

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A n'est pas complet.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

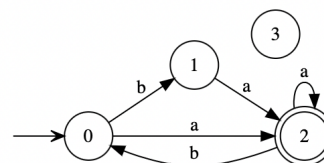
- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i-.

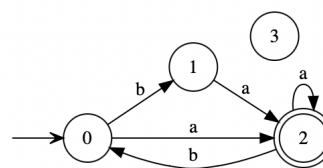
☐ d Celui de la Figure 3-iii-.

☐ b Celui de la Figure 3-ii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-iv-.

☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a Celui de la Figure 5-iv-.

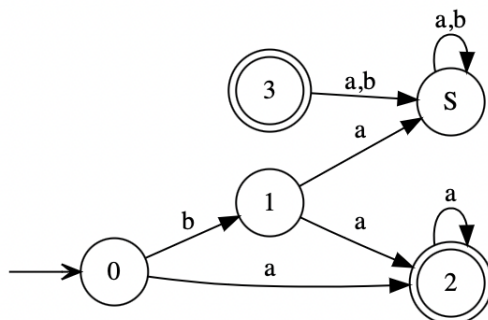
☐ b Celui de la Figure 5-ii-.

☐ c Celui de la Figure 5-i-.

☐ d Celui de la Figure 5-iii-.

☐ e Aucun des automates.

☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

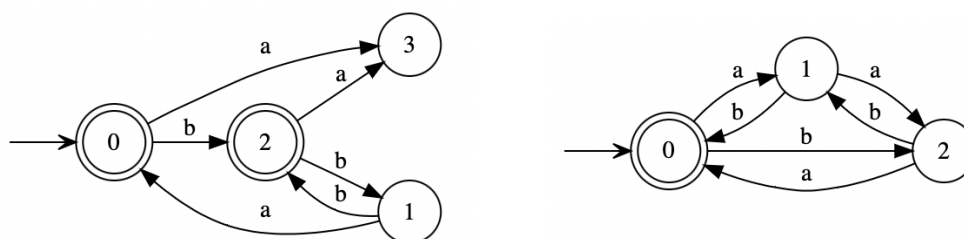


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.

- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A a des états accepteurs.
☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

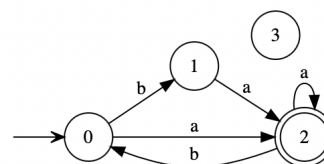
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

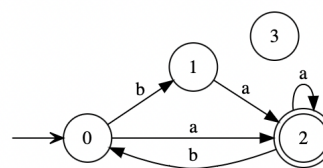


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

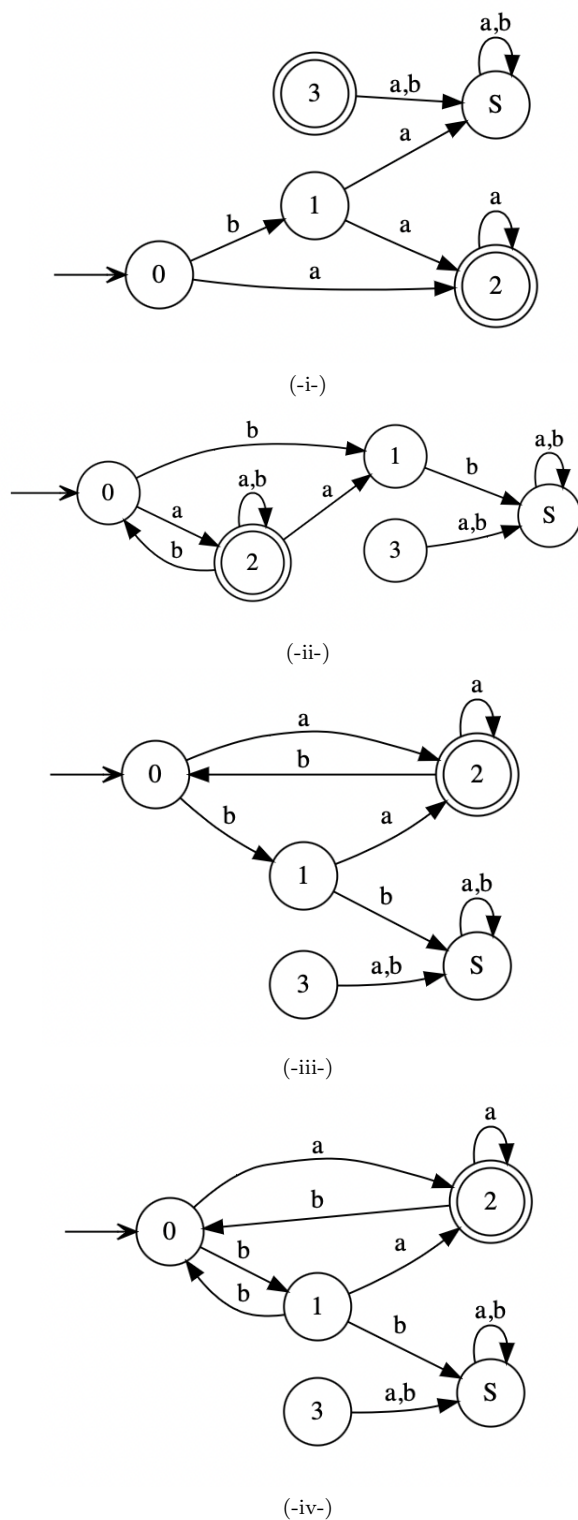


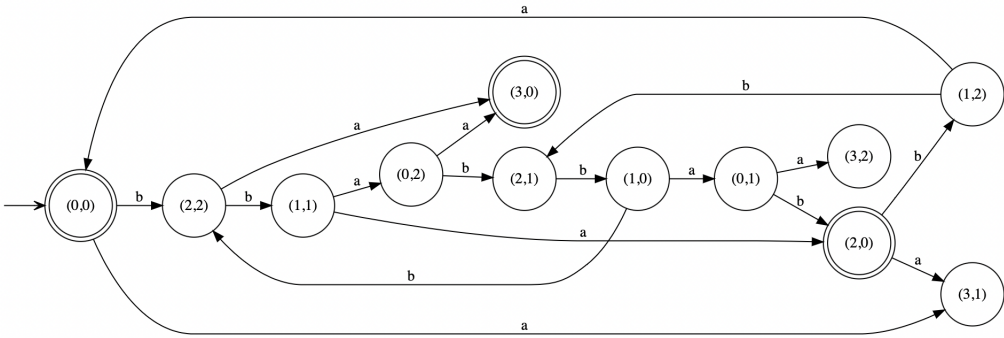
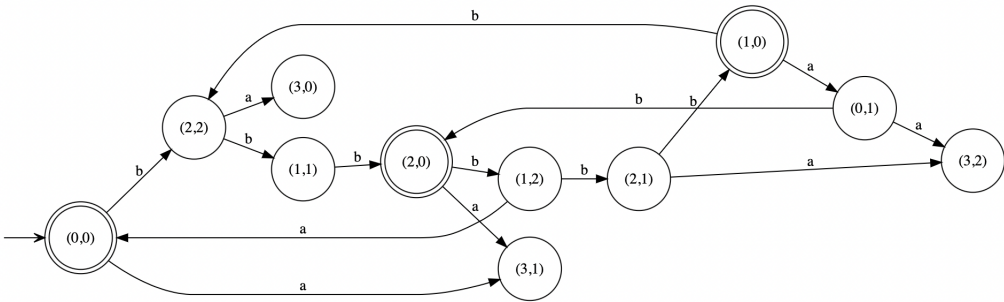
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



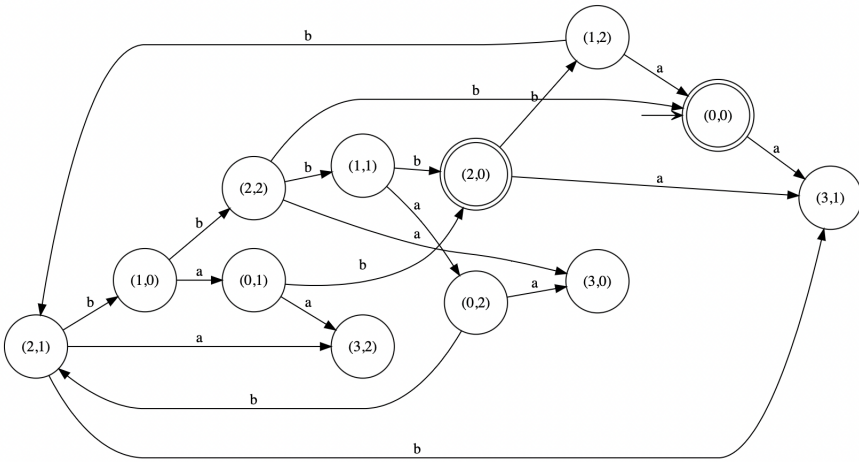
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

 $(-\mathbf{i}-)$ 

(-ii-)



(-iii-)

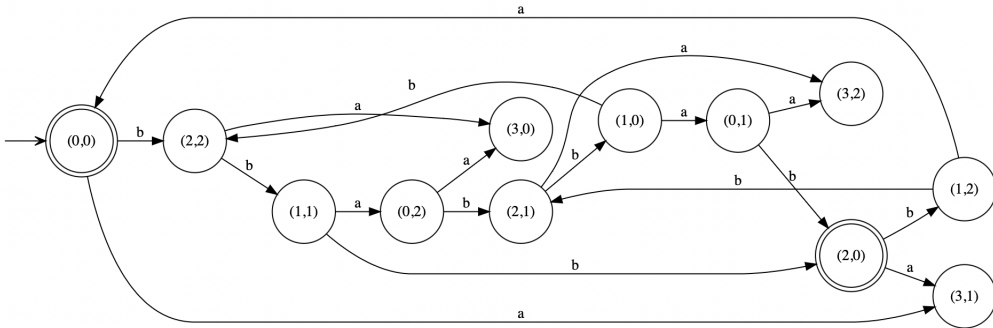
 $(-iV_-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'est pas complet. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

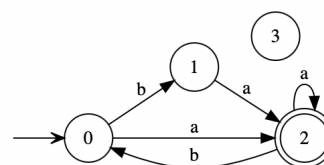
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A possède un état puits
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

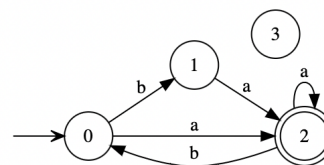


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

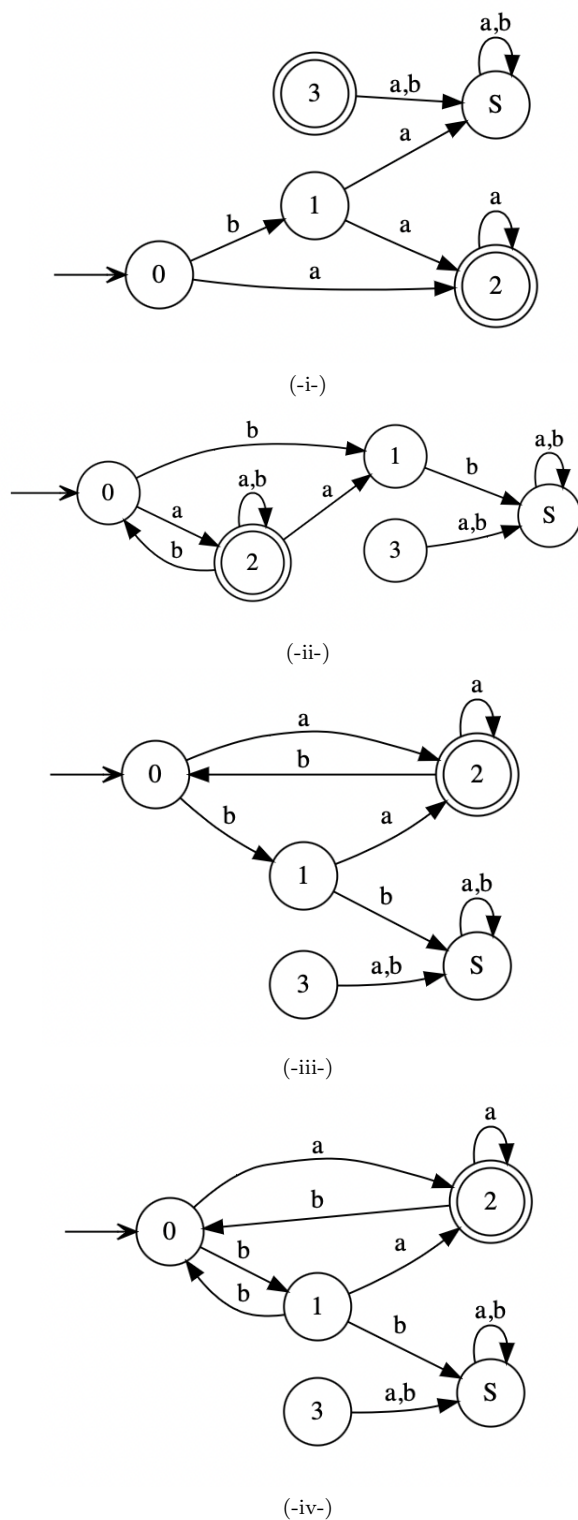


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

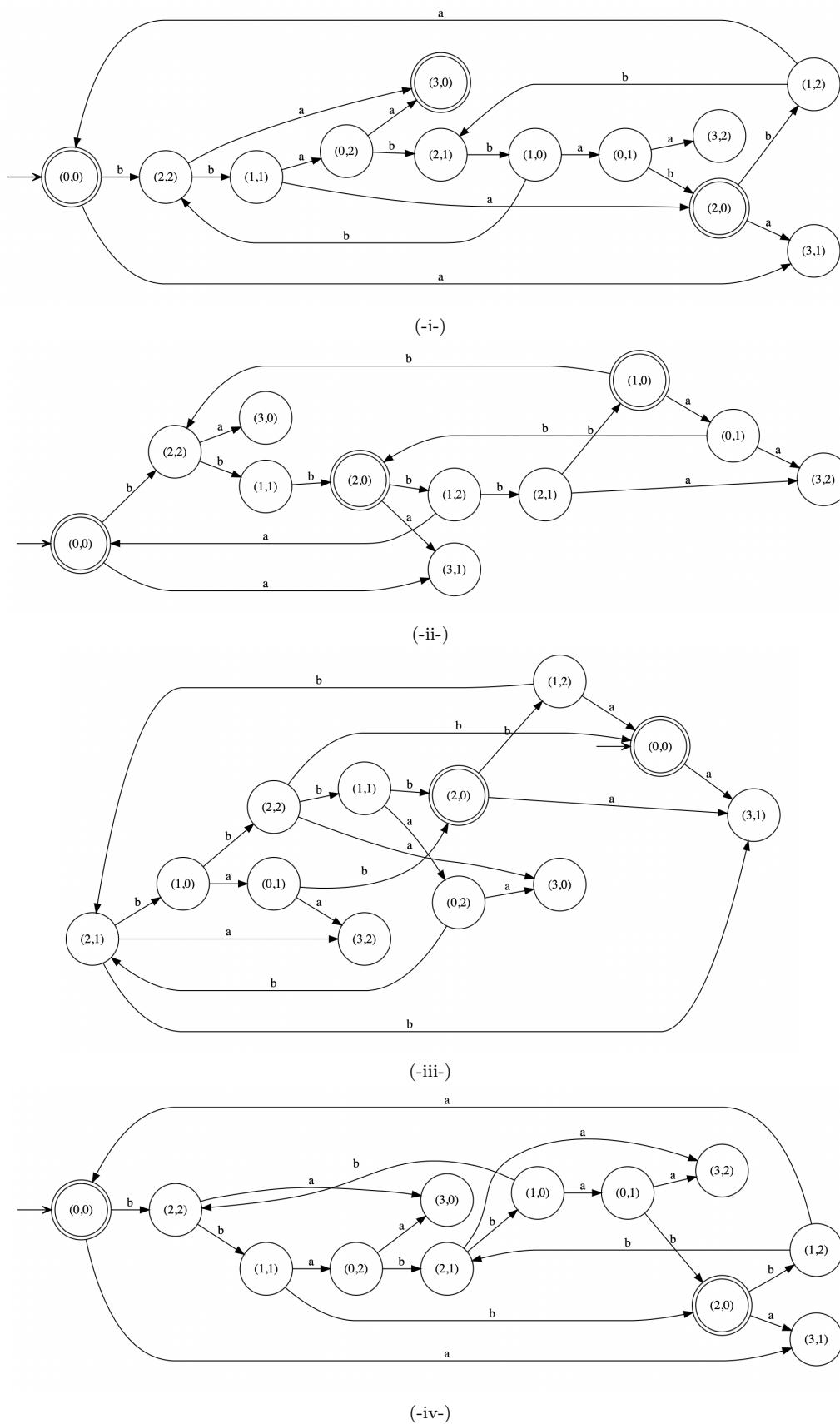


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

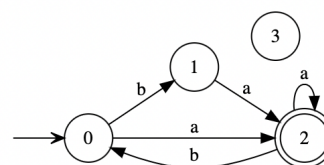
- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

