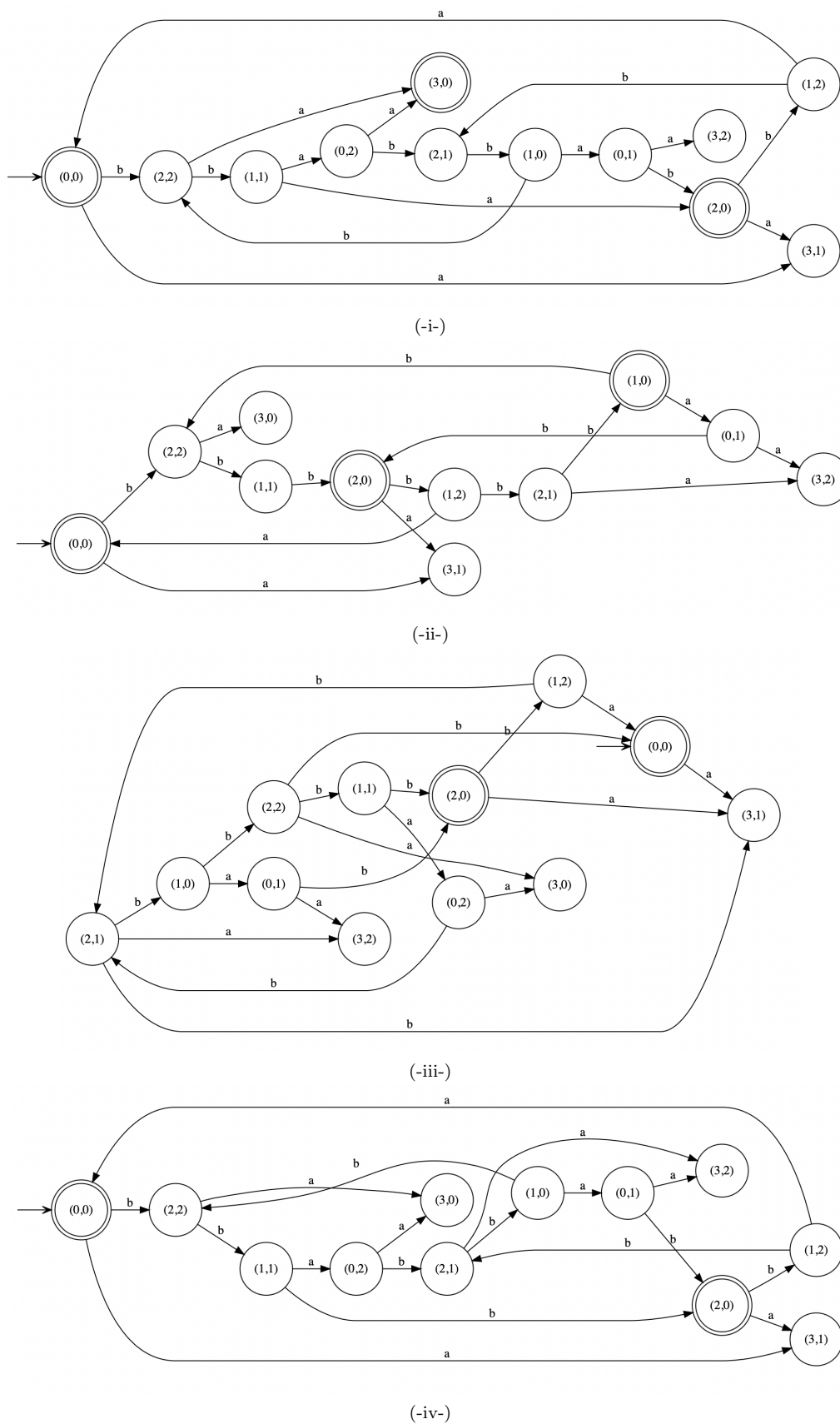
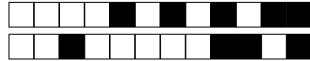


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :  b    g h i j k

Question 5 :     e f   i   l m n

Question 6 : a b c d 

Question 7 :  b  d  f g  i j

Question 8 :  b c d e f  h i

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

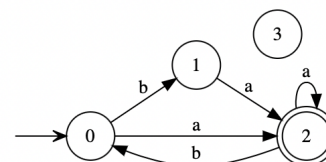
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



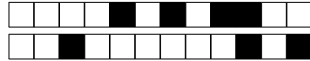
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d			g		i	j	k

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

				e	f	g	h					m	n

Question 8 :

	b			e	f	g		i	j

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état non co-accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet.
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ i Un mot est une fonction. ☒ j Un mot est une application.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ k Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

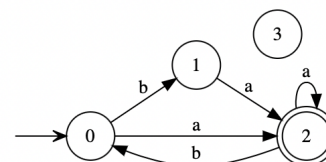
- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



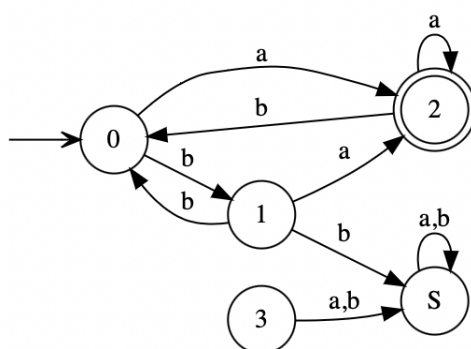
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

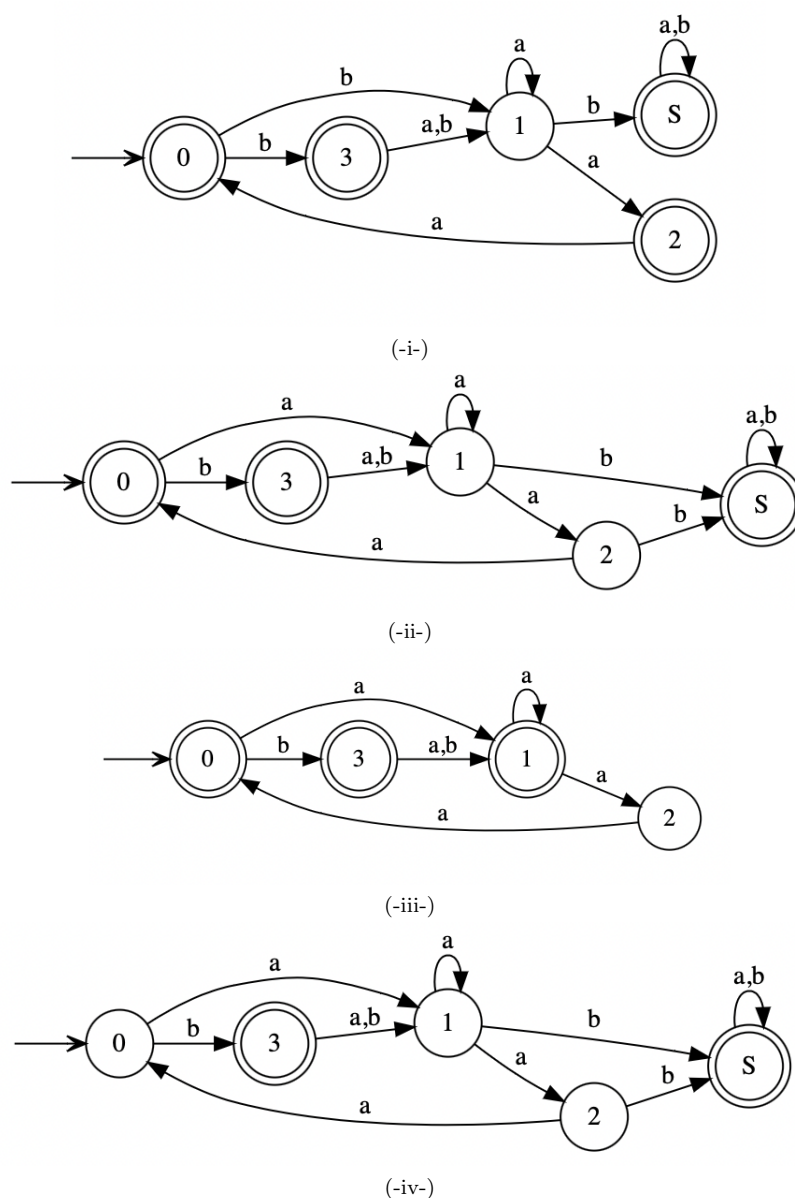


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a	b		d			g		i	j

Question 5 :

	b		d		f			i	j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

		c		e	f	g						m	n

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A .
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ b Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ e Σ est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ h Σ est fermé par suffixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ c A possède un état puits

☐ d Tous les états de A sont accepteurs.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ g A accepte le langage universel.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iv-.

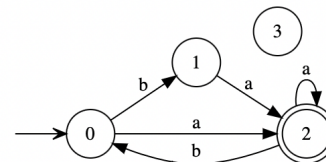
☐ d Celui de la Figure 2-i-.

☐ b Celui de la Figure 2-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-ii-.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



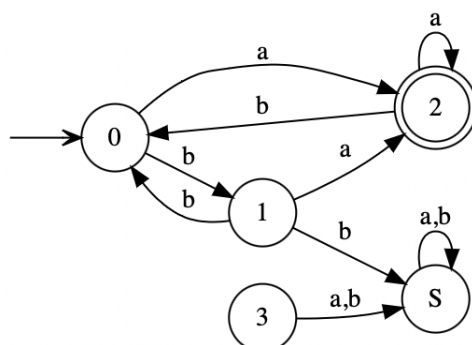
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.

Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

[illegible]

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....

.....

Question 1 :

■ Réserve enseignant

Question 2 : ☐ ☐ ☐ c ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ ☐ j ☐ k

Question 3 :

Question 4 : ☐ ☐ ☒ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐

Question 6 : ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒

Question 9 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f

Question 11 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
 ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
 ☐ d A possède un état puits
 ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
 ☐ b A a au moins un état co-accessible.
 ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a au moins un état non accessible.
 ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible.
 ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être vide.
 ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot peut être infini.
 ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
 ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe.
 ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
 ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ g Σ est fermé par préfixe.

- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

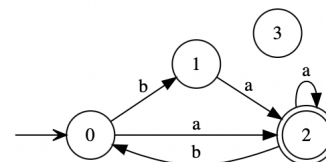
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

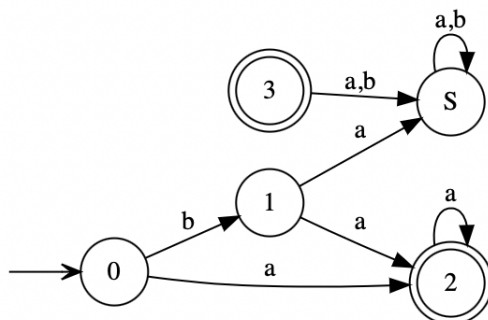


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 3 :

	b		d	e				i	j	k

Question 4 :

a						h			k	l	m	n

Question 5 :

		c			f	g	h	i	j

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ Un mot est une fonction.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut être infini.	☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut être vide.	☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ A est complet.	☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A a des états accepteurs.	☐ u est accepté par A .	
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.		
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.		
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.	☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur.	☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par suffixe.	☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.	

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- | |
|---|
| ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible. |
| ☐ P est forcément déterministe. |
| ☐ $ Q_P \leq Q_A \times Q_B $. |
| ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes. |
| ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte. |

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ A a au moins un état accessible. ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☒ A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

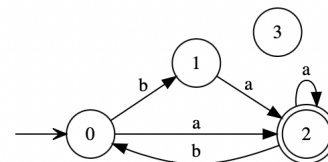
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

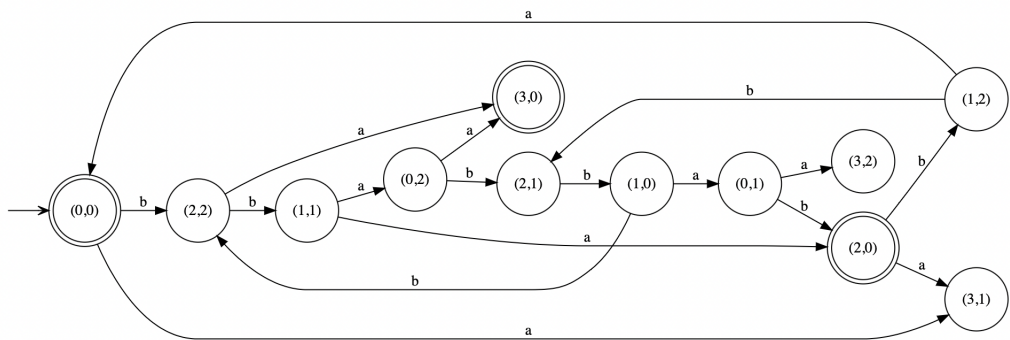
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



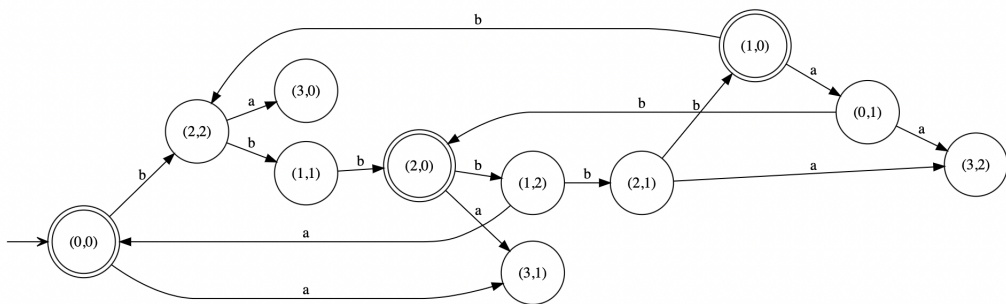
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



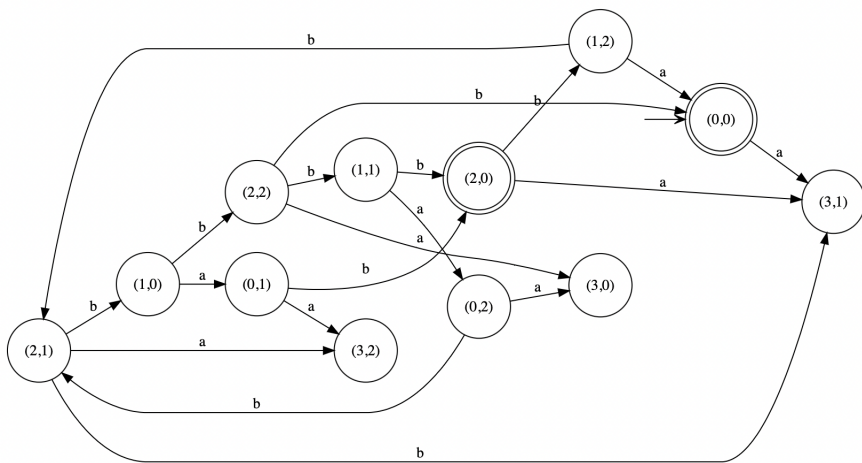
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

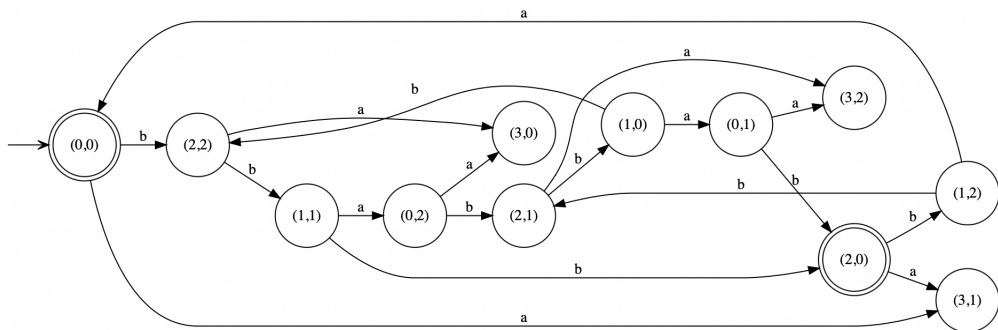
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :       g h  j  l m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :  b c d e    i j

Question 5 : a   d e

Question 6 : a b c d 

Question 7 :   c  e f g   j k

Question 8 :  b c d e  g h i

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A possède un état puits
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

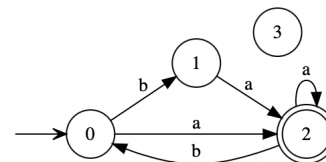
- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

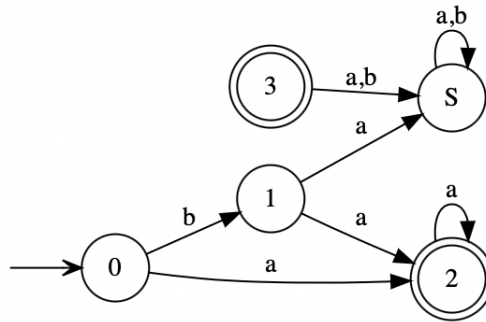


Partie 4 : Produit (4 points)

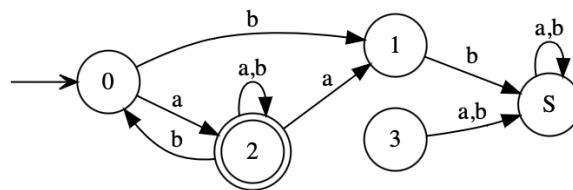
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

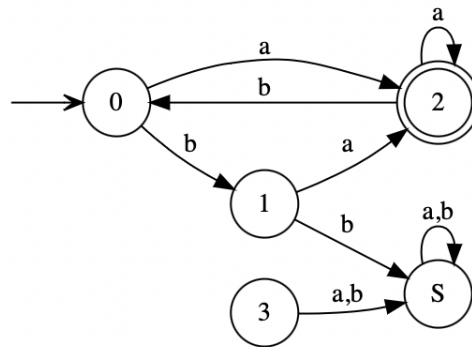
- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



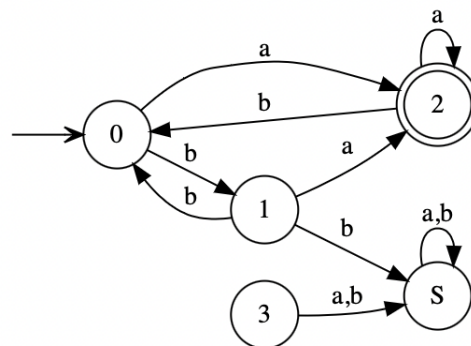
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e f g h i

Question 3 :  b   e  g  i j k

Question 4 : a b c d 

Question 5 :      g  i j k  m n

Question 6 : a   d e

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b c    g h i j

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b P est forcément déterministe.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

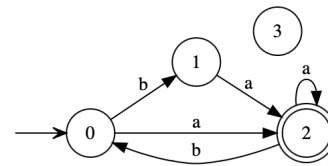
- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☒ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☒ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☒ f u n'est pas accepté par A .
☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☒ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv. ☒ b Celui de la Figure 2-iii.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

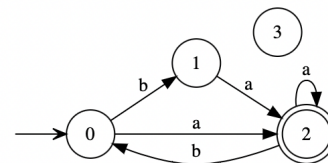


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complémentation est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ b Celui de la Figure 3-iv.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☒ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



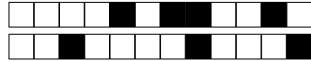
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 3 :

	b		d	e				j			m	n

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c			f	g	h	i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a			d	e			h		j	k

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.

☐ A possède un état puits ☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet.

☐ A a des états accepteurs. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

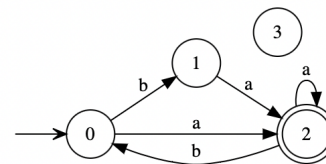
☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-i-.

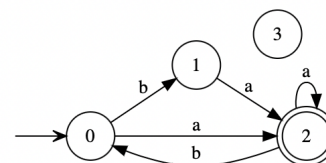
☐ Celui de la Figure 3-iii-.

☐ Celui de la Figure 3-ii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-iv-.

☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



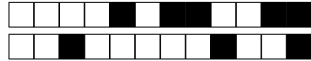
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d   g   j k

Question 3 : a      h  k l m n

Question 4 : a b c d 

Question 5 :   c d e

Question 6 :  b  d e f g h i

Question 7 :  b c  e   h i j

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A n'est pas complet. ☒ b u n'est pas accepté par A .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☒ e A a au moins un état accessible.
☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☒ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

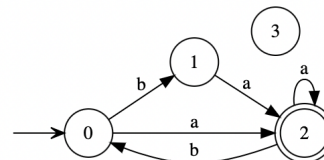
☐ a Un mot peut être infini.	☒ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ c Un mot est une application.	☒ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ i Un mot possède une infinité d'extensions.	☒ j Un mot peut être vide.
☒ k Un mot est une fonction.	☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-i.	☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv.	☐ e Aucun des automates.
☒ c Celui de la Figure 2-iii.	☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



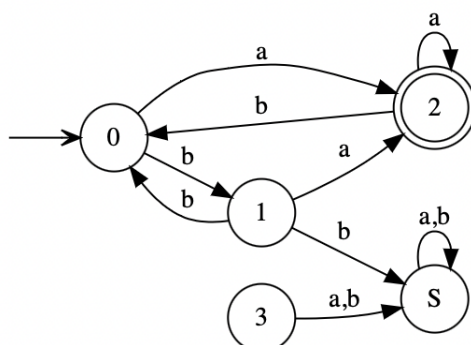
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

		c	d				h	i	j	k

Question 4 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 5 :

a		c		e		g		i	j

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

a					f		h					l	m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot est une application.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ 1 Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
 ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet.
 ☐ d u est accepté par A .
 ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

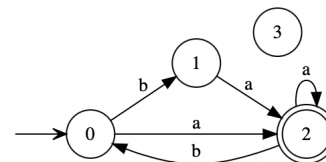
- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
 ☐ e Aucun des automates.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



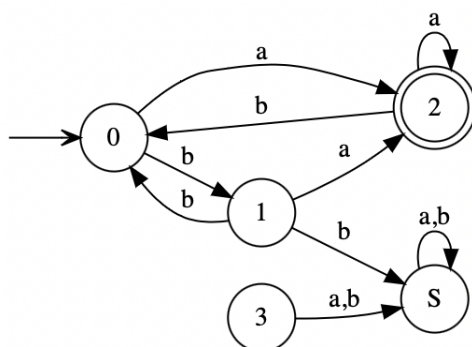
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d  f g h i j

Question 3 : a  c  e    i j k

Question 4 : a  c  e f g h i

Question 5 : a b c        l m n

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 : a b c d 

Question 8 :   c d e

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a au moins un état accessible.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A a des états accepteurs. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ u est accepté par A .
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

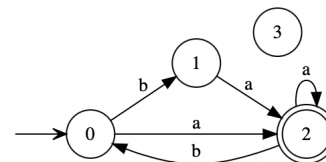
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

			d			g	h	i				m	n

Question 5 :

	b		d				h	i	j	k

Question 6 :

	b	c	d	e				i	j

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

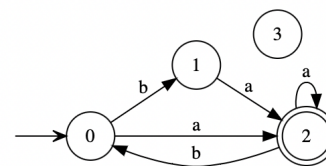
- ☐ P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

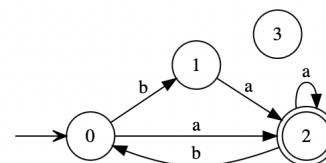


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ c Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a				e	f		h	i	j

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

		c			f	g	h		j	k

Question 6 :

a		c		e					j			m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

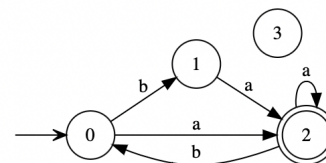
- ☐ Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b				f		h		j	k

Question 6 :

	b	c			f	g		i	j

Question 7 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 8 :

	b	c		e						k		m	n

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

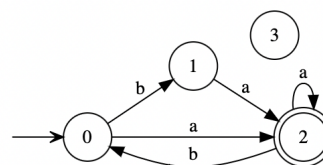
- ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☒ Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot est une application. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

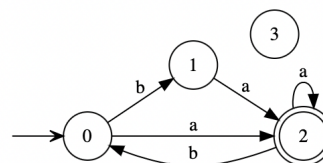


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☒ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-ii-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

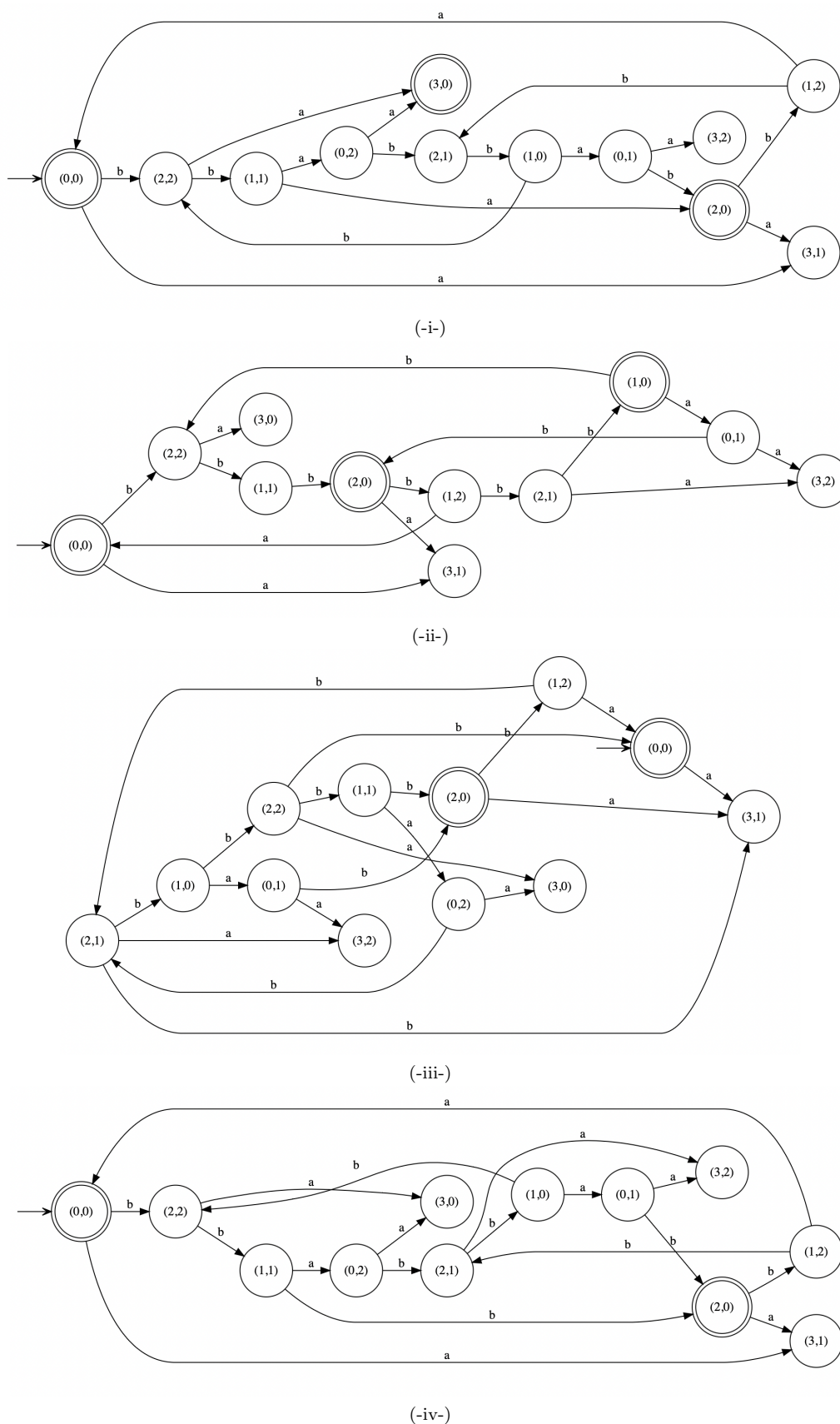


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c   f g  i j

Question 3 :  b  d e

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a  c   f   i j k

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a  c d  f g h i

Question 8 :     e  g  i j   m n

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ A a au moins un état accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ A n'est pas complet.
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Un mot est une fonction.
- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ Un mot est une application.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ u est accepté par A .
- ☐ A a des états accepteurs.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
 ☐ Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

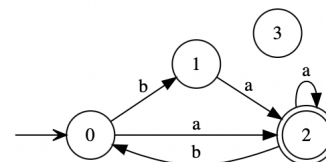
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-i-.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



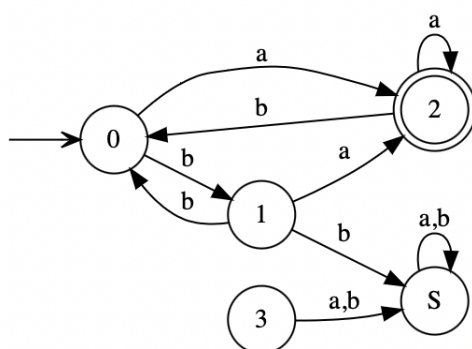
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

			d			g	h	i	j	k

Question 4 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 5 :

			d	e		g					l	m	n

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b	c	d			g		i	j

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ A n'est pas complet. ☒ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet.

☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot est une application.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

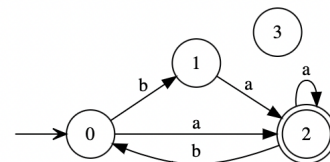
☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c   f  h i j k

Question 3 : a b  d e f  h i

Question 4 : a b c d 

Question 5 :  b  d e

Question 6 :   c d e   h i j

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :   c  e f  h     m n

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.	☐ Σ est fermé par suffixe.
	☐ Σ^* est fermé par suffixe.
	☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.	

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut être vide.	☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ A a des états accepteurs.	☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ A est complet.
☐ u est accepté par A .	☐ Les états de A sont tous accessibles.	
	☐ Les états de A sont tous co-accessibles.	
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.		
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.		

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

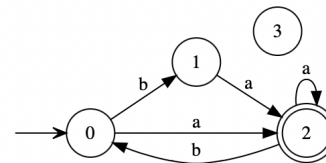
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

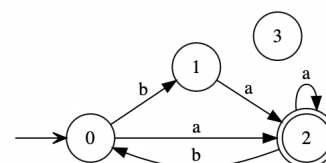


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ b Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ f ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ f ☐ ☐ ☐ ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ b ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ ☐ ☐ ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ u est accepté par A .
- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

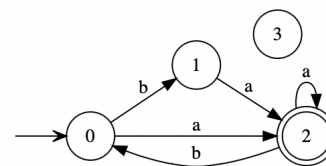
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Tous les automates.

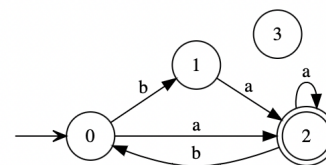


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iv. ☐ Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ Celui de la Figure 3-i. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a						h	i	j			m	n

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

	b	c	d			g			j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b		d		f			i	j

Question 8 :

	b	c	d		f	g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A accepte le langage universel. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ A possède un état puits ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

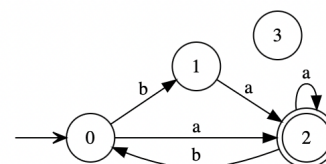
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 :  ☐ b  ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 5 :      ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 :   ☐ c  ☐ e ☐ f ☐ g  ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 8 :   ☐ c       ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c  ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

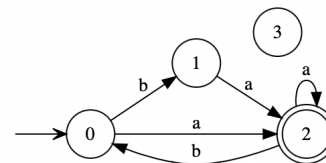
- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

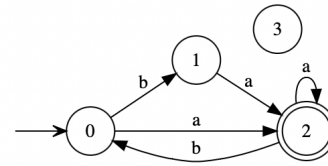


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-i.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



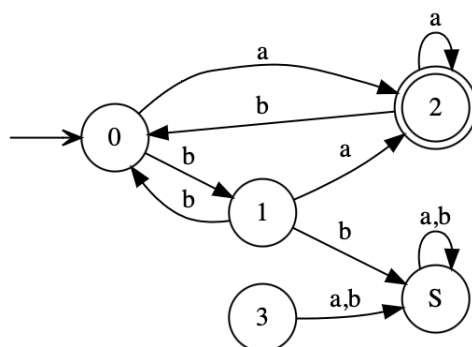
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 :  b    g  i   l m n

Question 4 : a   e  g  i j k

Question 5 : a b  d e f  h i

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 : a b c d 

Question 8 :  b   e f  h i j

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ A accepte le langage universel. ☐ A possède un état puits

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être vide.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ u est accepté par A . ☐ A a des états accepteurs.

☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet.

☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

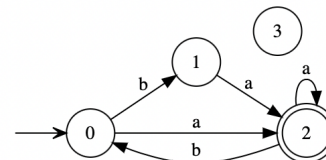
☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



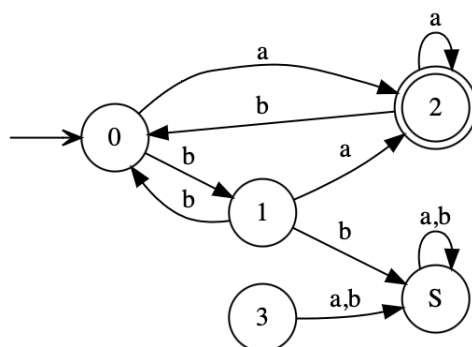
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

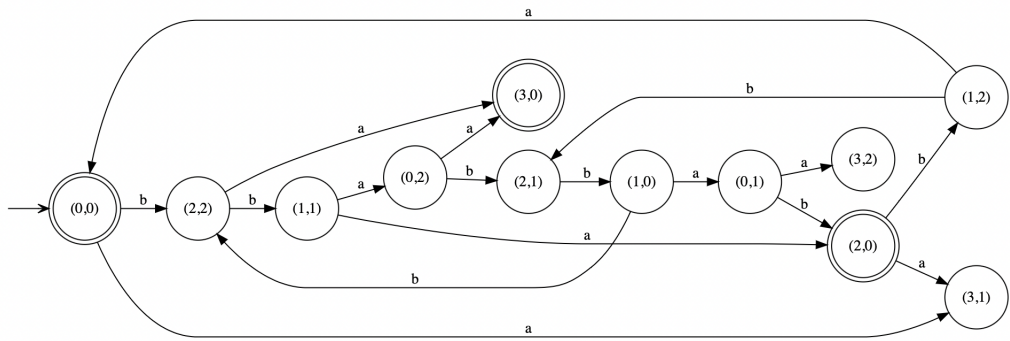
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



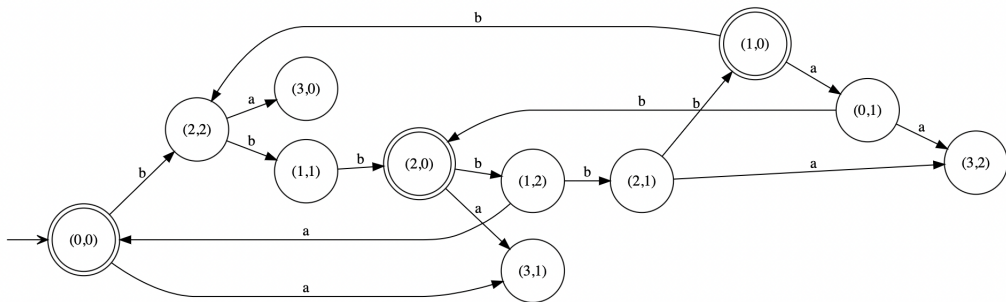
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



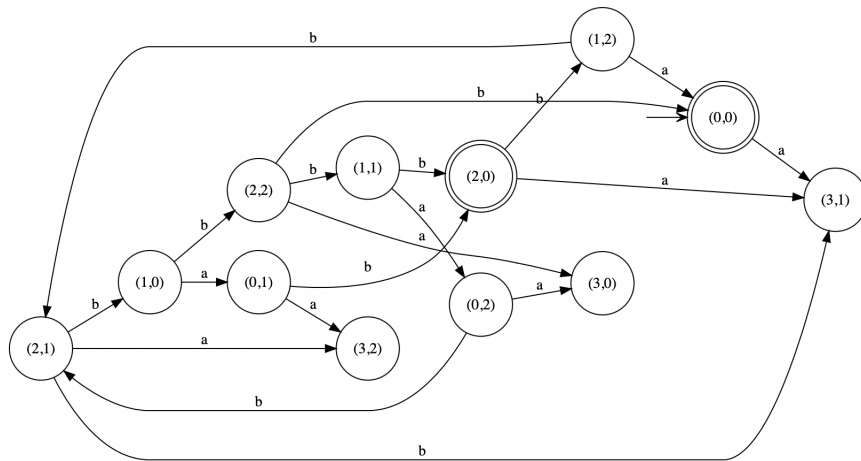
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



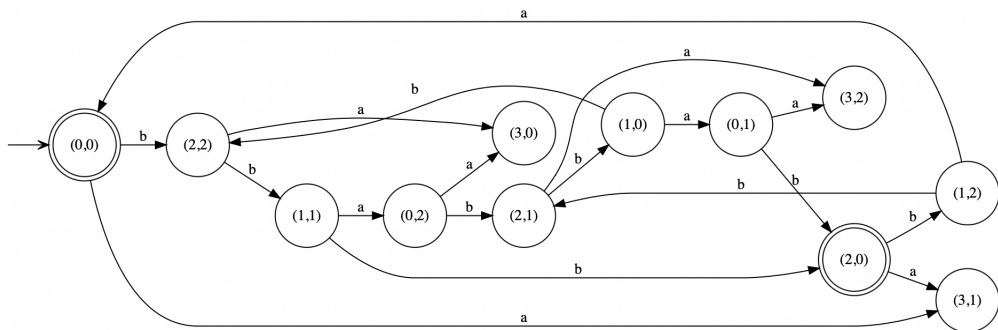
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l’application de l’algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d				h	i	j

Question 3 :

		c		e	f	g			j	k

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a			d	e

Question 6 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 7 :

a			d		f		h					m	n

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot peut être infini.
 ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ c A est complet.
- ☐ d A a des états accepteurs.
 ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

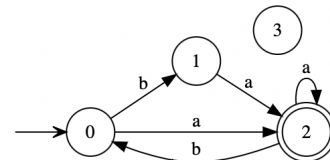
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



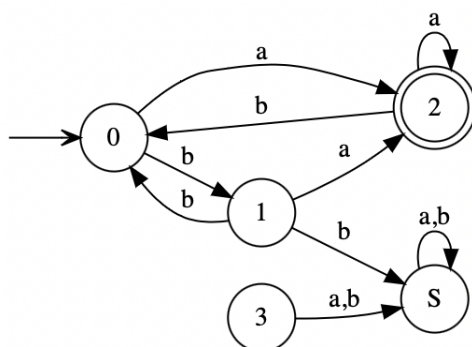
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :      f  h   k l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a   d e

Question 6 : a  c  e   h i j

Question 7 :  b  d    h i j k

Question 8 : a b  d  f g h i

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
☒ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☒ c Σ^* est fermé par préfixe. ☒ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☒ f Σ^* est fermé par facteur. ☒ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

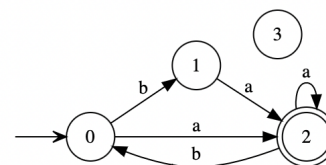
- ☐ a. Un mot peut être infini. ☐ b. Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d. Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une application. ☐ l. Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m. Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n. Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a. Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d. Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b. Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e. Aucun des automates.
- ☐ c. Celui de la Figure 2-i-. ☐ f. Tous les automates.

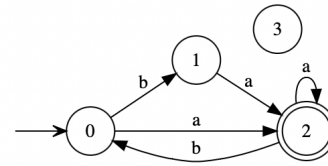


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



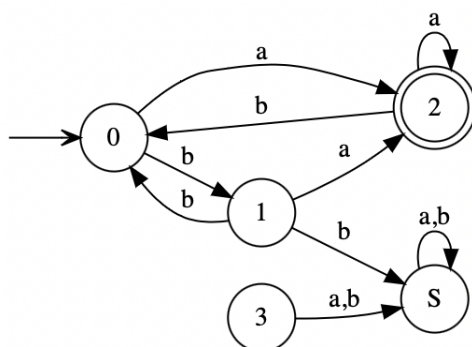
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a	b			e			h	i	j

Question 6 :

				e		g	h	i	j	k

Question 7 :

		c	d	e

Question 8 :

a	b		d								l	m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.

- Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

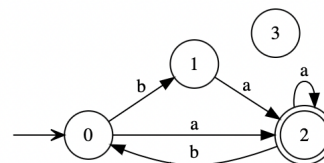
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a					f	g	h	i	j

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b				f					l	m	n

Question 5 :

		c		e		g	h		j	k

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ A possède un état puits ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

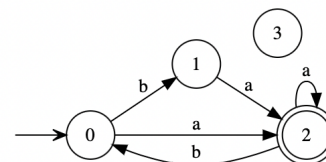
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-i.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d   g  i j

Question 3 : a   d e

Question 4 : a  c d  f g h i

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :   c d e   h  j k

Question 7 : a b c d 

Question 8 :  b c     i   l m n

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A possède un état puits ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

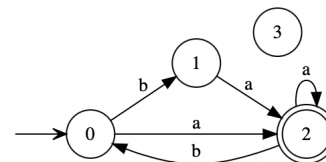
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e f g h i

Question 3 :     e  g    k l m n

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b   e  g h  j k

Question 6 : a    f g h i j

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a   d e

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A possède un état puits
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

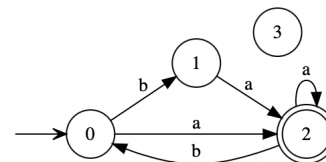
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

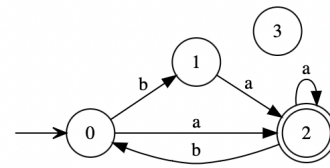


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

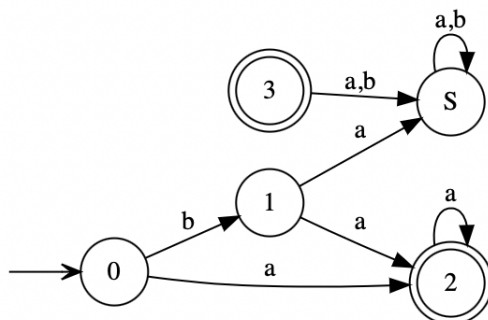


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f g   j k

Question 3 :  b  d e

Question 4 :  b   e   h i   m n

Question 5 : a b c  e f  h i

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a  c  e  g  i j

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

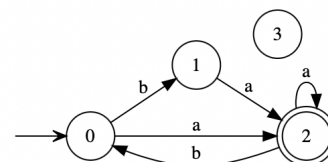
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a) Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ d) Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b) Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e) Aucun des automates.
- ☐ c) Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ f) Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

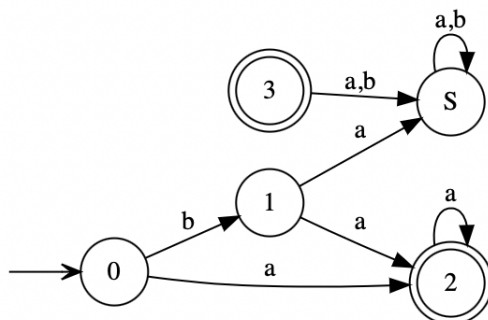


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



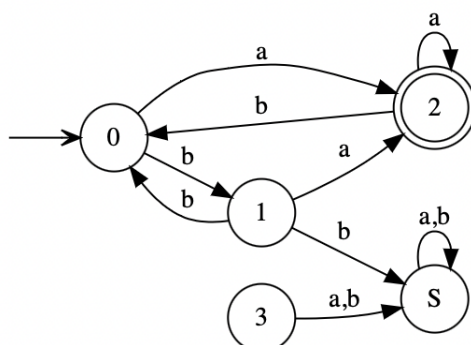
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

		c	d	e	f							m	n

Question 4 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 5 :

	b				f	g	h	i	j

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a		c		e		g			j	k

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☒ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☒ e A a au moins un état accessible.
☒ f u n'est pas accepté par A .
☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ h A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☒ f Σ^* est fermé par préfixe. ☒ g Σ^* est fermé par suffixe.
☒ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☒ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

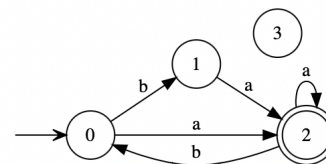
- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

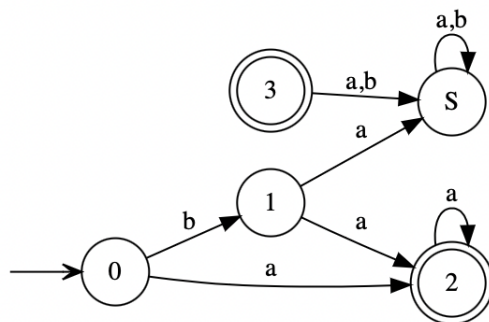


Partie 4 : Produit (4 points)

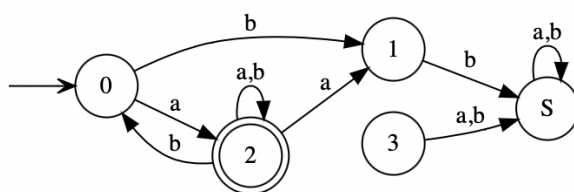
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



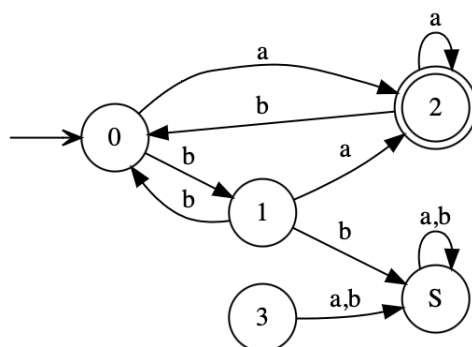
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

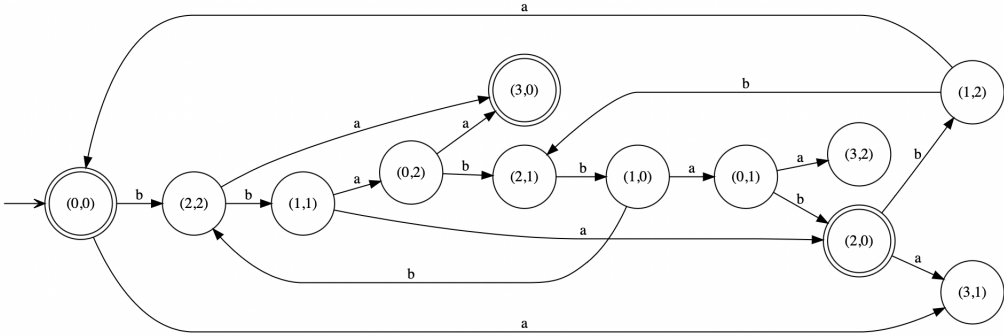
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



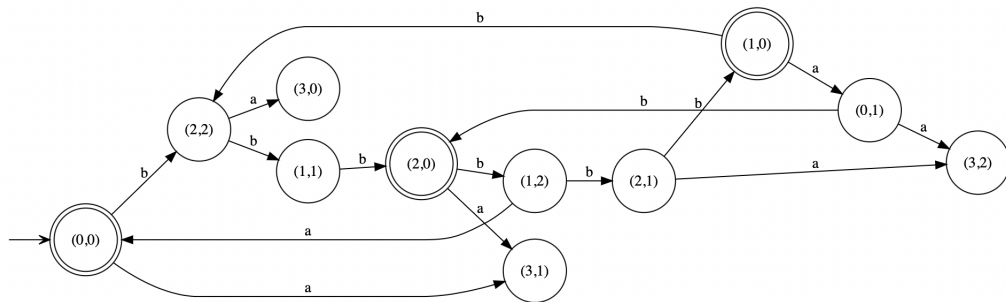
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



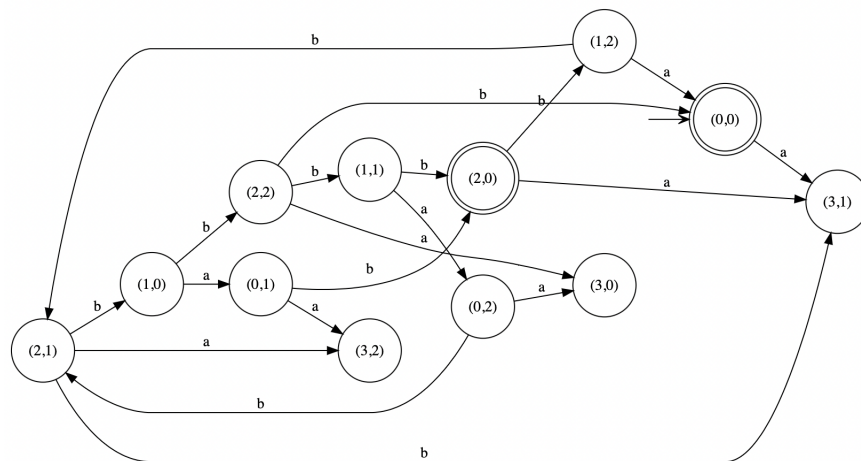
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



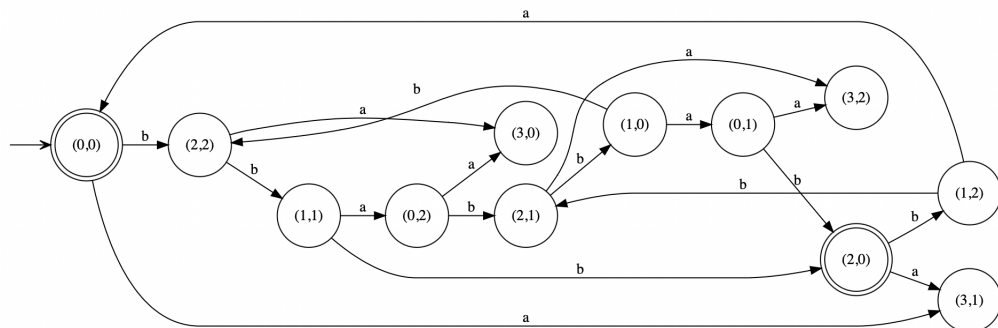
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d					i	j	k

Question 3 :

a	b	c		e				i	j

Question 4 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

	b						h	i	j			m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Un mot peut être infini.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

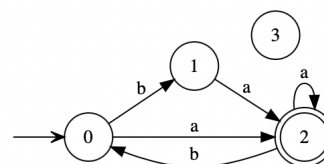
- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d  f g h i j

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b c  e f  h i

Question 6 : a   d e

Question 7 :     e f     k l m n

Question 8 : a  c d  f    j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

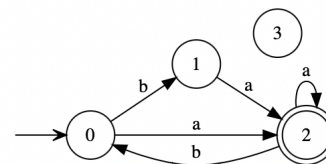
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



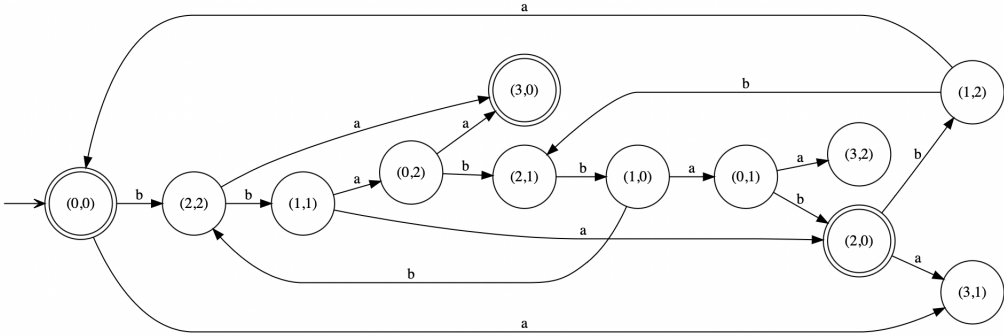
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



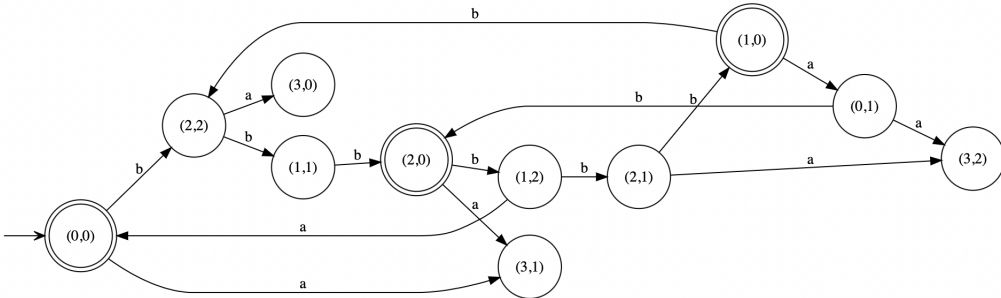
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



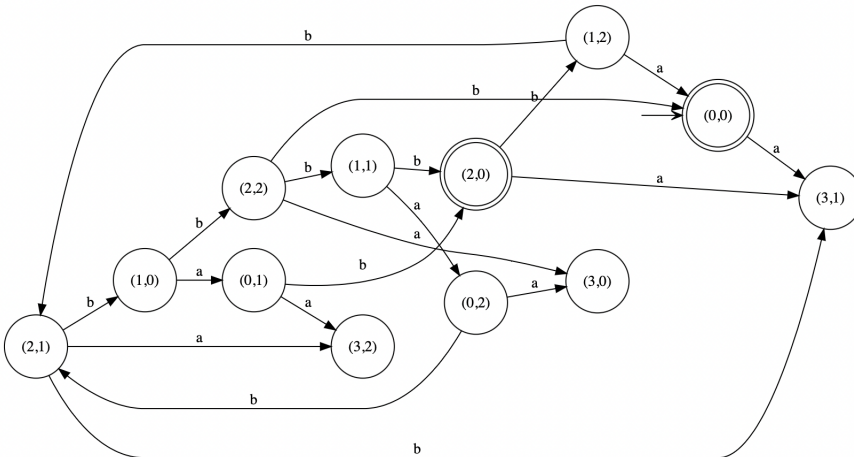
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



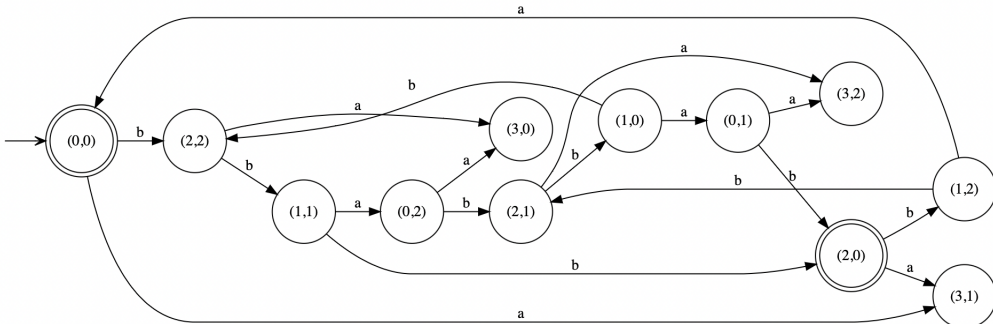
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e	f		h	i	j

Question 3 :

	b	c					h	i	j	k

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 6 :

a	b	c										l	m	n

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Σ est fermé par suffixe.
 ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A .
 ☐ Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ A est complet.
 ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

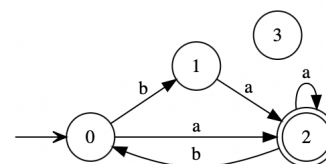
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.

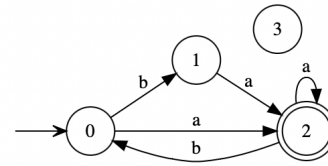


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

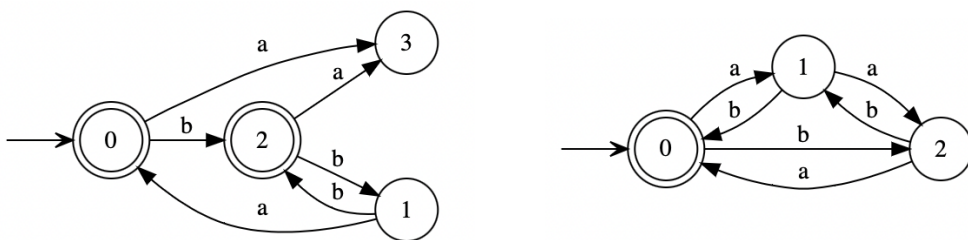


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :       g h   k l m n

Question 3 : a b   e   h i j

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b c d 

Question 6 :   c d e f g h i

Question 7 : a   d e

Question 8 :   c d e    i j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

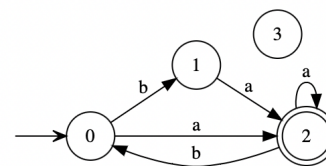
- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

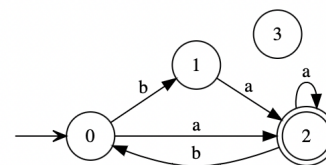


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



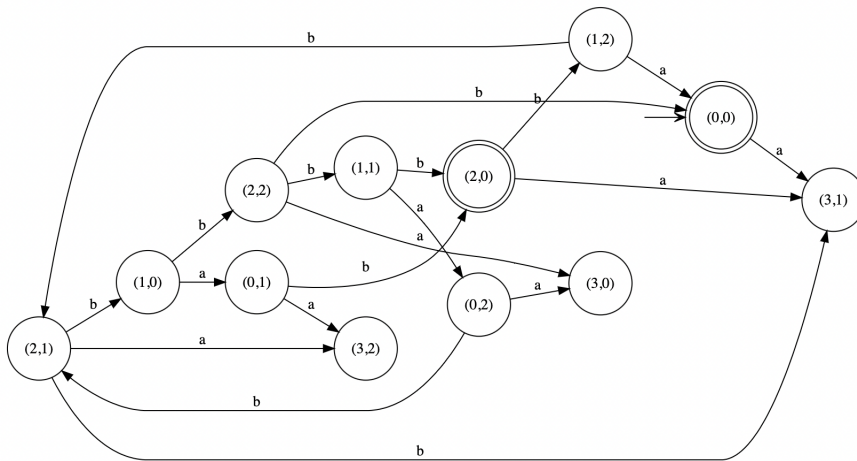
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c   ☐ f   ☐ i ☐ j

Question 4 :   ☐ c     ☐ i ☐ j ☐ k  ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 6 : ☐ a ☐ b   ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 8 :   ☐ c ☐ d ☐ e   ☐ h  ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a  ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

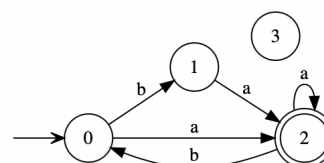
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

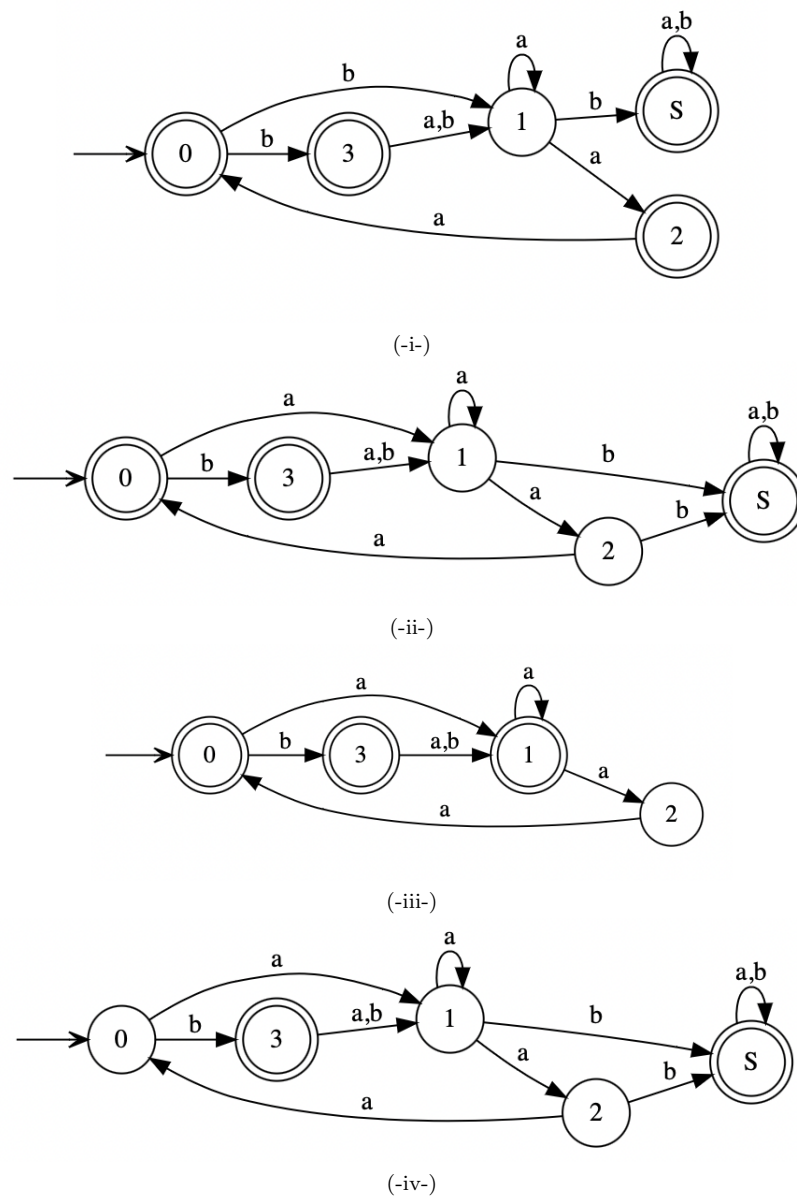


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



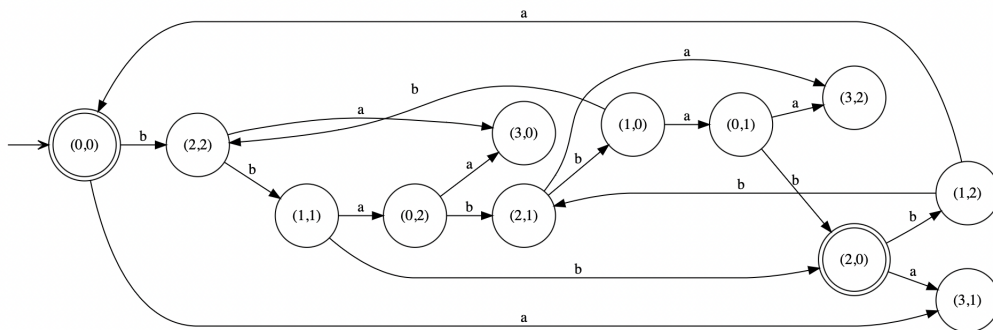
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e  g h i j

Question 3 : a b c   f g h i

Question 4 :   c d  f  h  j k

Question 5 :    d e  g h     m n

Question 6 :   c d e

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

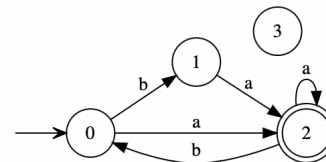
- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A accepte le langage universel.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☒ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c    h  j k  m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :   c   f g h  j k

Question 5 : a b c d 

Question 6 :  b  d e

Question 7 : a b c   g  i j

Question 8 : a b  d e f  h i

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une fonction.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ u est accepté par A .
 ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ A a des états accepteurs.
 ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
 ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Σ est fermé par suffixe.
 ☐ Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

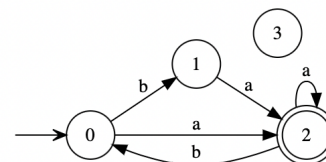
- ☒ A a au moins un état accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ A n'est pas complet.
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☒ u n'est pas accepté par A .
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

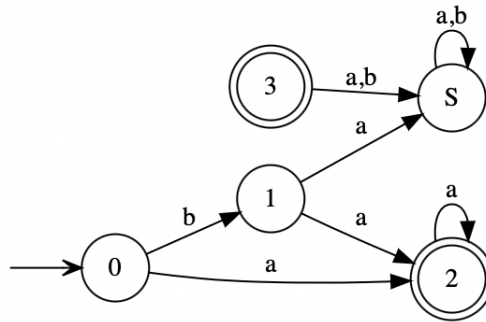


Partie 4 : Produit (4 points)

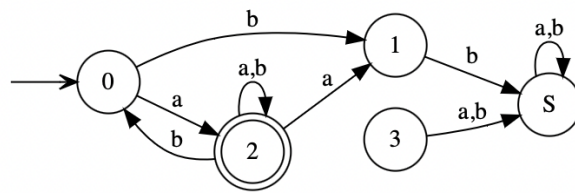
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

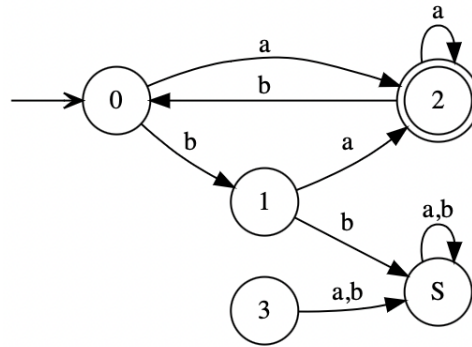
☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