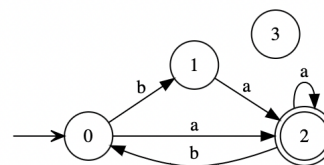


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

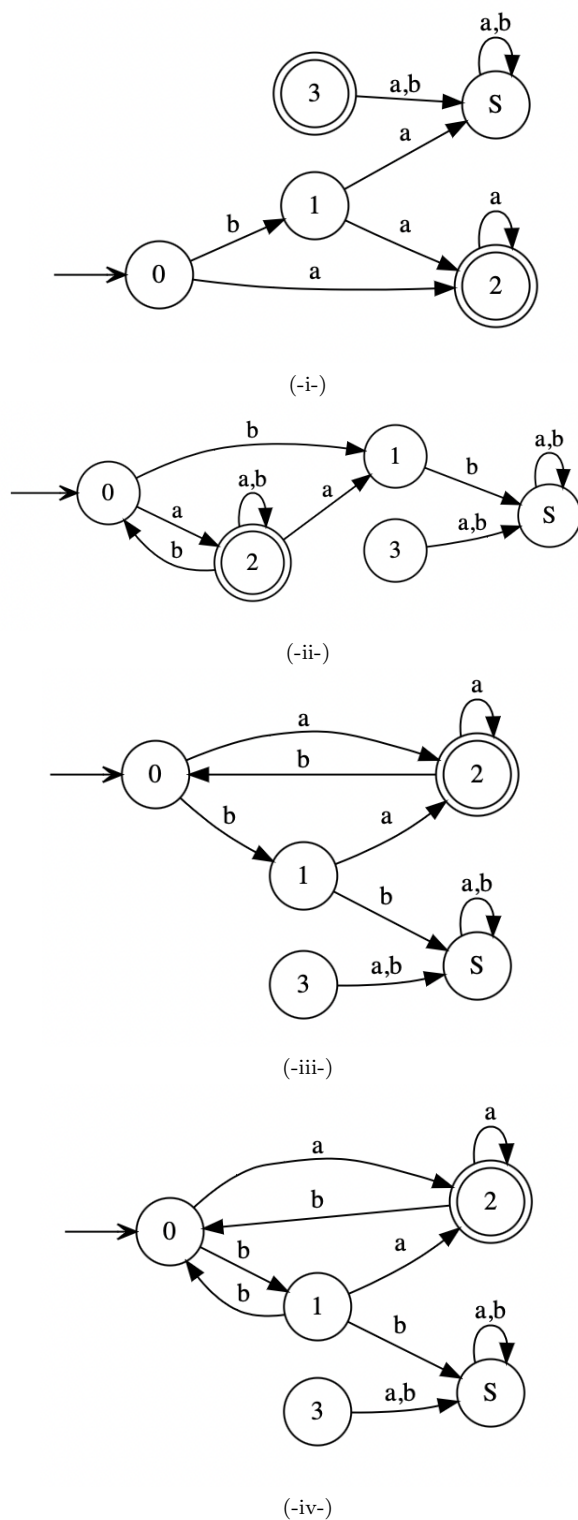


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



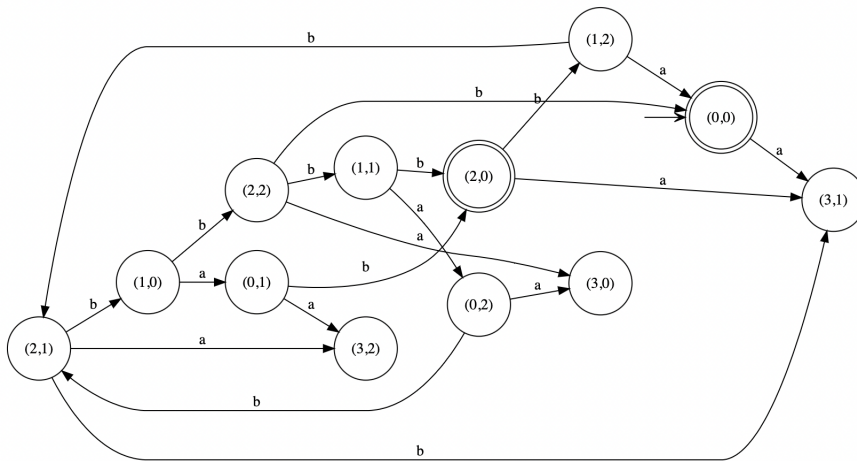
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



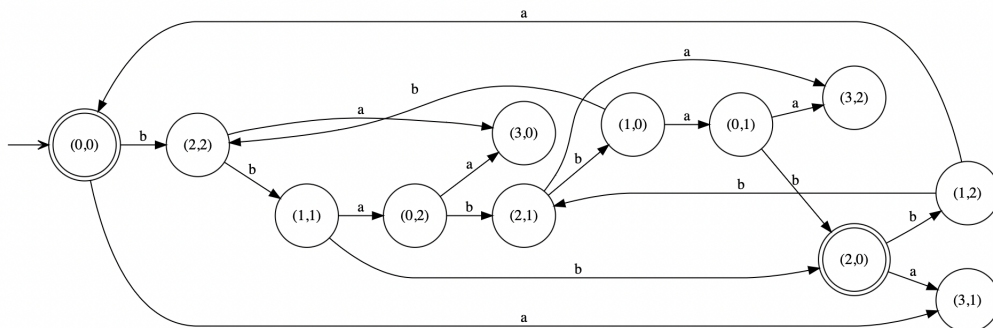
(-i-)



(-ii-)

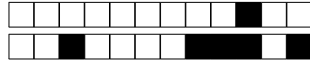


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d A est complet.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A possède un état puits

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

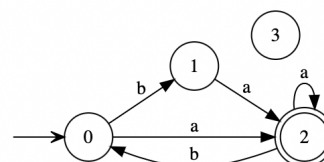
- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

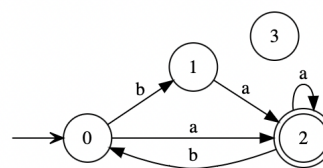


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

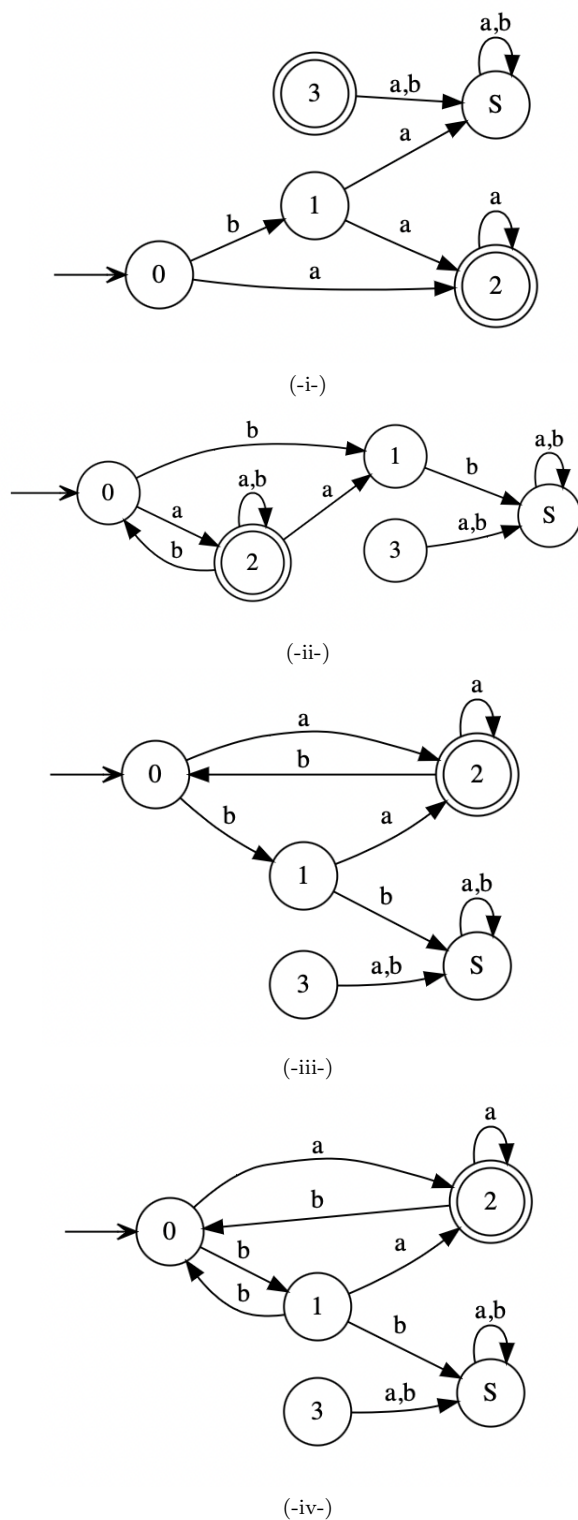


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

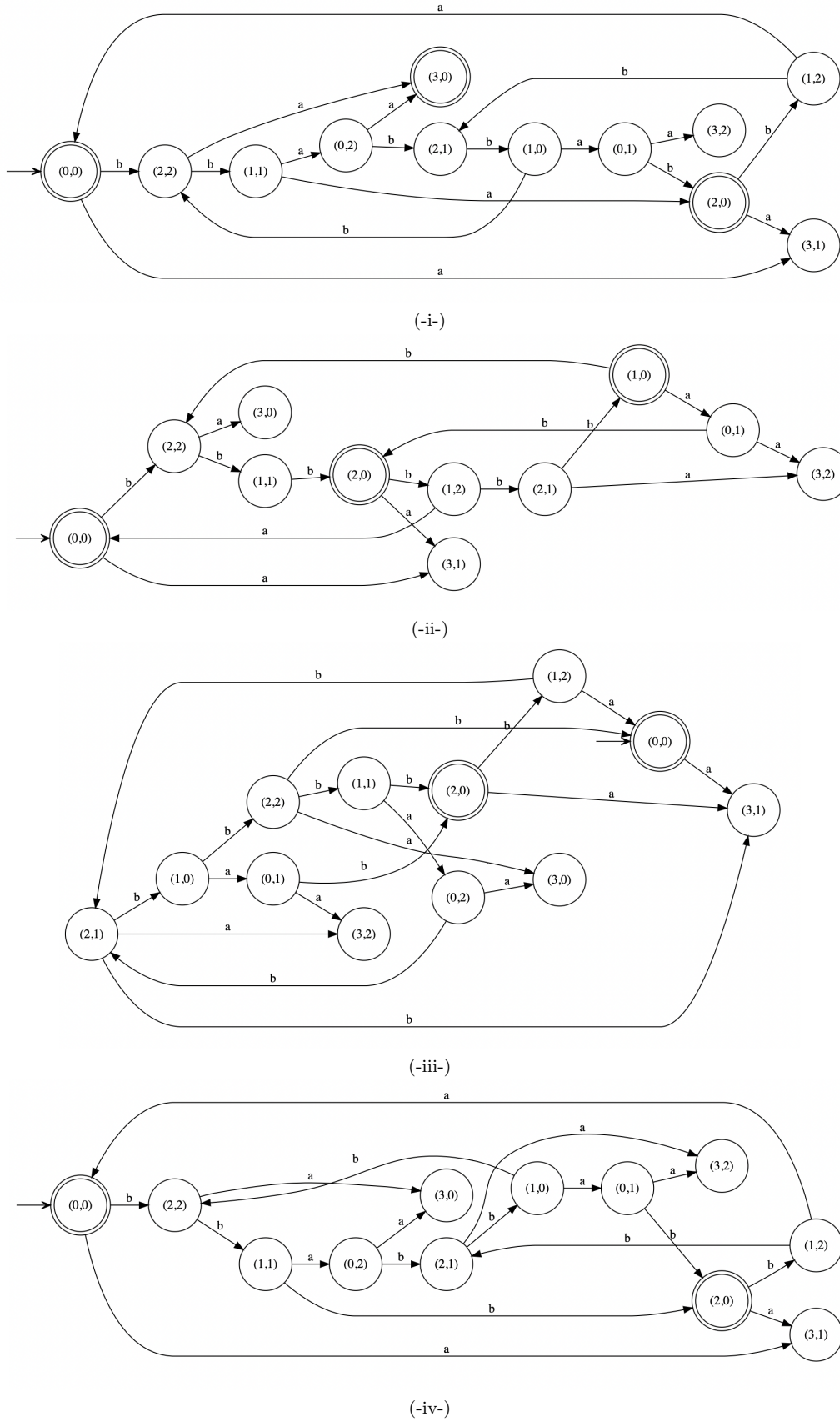
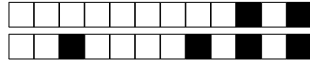


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A n'est pas complet. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

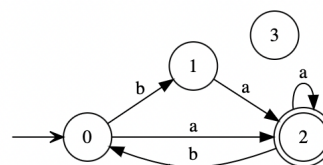
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

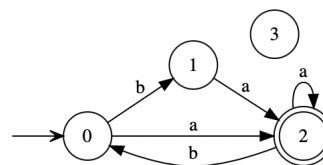


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

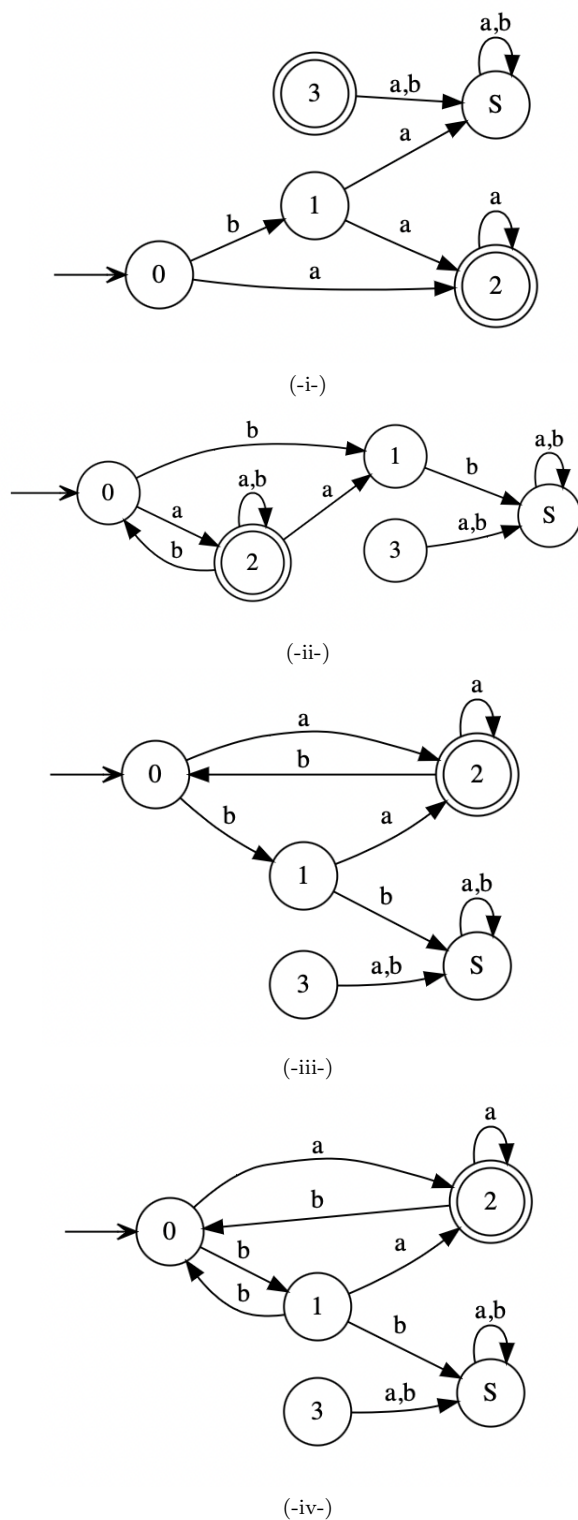


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

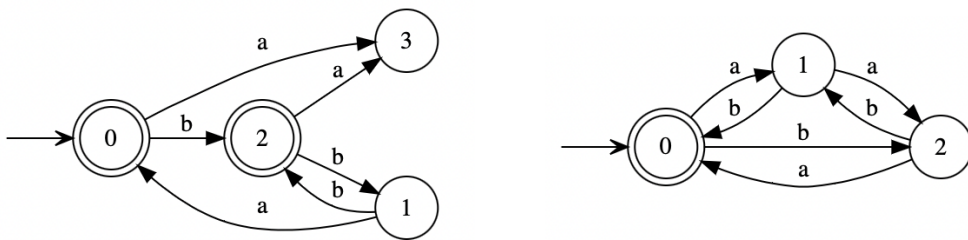


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

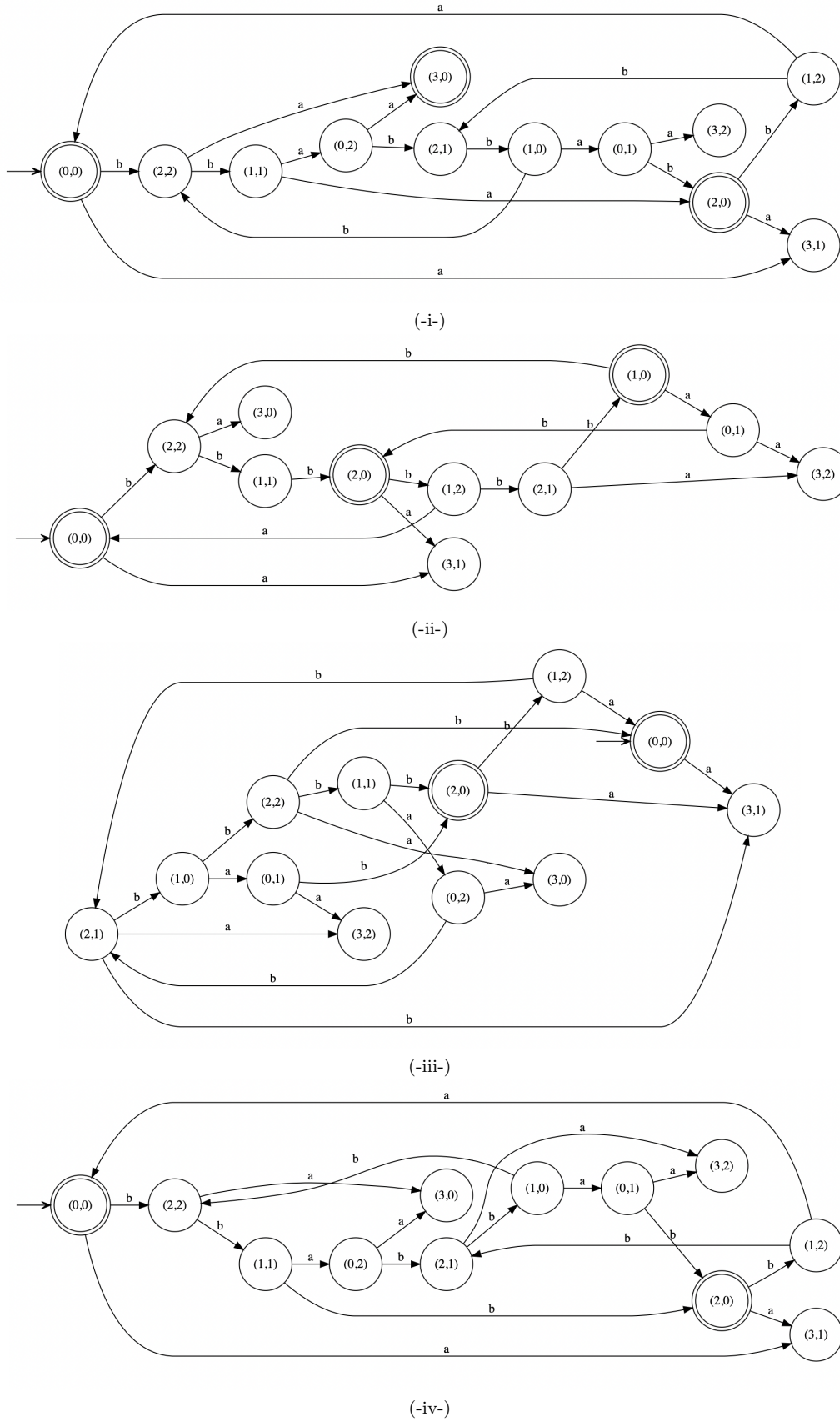
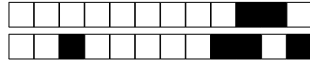


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A possède un état puits ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A accepte le langage universel.

$$\boxed{g} \quad |\delta| = |Q| \times |\Sigma|.$$

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

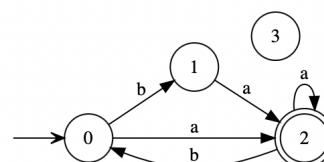
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

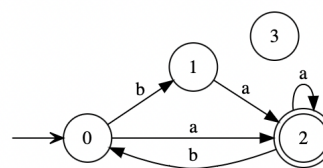


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



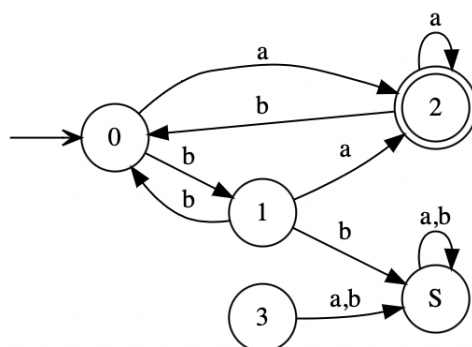
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

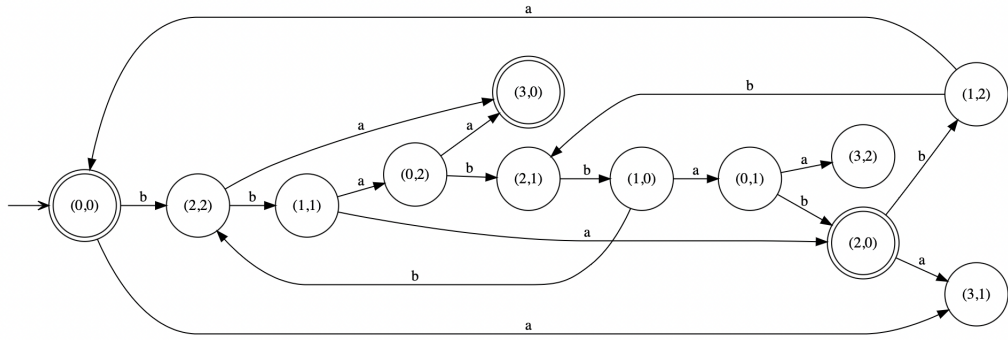
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



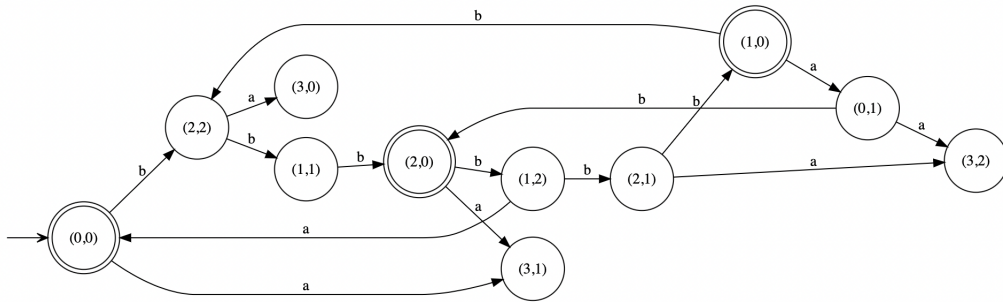
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



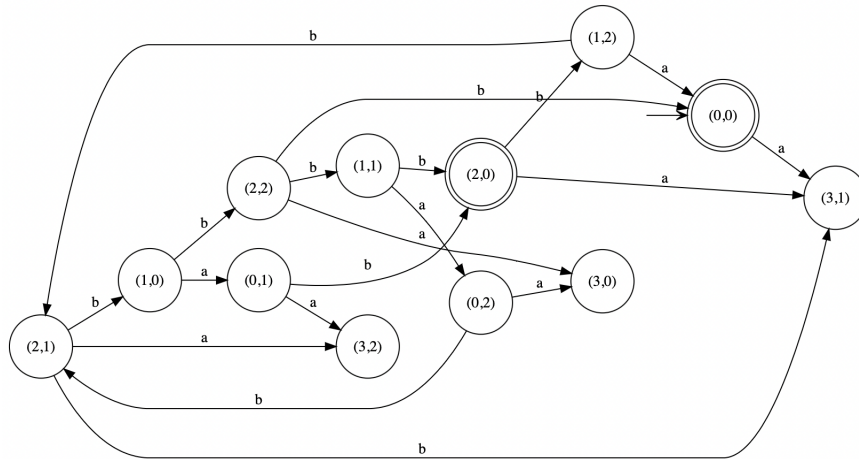
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



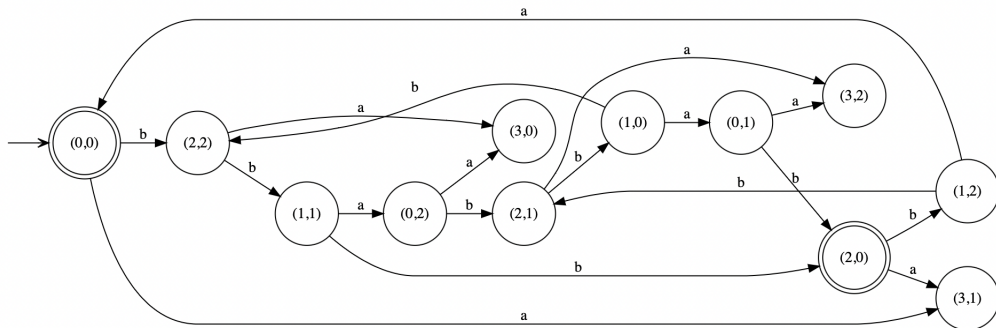
(-i-)



(-ii-)

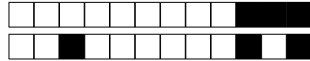


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

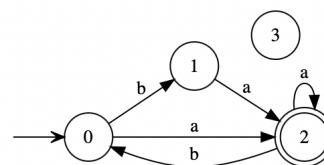
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