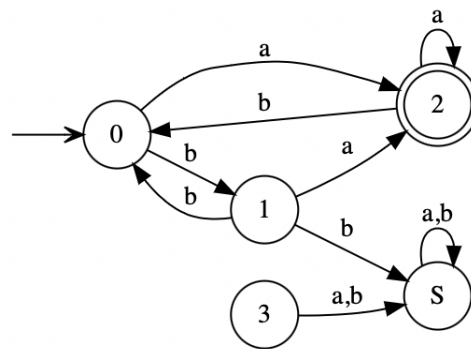
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d    i j k  m n

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :   c  e f g  i j

Question 5 : a b c d 

Question 6 : a b   e f g h i

Question 7 : a   d e

Question 8 :    d  f g  i j k

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

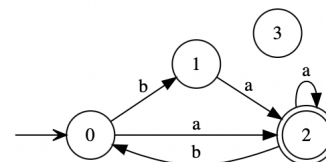
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

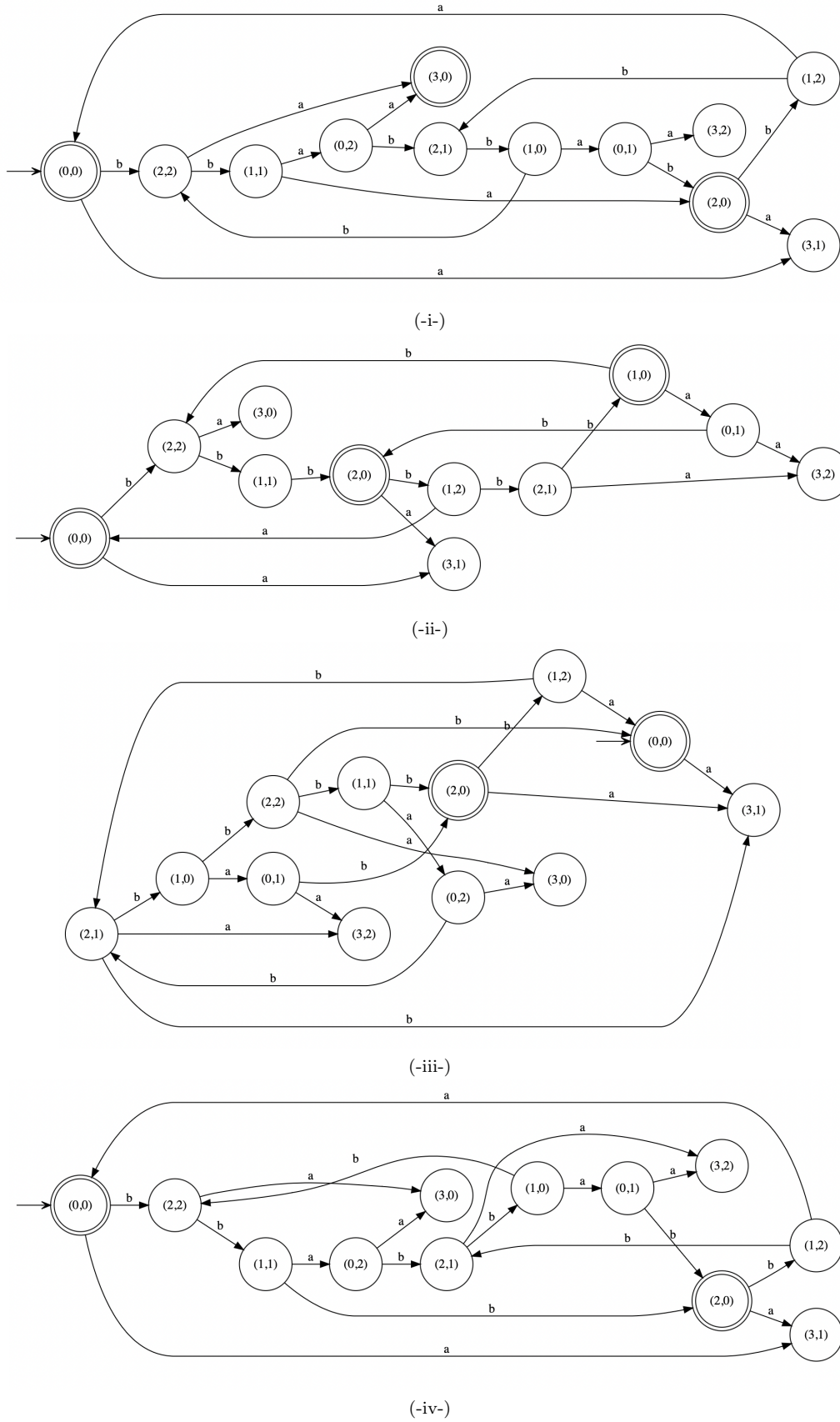


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d		f			i	j	k

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 5 :

a			d		f				j			m	n

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

a	b		d				h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application.
 ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
 ☐ A possède un état puits
 ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
 ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ u n'est pas accepté par A .
 ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
 ☐ A a au moins un état co-accessible.
 ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐g A a au moins un état non accessible. ☐h A n'a pas d'état accepteur.
☐i A a au moins un état non co-accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par facteur. ☐b Σ est fermé par préfixe.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐g Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

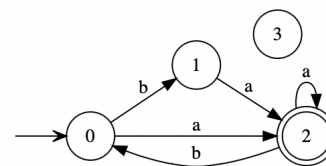
- ☐a u est accepté par A . ☐b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐c A est complet.
☐d A a des états accepteurs. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐f Les états de A sont tous accessibles.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
☒c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.

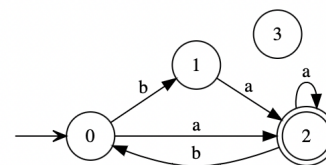


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-i-. ☐d Celui de la Figure 3-iii-.
☐b Celui de la Figure 3-ii-. ☒c Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e  g     l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a  c d e  g h i

Question 5 :     e  g h i j k

Question 6 : a   d e

Question 7 : a b   e  g  i j

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A. ☐ A n'est pas complet.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

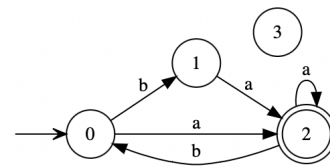
- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

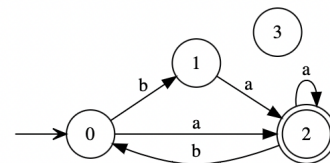


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-i-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



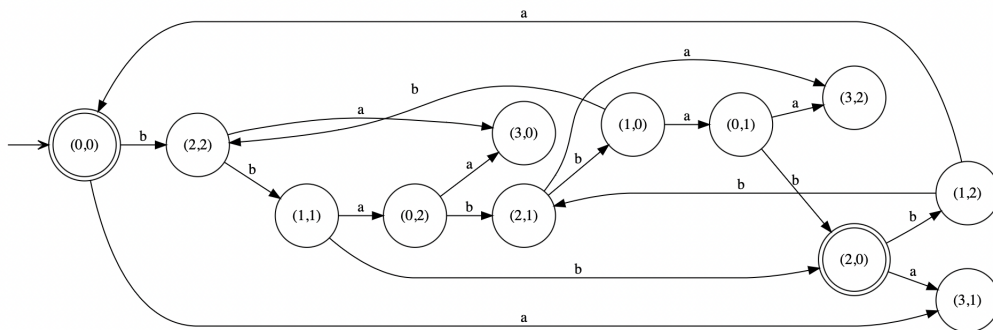
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d  f g h i

Question 3 : a   d e

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a    e   h i j k

Question 6 : a b     g h i j

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a   d    h   k  m n

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.

☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.

☐ u n'est pas accepté par A . ☐ g A n'a pas d'état accepteur.

☐ h A a au moins un état non accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.

☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

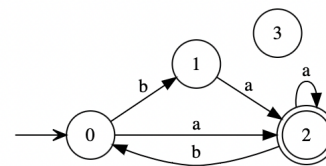
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Tous les automates.

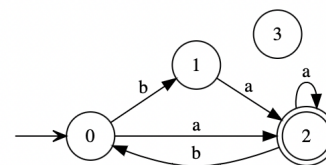


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Celui de la Figure 3-iv.
☐ Celui de la Figure 3-i. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c d e

Question 3 : a b    g h  j k

Question 4 :  b   e f g  i j

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :  b c d  f g h i

Question 7 :    d  f  h    l m n

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.

- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

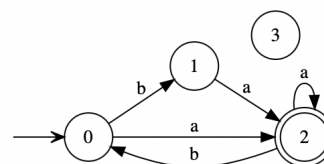
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



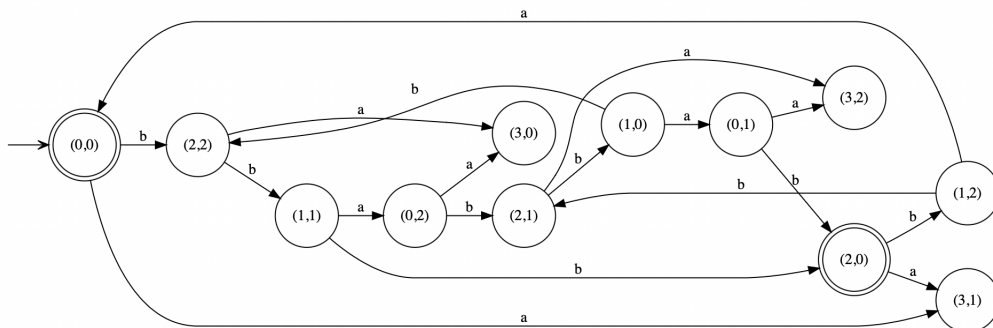
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ ☐ ☐ ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ ☐ ☐ f ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ k ☐ ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f

Question 11 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☒ d Σ^* est fermé par préfixe. ☒ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

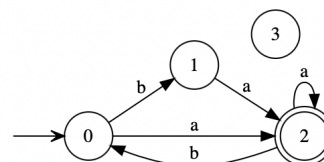
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
☒ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e A possède un état puits
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d		f			i	j	k

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a		c				g	h					m	n

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b	c			f	g		i	j

Question 8 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

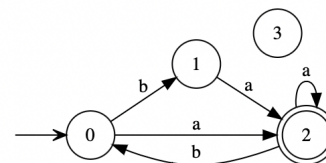
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

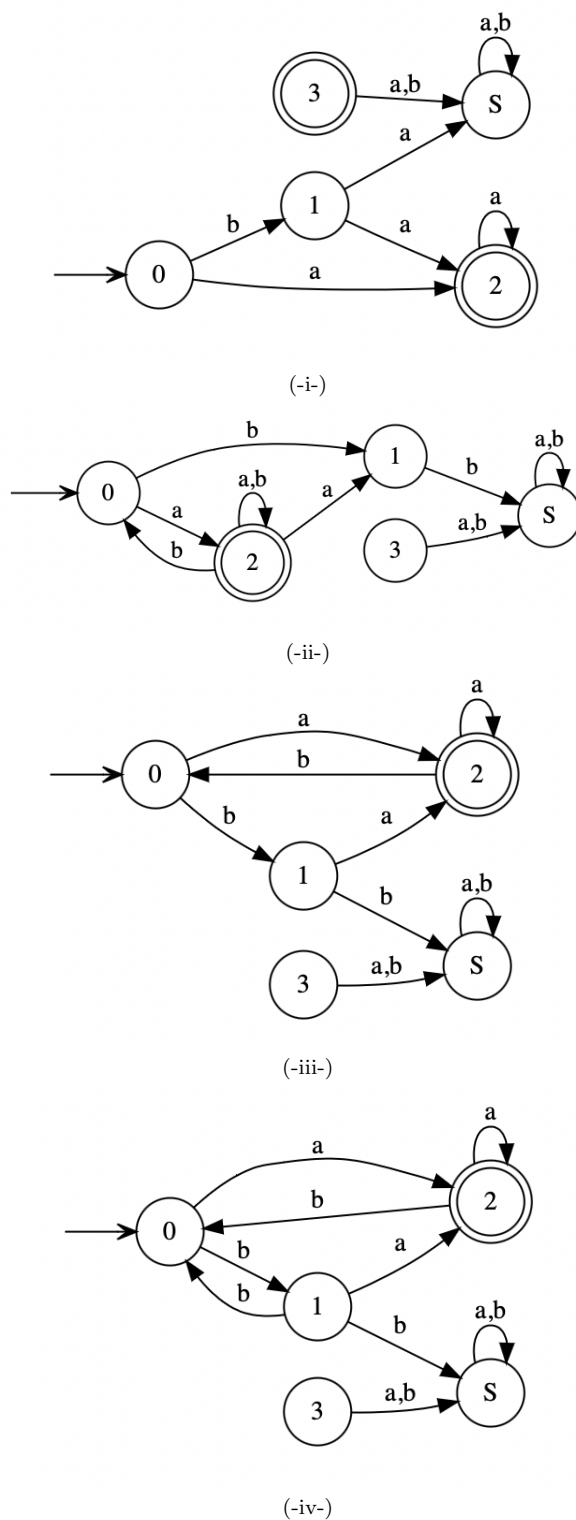


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e      l m n

Question 3 : a   e f  h  j k

Question 4 : a b c d 

Question 5 :  b c d  f g h i

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 :  b   f g h i j

Question 8 : a   d e

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☒ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

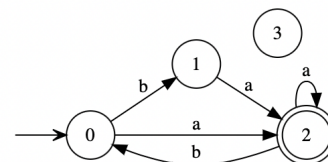
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

		c	d		f	g		i	j

Question 6 :

a	b		d			g			j	k

Question 7 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 8 :

							h	i		k	l	m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☒ A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ A a au moins un état accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

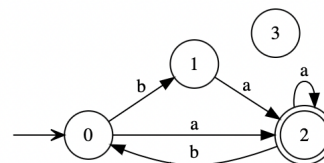
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

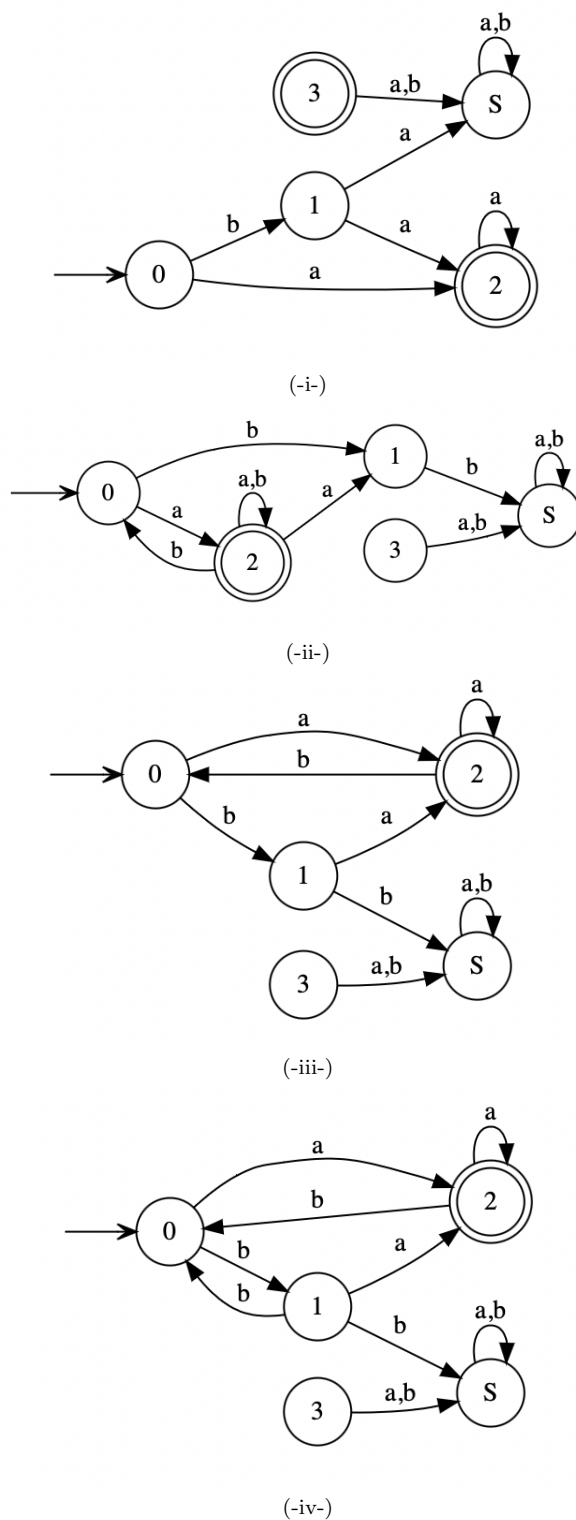


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



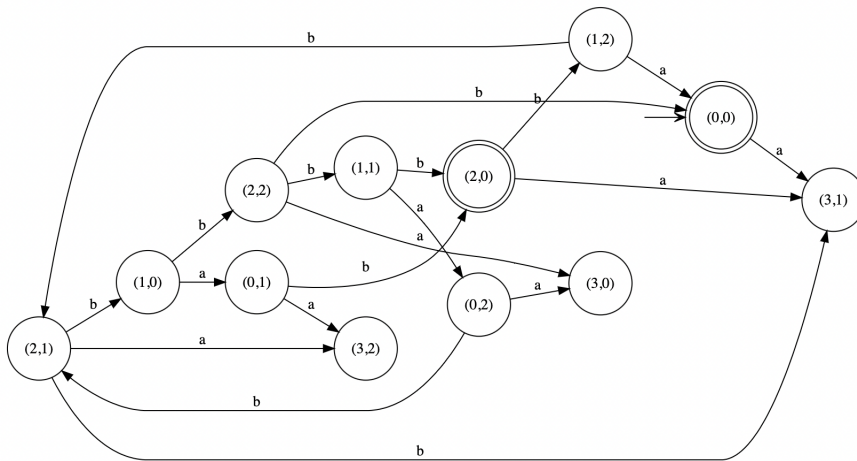
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e f g  i j

Question 3 :  b   e  g   j   m n

Question 4 : a b   e f g h i

Question 5 :  b  d e

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b  d  f    j k

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ 1 Un mot possède une infinité de suffixe.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ u n'est pas accepté par A . ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☒ A a au moins un état accessible. ☒ A n'est pas complet.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

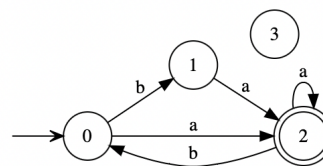
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
☒ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

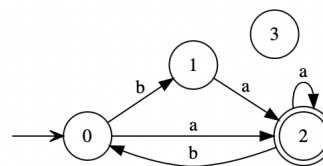


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c		e		g		i	j

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a	b	c									l	m	n

Question 6 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 7 :

		c				g	h	i	j	k

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A possède un état puits
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

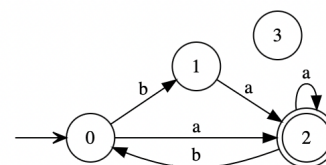
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

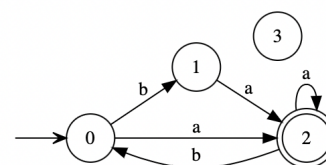


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



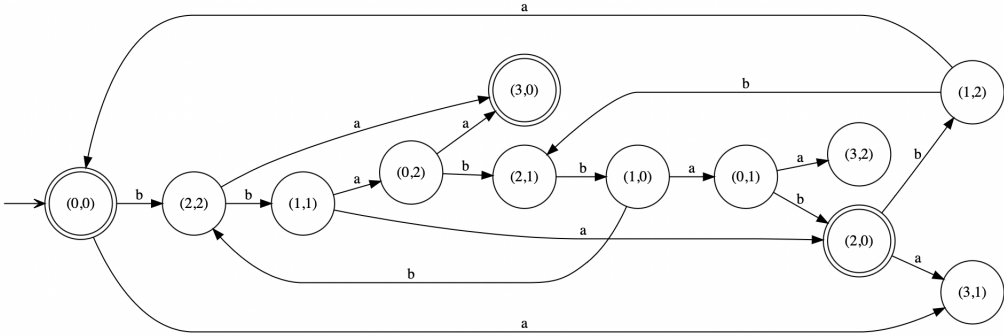
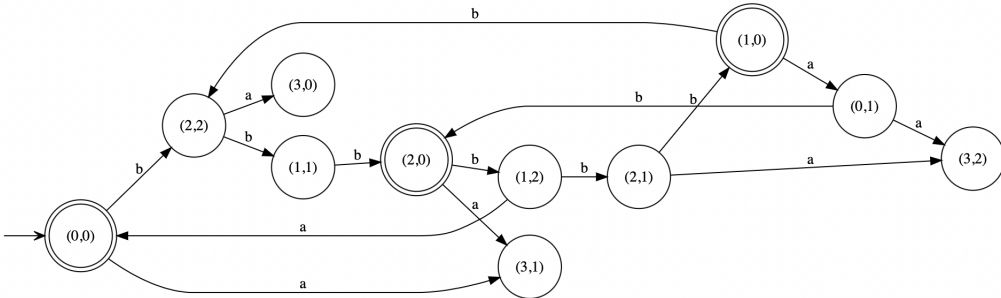
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



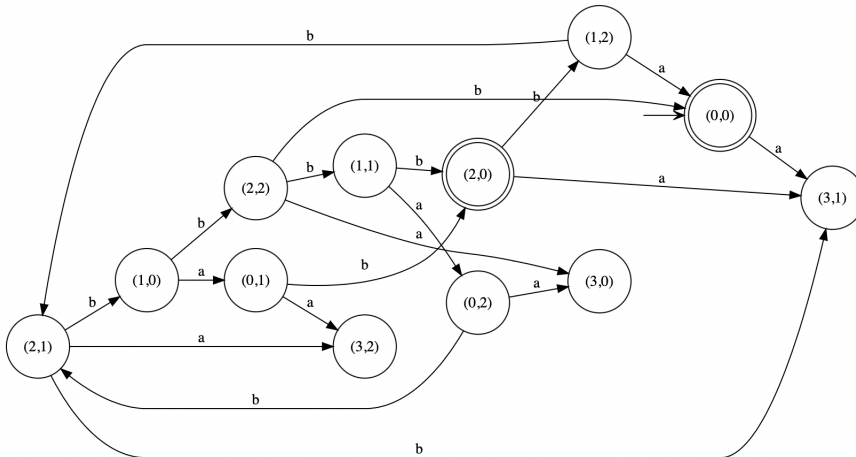
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.


$$(-\mathbf{i}-)$$


(-ii-)



(-iii-)

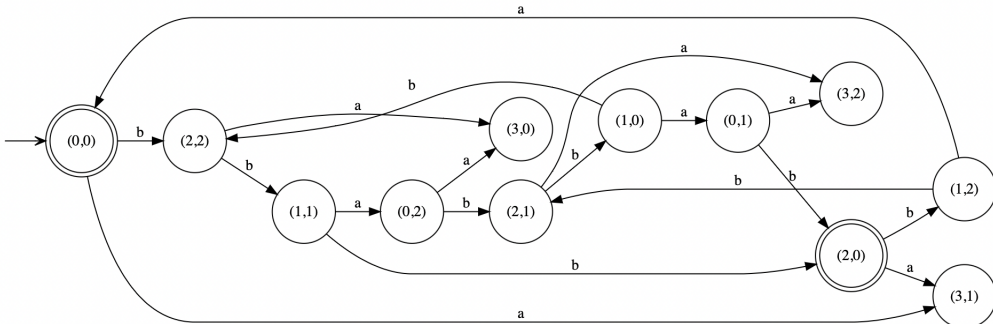
 $(-\mathbf{i}V-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a			d	e				i	j	k

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

			d	e	f	g		i	j

Question 6 :

			d		f					k	l	m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot est une fonction.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

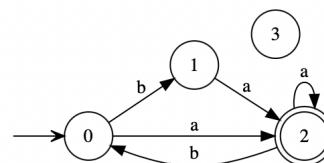
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

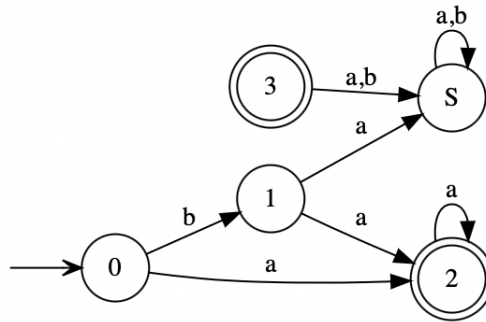


Partie 4 : Produit (4 points)

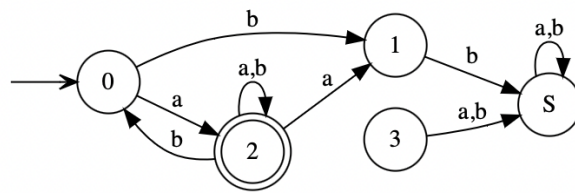
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

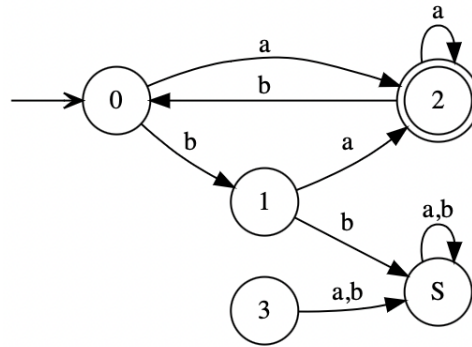
- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



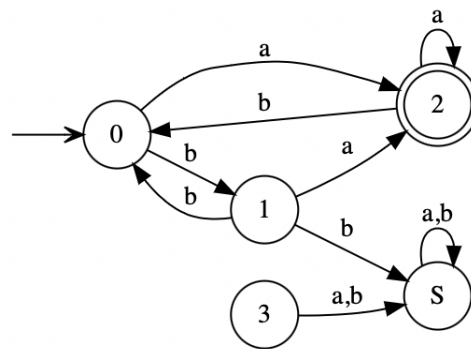
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d      ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e   ☐ h ☐ i

Question 6 :  ☐ b ☐ c  ☐ e  ☐ g  ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a   ☐ d   ☐ g     ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 9 : ☐ a  ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 :  ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
- ☐ A a des états accepteurs. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot peut être vide. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☒ Un mot est une application. ☒ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

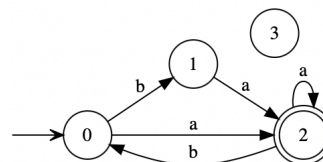
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e f g h i

Question 3 : a  c d    h i j

Question 4 :   c  e f g   j k

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a     f   i j   m n

Question 8 :   c d e

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

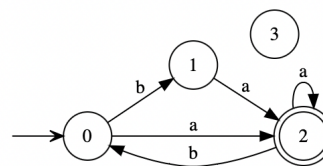
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

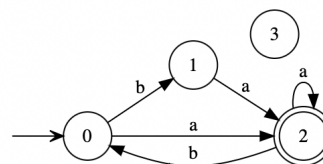


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

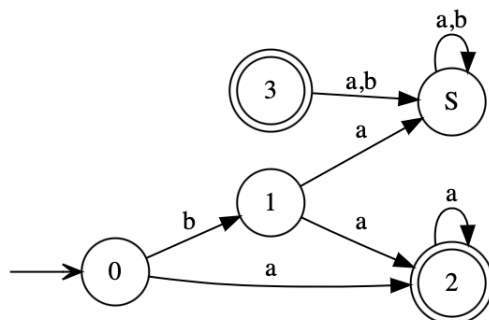
- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

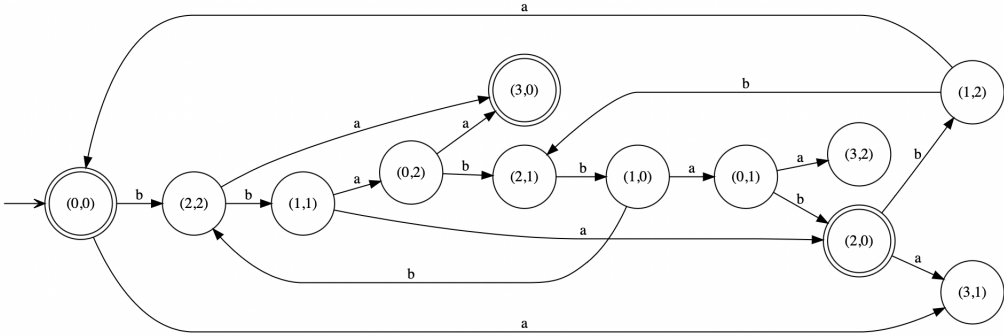
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



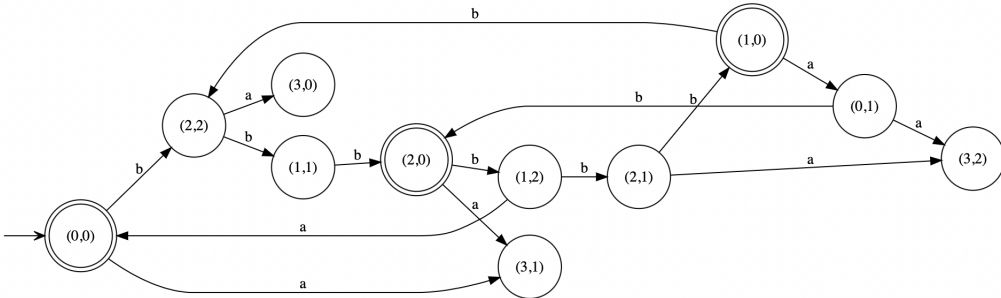
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



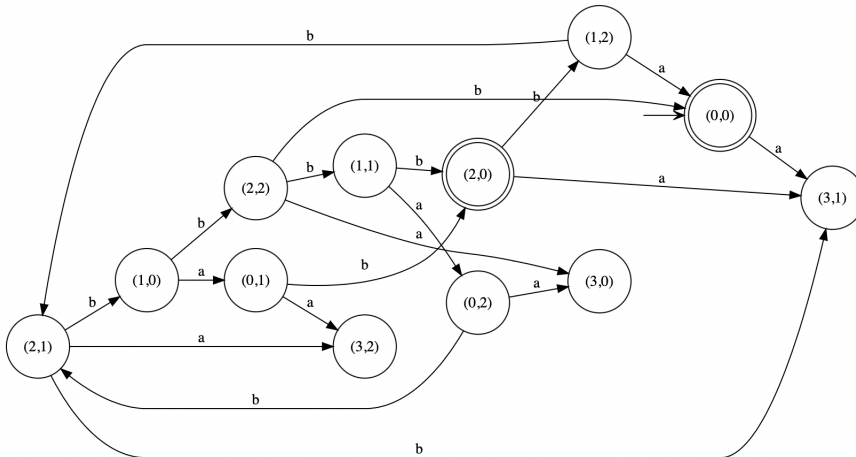
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

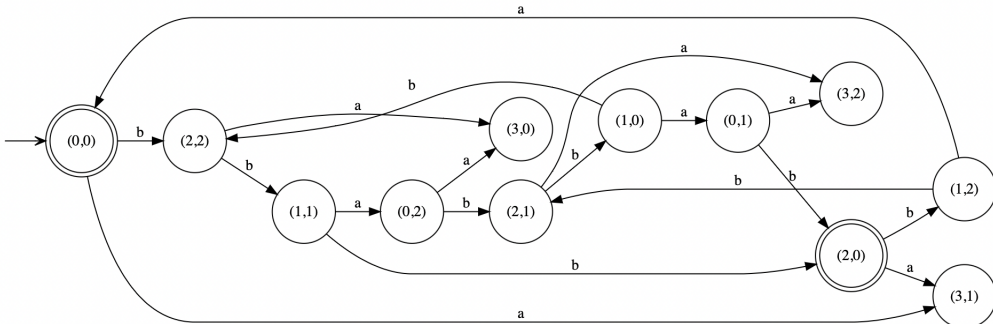
 $(-iV-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :     e f g h i j

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 : a b   e f g h i

Question 5 :   c d e

Question 6 : a b c d      j k

Question 7 : a   d  f     l m n

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ b Un mot peut être vide.
☒ c Un mot est une application. ☒ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

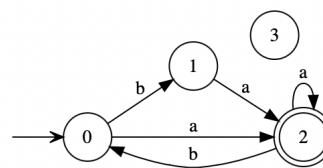
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☒ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☒ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ f u n'est pas accepté par A . ☒ g A a au moins un état accessible.
☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☒ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

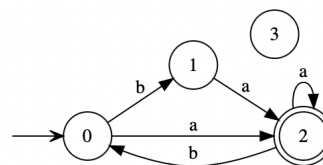


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

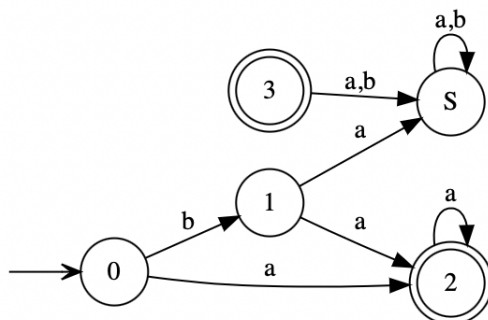
- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

	b	c	d		f			i	j

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

				e	f		h			k		m	n

Question 8 :

a		c	d				h		j	k

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

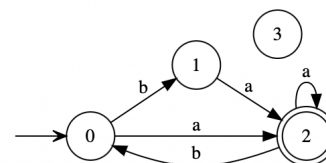
- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Aucun des automates.
- ☐ e Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

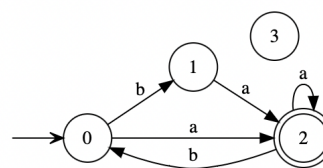


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 3 :

a		c			f		h	i	j

Question 4 :

					f		h	i		k		m	n

Question 5 :

	b		d		f	g			j	k

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'est pas complet.
☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

■ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

■ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

■ Un mot peut être vide.

■ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

■ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

■ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

■ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

■ Un mot est une application.

■ Un mot est une fonction.

■ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ A accepte le langage universel.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

■ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ A possède un état puits

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

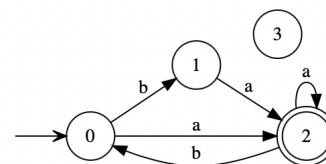
■ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

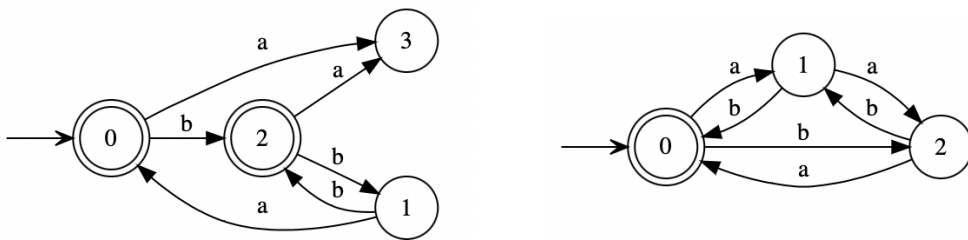
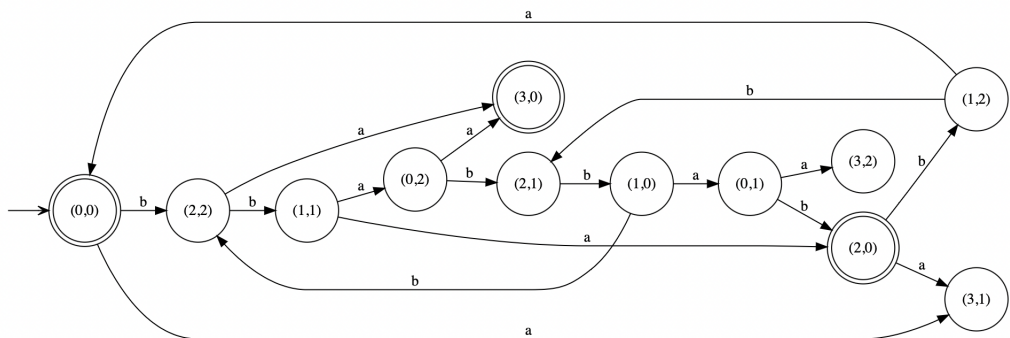
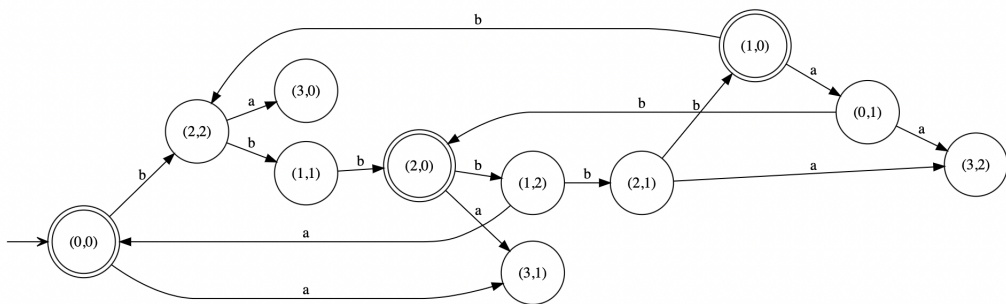


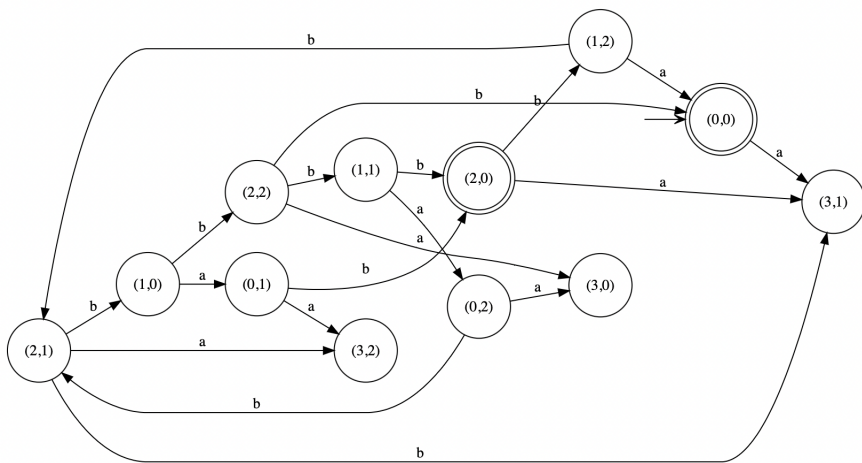
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

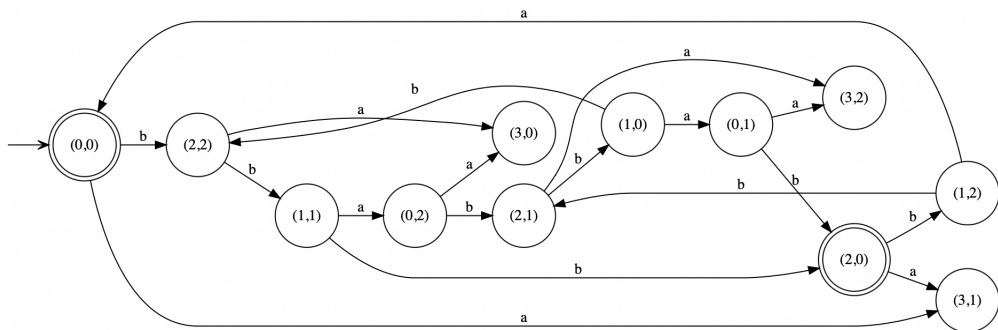
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d		f		h	i	j

Question 3 :

a			d			g		i	j	k

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

				e	f		h	i				m	n

Question 8 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

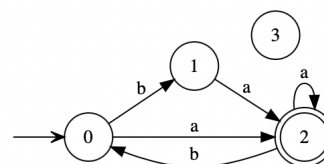
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut être vide. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

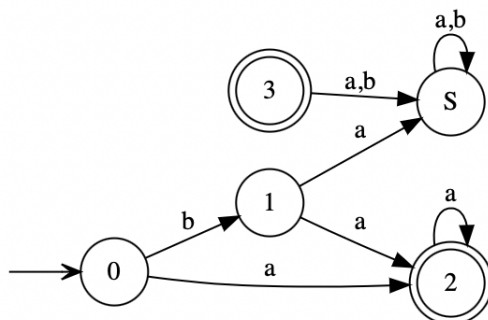


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e	f			i	j

Question 3 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

a			d			g		i	j	k

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

				e			h	i		k		m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☒ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☒ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une application. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

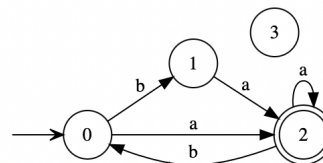
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



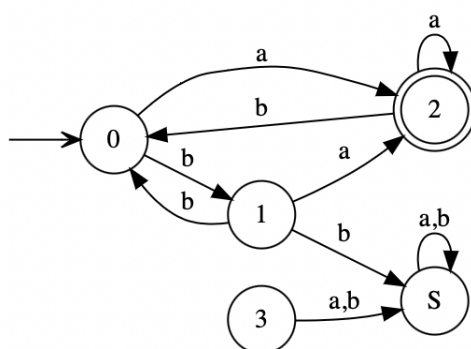
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a	b			e	f			i	j

Question 5 :

	b		d	e

Question 6 :

a					f		h	i	j	k

Question 7 :

	b		d						j		l	m	n

Question 8 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A accepte le langage universel.

☐ A possède un état puits

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.

☐ A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

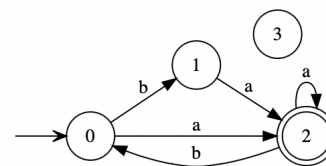
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

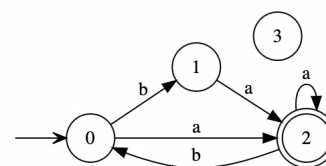


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

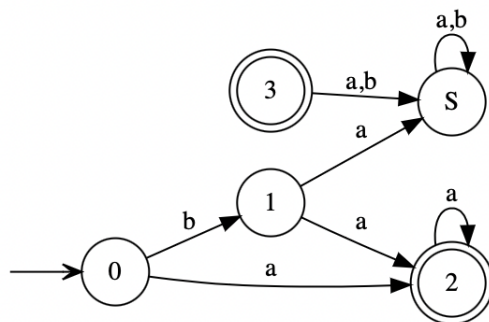
- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



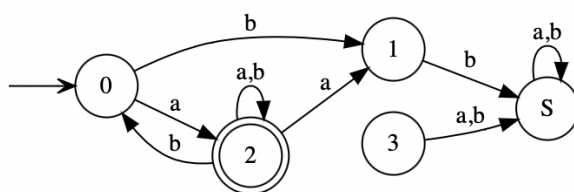
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



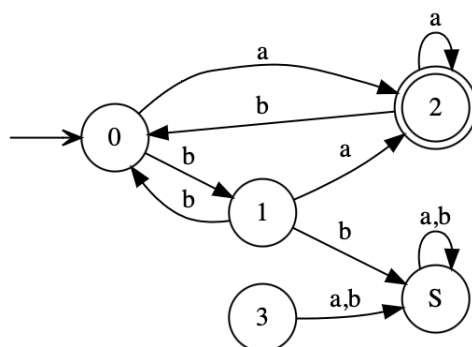
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 :  b c  e f g h i

Question 4 :   c  e  g  i j k

Question 5 : a b c d 

Question 6 : a  c   f g  i j

Question 7 :      g h i j   m n

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☒ A a au moins un état accessible.
☒ u n'est pas accepté par A . ☒ A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

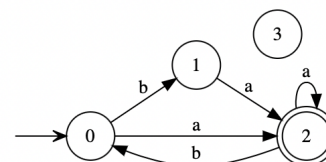
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e	f	g			j	k

Question 3 :

	b			e	f	g		i	j

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 6 :

a		c		e						k		m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☒ b Σ^* est fermé par facteur. ☒ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

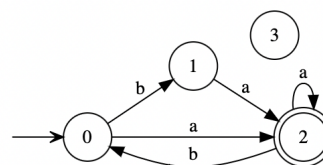
- ☒ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☒ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non accessible. ☒ g A a au moins un état accessible.
- ☒ h A n'est pas complet. ☒ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ b Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

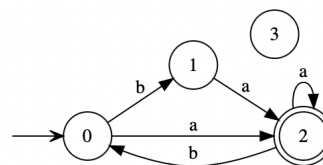


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

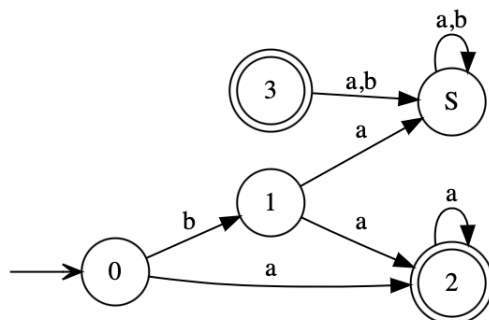
- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ b Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☒ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



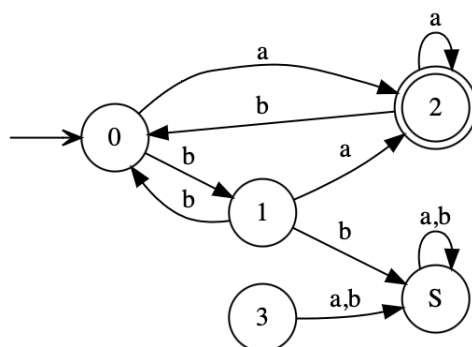
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d			g	h	i

Question 3 :

	b		d	e			h					m	n

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a				e	f	g		i	j

Question 8 :

	b	c	d		f				j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet.
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

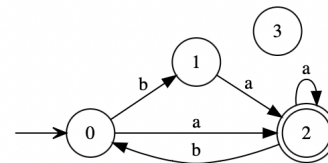
- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

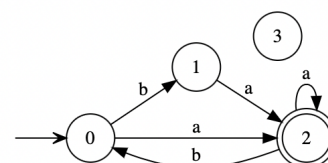


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ b Celui de la Figure 3-ii-.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c  e   h  j k

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b  d   g  i j

Question 5 :   c d e

Question 6 : a b c  e  g h i

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b c  e f       m n

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.

☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.

☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot est une application. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot est une fonction. ☐ h Un mot peut être infini.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .

☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.

☐ g A n'a pas d'état accepteur.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

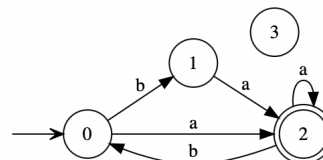
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

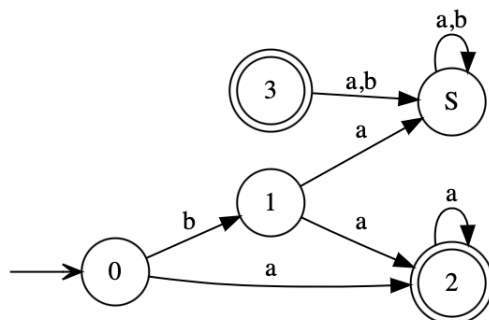


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d e f g 

Question 4 :    d  f  h  j   m n

Question 5 :   c  e f g   j k

Question 6 :     e f g h i j

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a b  d  f g h i

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ Un mot est une application. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A accepte le langage universel.
 ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

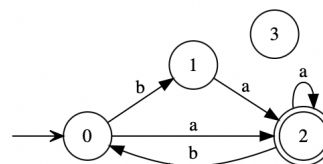
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ u est accepté par A .
- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ A est complet.
- ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ Celui de la Figure 2-i-.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ Tous les automates.

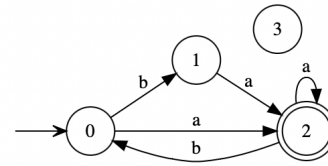


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

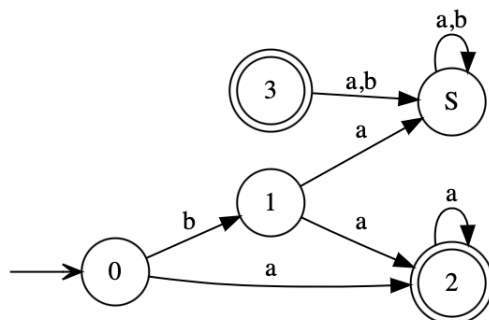


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



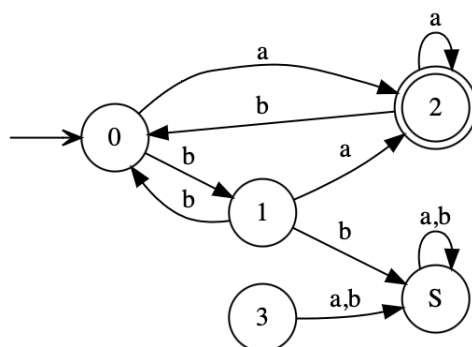
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



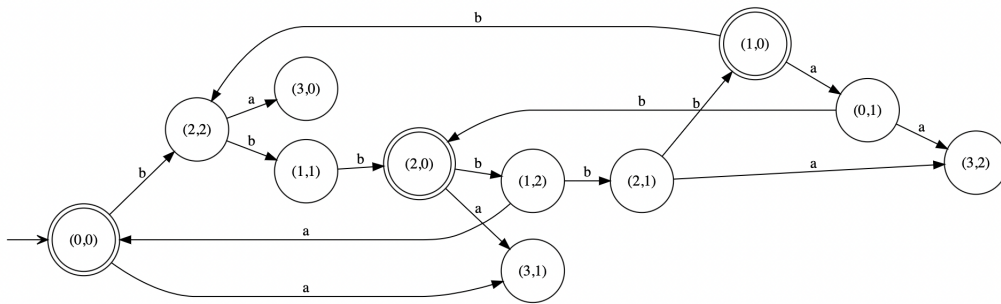
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



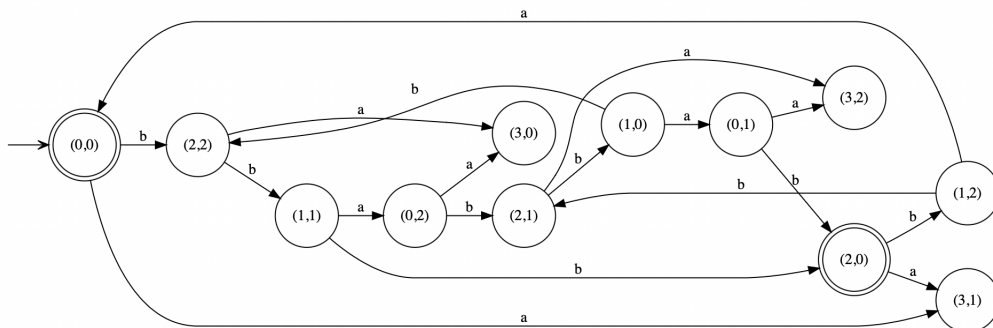
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e	f		h	i	j

Question 3 :

a	b			e			h		j	k

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a	b		d		f							m	n

Question 6 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☒ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☒ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ g u n'est pas accepté par A . ☒ h A n'est pas complet.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☒ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A possède un état puits
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

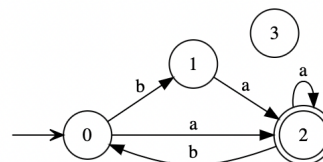
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot peut être infini.
☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot est une application. ☒ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-i.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii.
☐ c	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



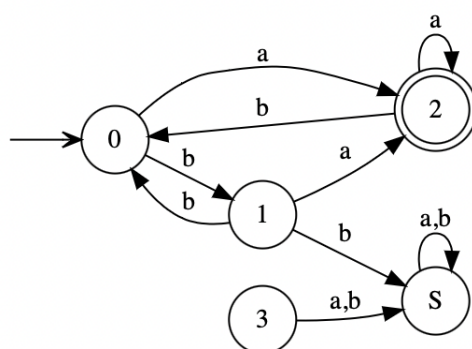
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a		c	d					i	j	k

Question 4 :

		c	d	e	f	g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

a		c			f		h	i	j

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

		c	d		f			i				m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A .
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe.

■ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A possède un état puits ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
 ■ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

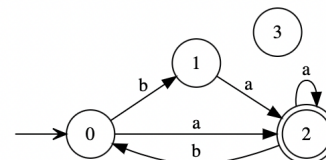
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
 ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-
 ■ Celui de la Figure 2-iii- ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



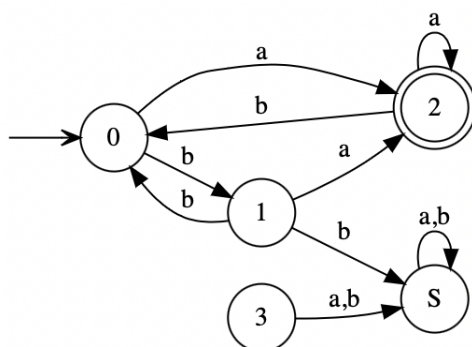
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



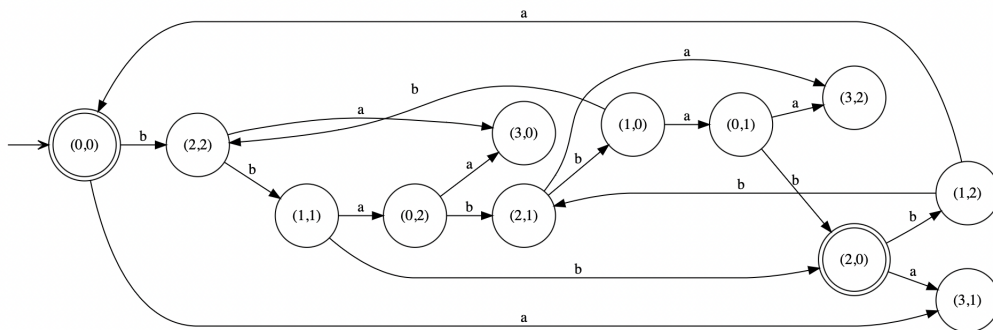
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d  f g h  j k

Question 3 :  b     g    k l m n

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b c  e  g  i j

Question 6 :  b c d  f g h i

Question 7 :  b  d e

Question 8 : a b c d 

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot est une application.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c A possède un état puits ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

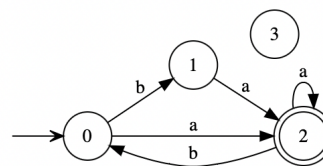
- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

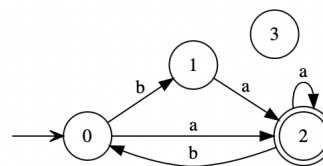


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

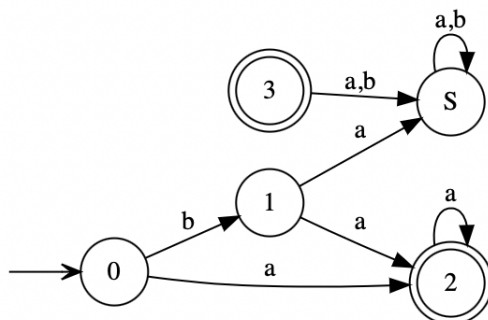
- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ c Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

		c		e		g	h					m	n

Question 6 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 7 :

	b		d			g	h	i	j

Question 8 :

a				e	f			i	j	k

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ u n'est pas accepté par A . ☐ e A a au moins un état non accessible.
☒ A a au moins un état accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e A possède un état puits ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

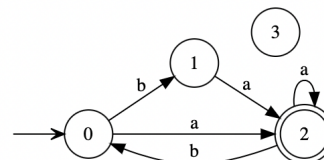
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b			e		g			j	k

Question 3 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a				e		g	h	i	j

Question 6 :

a	b			e		g						m	n

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.

- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

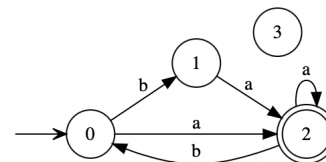
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

		c	d					i			l	m	n

Question 4 :

	b	c	d	e	f		h	i

Question 5 :

a		c		e				i	j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a		c	d	e				i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une fonction.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

- L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- P est forcément déterministe.
- $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A est complet.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

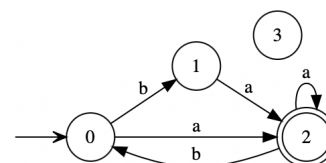
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c		e		g		i	j

Question 3 :

			d					i		k	l	m	n

Question 4 :

a	b						h	i	j	k

Question 5 :

a	b	c	d	e			h	i

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

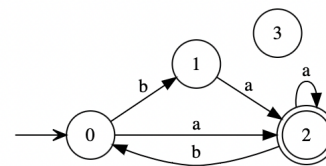
- ☒ Un mot est une fonction. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Un mot est une application.
☐ e Un mot peut être infini. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut être vide. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☒ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

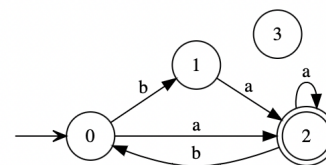


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e	f		h		j	k

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

			d	e		g	h	i	j

Question 6 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

		c		e		g			j			m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☒ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

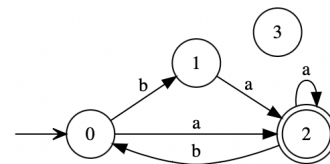
- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☒ b u n'est pas accepté par A .
☒ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ d A a au moins un état accessible. ☒ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☒ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

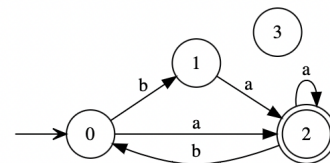


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

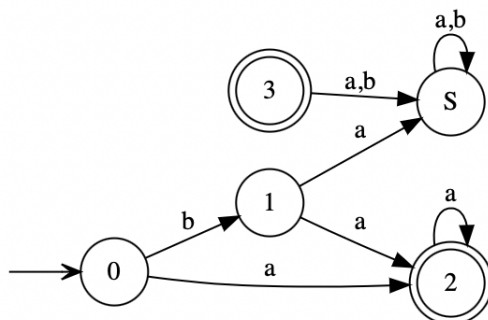
☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

☐ d Celui de la Figure 5-i-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



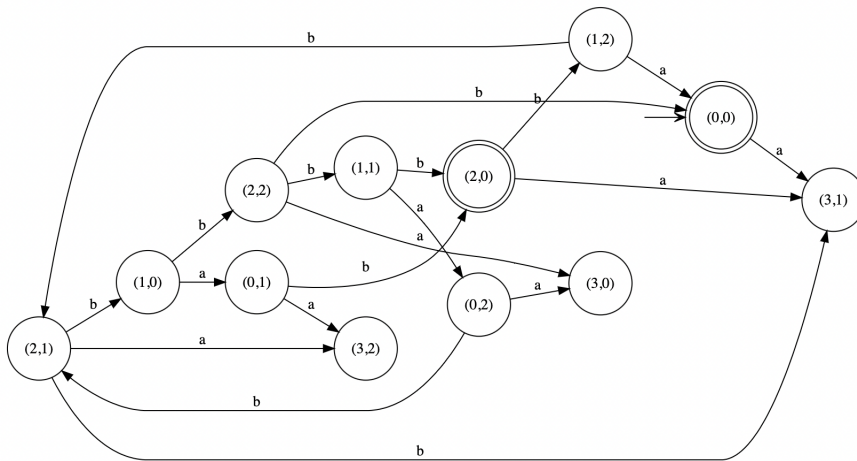
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



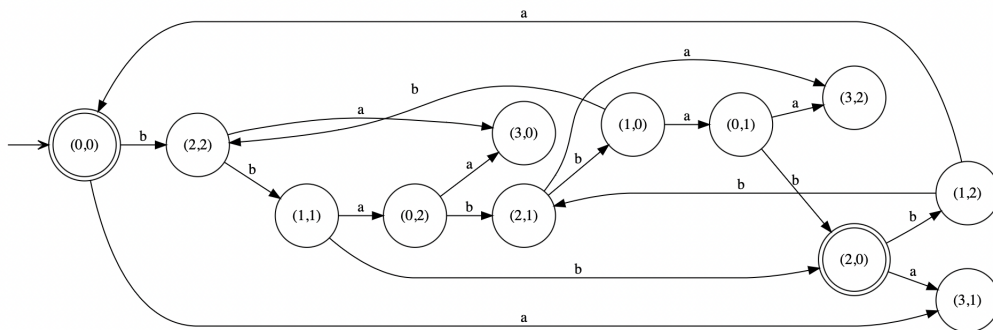
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ k ☐ ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ b ☐ ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐

Question 7 : ☐ ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f

Question 11 : ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ A accepte le langage universel. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

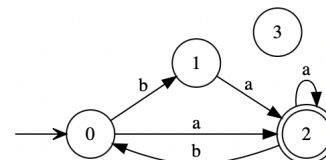
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

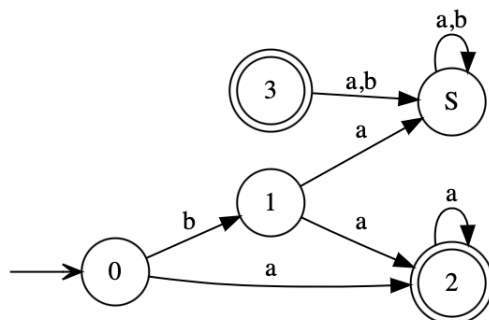


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d  f   i j

Question 3 : a   d e f   j k

Question 4 : a  c d  f g h i

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :  b   e f   j   m n

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a   d e

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A a au moins un état accessible.

☐ A n'est pas complet.

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ f A a au moins un état co-accessible.

☐ g A n'a pas d'état accepteur.

☐ h A a au moins un état non co-accessible.

☐ i A a au moins un état non accessible.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a A est complet.

☐ b A a des états accepteurs.

☐ c Les états de A sont tous accessibles.

☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ e u est accepté par A .

☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a Σ est fermé par suffixe.

☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ c Σ est fermé par facteur.

☐ d Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iv-.

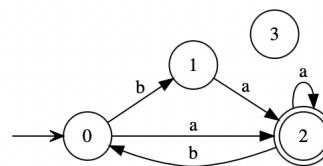
☐ d Celui de la Figure 2-i-.

☐ b Celui de la Figure 2-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-iii-.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i-.

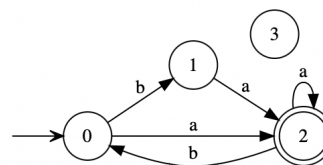
☐ d Celui de la Figure 3-iv-.

☐ b Celui de la Figure 3-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iii-.

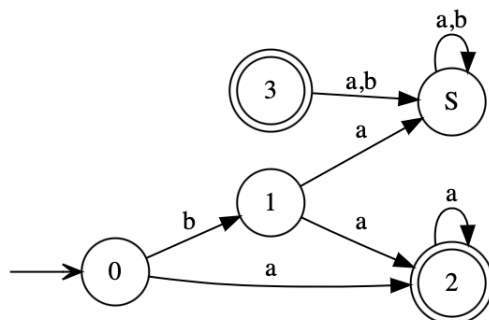
☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

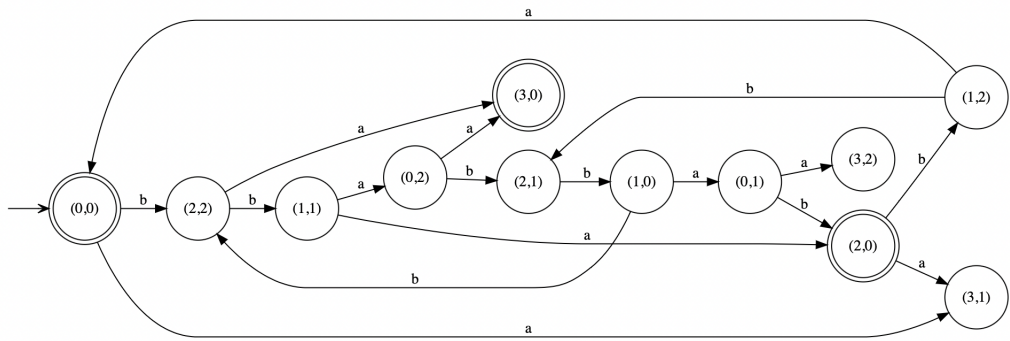
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



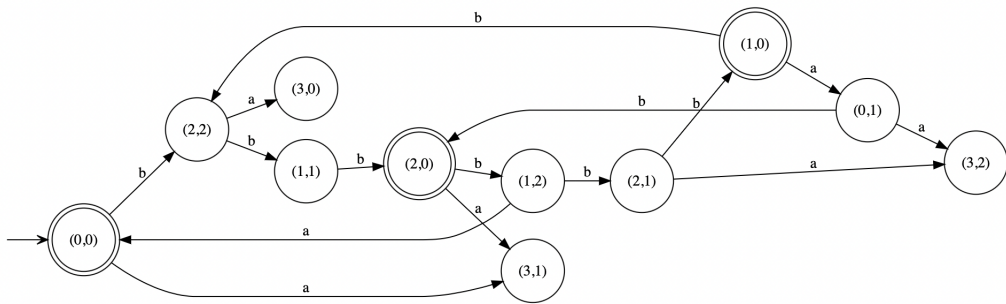
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



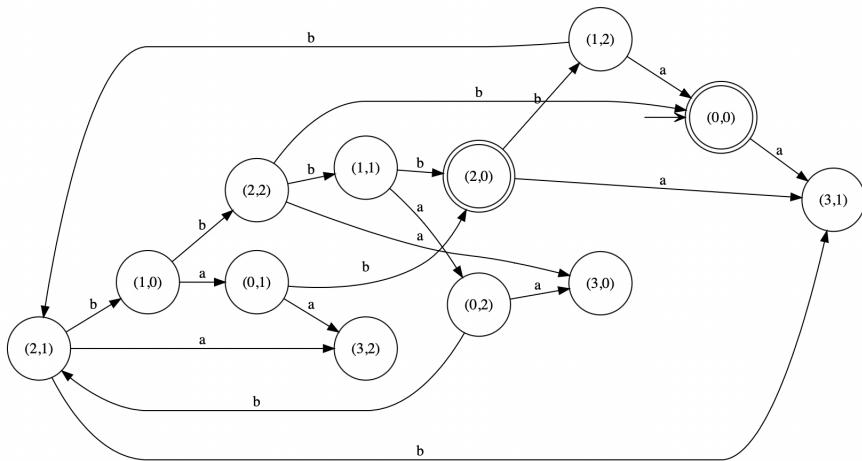
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



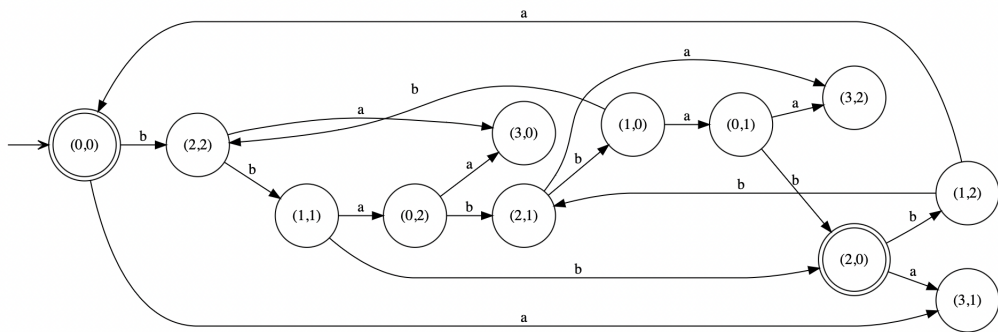
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

			d	e		g			j			m	n

Question 4 :

	b	c		e	f	g	h	i

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

					f	g	h	i	j	k

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b	c	d					i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

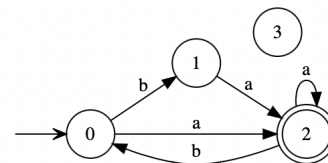
- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☒ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☒ f u n'est pas accepté par A .
☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☒ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  c   f  g  i  j

Question 3 :  b    g   j  k  m  n

Question 4 : a b  d  f  g  h  i

Question 5 : a   d e

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 : a b c d 

Question 8 :  b c  e   h  j  k

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.

■ Σ^* est fermé par suffixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.
 ■ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

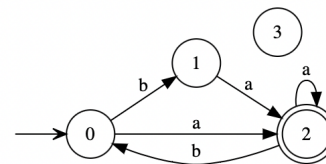
- $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
 ■ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
 ■ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

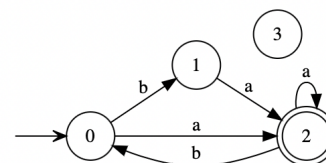


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ■ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☒ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

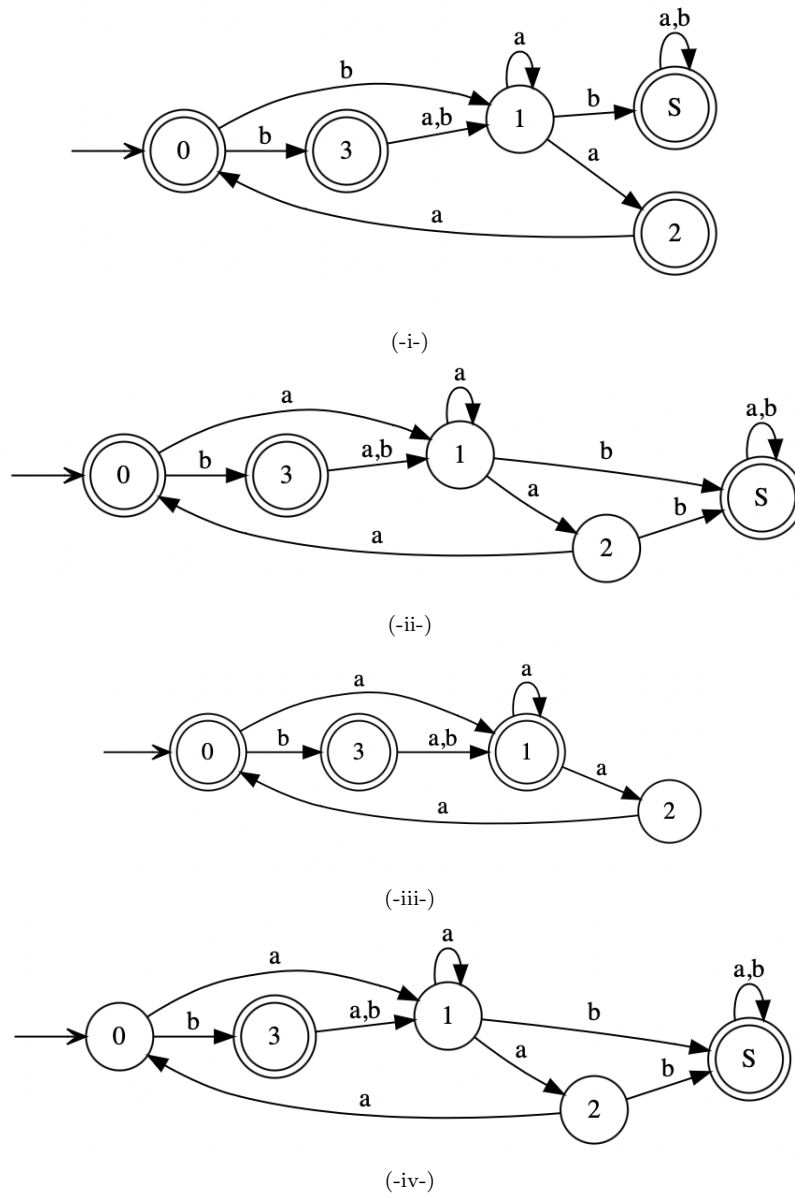


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

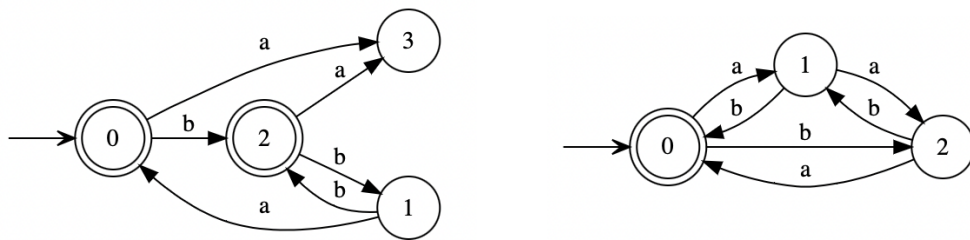


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a		c	d				h		j	k

Question 4 :

					f		h	i		k		m	n

Question 5 :

		c	d	e		g		i	j

Question 6 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A possède un état puits
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

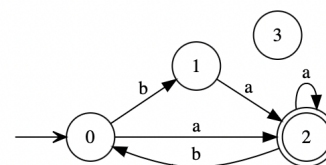
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

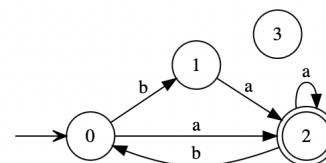


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.

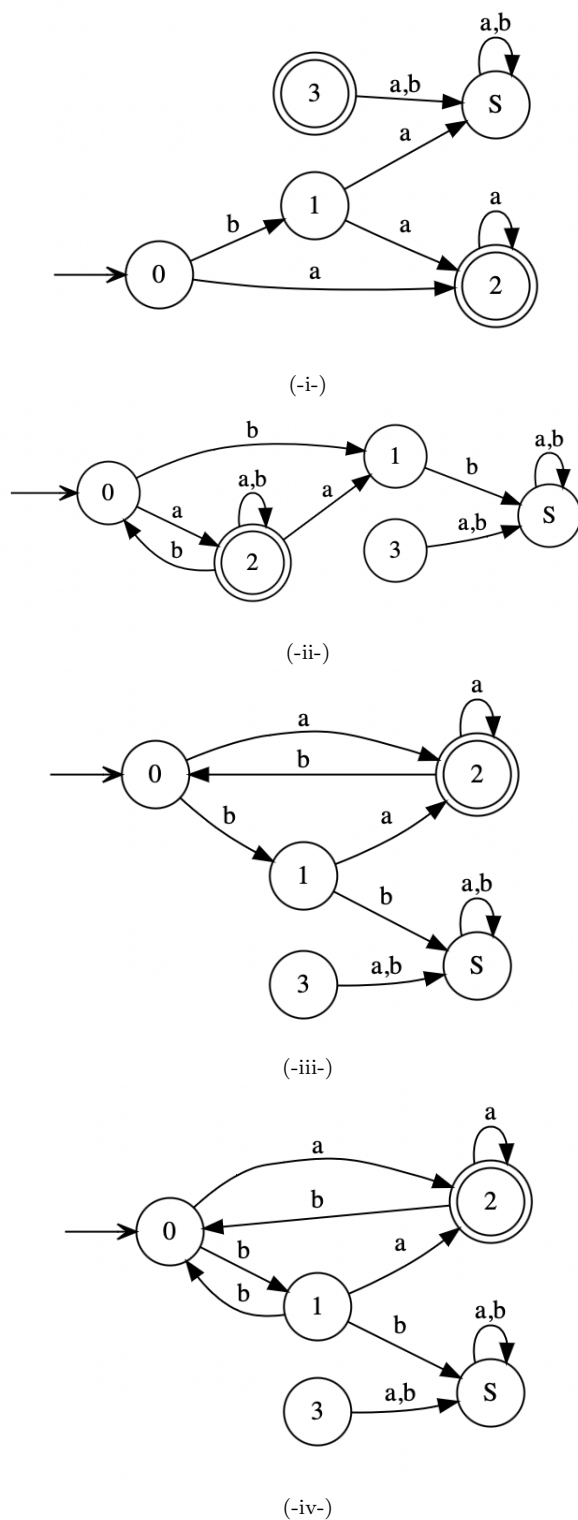


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e   i  k  m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c  e f  h i

Question 5 : a b  d  f  i j

Question 6 : a   d   g  i j k

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a   d e

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a P est forcément déterministe.

☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.

☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.

☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .

☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'est pas complet.

☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.

☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-i.

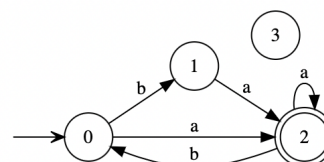
☐ d Celui de la Figure 2-ii.

☐ b Celui de la Figure 2-iii.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-iv.

☐ f Tous les automates.

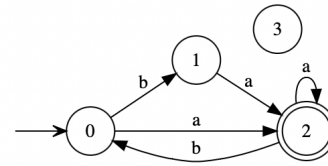


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.

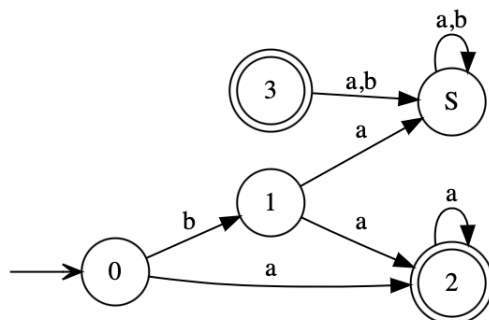


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



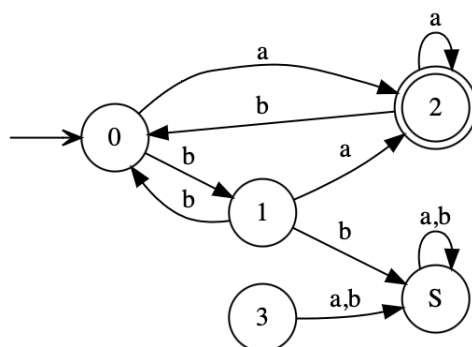
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



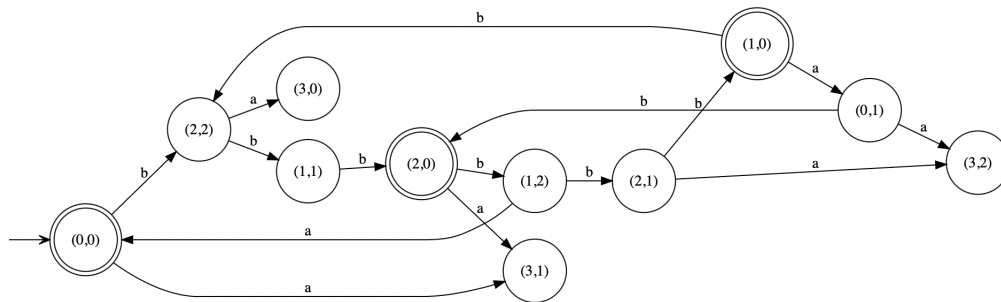
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



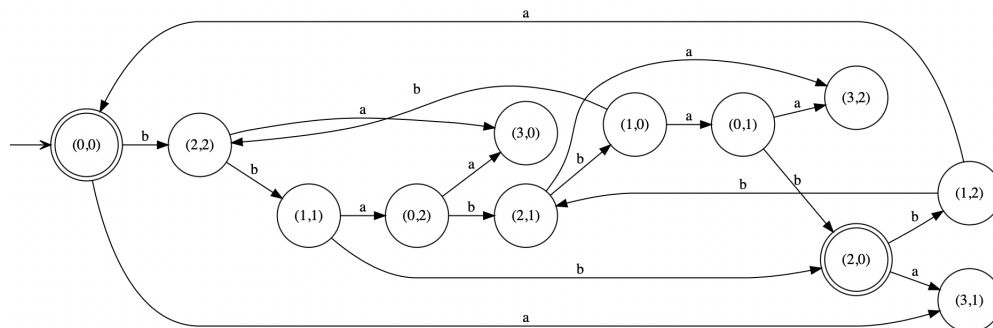
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d					j		l	m	n

Question 4 :

a			d	e	f			i	j

Question 5 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

	b	c	d			g			j	k

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ A est complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

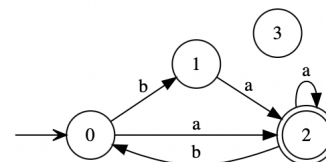
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

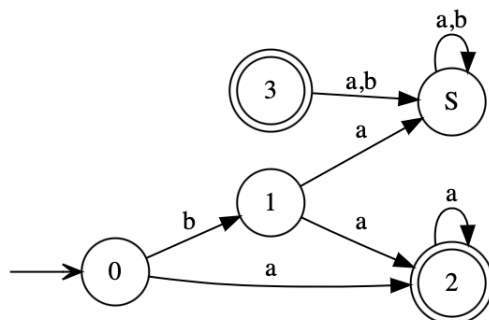


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



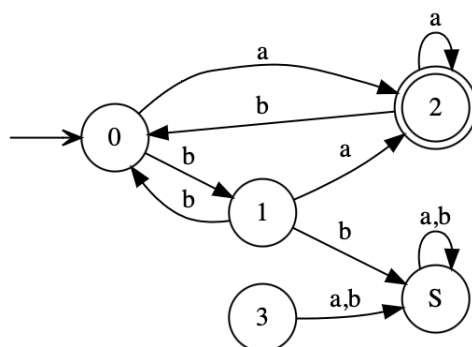
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c				g		i	j	k

Question 3 :

a	b	c		e	f		h	i

Question 4 :

a	b			e					k		m	n

Question 5 :

		c		e	f		h	i	j

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .

☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.

☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A a des états accepteurs.

☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.

☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être infini.

☐ Un mot est une fonction. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

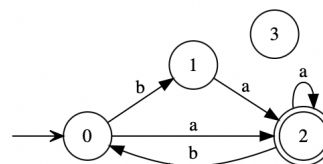
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

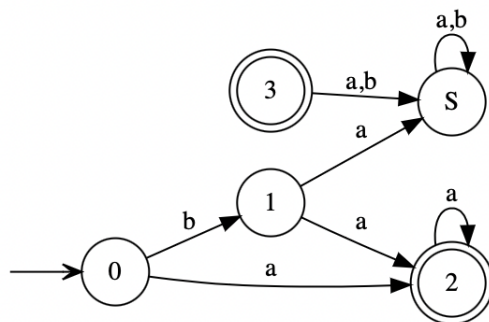


Partie 4 : Produit (4 points)

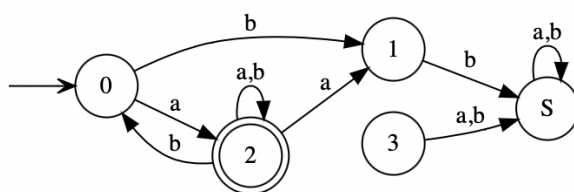
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



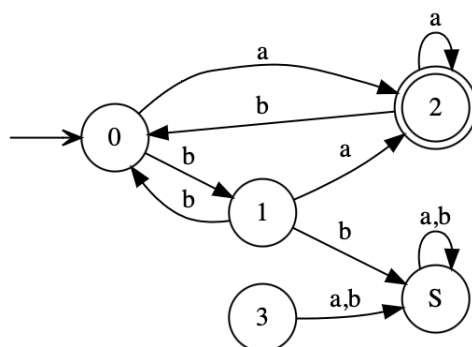
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a  ☐ c ☐ d    ☐ h  ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 5 :     ☐ e  ☐ g ☐ h  ☐ j   ☐ m ☐ n

Question 6 :  ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b   ☐ e   ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a  ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ Un mot est une application.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état accessible.	☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état non co-accessible.	☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible.	☐ A n'est pas complet.
☐ A n'a pas d'état accepteur.	☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .	
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.	

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.	☐ Σ est fermé par préfixe.	☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.	☐ Σ est fermé par suffixe.	
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.		

- ☐g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐h Σ est fermé par facteur.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐b Les états de A sont tous accessibles. ☐c A est complet.
- ☐d u est accepté par A . ☐e A a des états accepteurs.
- ☐f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

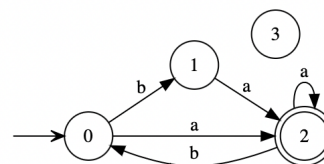
- ☐a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐d A possède un état puits ☐e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐g A accepte le langage universel.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☒b Celui de la Figure 2-iii-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-i-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e  g   j  m n

Question 3 :   c d e  g  j k

Question 4 :  b  d e

Question 5 :  b   e  g h i j

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a  c d e  g h i

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e A possède un état puits ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☒ A n'est pas complet. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

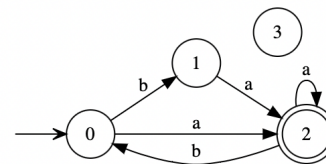
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

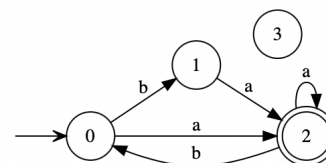


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

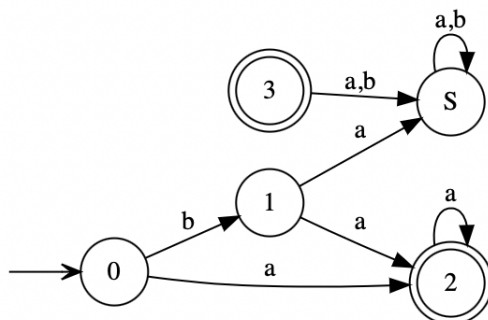
- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☒ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



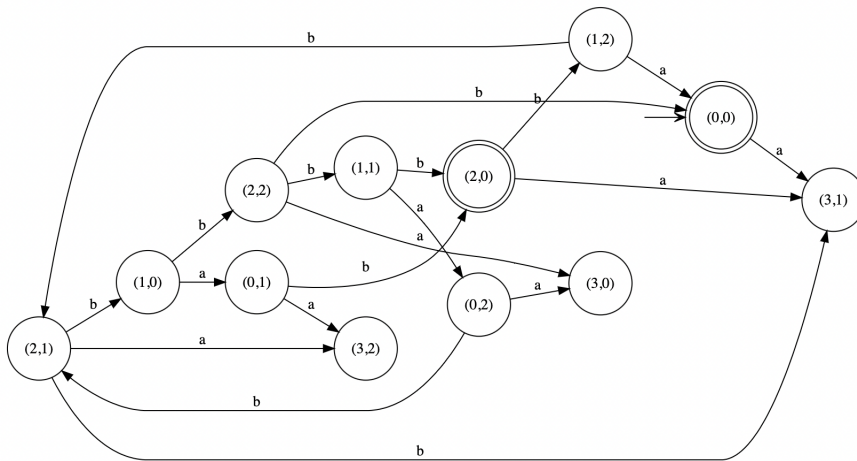
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



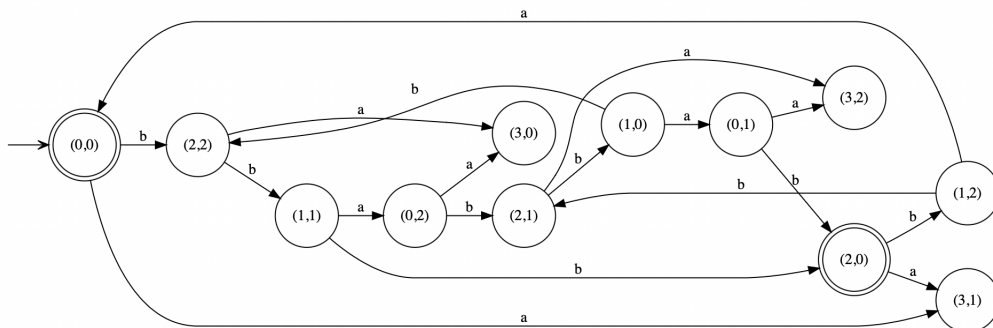
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f g  i j

Question 3 : a  c      i   l m n

Question 4 : a b c d 

Question 5 :  b  d e

Question 6 : a b c  e  g h i

Question 7 :  b c d  f    j k

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits

☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A n'a pas d'état accepteur.

☐ u n'est pas accepté par A .

☐ A a au moins un état accessible.

☐ d A a au moins un état co-accessible.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

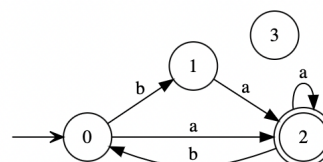
- ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d   g h i

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a   d   g h  j k

Question 6 :     f   i  k l m n

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a b   e f   i j

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ A possède un état puits.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état non co-accessible.

- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

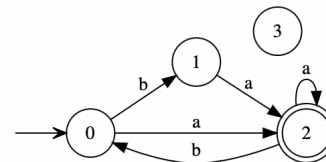
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b     h   k l m n

Question 3 :    e f g h i j

Question 4 :  b c d e  g h i

Question 5 : a b     h i j k

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b  d e

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b P est forcément déterministe.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot est une application. ☒ Un mot est une fonction.
☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être infini. ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ A n'est pas complet. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☒ A a au moins un état accessible. ☒ u n'est pas accepté par A.
☐ g A a au moins un état co-accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

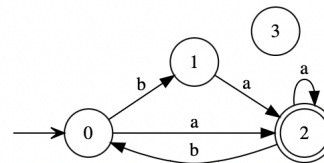
- ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

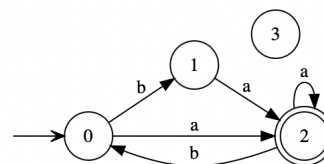


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

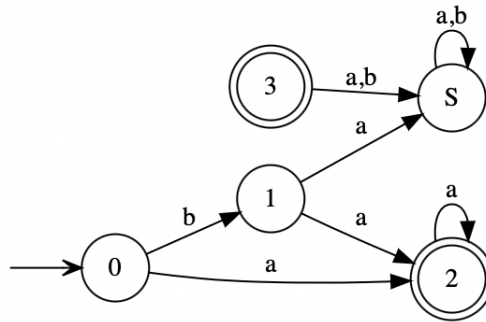
☐ b Celui de la Figure 5-i-.

☐ c Celui de la Figure 5-iii-.

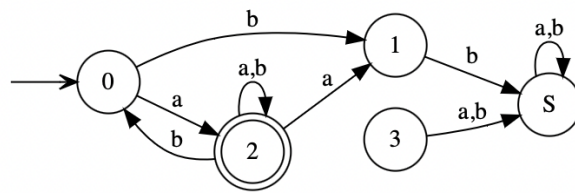
☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

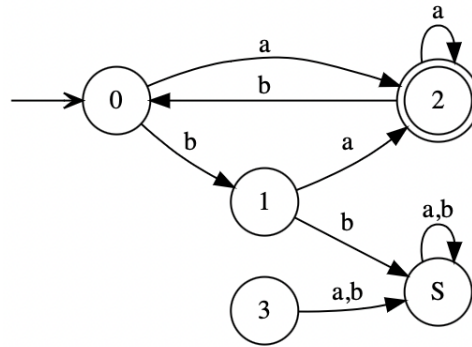
☐ f Tous les automates.



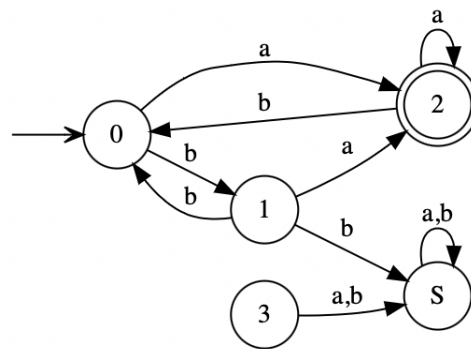
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

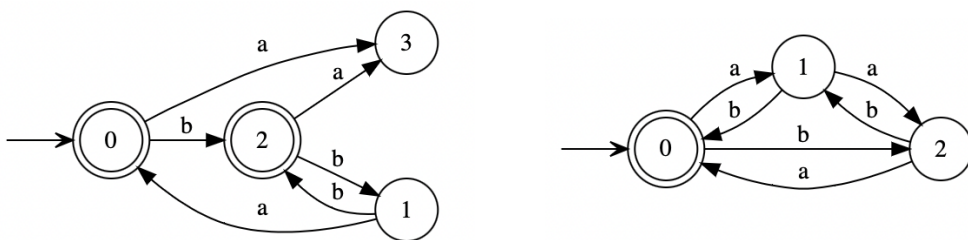


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 6 :

a					f	g					l	m	n

Question 7 :

	b	c	d			g			j	k

Question 8 :

	b	c		e		g		i	j

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

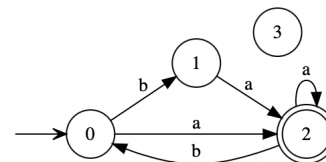
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.

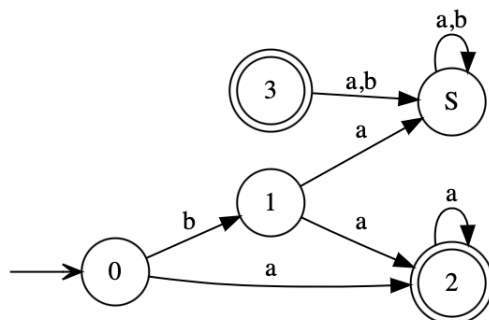


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☐ c	Celui de la Figure 5-i.
☐	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

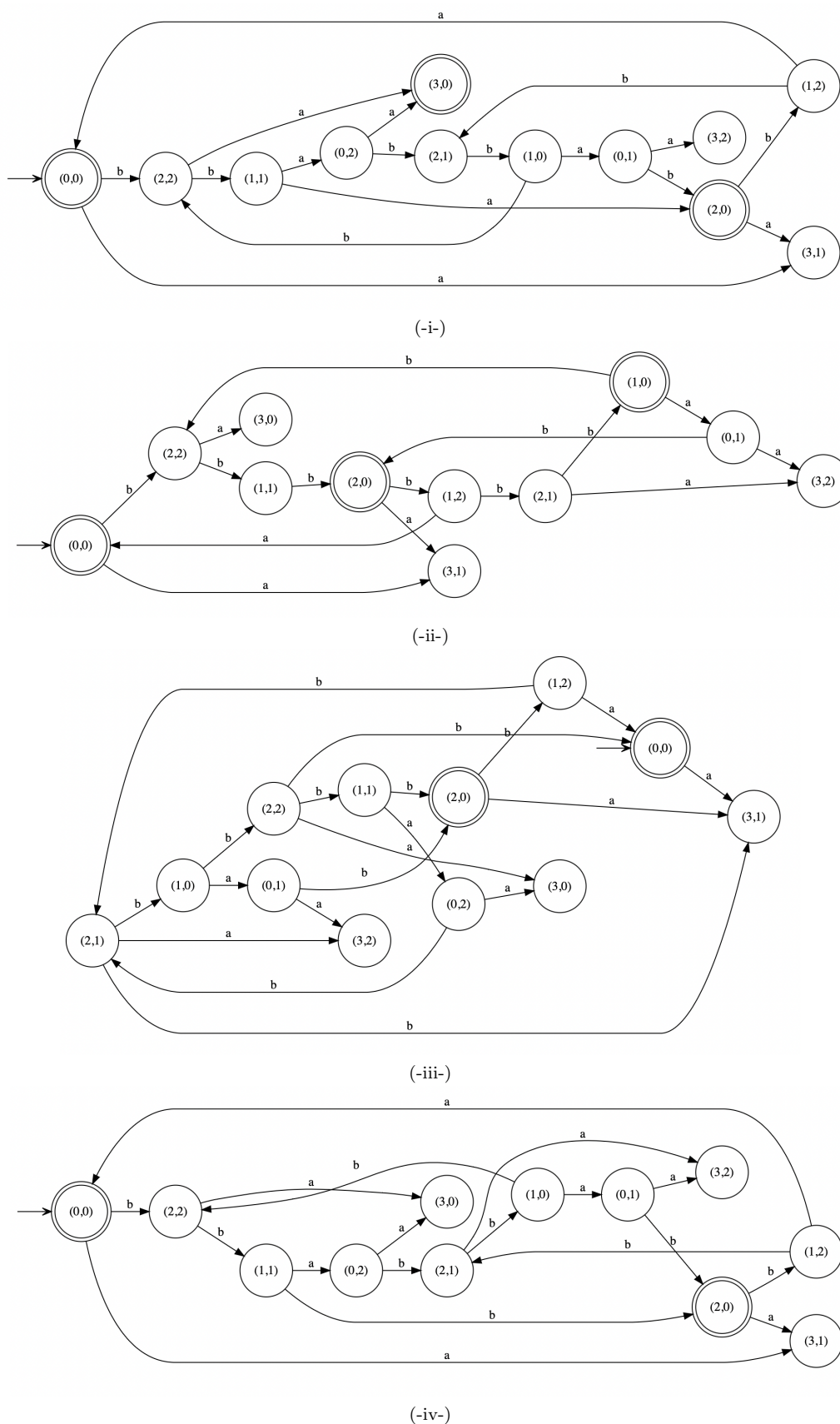


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d 

Question 4 :  b   f  h i   m n

Question 5 : a  c  e   i j k

Question 6 : a b c   f g h i

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :  b  d  f g  i j

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☒ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible. ☒ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☒ f A a au moins un état accessible.
- ☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☒ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☒ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
 ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
 ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ c A a des états accepteurs.
 ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ e u est accepté par A .
 ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
 ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
 ☐ e Σ est fermé par préfixe.
 ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
 ☐ g Σ est fermé par suffixe.
 ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
 ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
 ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

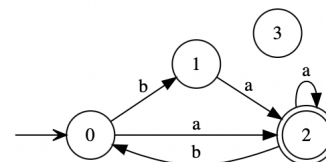
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
 ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
 ☐ c P est forcément déterministe.
 ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
 ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
 ☐ b Celui de la Figure 2-i.
 ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
 ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
 ☐ e Aucun des automates.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