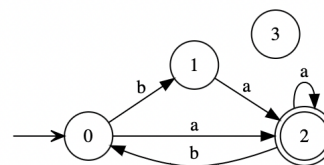


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

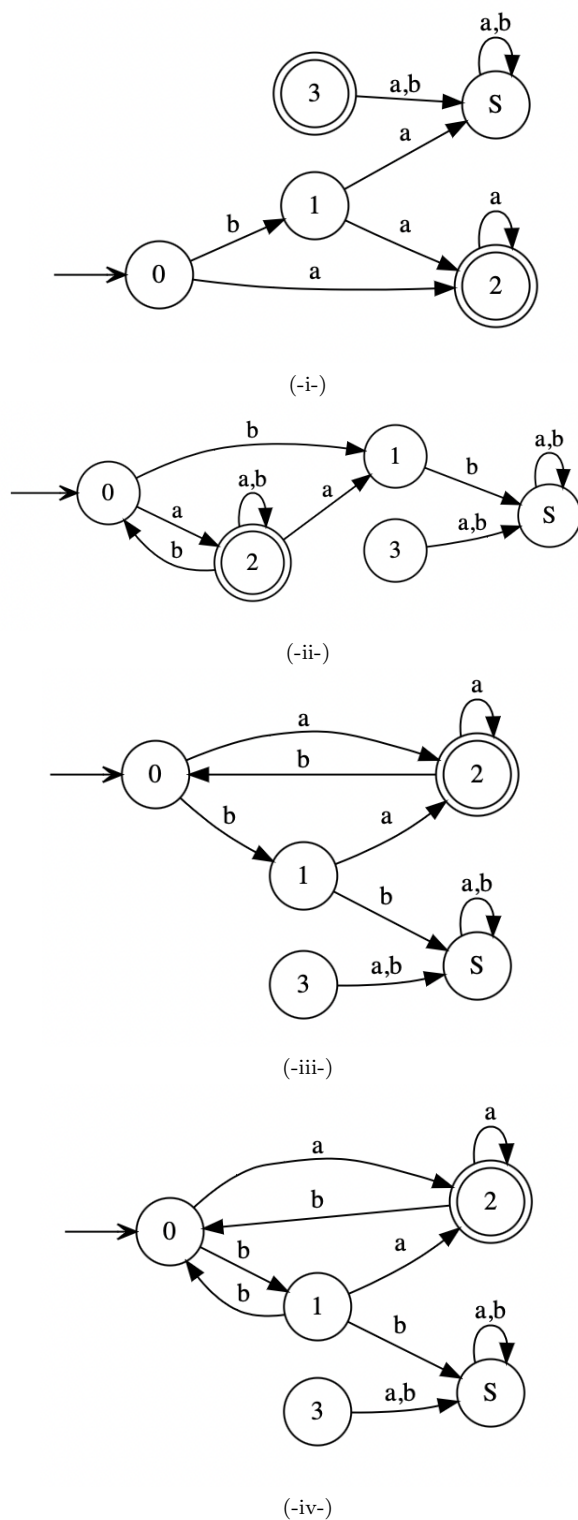


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

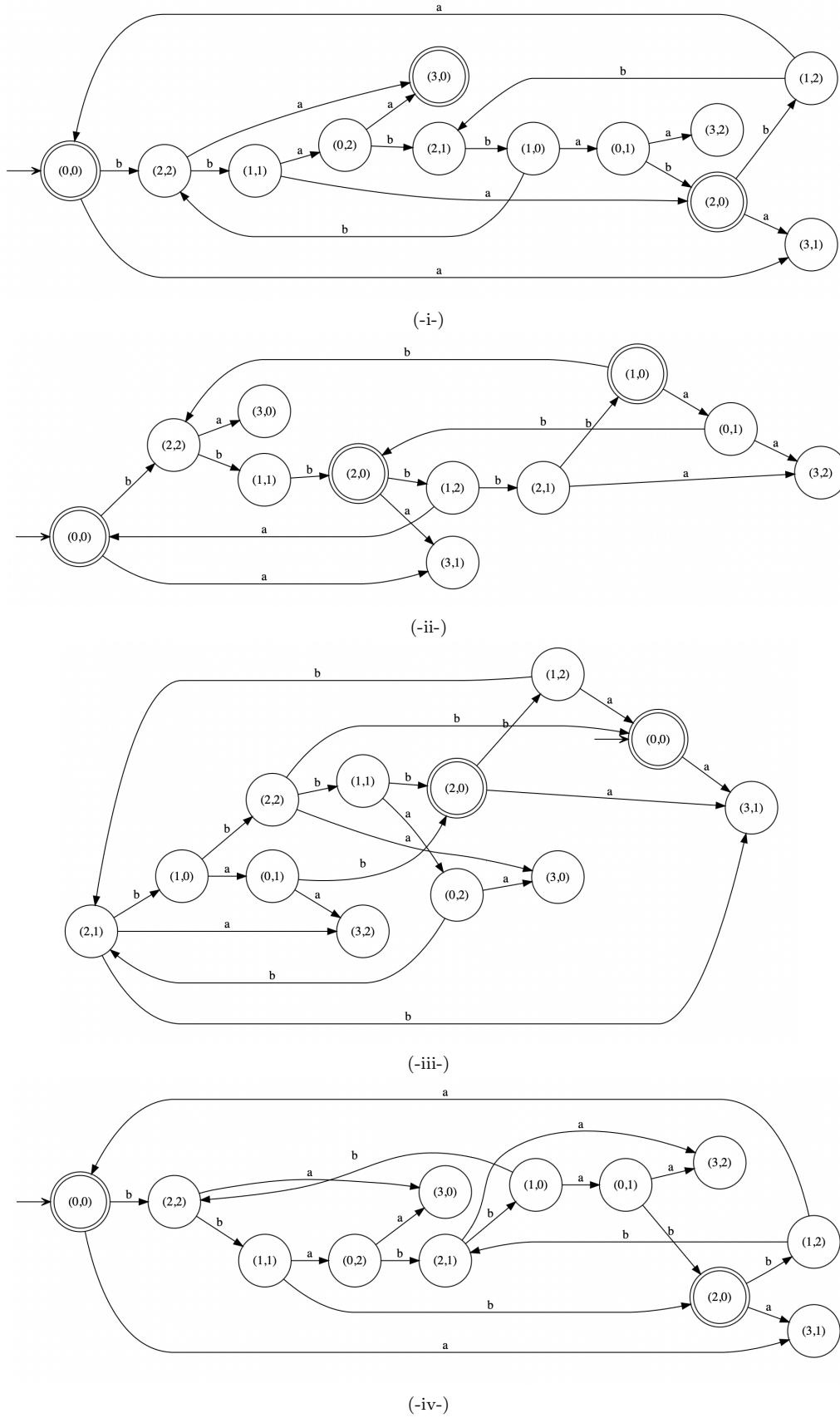


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h A n'est pas complet. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.

- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

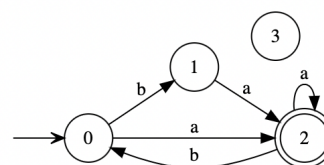
- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

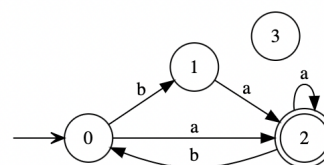


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

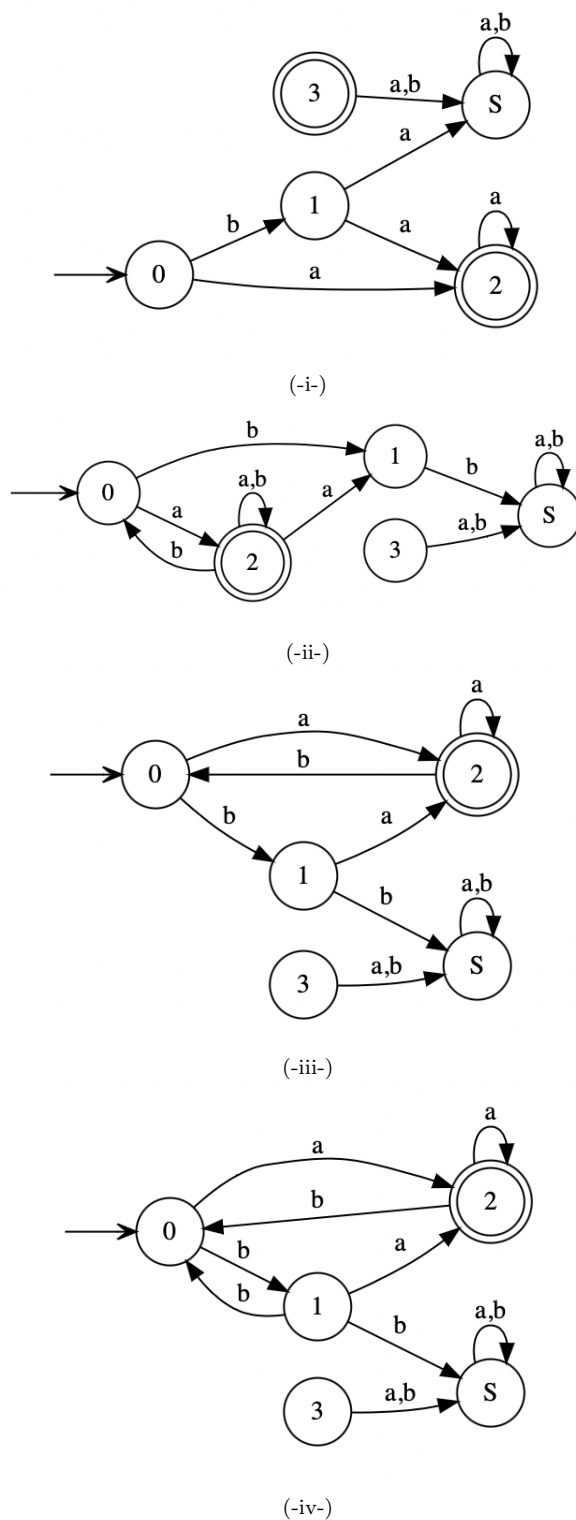


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

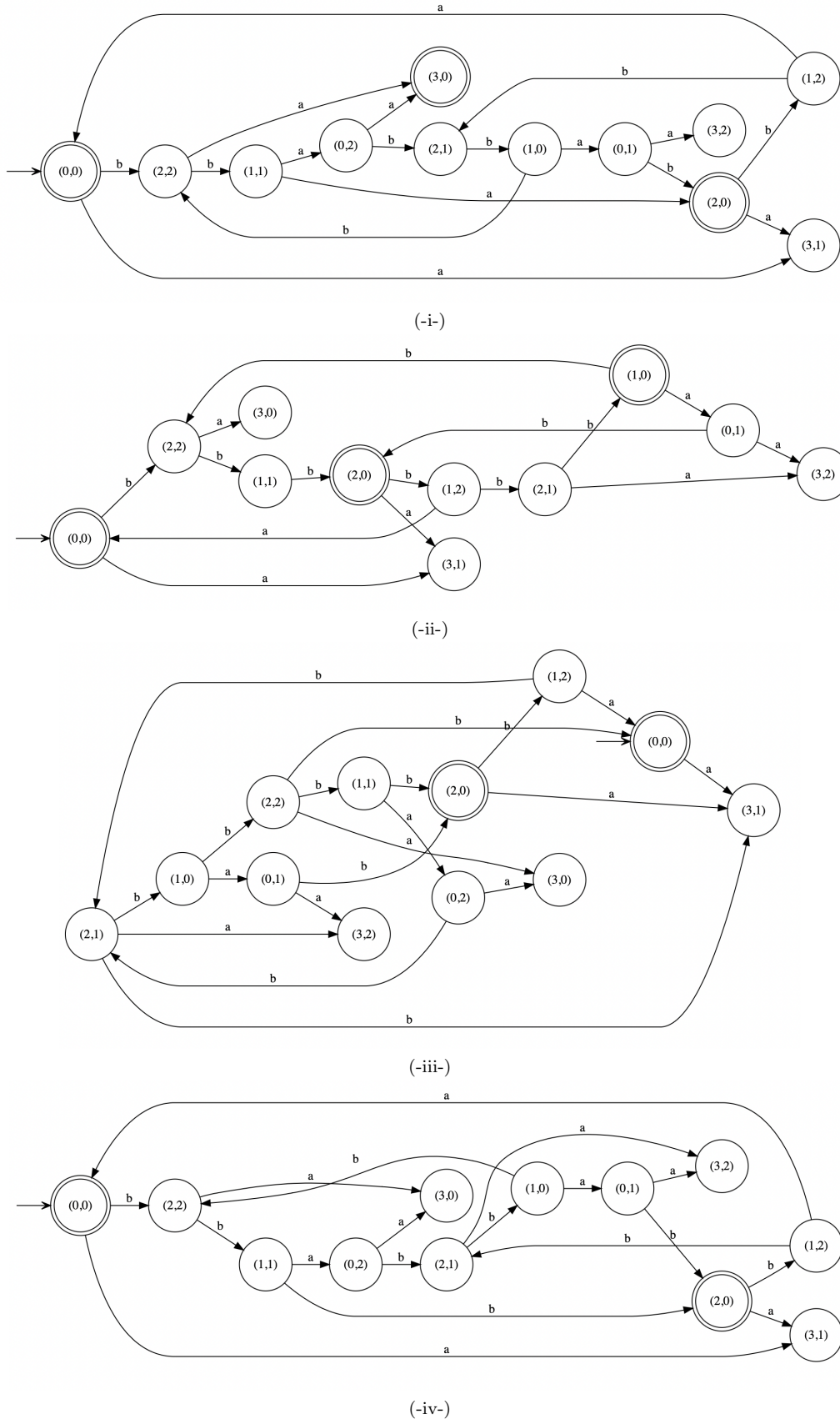


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

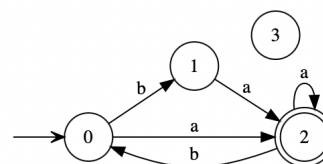
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

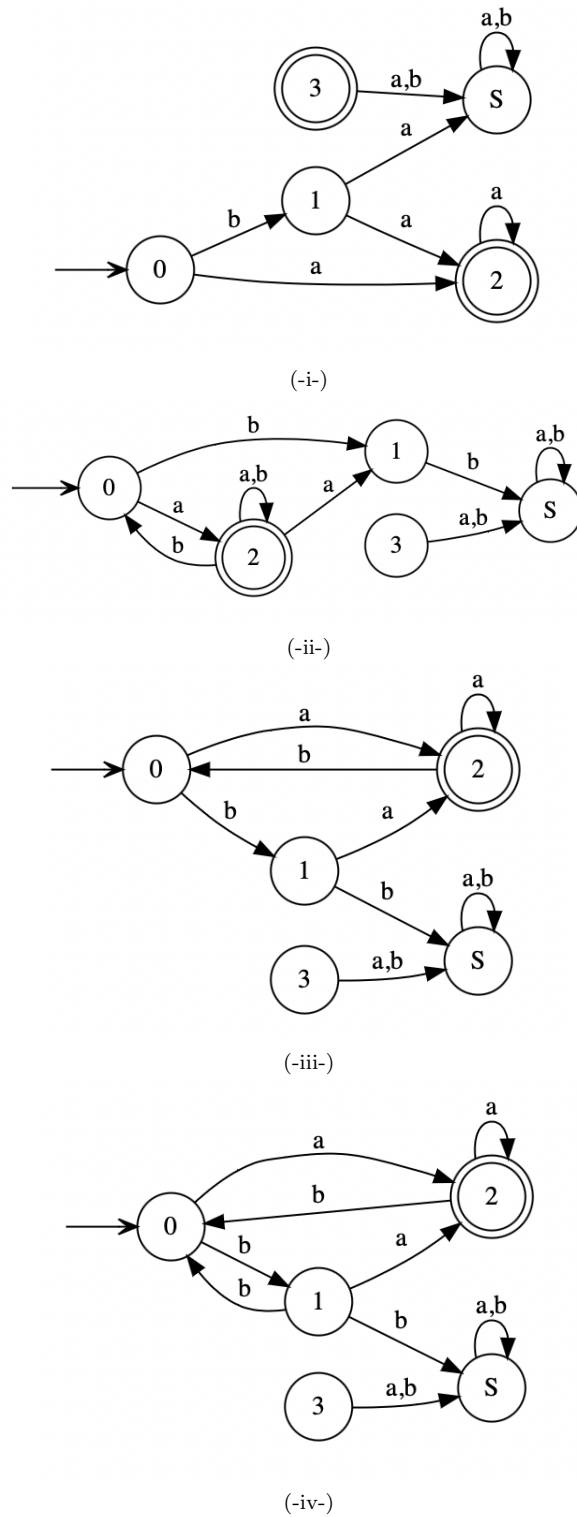


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



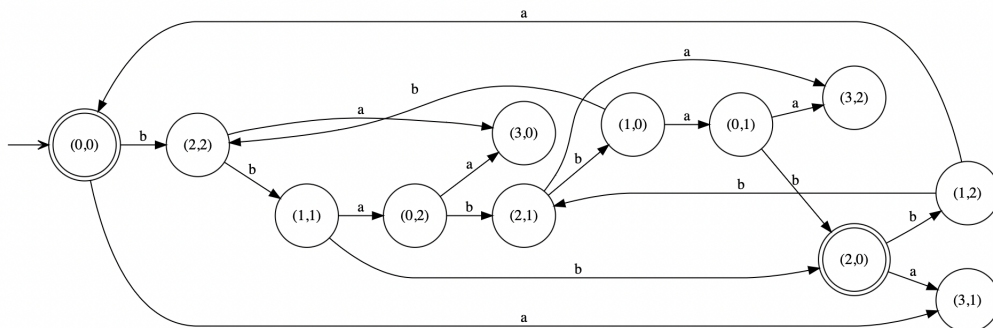
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

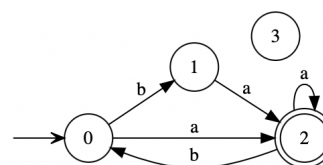
- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

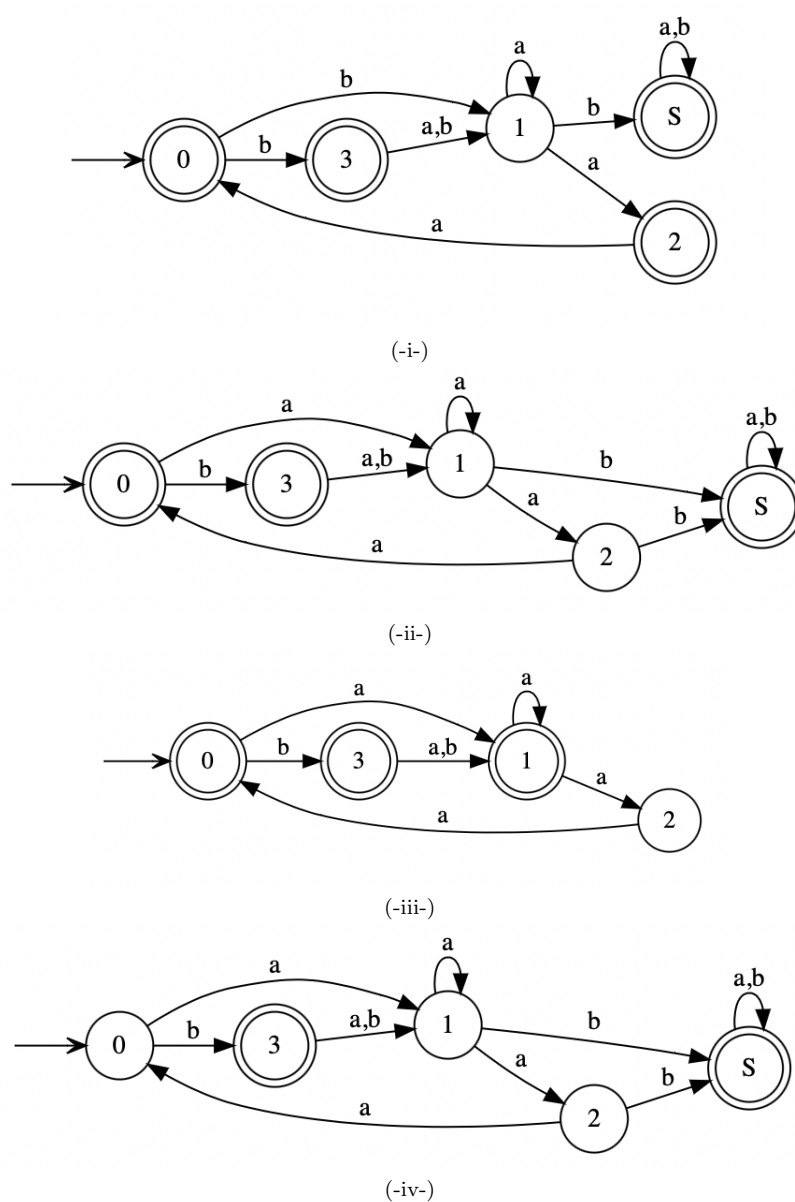


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



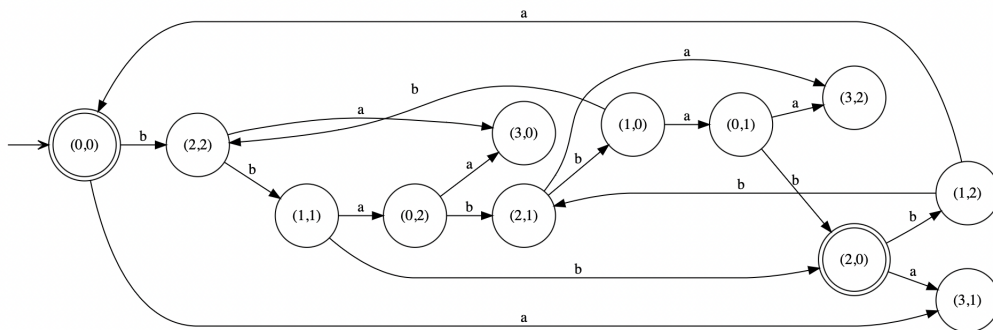
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état accessible.

- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

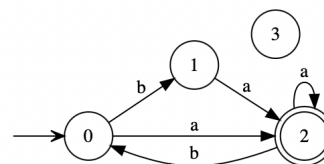
- ☐ a A est complet.
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

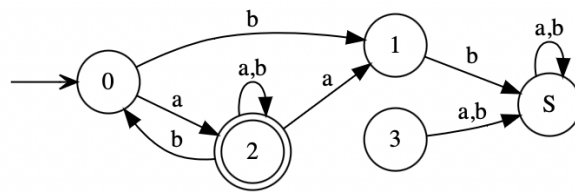
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

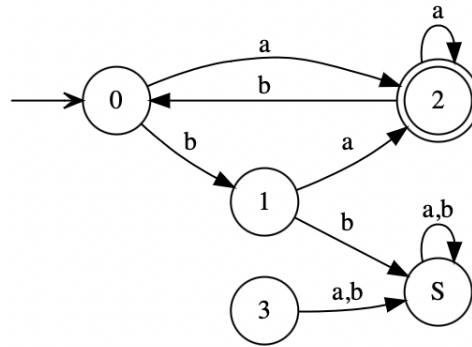
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



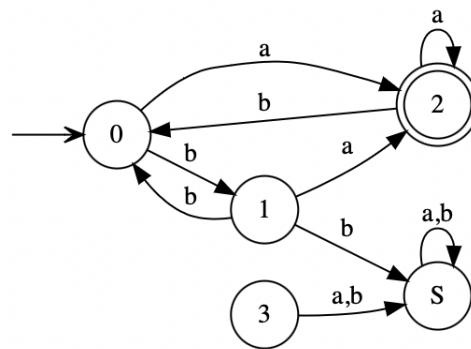
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

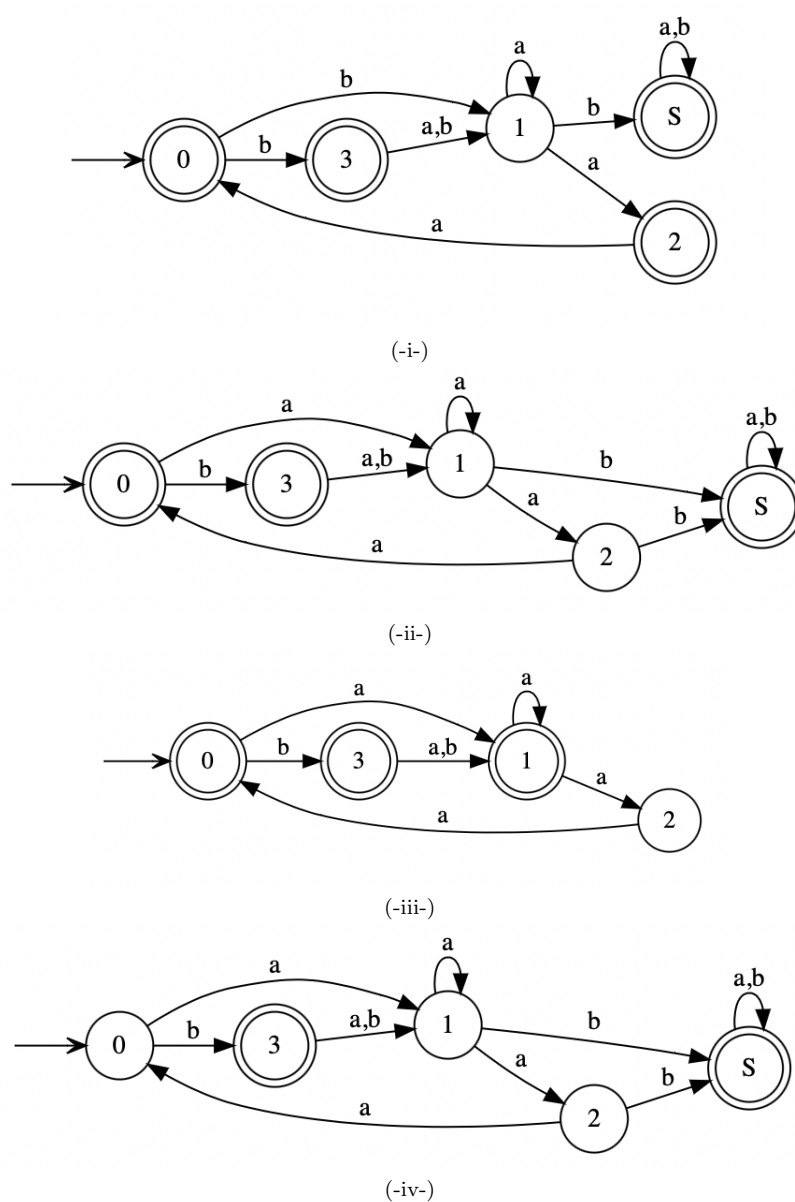


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

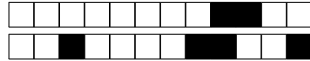


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état co-accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

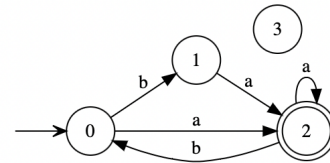
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

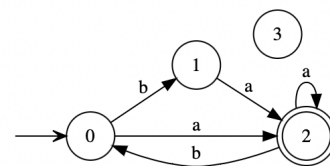


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

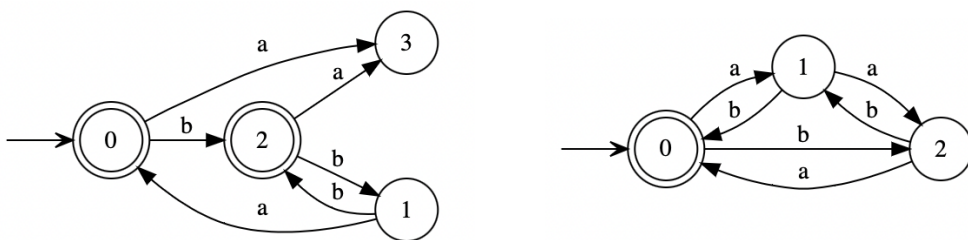


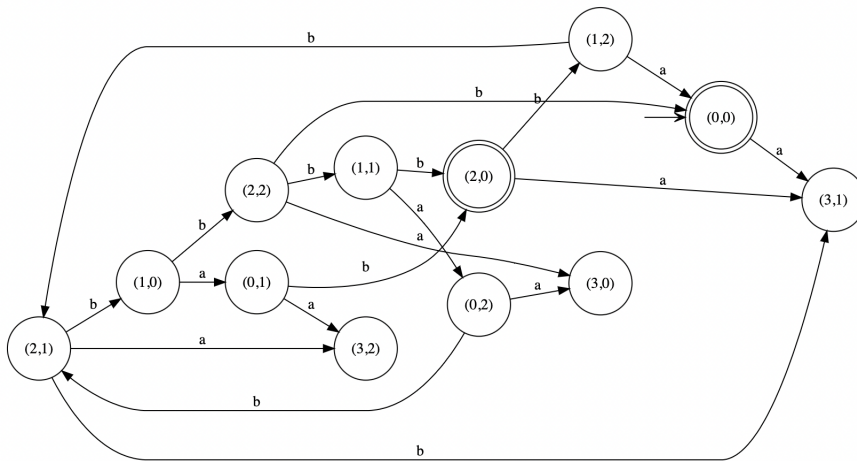
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



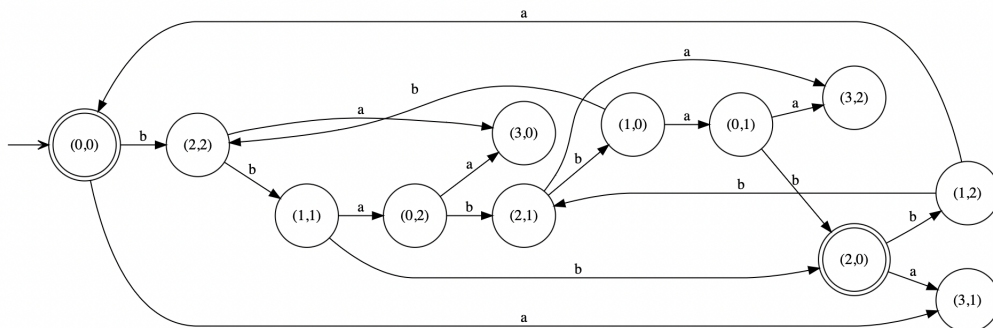
(-i-)



(-ii-)

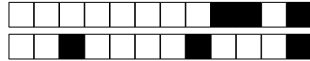


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

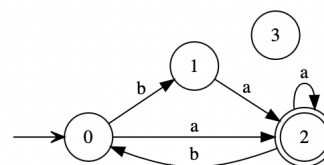
- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

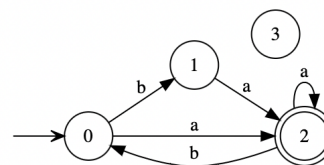


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



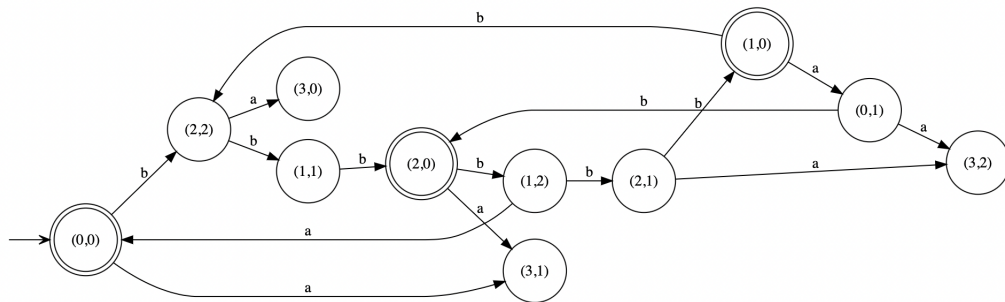
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



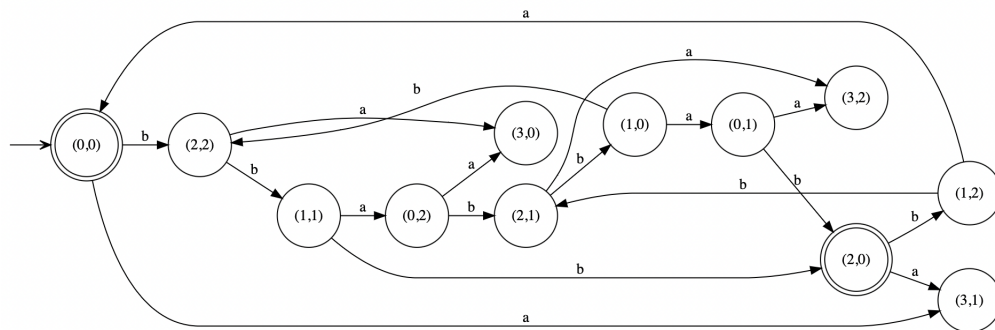
(-i-)



(-ii-)

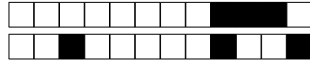


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A n'est pas complet. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

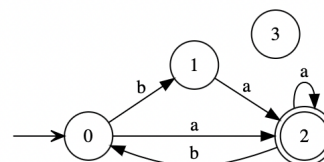
- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



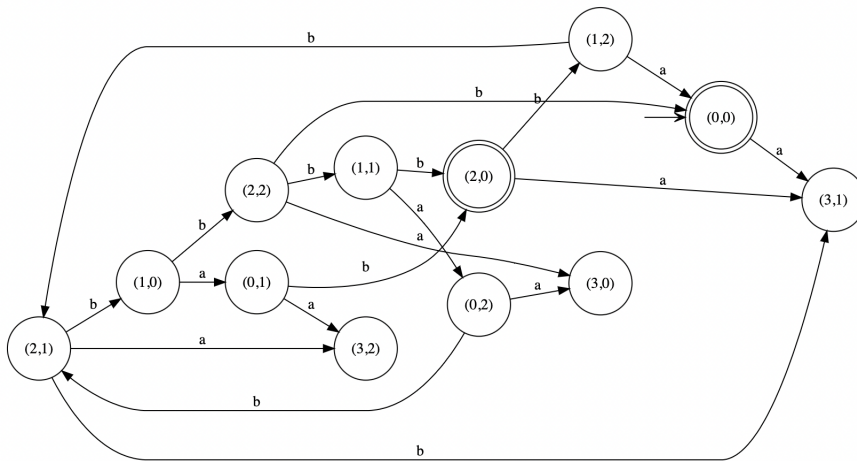
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



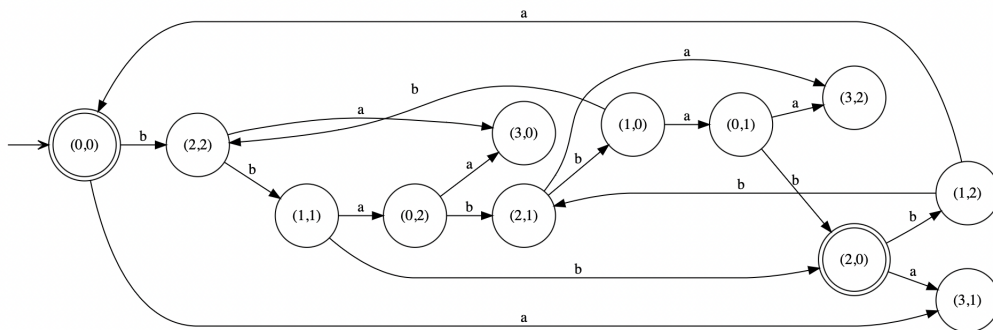
(-i-)



(-ii-)

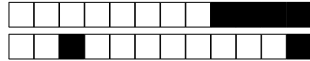


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

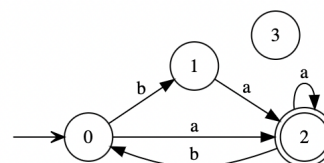
- ☐ a A possède un état puits
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

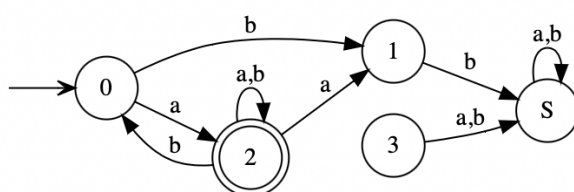
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.