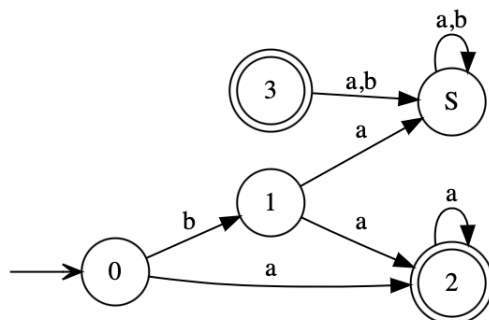


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



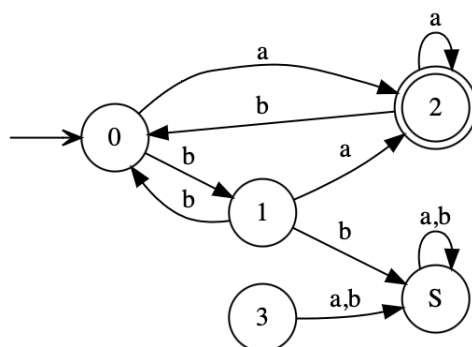
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

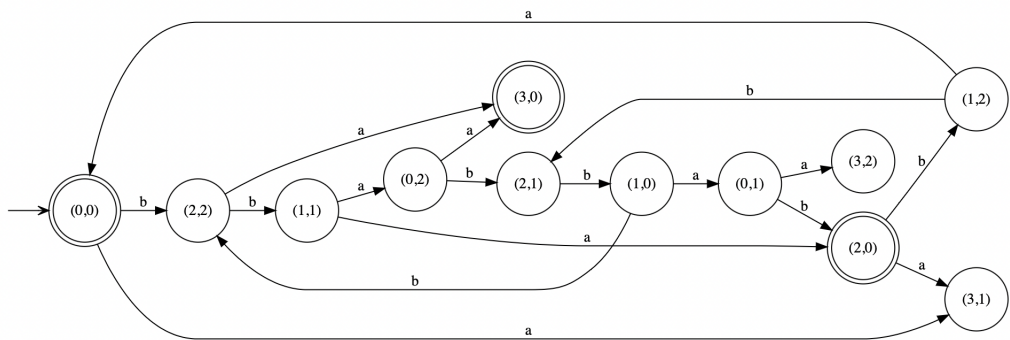
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



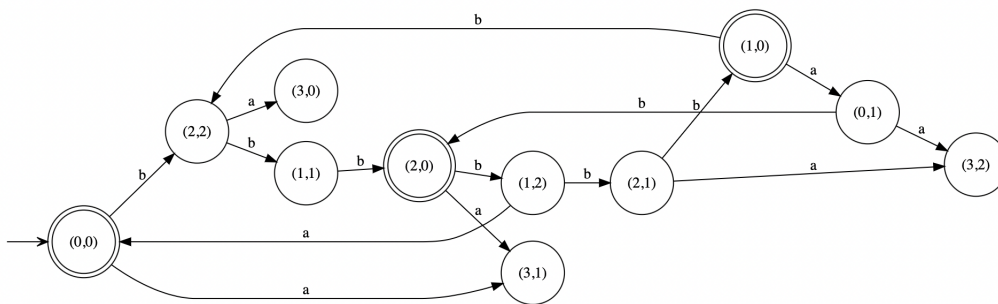
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



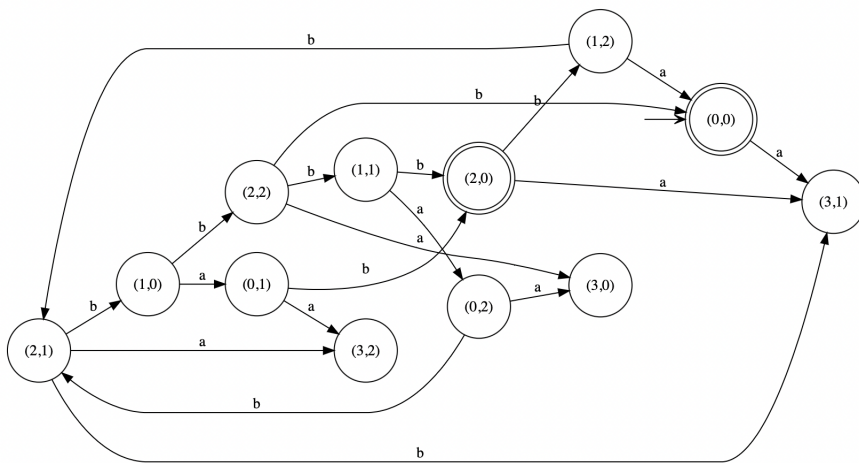
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



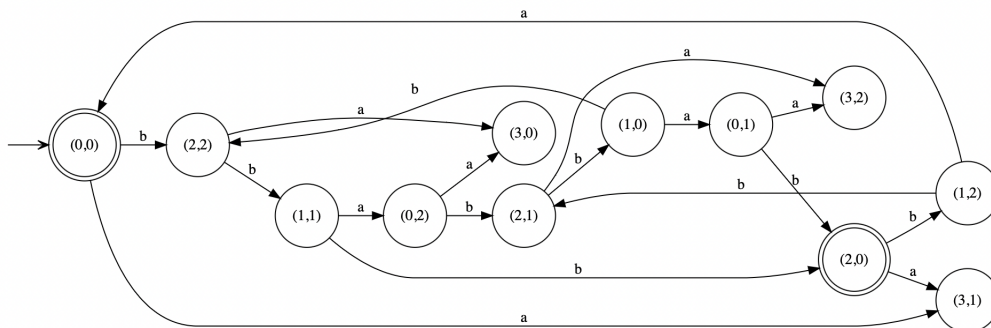
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a		c		e				i	j	k

Question 4 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 5 :

a			d			g	h					m	n

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a		c		e		g		i	j

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☒ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état non accessible.
☒ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b P est forcément déterministe.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
☒ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c A accepte le langage universel. ☒ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

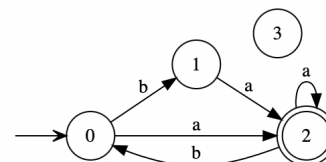
- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

		c	d	e		g			j	k

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 6 :

a	b	c					h	i	j

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

						g		i	j		l	m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☒ c Σ^* est fermé par préfixe.
☒ d Σ^* est fermé par suffixe. ☒ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état non accessible.
☒ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ g A n'est pas complet. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☒ f Un mot est une fonction.
☒ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ h Un mot peut être vide.
☒ i Un mot est une application. ☒ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

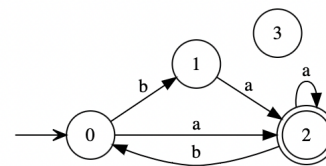
- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☒ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ c Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates. ☐ f Tous les automates.

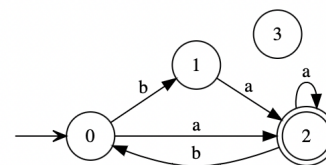


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

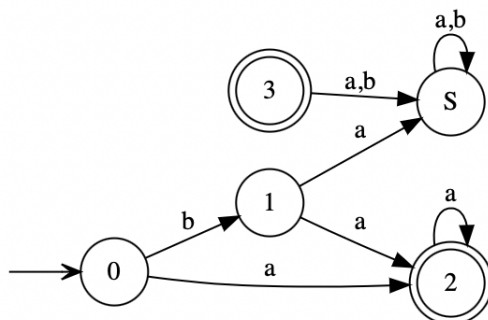
- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ b Celui de la Figure 3-i. ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 3-ii. ☒ e Aucun des automates. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



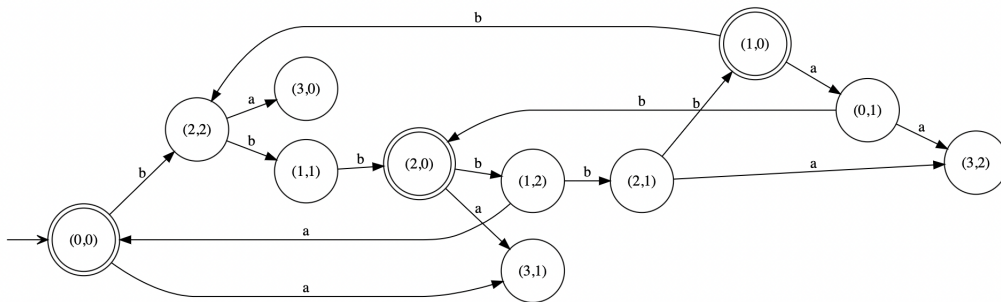
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



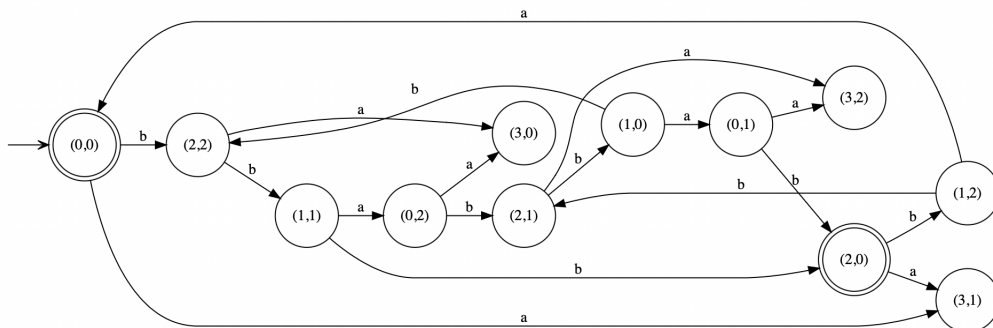
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b				f		h	i	j

Question 4 :

		c		e			h	i	j	k

Question 5 :

	b	c	d	e								m	n

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b		d	e

Question 8 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ A possède un état puits
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

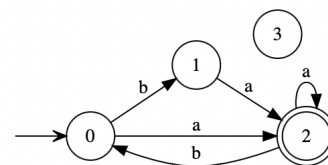
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

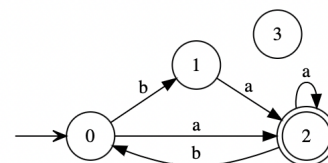


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

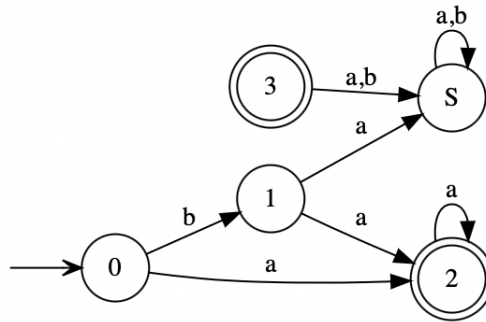
- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



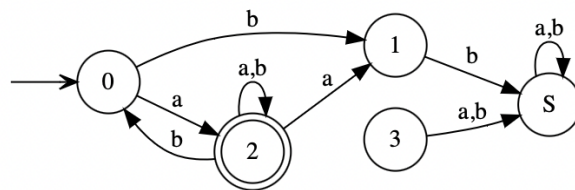
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

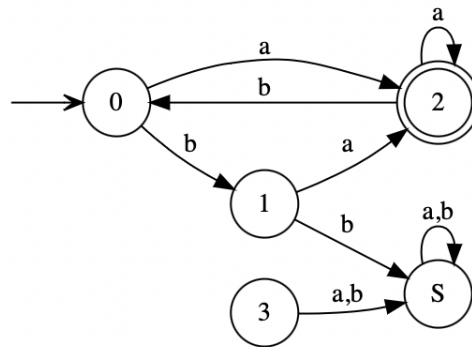
- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



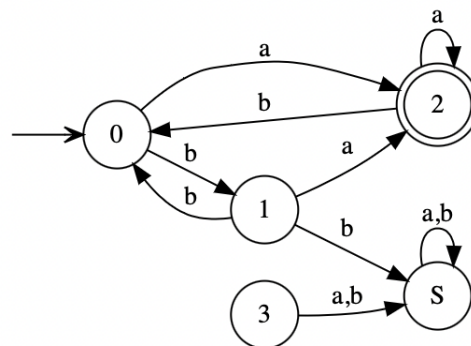
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  c  e f g h i

Question 3 :  b  d e

Question 4 : a b     g h  j k

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 : a  c  e   h i j

Question 7 :  b    f  h i    m n

Question 8 : a b c d 

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☒ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☒ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ i Un mot est une fonction.
- ☒ j Un mot peut être vide.

- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

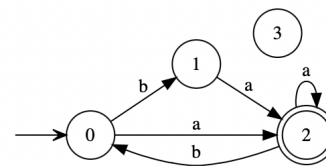
- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

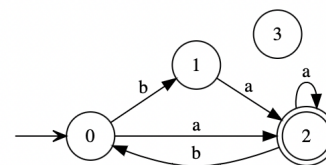


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ c Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



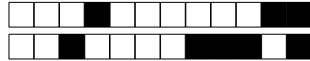
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 5 :

	b	c		e	f							m	n

Question 6 :

		c	d			g	h	i	j

Question 7 :

a				e	f		h		j	k

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A n'est pas complet. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ u n'est pas accepté par A. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

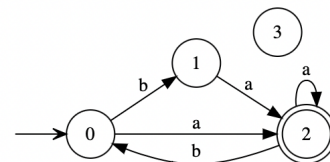
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



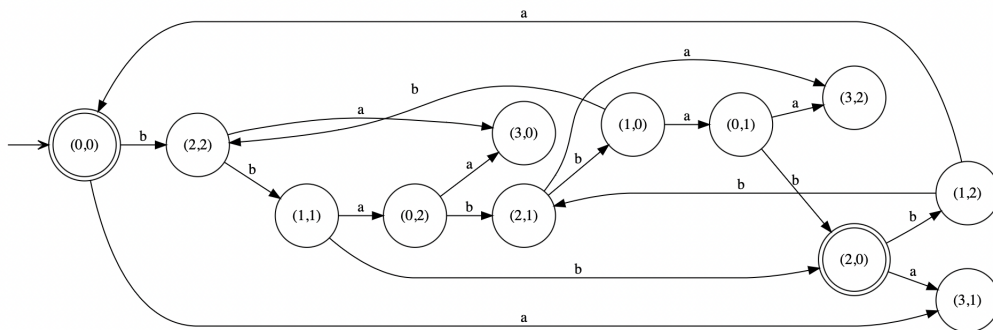
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 3 :

		c	d	e

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a		c				g		i	j	k

Question 6 :

a							h	i			l	m	n

Question 7 :

		c	d	e	f			i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Un mot peut être vide. ☒ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot est une fonction.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☒ Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☒ A n'est pas complet.
- ☒ A a au moins un état accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

■ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f A accepte le langage universel.
 ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

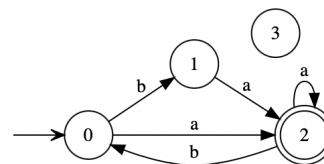
- $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
 ■ P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
 ■ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.

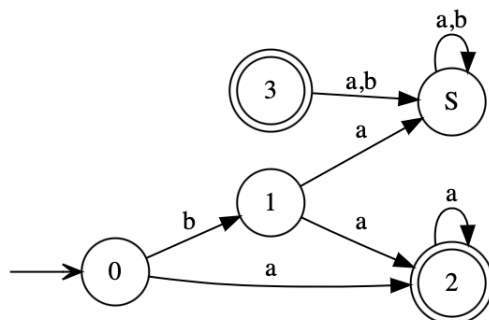


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



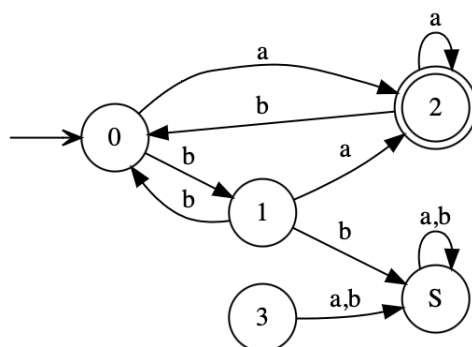
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



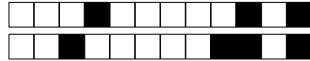
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a			d	e		g		i	j

Question 4 :

						g		i	j		l	m	n

Question 5 :

a		c	d	e					j	k

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

	b	c	d	e	f		h	i

Question 8 :

	b		d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ A accepte le langage universel.

☐ A possède un état puits

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐	u n'est pas accepté par A .	☐	A a au moins un état co-accessible.
☐	A a au moins un état non co-accessible.	☐	A a au moins un état non accessible.
☐	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	☐	A a au moins un état accessible.
☐	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	☐	A n'a pas d'état accepteur.
☐	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐	A n'est pas complet.		
☐	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

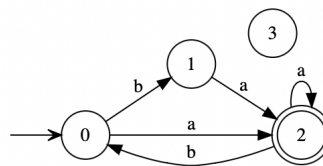
Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

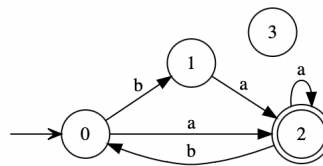


☐ a	Celui de la Figure 2-ii.	☐ d	Celui de la Figure 2-iv.
☐ b	Celui de la Figure 2-i.	☐ e	Aucun des automates.
☒ c	Celui de la Figure 2-iii.	☐ f	Tous les automates.

Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :



☐ a	Celui de la Figure 3-i.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.

Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



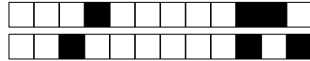
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d 

Question 4 :  b c d e    i j

Question 5 : a b c   f g h i

Question 6 :  b c d   g   j k

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :   c  e    j  l m n

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ b P est forcément déterministe.
☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ b Σ^* est fermé par facteur. ☒ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☒ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☒ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☒ b Un mot est une application.
☒ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ d Un mot peut être vide.
☒ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☒ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☒ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A possède un état puits ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A accepte le langage universel.
☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

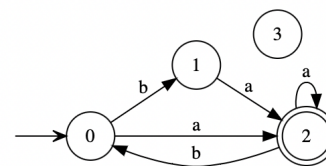
- ☒ a A n'est pas complet. ☒ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☒ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☒ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☒ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

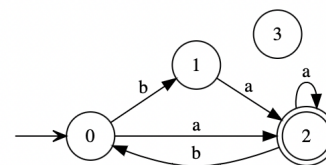


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☒ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒ Celui de la Figure 5-iv-.

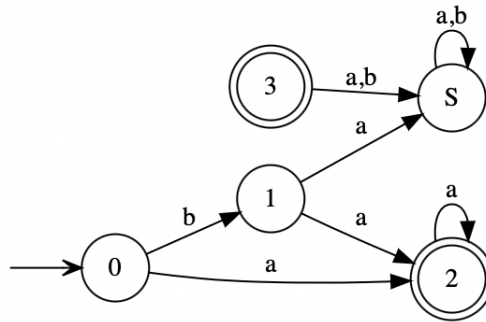
☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-ii-.

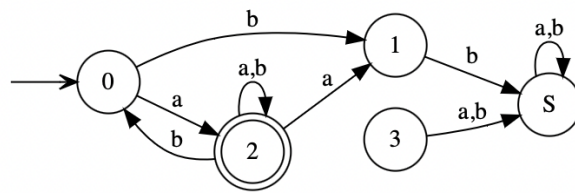
☐ d Celui de la Figure 5-i-.

☐ e Aucun des automates.

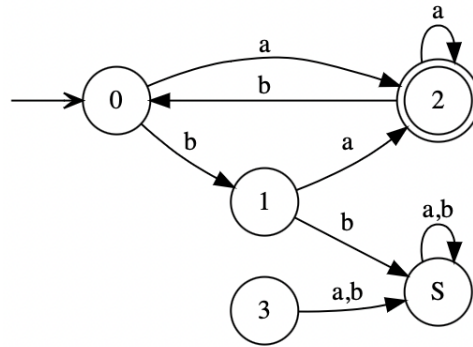
☐ f Tous les automates.



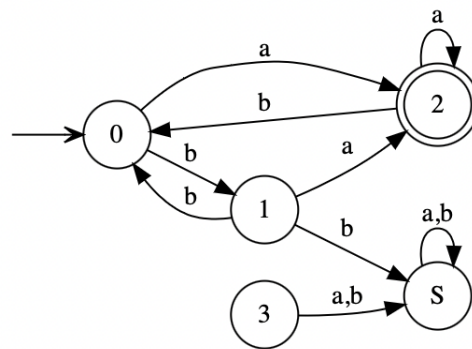
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

a			d		f	g		i	j

Question 5 :

					f		h	i	j			m	n

Question 6 :

a	b		d	e	f		h	i

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

		c	d		f			i	j	k

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.

☐ c A possède un état puits

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

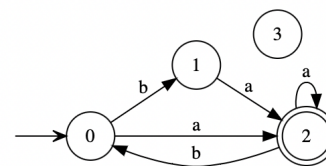
- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ A a des états accepteurs. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ A est complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.

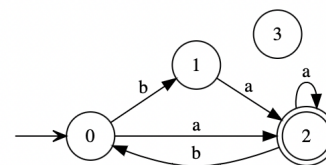


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Celui de la Figure 3-i-.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



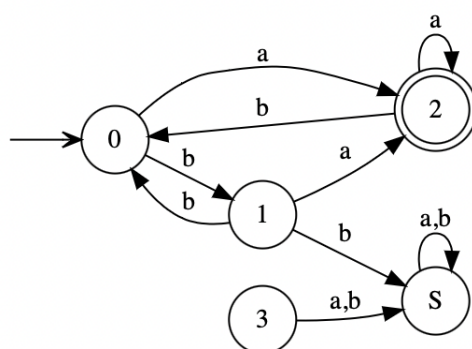
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a  c    g h i j

Question 5 : a b c   f g h i

Question 6 :  b   e f   i    m n

Question 7 : a b   e  g   j k

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☒ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☒ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☒ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A n'est pas complet.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☒ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☒ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☒ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☒ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits
- ☐ A accepte le langage universel.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

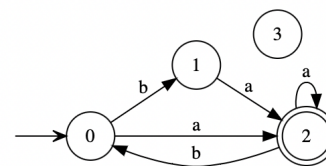
- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-i. ☐ Tous les automates.

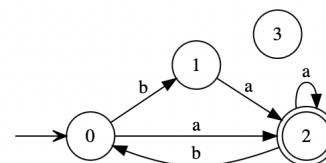


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii. ☐ Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ Celui de la Figure 3-i. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 3-ii. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a				e	f		h	i	j

Question 5 :

	b	c		e			h		j	k

Question 6 :

	b		d	e	f	g	h	i

Question 7 :

	b	c	d			g						m	n

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits

- L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ■ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ■ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Σ est fermé par facteur. ■ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

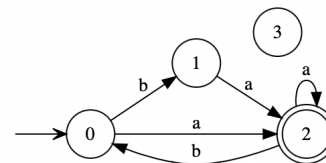
- ☐ Un mot peut être infini. ■ Un mot est une application.
- Un mot est une fonction. ■ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ■ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ■ Un mot possède une infinité d'extensions.
- Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-i.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii.
☐ c	Celui de la Figure 5-i.
☒	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

	b				f	g		i	j	k

Question 5 :

a	b	c		e		g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a		c	d			g		i	j

Question 8 :

a						g			j		l	m	n

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot est une application.
 ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot peut être infini.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut être vide.
 ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'est pas complet.
 ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A a au moins un état accessible.
 ☐ A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ A n'a pas d'état accepteur.
 ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet.
☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

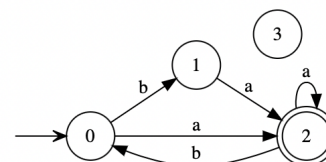
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.

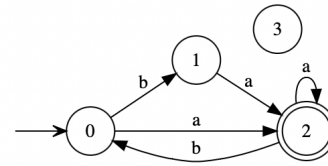


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

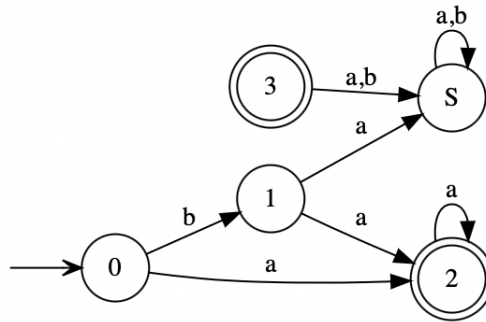


Partie 4 : Produit (4 points)

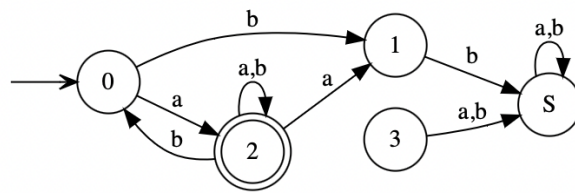
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

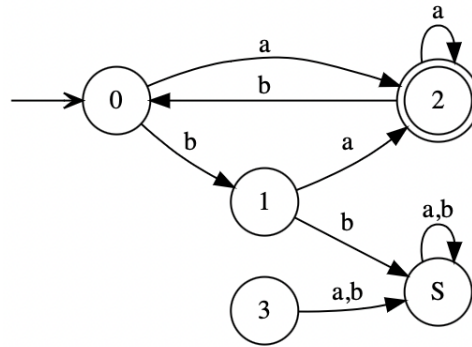
☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



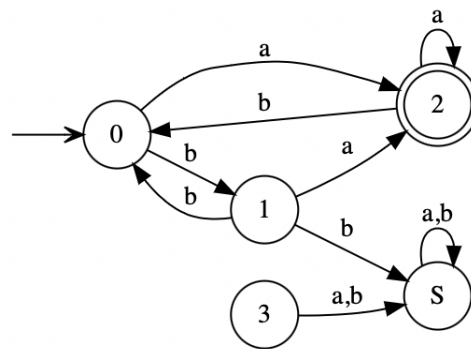
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



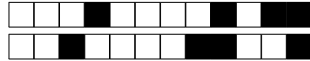
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d e    j  l m n

Question 3 : a   d e

Question 4 : a   d  f  h  j k

Question 5 : a  c d e f  h i

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a  c   f  h i j

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

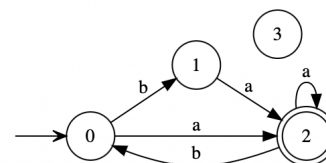
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☒ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

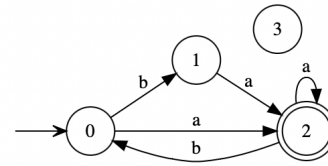


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

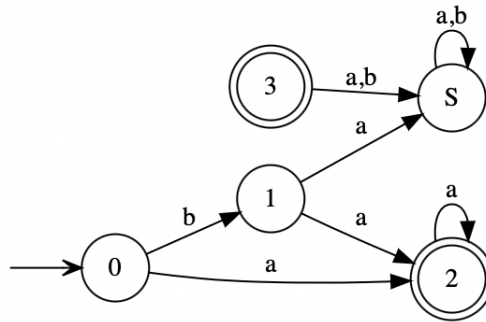


Partie 4 : Produit (4 points)

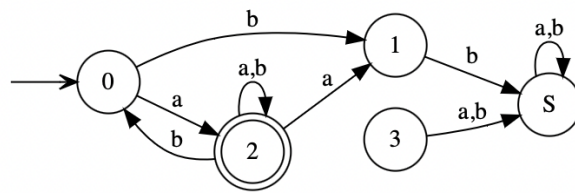
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

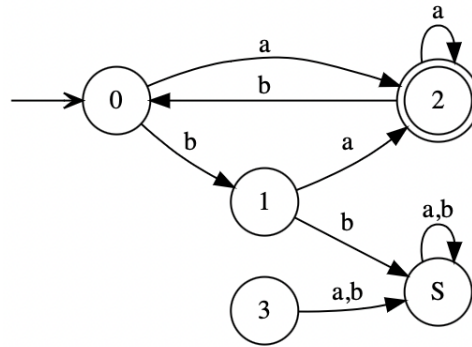
☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



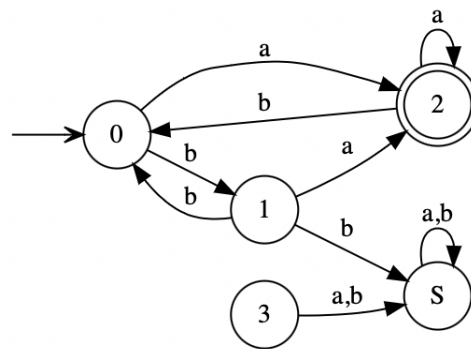
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



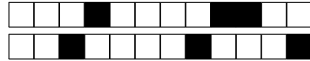
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d				h	i	j

Question 3 :

				e	f				j	k		m	n

Question 4 :

	b		d			g		i	j	k

Question 5 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Un mot est une application. ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

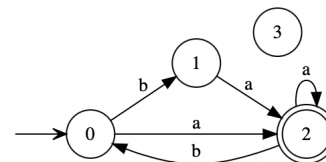
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe. ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



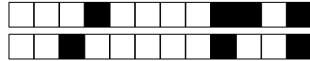
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :      f g h i j k

Question 3 : a   d  f  h     m n

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :   c d e

Question 6 : a b c d   g h i

Question 7 : a b c d 

Question 8 : a b   e   h i j

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A n'est pas complet.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non accessible.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A possède un état puits
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ P est forcément déterministe.

☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ h Σ est fermé par préfixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot peut être vide.

☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ i Un mot peut être infini.

☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot est une application.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-i-.

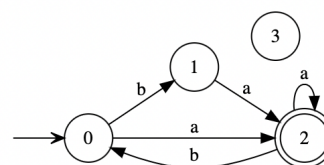
☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ b Celui de la Figure 2-iv-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-ii-.

☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

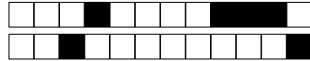


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :     e  g h i j k

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b c   f g h i

Question 6 :   c d e

Question 7 :   c  e f  h i j

Question 8 :   c  e    i j   m n

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A n'est pas complet. ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

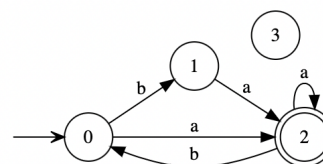
- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ u est accepté par A . ☐ A est complet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii. ☐ Celui de la Figure 2-i.
☐ Celui de la Figure 2-iv. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iii. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e	f	g	h	i

Question 3 :

					f	g	h				l	m	n

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

		c			f		h	i	j	k

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

a		c		e	f			i	j

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A a au moins un état accessible. ☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état non accessible.

☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ u n'est pas accepté par A .

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A n'a pas d'état accepteur.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous accessibles.

☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
 ☐ Σ^* est fermé par facteur.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

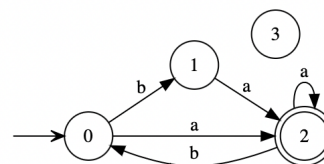
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
 ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel.
 ☐ e A possède un état puits
 ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ e Aucun des automates.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

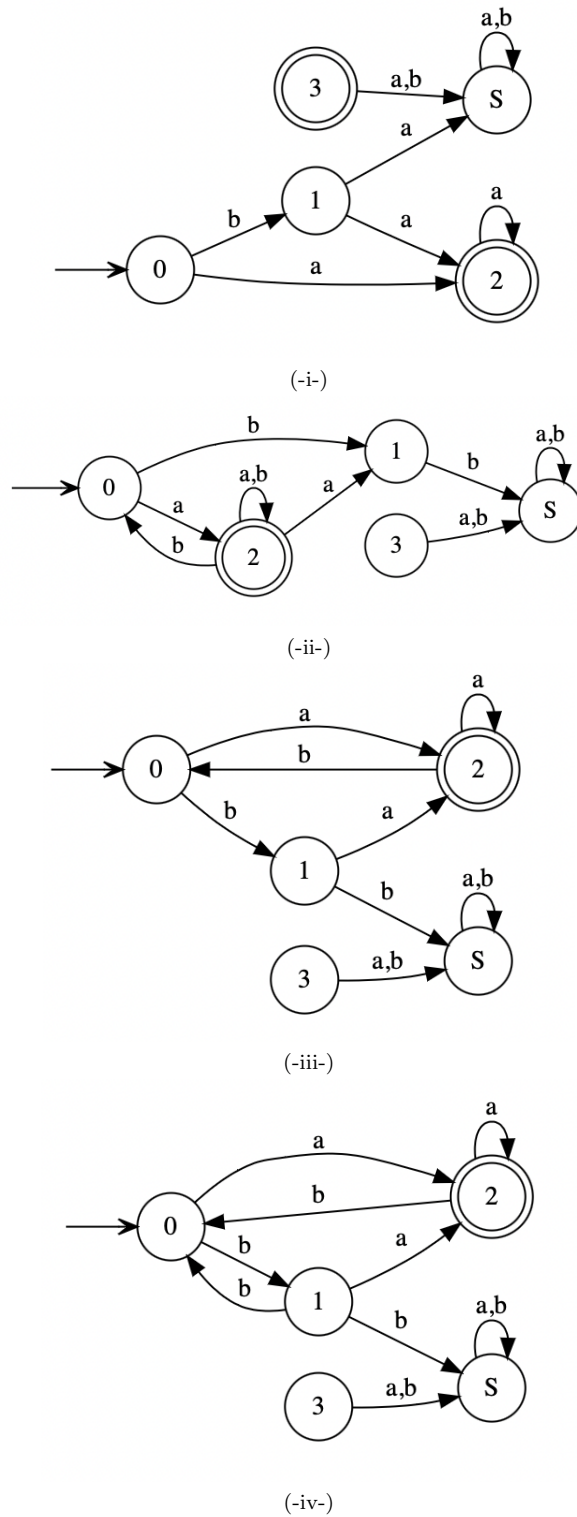


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

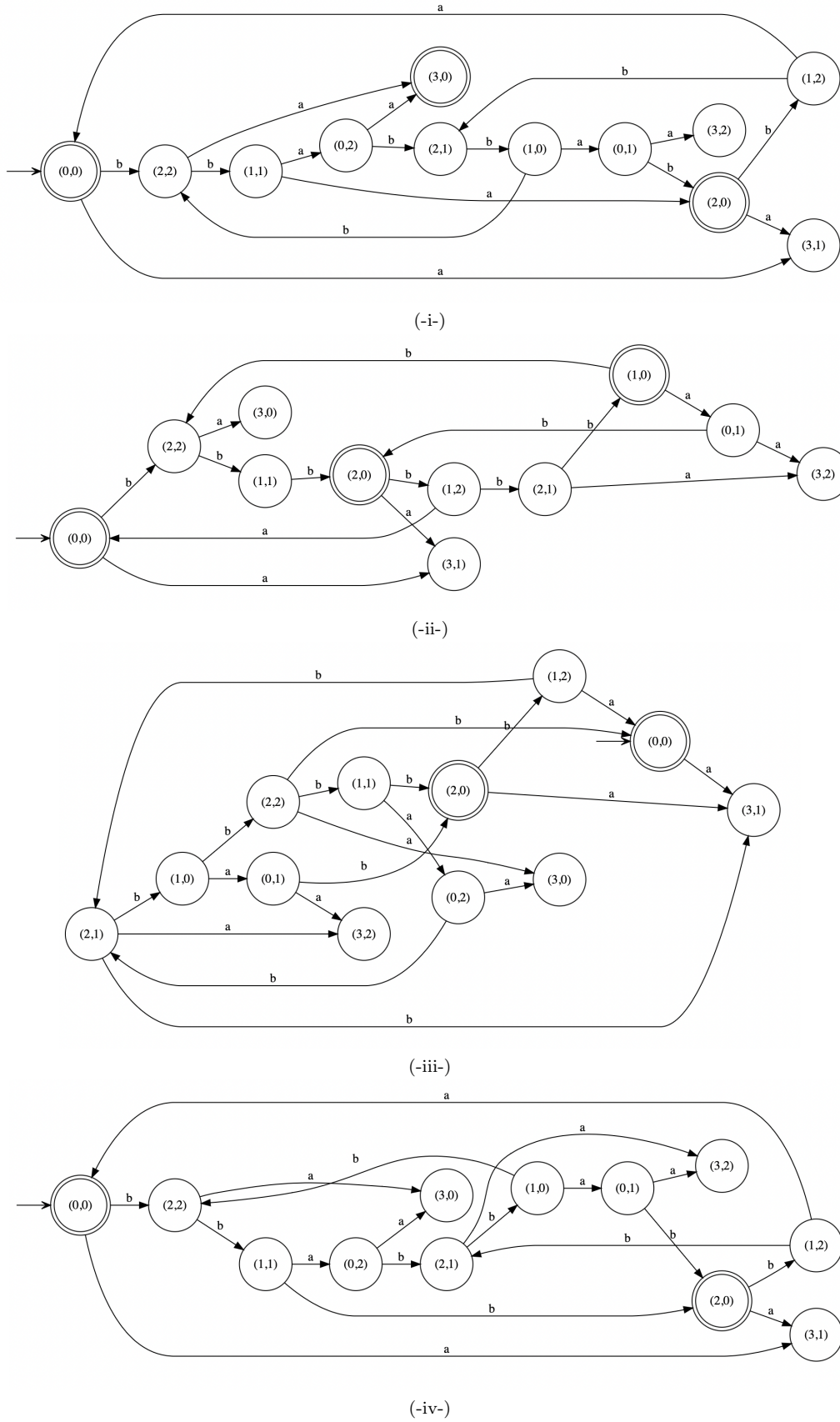


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 :  b  d e    i j k

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :   c   f g h     m n

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a   d   g h i j

Question 8 : a b  d e f  h i

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

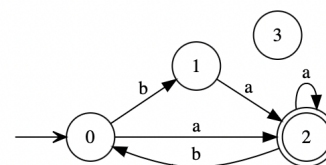
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

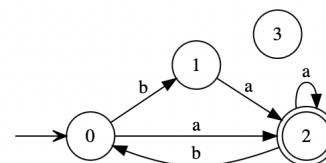


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

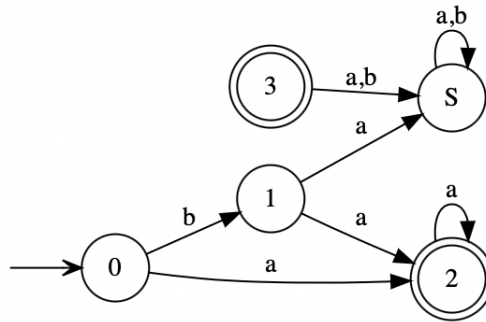
- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



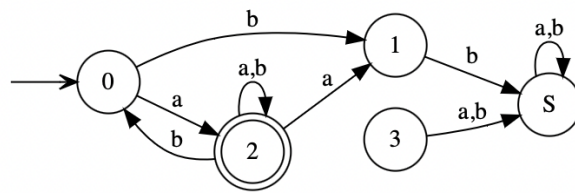
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

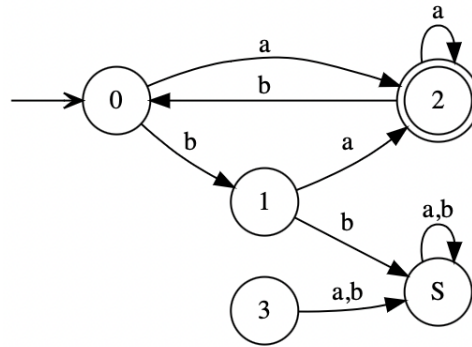
- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



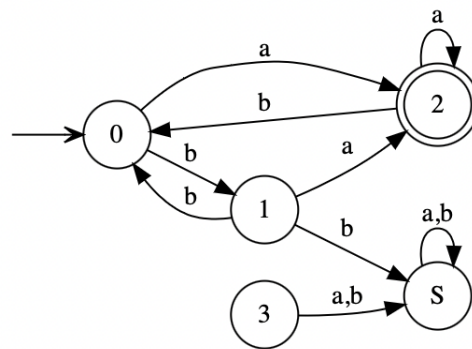
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b		d		f	g	h	i

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

	b		d	e

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

				e	f		h	i	j	k

Question 7 :

		c					h	i		k		m	n

Question 8 :

		c	d	e	f			i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ u n'est pas accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ u est accepté par A .
☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ A est complet.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être vide. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

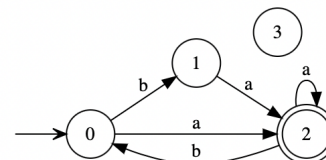
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.

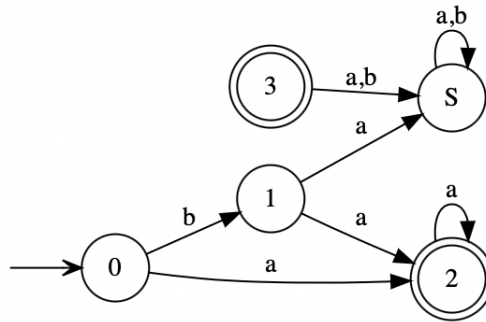


Partie 4 : Produit (4 points)

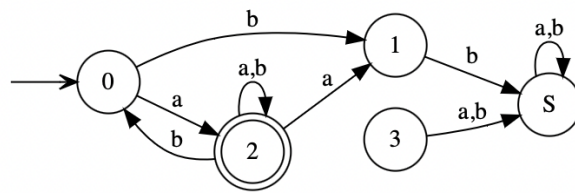
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

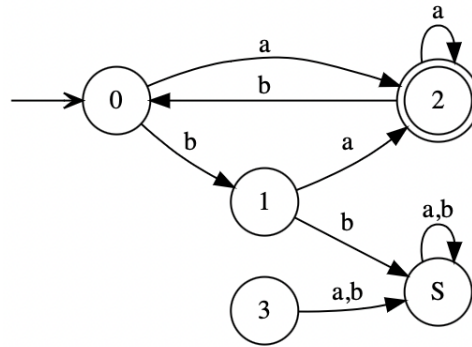
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



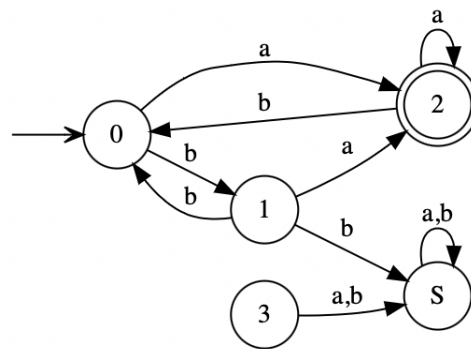
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



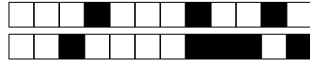
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b   e f  h i j

Question 3 :   c  e f g   j k

Question 4 :  b  d e

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :   c   g  i   l m n

Question 7 :   c d e f g h i

Question 8 : a b c d 

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état non accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

■ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

■ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ■ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

■ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ A accepte le langage universel. ☐ A possède un état puits

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Σ est fermé par suffixe.

■ Σ^* est fermé par suffixe.

■ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par préfixe.

■ Σ^* est fermé par facteur.

■ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-i-.

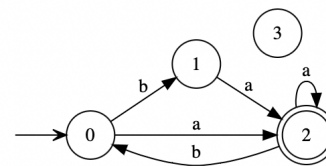
■ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-iii-.

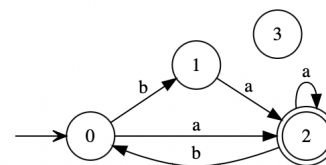
☐ Celui de la Figure 3-iv-.

☐ Celui de la Figure 3-i-.

■ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



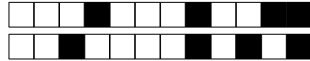
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b      i j k  m n

Question 3 :   c  e f   i j k

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 : a b c d 

Question 6 :  b  d e

Question 7 : a  c d  f g h i

Question 8 : a b c   f   i j

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.

☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état accessible.

☐ u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non co-accessible.

☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ i A n'a pas d'état accepteur.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e A possède un état puits

- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☒ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☒ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut être vide.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ Un mot est une fonction. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☒ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

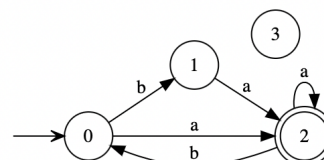
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

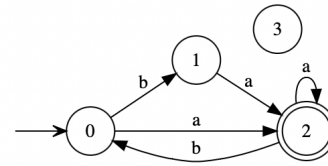


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.

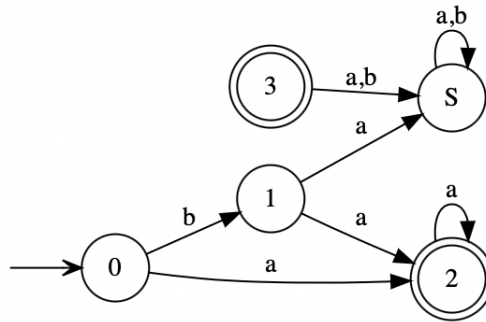


Partie 4 : Produit (4 points)

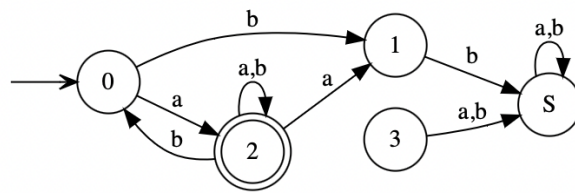
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

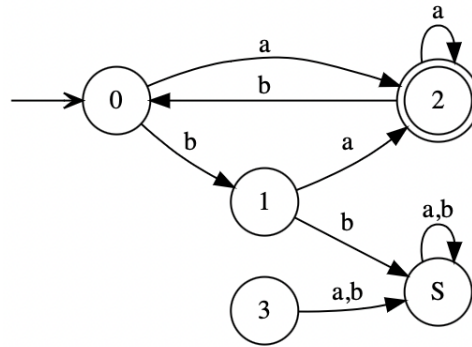
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



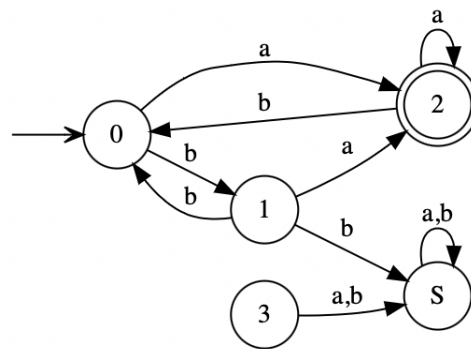
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b    ☐ f   ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 :  ☐ b   ☐ e ☐ f ☐ g  ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a   ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d 

Question 7 :  ☐ b    ☐ g   ☐ j  ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g 

Question 9 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d  ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b  ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel. ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☒ d u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état non accessible.
☒ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☒ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ Σ est fermé par préfixe.

☐ Σ est fermé par facteur.

☐ Σ est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par facteur.

☐ Σ^* est fermé par suffixe.

☐ Σ^* est fermé par préfixe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Un mot est une application.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-iv-.

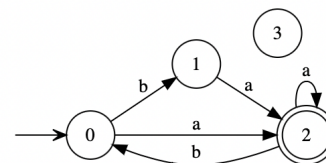
☐ Celui de la Figure 2-i-.

☐ Celui de la Figure 2-iii-.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii-.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 4 :

	b	c		e			h		j	k

Question 5 :

a	b	c	d	

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

	b	c	d	e				i	j

Question 8 :

		c	d	e			h					m	n

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'est pas complet.
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A possède un état puits
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

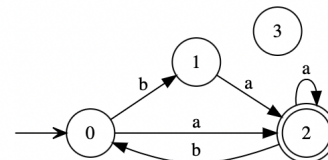
- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c			f			i	j

Question 3 :

a			d		f			i	j	k

Question 4 :

a		c	d	e		g	h	i

Question 5 :

a				e	f			i				m	n

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

		c	d	e

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ Un mot est une application.
- ☐ j Un mot peut être infini.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits
 ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ A accepte le langage universel.
 ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

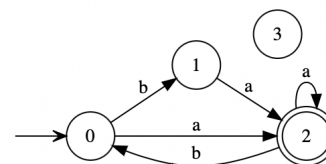
- ☐ A est complet.
 ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ u est accepté par A .
 ☐ A a des états accepteurs.
- ☐ Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
 ☐ Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
 ☐ Aucun des automates.
- ☐ Celui de la Figure 2-ii-.
 ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

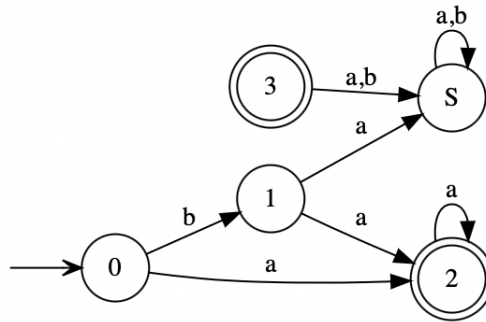


Partie 4 : Produit (4 points)

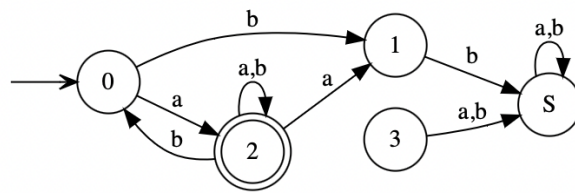
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

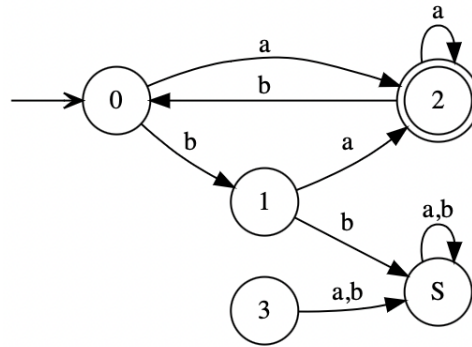
- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



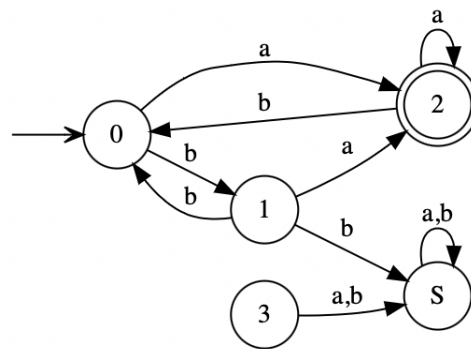
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

	b	c	d			g			j	k

Question 4 :

a			d		f	g		i	j

Question 5 :

a	b	c						j			m	n

Question 6 :

a	b	c			f	g	h	i

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☒ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits
☒ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☒ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☒ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☒ e Un mot est une fonction. ☒ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☒ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ j Un mot est une application.
☒ k Un mot peut être vide. ☒ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a P est forcément déterministe.
☒ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ A a au moins un état non accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

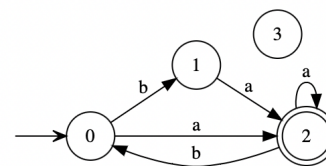
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.

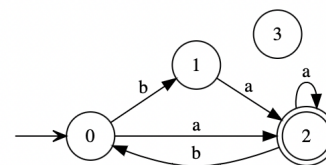


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Celui de la Figure 3-iv-.
☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-ii-.

☒ b Celui de la Figure 5-iv-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 4 :

a	b						h	i				m	n

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

		c	d		f			i	j	k

Question 7 :

			d	e	f		h	i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ b P est forcément déterministe.
- ☒ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☒ c Un mot peut être vide.
- ☒ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☒ i Un mot est une fonction.
- ☒ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☒ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☒ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☒ h Σ^* est fermé par suffixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

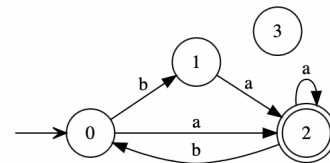
- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

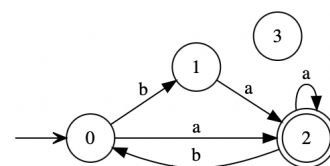


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a			d	e

Question 4 :

	b			e			h				l	m	n

Question 5 :

a	b	c		e				i	j

Question 6 :

a		c		e	f				j	k

Question 7 :

a	b			e	f	g	h	i

Question 8 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ A n'est pas complet. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état non accessible.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ A a au moins un état non co-accessible.
☒ u n'est pas accepté par A . ☒ A a au moins un état accessible.
☐ A a au moins un état co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☒ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ u est accepté par A . ☐ A a des états accepteurs. ☐ A est complet.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.
☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ A possède un état puits
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot est une application. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une fonction.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

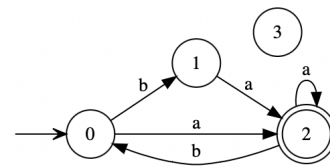
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

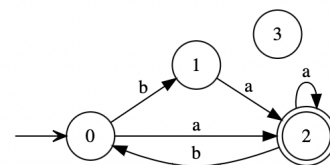


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

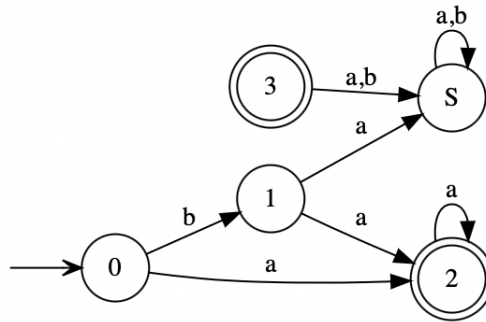
- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



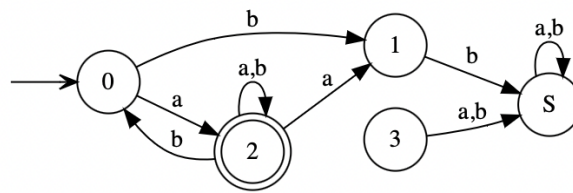
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

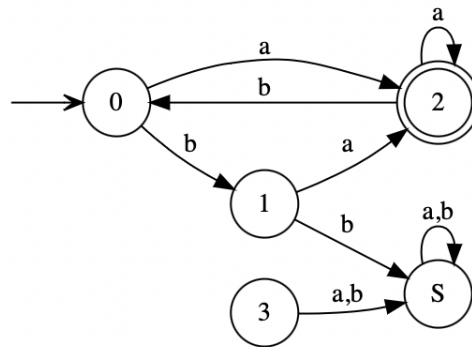
- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



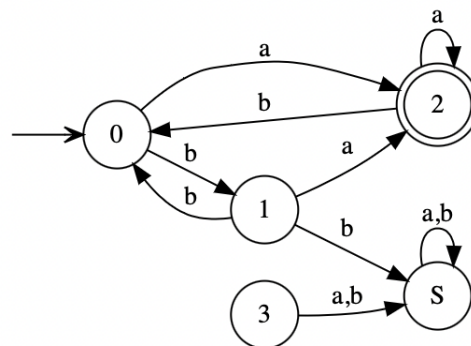
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



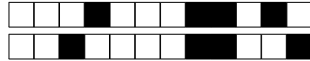
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f   i j k

Question 3 :   c d e

Question 4 : a b c d 

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 :  b  d e f g h i

Question 7 :    d   g  i j   m n

Question 8 :  b c  e   h i j

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot est une application. ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

g	A a au moins un état co-accessible.	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	A n'est pas complet.
j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d A accepte le langage universel. ☒ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☒ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
 ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
 ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
 ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
 ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

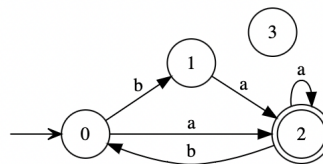
Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a) L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b) Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c) Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d) Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e) Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :



☐ a	Celui de la Figure 2-ii.	☐ d	Celui de la Figure 2-iv.
☐ b	Celui de la Figure 2-i.	☐ e	Aucun des automates.
☒ c	Celui de la Figure 2-iii.	☐ f	Tous les automates.

Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



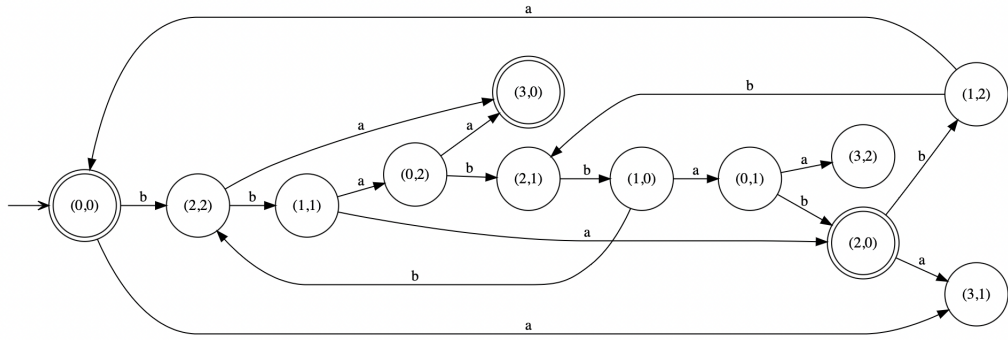
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



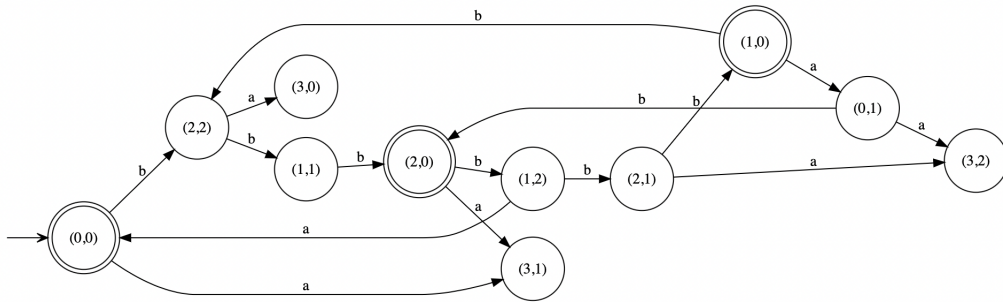
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

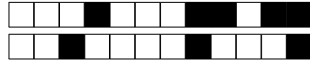


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d						j			m	n

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

	b	c	d			g			j	k

Question 6 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 7 :

a	b			e		g		i	j

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot est une application. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ u est accepté par A . ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☒ P est forcément déterministe.
☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

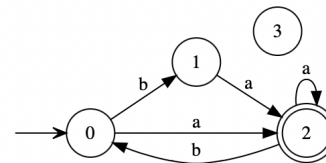
- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☒ u n'est pas accepté par A .
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☒ A a au moins un état accessible. ☒ A n'est pas complet. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☒ Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

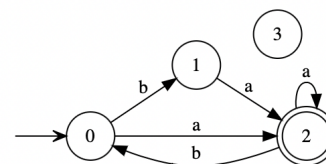


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



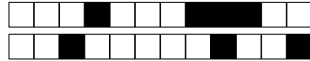
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :      f g   j  l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d     i j

Question 5 : a b c d e f g 

Question 6 : a   d e

Question 7 : a b c   f g h i

Question 8 : a b c      i j k

Question 9 : a b c  e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel. ☐ A possède un état puits
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.
- ☐ A n'est pas complet. ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.

- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

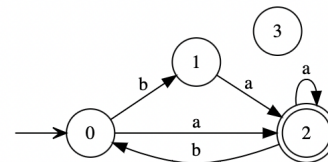
- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

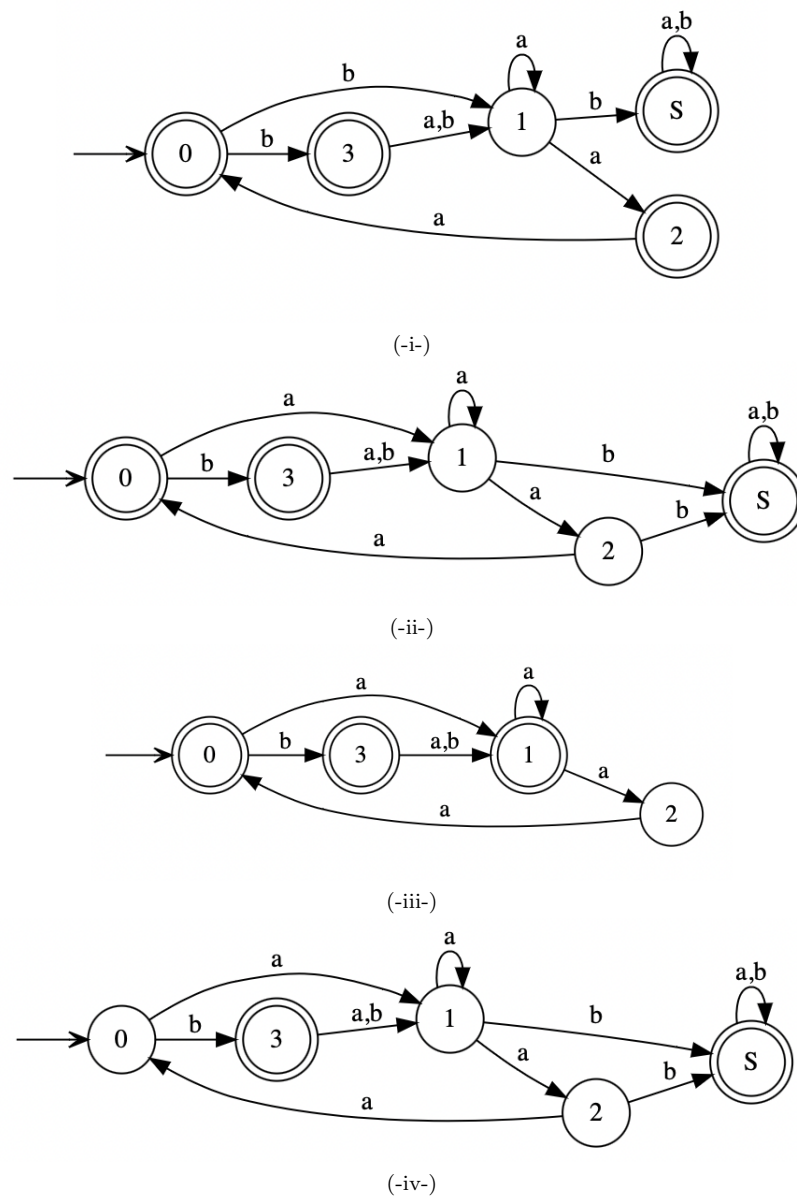


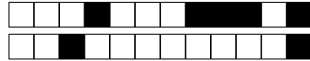
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b c d  f g h i

Question 3 : a b c d 

Question 4 :   c  e f   i j k

Question 5 :  b  d e

Question 6 : a b c d e f g 

Question 7 :    d  f  h   k  m n

Question 8 :    d  f g h i j

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une fonction.	☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut être infini.	☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot est une application.	☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.	
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.	

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.

Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

A a au moins un état accessible.

Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

Σ est fermé par préfixe. Σ est fermé par suffixe. Σ^* est fermé par facteur.

Σ^* est fermé par préfixe. Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. Σ^* est fermé par suffixe.

Σ est fermé par facteur.

Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

Les états de A sont tous co-accessibles. Les états de A sont tous accessibles.

$u \in \mathcal{L}(A)$. A est complet. u est accepté par A .

A a des états accepteurs.

Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

P est forcément déterministe.

$|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

Celui de la Figure 2-i.

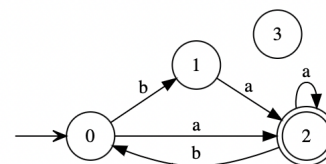
Celui de la Figure 2-ii.

Celui de la Figure 2-iv.

Aucun des automates.

Celui de la Figure 2-iii.

Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :    d   g    k l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d  f  h i

Question 5 : a b   e f    j k

Question 6 : a b    f  h i j

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 : a   d e

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a  c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ A a au moins un état accessible.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A n'est pas complet. ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

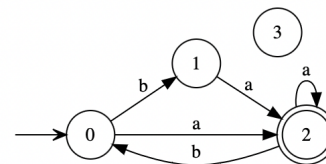
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a				e			h	i				m	n

Question 3 :

a		c		e		g		i	j

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 6 :

a	b	c						i	j	k

Question 7 :

a	b	c	d	

Question 8 :

a			d	e

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A possède un état puits

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ A n'est pas complet. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ A a au moins un état accessible.

☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A a au moins un état non accessible.

☐ A n'a pas d'état accepteur. ☐ u n'est pas accepté par A .

☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ A a au moins un état non co-accessible.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot est une application. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☒ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☒ Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☒ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☒ g Σ^* est fermé par suffixe.
☒ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

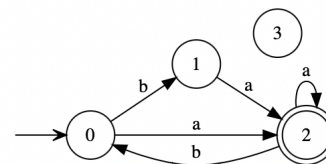
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☒ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

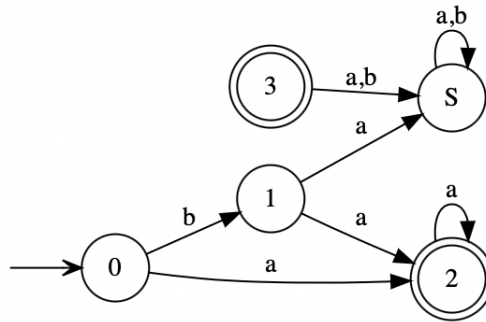


Partie 4 : Produit (4 points)

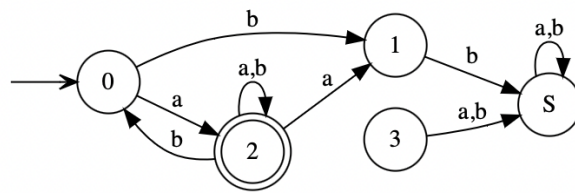
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

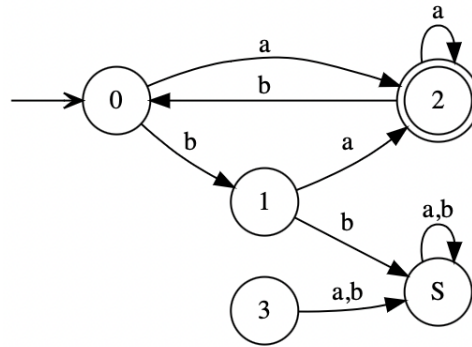
☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



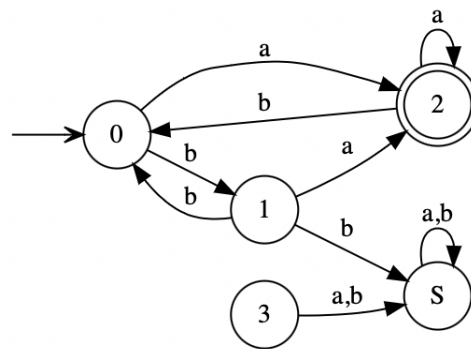
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  

Question 3 :  

Question 4 :     

Question 5 :        

Question 6 : 

Question 7 :    

Question 8 : 

Question 9 : 

Question 10 : 

Question 11 : 

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☒ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☒ b Un mot peut être vide.
- ☒ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☒ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☒ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☒ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☒ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☒ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

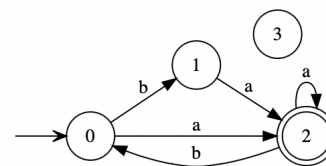
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☒ u n'est pas accepté par A .
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☒ A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☒ A a au moins un état accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☒ Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

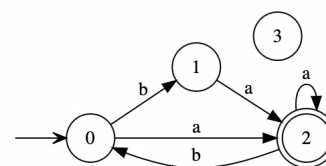


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒ Celui de la Figure 5-iv-.