- ☐g Σ est fermé par suffixe. ☐h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a u est accepté par A . ☐b A est complet. ☐c A a des états accepteurs.
- ☐d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

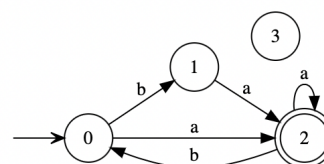
- ☐a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐b A possède un état puits
- ☐c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐d Tous les états de A sont accepteurs. ☐e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐f A accepte le langage universel. ☐g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

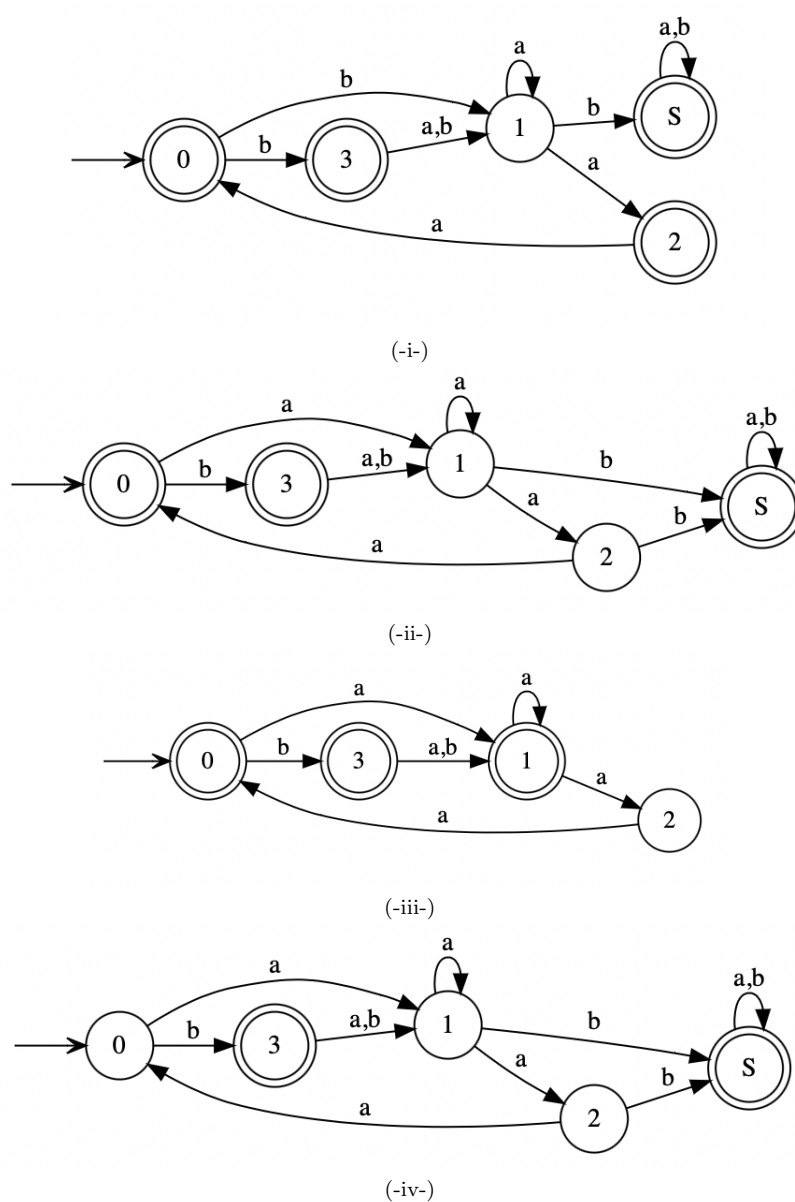


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



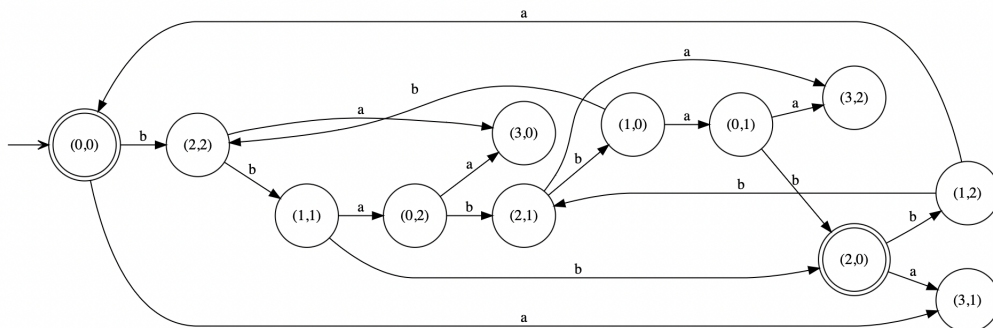
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

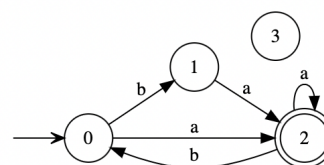
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

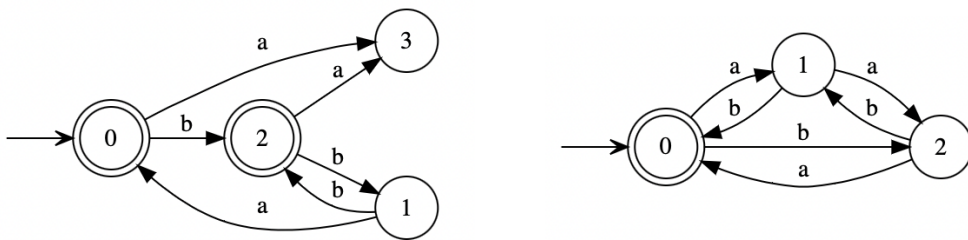


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A possède un état puits ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A n'est pas complet. ☐ c A a au moins un état non accessible.
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

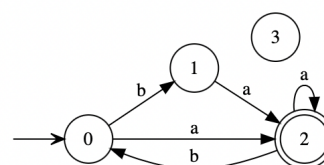
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

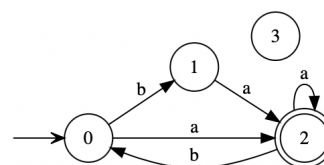


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

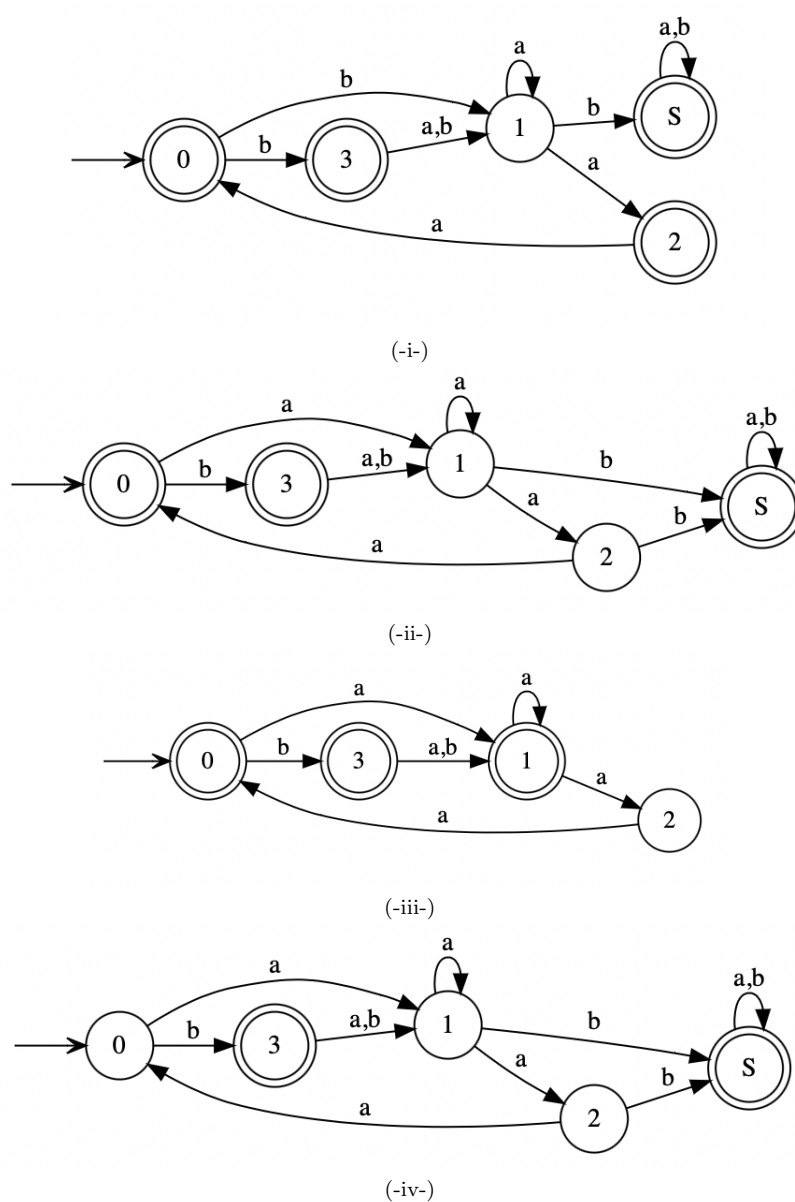


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

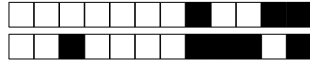


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A est complet. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

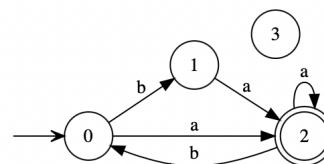
- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



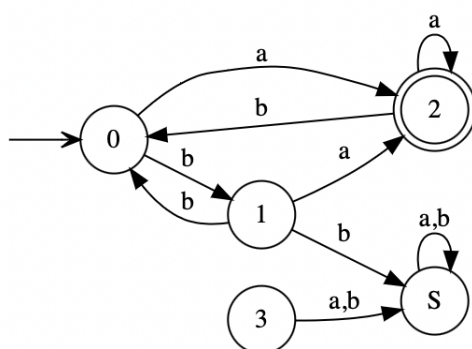
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

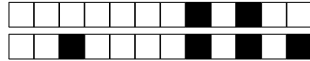


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A .
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g A n'est pas complet. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

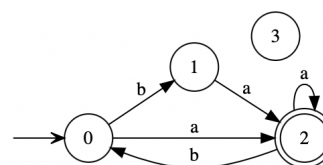
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

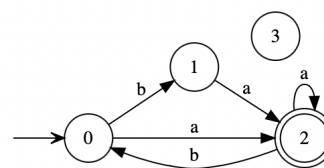


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

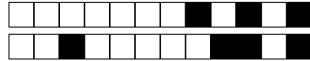


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

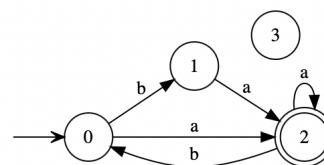
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

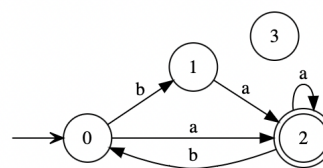


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



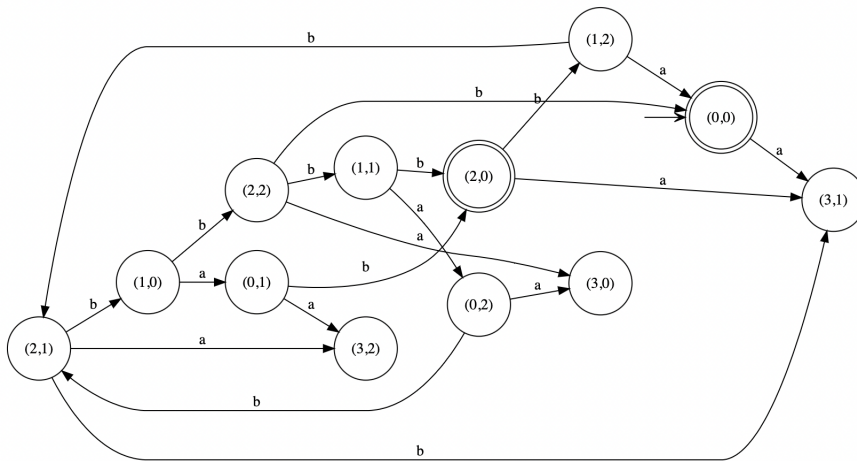
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

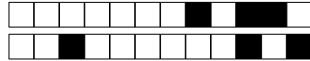


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐g A accepte le langage universel.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a Les états de A sont tous accessibles. ☐b A est complet.
- ☐c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐d A a des états accepteurs. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐f u est accepté par A .
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par préfixe. ☐b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐e Σ^* est fermé par préfixe. ☐f Σ est fermé par facteur. ☐g Σ est fermé par suffixe.
- ☐h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

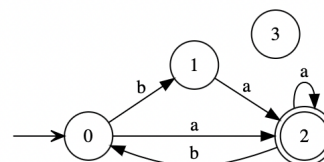
- ☐a A a au moins un état accessible. ☐b A a au moins un état co-accessible.
- ☐c A n'est pas complet. ☐d u n'est pas accepté par A .
- ☐e A a au moins un état non accessible.
- ☐f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☐h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i. ☐d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐b Celui de la Figure 2-iv. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-iii. ☐f Tous les automates.

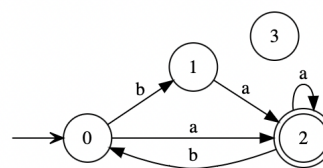


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet.
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h A n'est pas complet.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

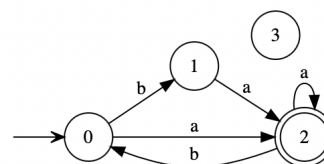
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



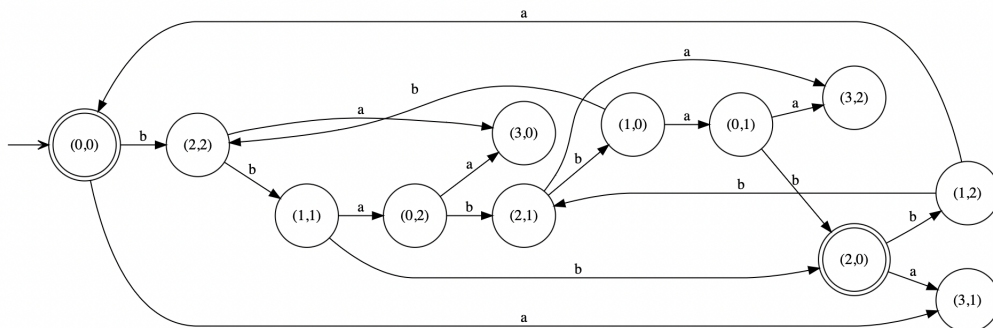
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

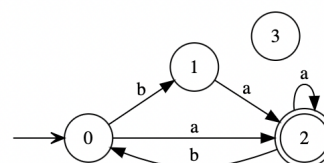
- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

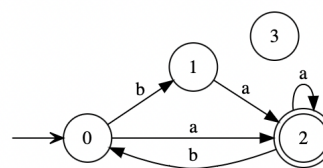


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



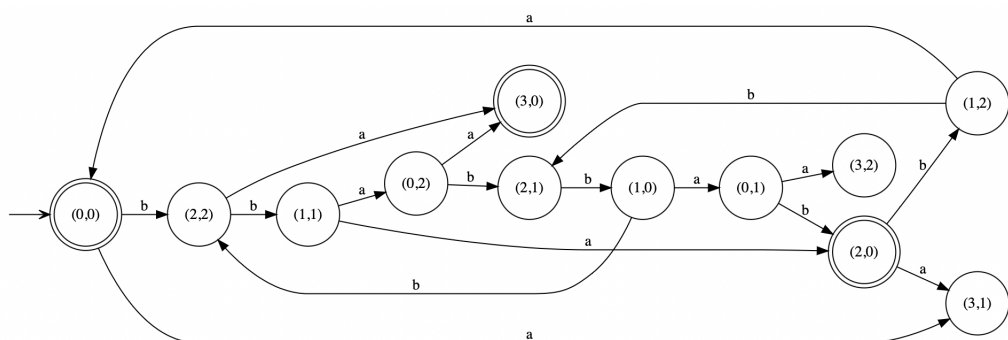
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



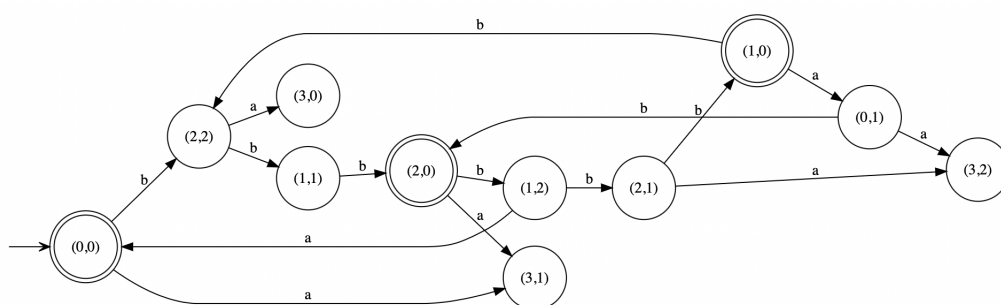
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



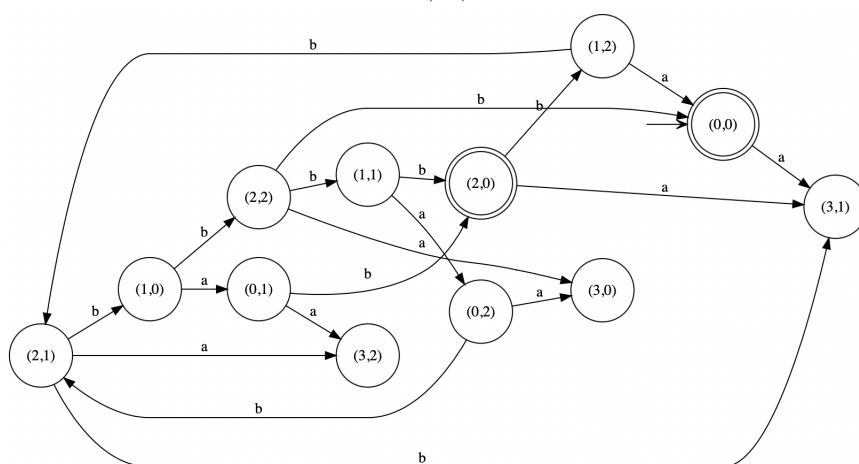
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



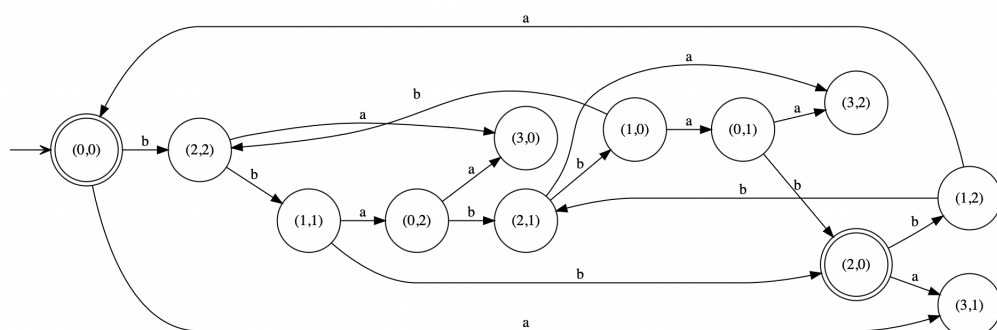
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐b Σ est fermé par préfixe.
☐c Σ^* est fermé par suffixe. ☐d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐e Σ est fermé par suffixe. ☐f Σ^* est fermé par préfixe. ☐g Σ^* est fermé par facteur.
☐h Σ est fermé par facteur.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐b Tous les états de A sont accepteurs.
☐c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐d A accepte le langage universel.
☐e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐f A possède un état puits ☐g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

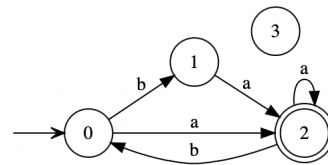
- ☐a A n'a pas d'état accepteur. ☐b A n'est pas complet.
☐c A a au moins un état co-accessible. ☐d A a au moins un état non accessible.
☐e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐f u n'est pas accepté par A .
☐g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐h A a au moins un état accessible. ☐i A a au moins un état non co-accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii. ☐d Celui de la Figure 2-i.
☐b Celui de la Figure 2-ii. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iv. ☐f Tous les automates.

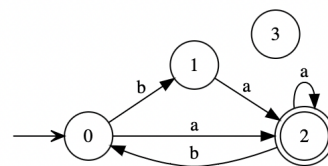


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-iii. ☐d Celui de la Figure 3-i.
☐b Celui de la Figure 3-ii. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iv. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

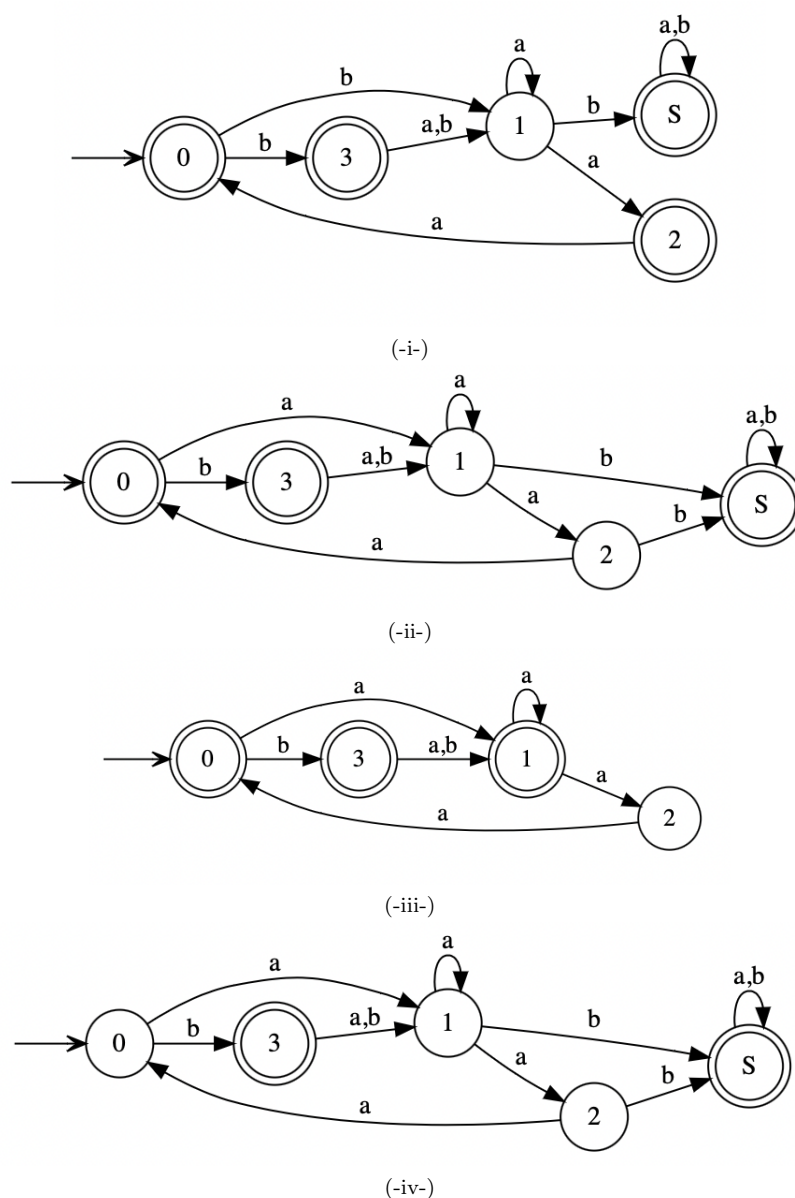


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f A accepte le langage universel.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

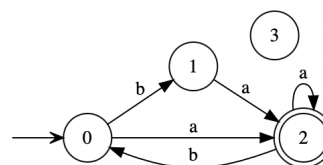
- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

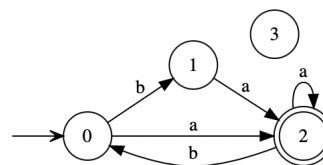


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

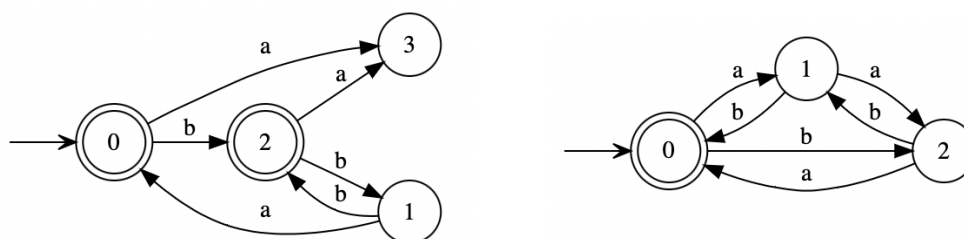


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

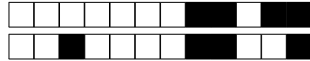


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A n'est pas complet. ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

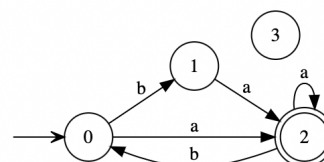
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

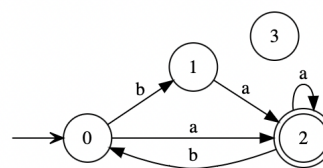


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



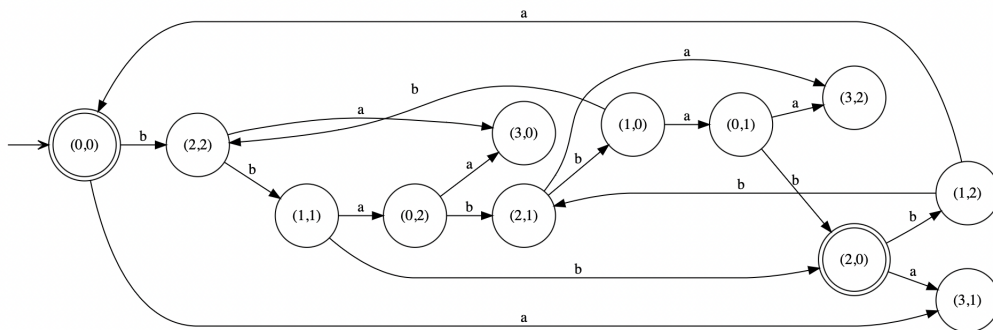
(-i-)



(-ii-)

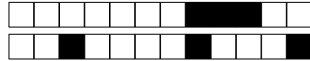


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut être vide.

- ☐k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐l Un mot est une fonction.
- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐b P est forcément déterministe.
- ☐c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A est complet. ☐b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐d u est accepté par A . ☐e A a des états accepteurs.
- ☐f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

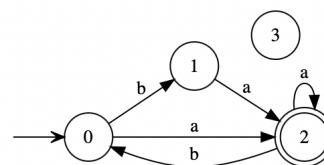
- ☐a A accepte le langage universel. ☐b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐d A possède un état puits ☐e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐f Tous les états de A sont accepteurs. ☐g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐b Celui de la Figure 2-iii-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-i.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



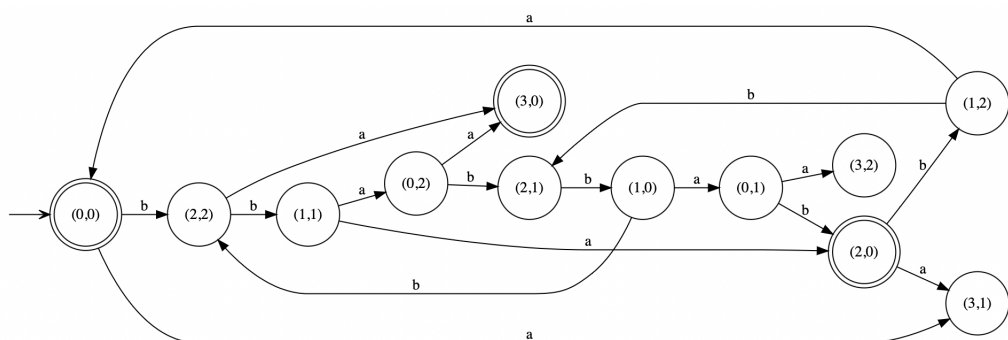
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



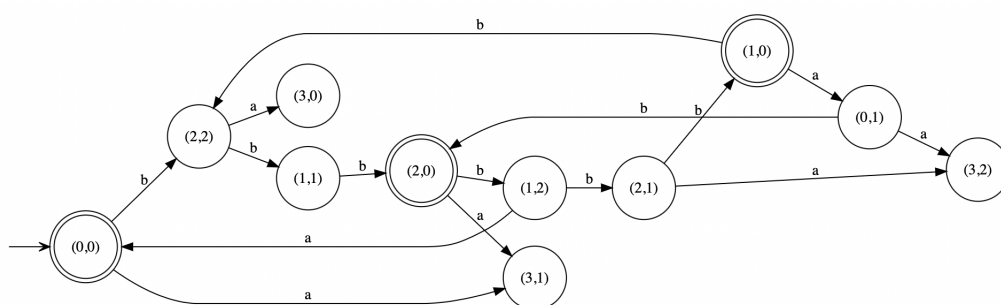
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