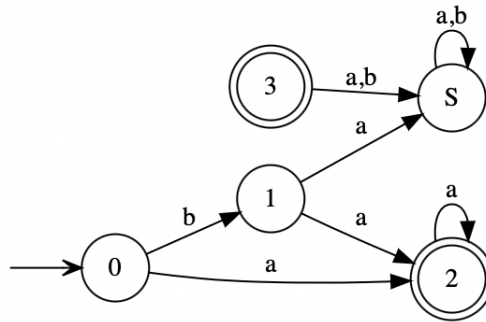
☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

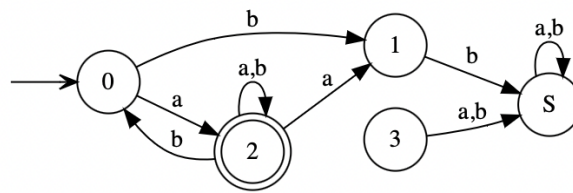
☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

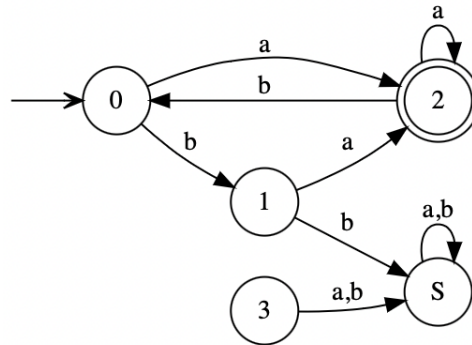
☐ f Tous les automates.



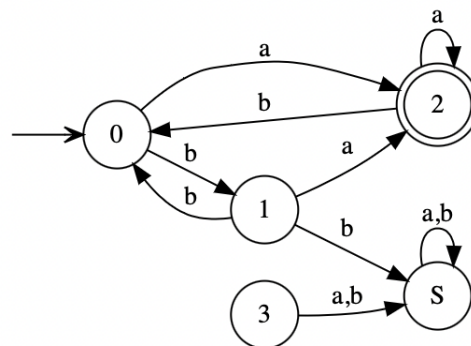
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b		d	e

Question 4 :

					f		h	i	j			m	n

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 7 :

		c			f	g	h	i	j

Question 8 :

a		c	d		f				j	k

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état co-accessible.	☐ u n'est pas accepté par A .	
☐ c	A a au moins un état non accessible.	☐ d	A n'a pas d'état accepteur.
☐ e	A a au moins un état non co-accessible.	☐	A n'est pas complet.
☐	A a au moins un état accessible.	☐	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	Tous les états de A sont accepteurs.		
☐	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ c	A possède un état puits	☐	$ \delta = Q \times \Sigma $.
☐ e	A accepte le langage universel.		
☐ f	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ g	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.		
☐ b	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.		
☐ c	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.		
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.		
☐	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐	Un mot est une application.	☐ d	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ A a des états accepteurs.
☐ A est complet. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ u est accepté par A .
☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

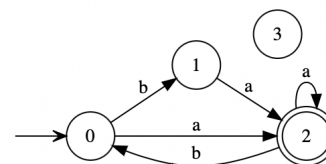
- ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Celui de la Figure 2-iii-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a		c	d	e					j	k

Question 3 :

a		c		e	f	g	h	i

Question 4 :

a	b	c	d	

Question 5 :

a			d					j		l	m	n

Question 6 :

		c	d	e

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

a	b			e		g		i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A n'est pas complet. ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

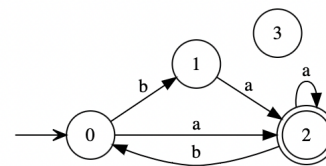
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☒ Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ f Tous les automates.

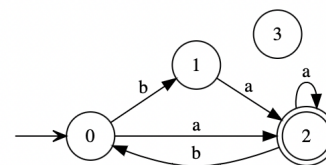


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-.
- ☒ Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

Réservé enseignant

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 3 :

					f	g		i			l	m	n

Question 4 :

		c	d		f	g		i	j

Question 5 :

		c		e		g	h		j	k

Question 6 :

a			d	e

Question 7 :

a	b	c	d		f		h	i

Question 8 :

a	b	c	d	

Question 9 :

a		c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ P est forcément déterministe.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot est une application.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

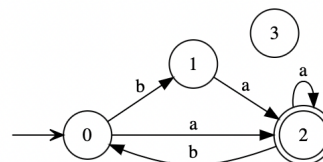
- ☒ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☒ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état co-accessible.
☒ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☒ g A n'est pas complet.
☒ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☒ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e  g  i j

Question 3 : a   d e

Question 4 : a b c  e  g h i

Question 5 :     e   h i   l m n

Question 6 : a b c d 

Question 7 : a b c d e f g 

Question 8 :   c  e f   i j k

Question 9 : a  c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☒ A a au moins un état accessible. ☒ A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☒ u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e A accepte le langage universel.

■ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐a u est accepté par A . ☐b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐c $u \in \mathcal{L}(A)$.

☐d Les états de A sont tous accessibles. ☐e A a des états accepteurs.

☐f A est complet.

☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

■ P est forcément déterministe.

■ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐a Un mot possède une infinité de préfixe. ■ Un mot est une application.

■ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐d Un mot peut être infini.

■ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ■ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

■ Un mot peut être vide. ■ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

■ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ■ Un mot est une fonction.

☐k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐l Un mot possède une infinité de suffixe.

☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

☐a Celui de la Figure 2-i-.

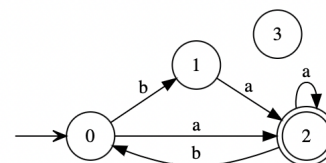
☐d Celui de la Figure 2-iv-.

☐b Celui de la Figure 2-ii-.

☐e Aucun des automates.

■ Celui de la Figure 2-iii-.

☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☒ Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

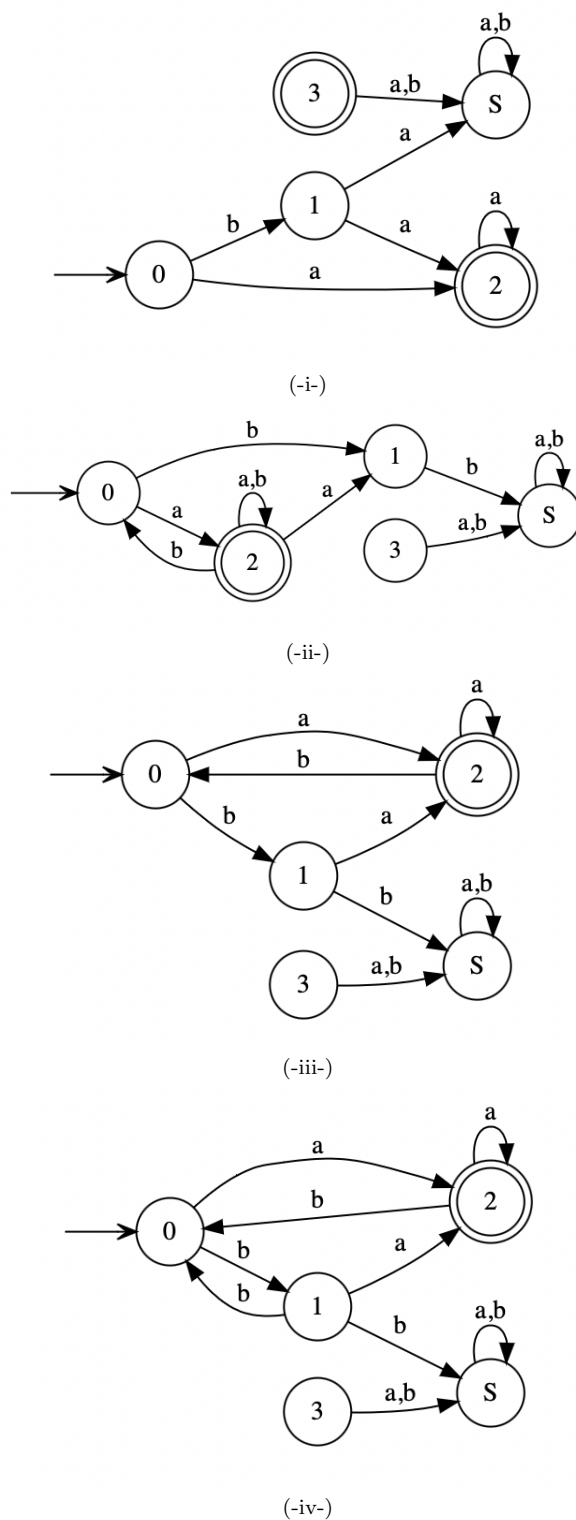


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



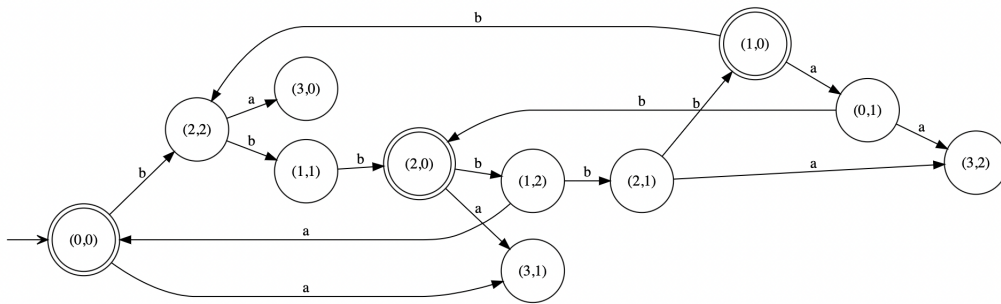
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



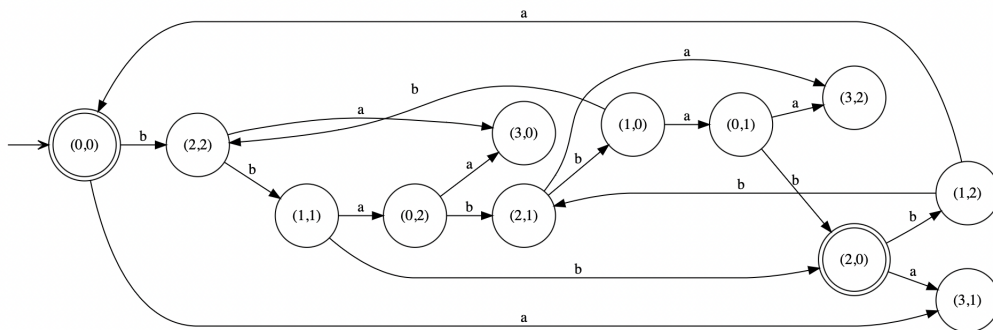
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

	b	c	d			g			j	k

Question 4 :

a			d		f		h	i	j

Question 5 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 6 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 7 :

a			d	e

Question 8 :

a			d							k	l	m	n

Question 9 :

a	b		d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ P est forcément déterministe.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ A accepte le langage universel.

☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☐ A possède un état puits

☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ Un mot est une fonction.

☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ Un mot peut être infini.

☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

☐ Un mot est une application.

☐ Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ Un mot peut être vide.

☐ Un mot possède une infinité de préfixe.

☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

☐ Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ Celui de la Figure 2-i.

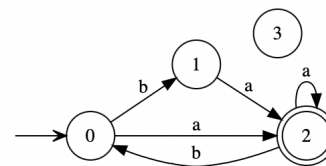
☐ Celui de la Figure 2-iii.

☐ Celui de la Figure 2-iv.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 2-ii.

☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ Celui de la Figure 3-ii.

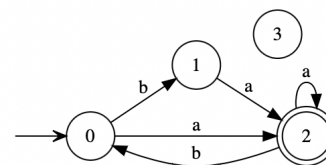
☐ Celui de la Figure 3-iii.

☐ Celui de la Figure 3-i.

☐ Aucun des automates.

☐ Celui de la Figure 3-iv.

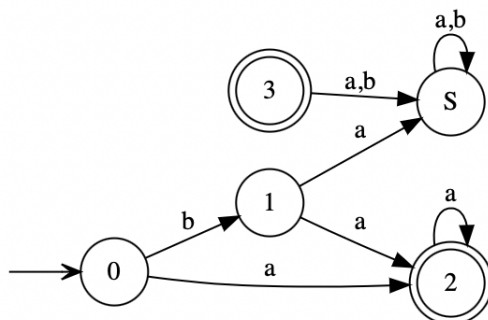
☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☒ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



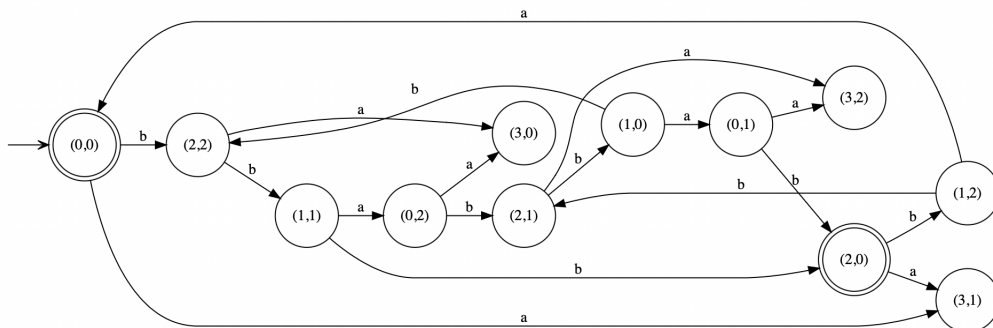
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b					g	h	i	j

Question 3 :

a	b	c	d	

Question 4 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 5 :

a	b			e	f				j	k

Question 6 :

	b		d	e

Question 7 :

a		c	d	e	f		h	i

Question 8 :

	b		d					i		k		m	n

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a		c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ A a des états accepteurs. ☐ u est accepté par A . ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ A est complet.
- ☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par suffixe.
- ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par préfixe.
- ☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☒ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ A possède un état puits ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.

☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ A accepte le langage universel.

☐ Tous les états de A sont accepteurs.

☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.

☒ A n'est pas complet. ☒ A a au moins un état accessible.

☒ u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non accessible.

☐ g A a au moins un état co-accessible. ☒ $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☒ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

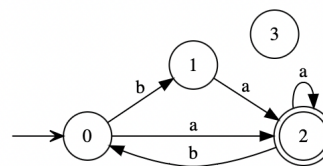
Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.

☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.

☒ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

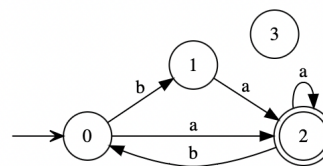
Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.

☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☒ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

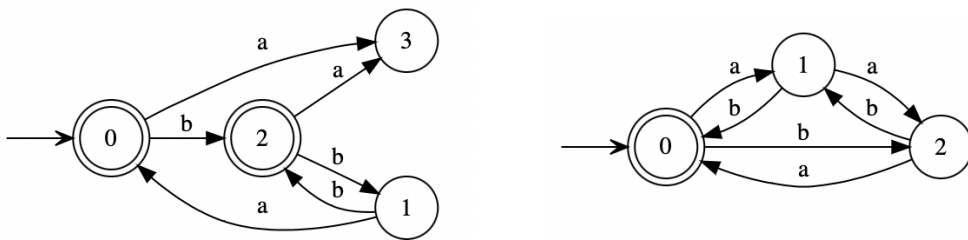


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e f     l m n

Question 3 : a b c d 

Question 4 : a b c d e f g 

Question 5 :  b c   f  h i j

Question 6 :  b  d e

Question 7 :  b c d  f g h i

Question 8 : a b    f g   j k

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b  d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ P est forcément déterministe.

☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.

☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A n'est pas complet.

☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.

☐ i A a au moins un état co-accessible.

☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.

☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

☐ g A accepte le langage universel.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot est une fonction.
☐ Un mot est une application. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ^* est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

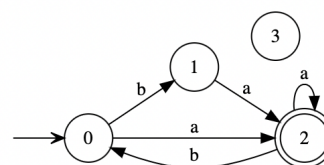
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

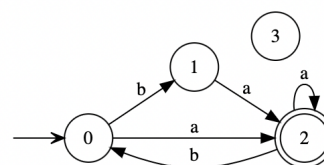


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ Celui de la Figure 5-iv-.

☐ b Celui de la Figure 5-iii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



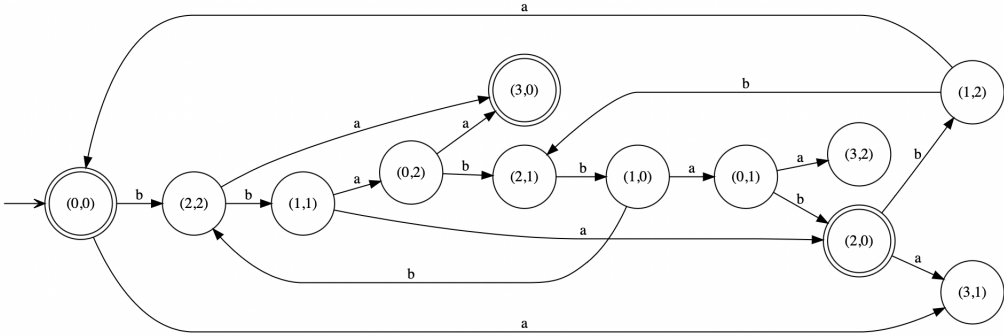
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



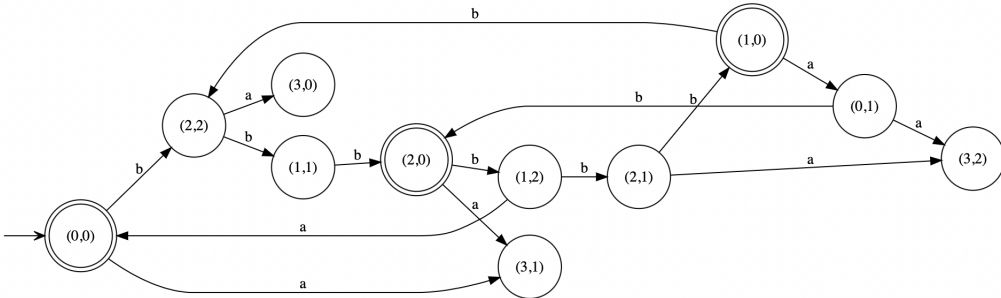
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



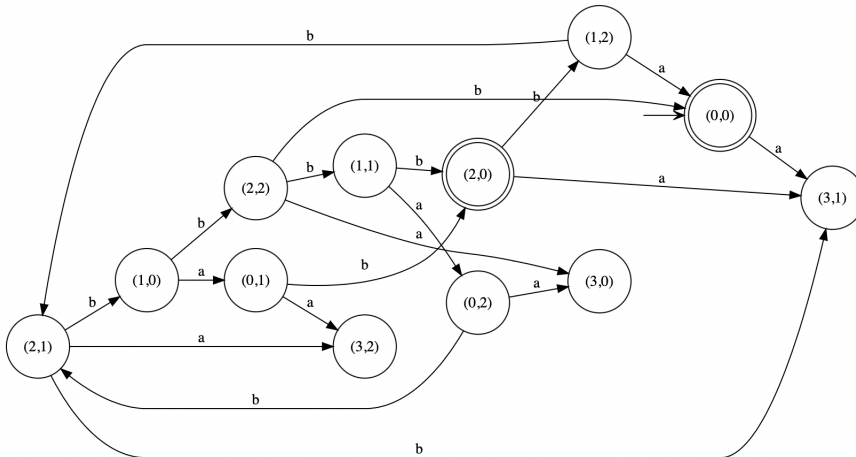
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



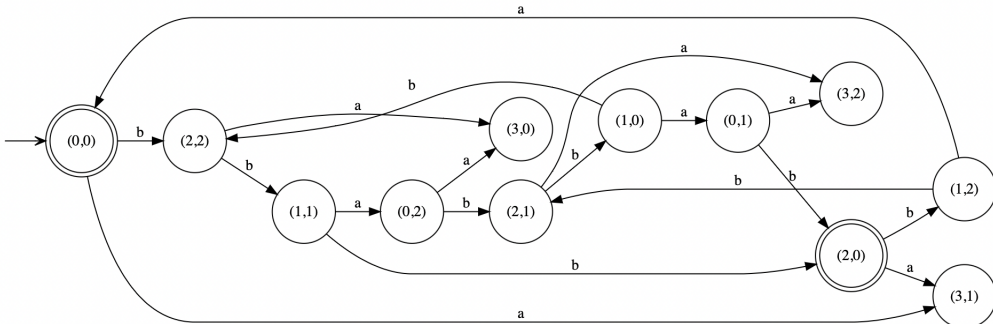
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :  b  d e

Question 3 : a b    g  i j k

Question 4 : a b   e f g h i

Question 5 : a b c d 

Question 6 :    e f    j  l m n

Question 7 : a b c    h i j

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 : a b  d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 :  b c d e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ Un mot est une fonction. ☐ Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut être infini.
☐ Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ Un mot peut être vide.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ A possède un état puits ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ A accepte le langage universel. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ A n'a pas d'état accepteur.
☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ A a au moins un état co-accessible. ☐ A n'est pas complet.
☐ u n'est pas accepté par A . ☐ A a au moins un état non accessible.

- ☐ A a au moins un état accessible. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ A a au moins un état non co-accessible.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ P est forcément déterministe.
☐ Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

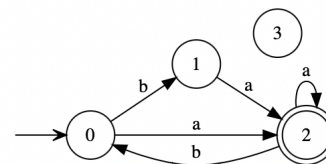
- ☐ u est accepté par A . ☐ A est complet. ☐ Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



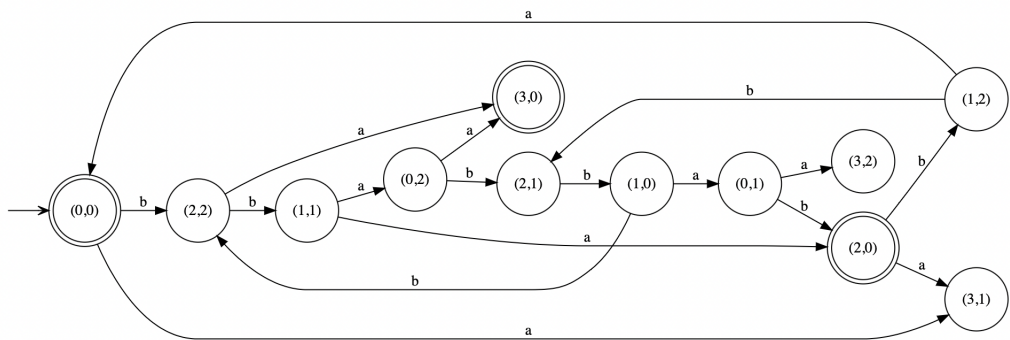
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



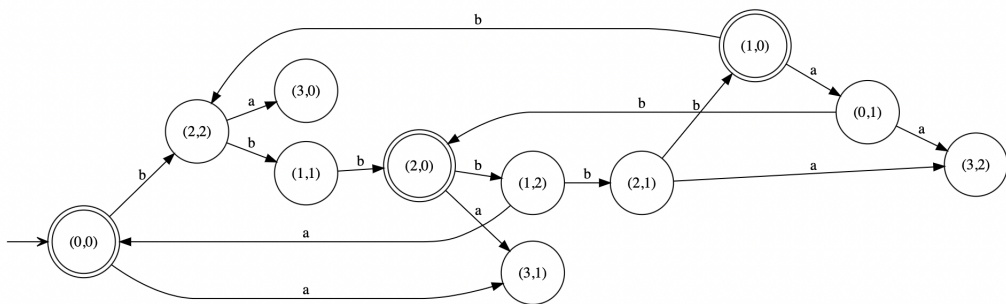
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



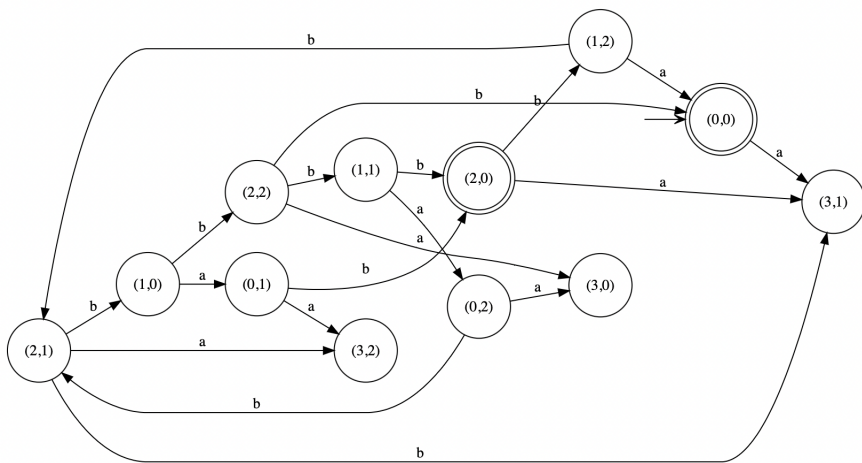
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

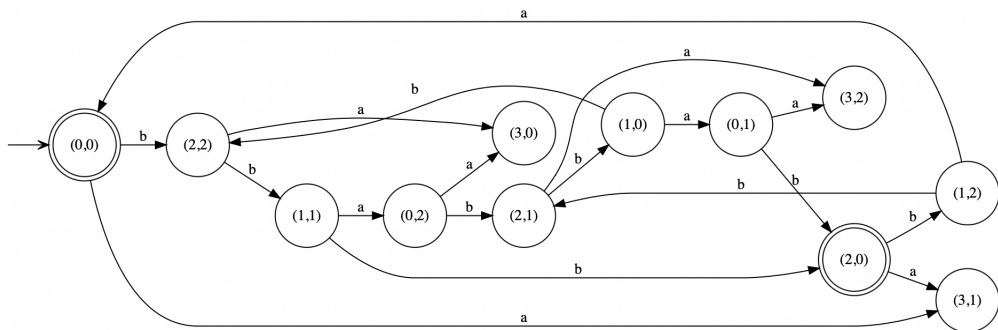
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :   c  e  g h i j

Question 3 :  b     g h i    m n

Question 4 : a b c  e f  h i

Question 5 : a  c   f   i j k

Question 6 : a b c d 

Question 7 :  b  d e

Question 8 : a b c d e f g 

Question 9 :  b c d e f

Question 10 : a b c d  f

Question 11 : a b c  e f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.
- ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide.
- ☐ Un mot est une application.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ u n'est pas accepté par A .
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ A n'est pas complet.
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☒ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☒ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☒ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☒ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

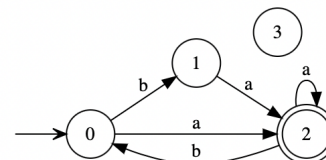
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☒ b Σ^* est fermé par suffixe. ☒ c Σ^* est fermé par facteur.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☒ g Σ^* est fermé par préfixe.
☒ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☒ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Aucun des automates.
☐ e Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

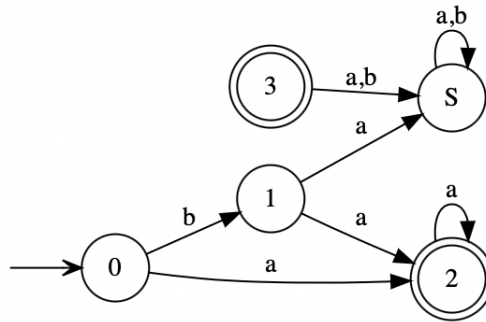


Partie 4 : Produit (4 points)

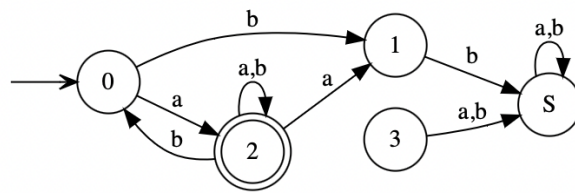
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

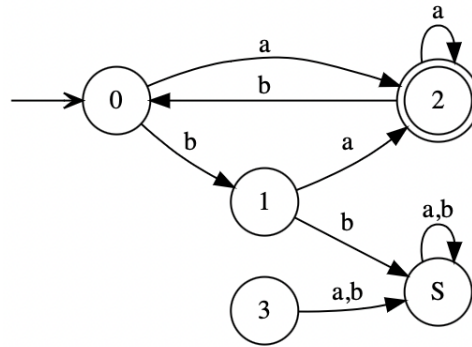
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



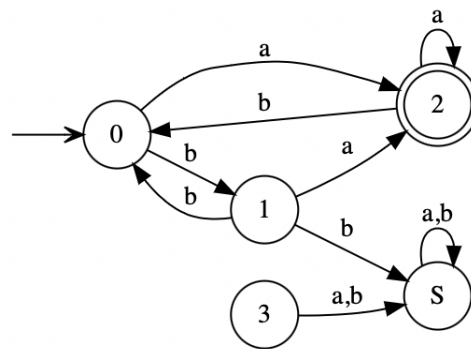
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a			d	e

Question 3 :

a					f	g		i				m	n

Question 4 :

a	b			e		g			j	k

Question 5 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 6 :

a	b	c	d	

Question 7 :

	b	c	d	e		g	h	i

Question 8 :

a			d	e	f			i	j

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b	c		e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☒ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☒ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A possède un état puits
- ☒ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☒ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☒ Σ^* est fermé par facteur.
- ☒ Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☒ Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☒ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☒ P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ d Un mot est une fonction.
 ☐ e Un mot peut être infini.
 ☐ f Un mot peut être vide.
 ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
 ☐ j Un mot est une application.
 ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
 ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
 ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ b A est complet.
 ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
 ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ e A a des états accepteurs.
 ☐ f u est accepté par A .
 ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
 ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

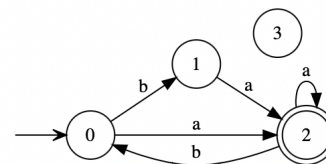
- ☐ a u n'est pas accepté par A .
 ☐ b A n'est pas complet.
 ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
 ☐ d A a au moins un état co-accessible.
 ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
 ☐ f A a au moins un état non accessible.
 ☐ g A a au moins un état accessible.
 ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
 ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
 ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
 ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
 ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
 ☐ e Aucun des automates.
 ☐ c Celui de la Figure 2-i.
 ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☒	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☒	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a		c	d		f	g	h	i

Question 4 :

			d	e	f	g		i	j

Question 5 :

		c	d	e

Question 6 :

	b	c		e							l	m	n

Question 7 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 8 :

			d	e	f		h		j	k

Question 9 :

	b	c	d	e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

	b	c	d	e	f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ Un mot est une application.
- ☐ Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ Un mot peut être vide. ☐ Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

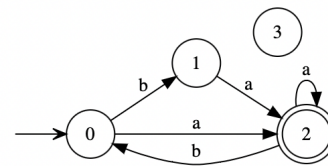
- ☐ A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

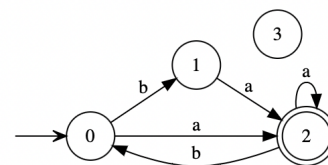


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☒ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

 *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 :

a	b	c	d	

Question 3 :

a	b	c	d	e	f	g	

Question 4 :

a			d	e

Question 5 :

	b	c			f	g		i	j

Question 6 :

a	b		d	e		g	h	i

Question 7 :

a			d	e		g						m	n

Question 8 :

	b		d	e		g			j	k

Question 9 :

a	b	c		e	f

Question 10 :

a	b	c	d		f

Question 11 :

a	b		d	e	f