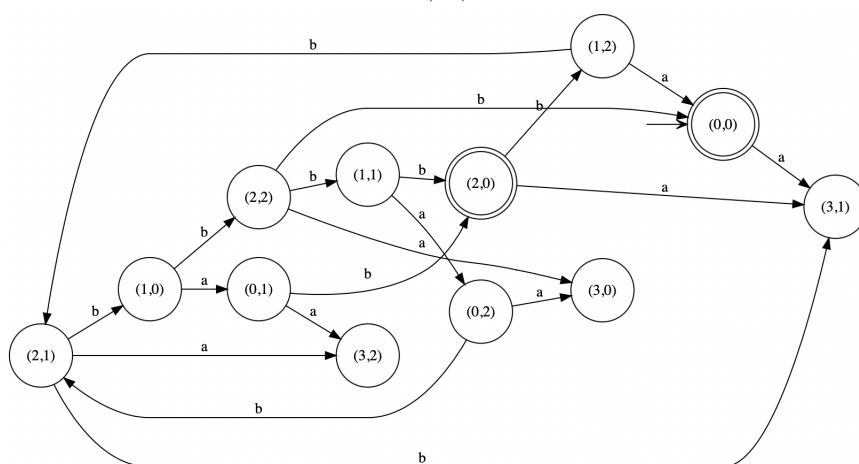
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



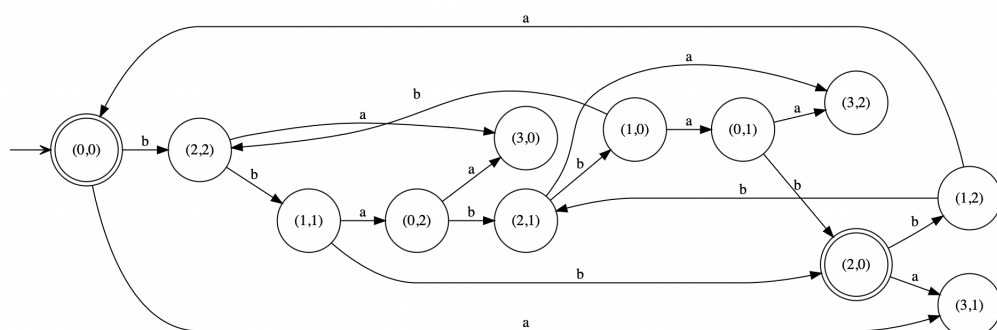
(-i-)



(-ii-)

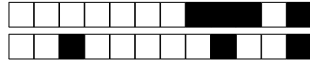


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

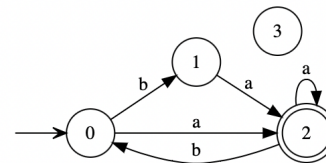
- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

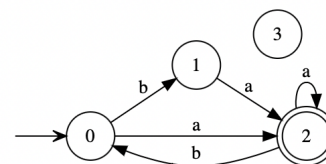


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



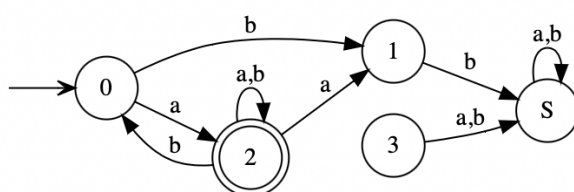
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



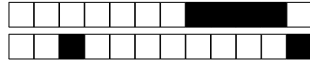
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Un mot est une application.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

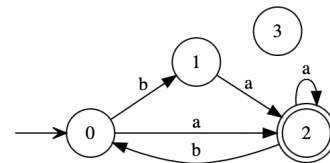
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

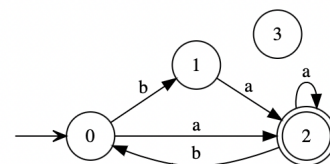


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

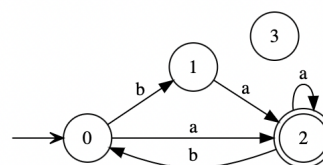
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

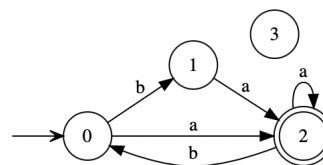


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



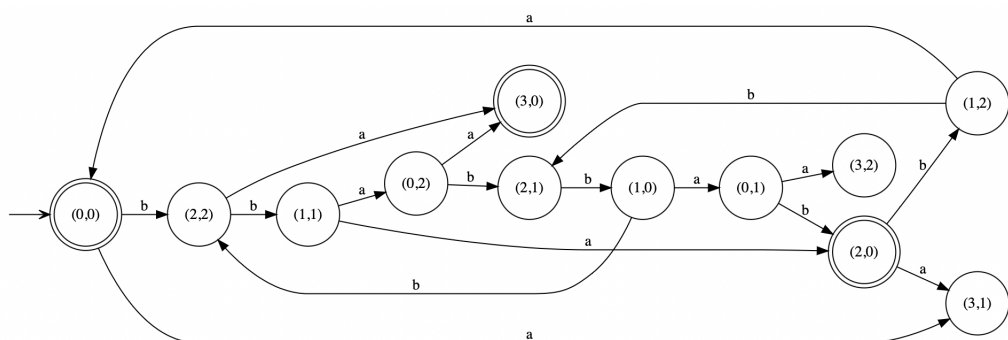
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



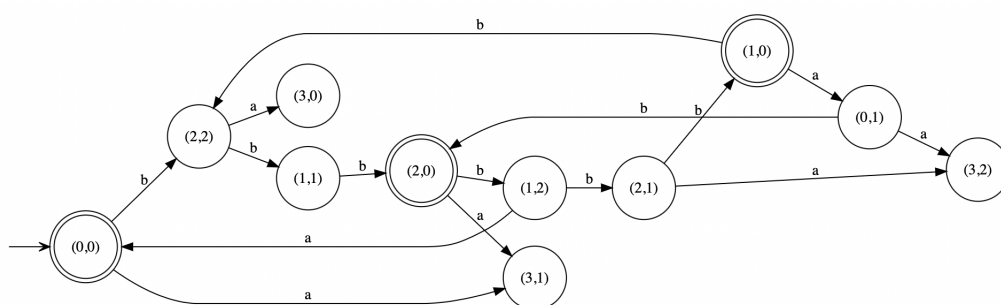
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



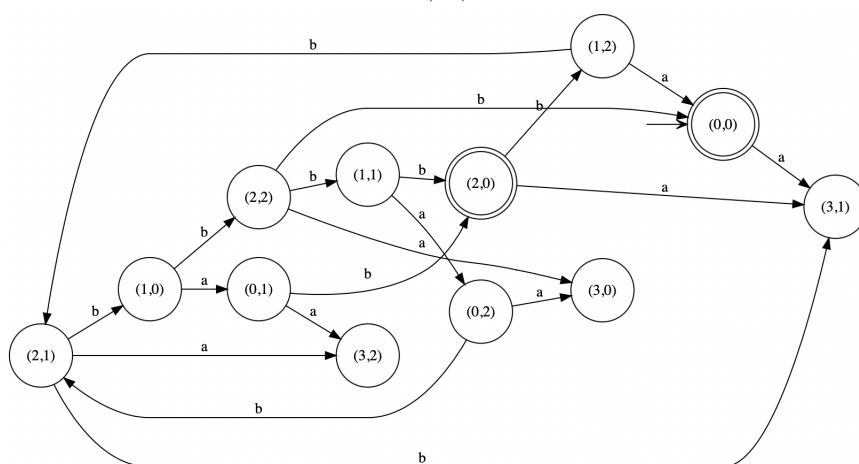
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



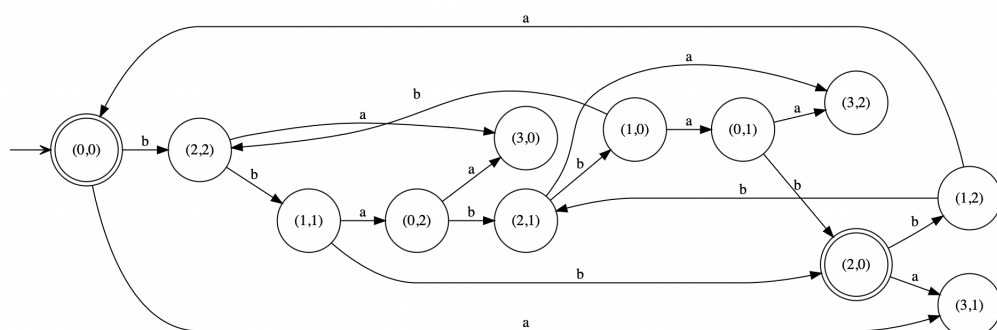
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

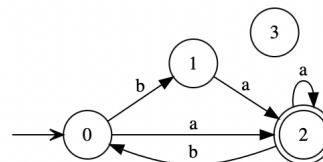
- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g A n'est pas complet. ☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A est complet. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A possède un état puits
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

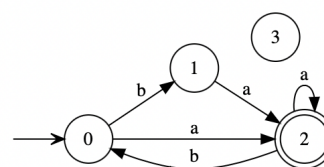
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

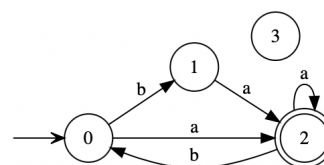


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

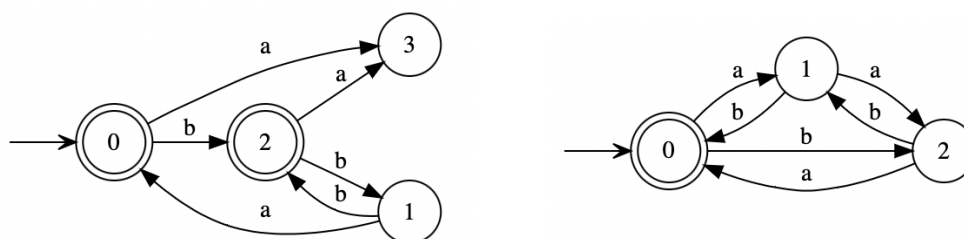


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i u n'est pas accepté par A .

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

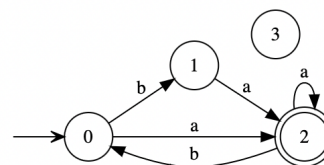
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

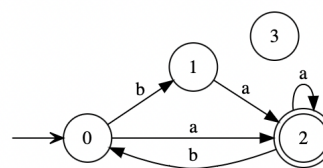


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



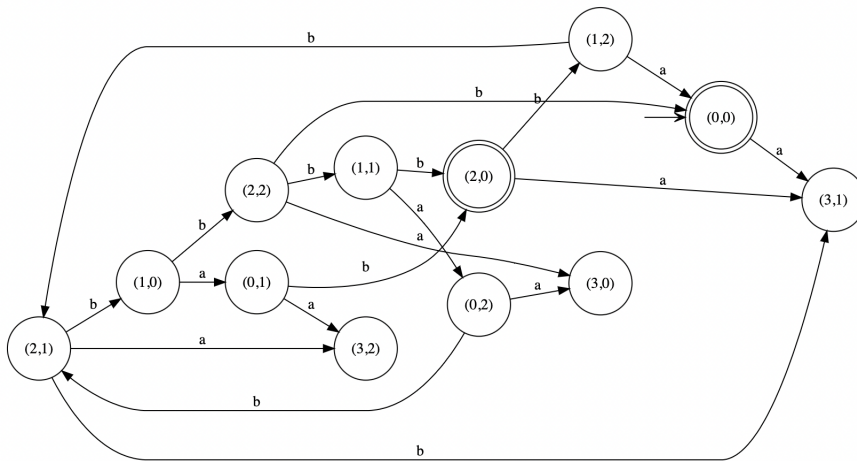
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



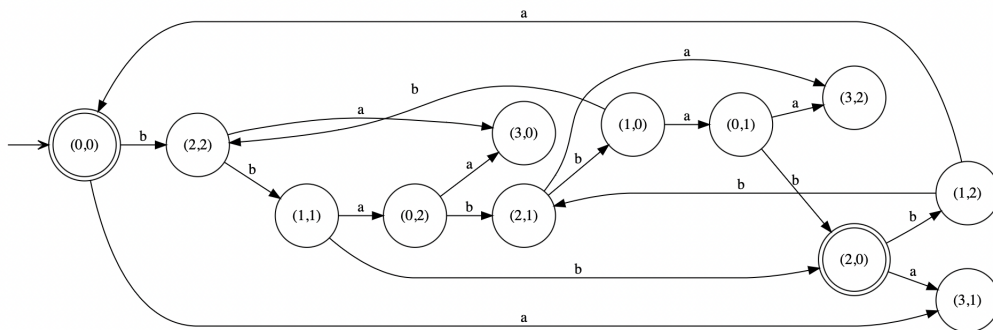
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c A possède un état puits
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

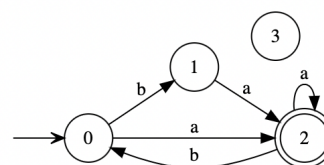
- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

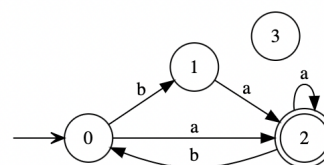


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

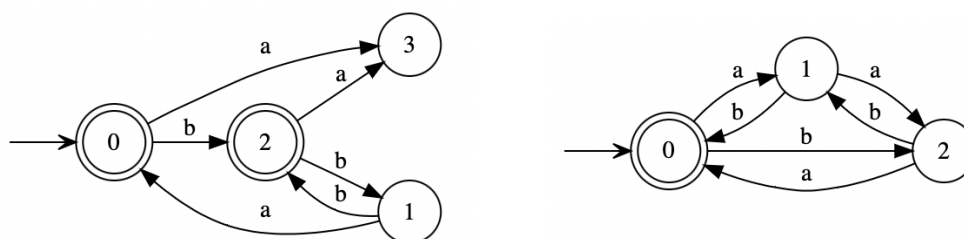


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

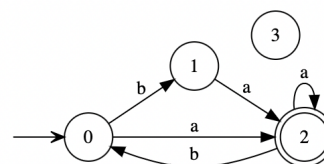
- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A possède un état puits ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

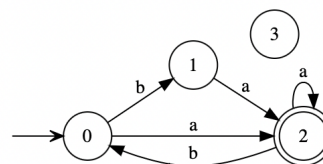
- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ f Tous les automates.

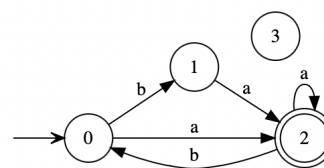


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

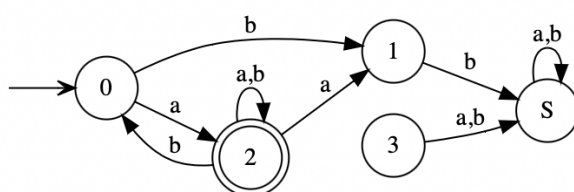
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



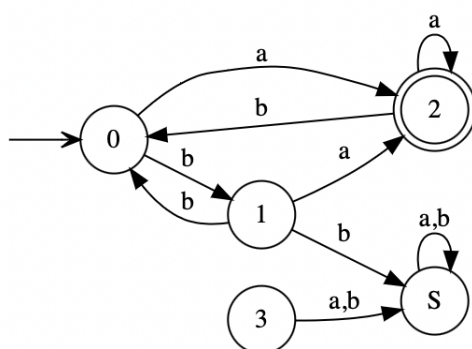
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.

- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

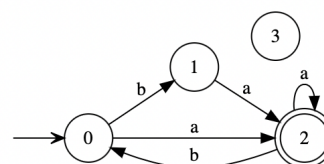
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

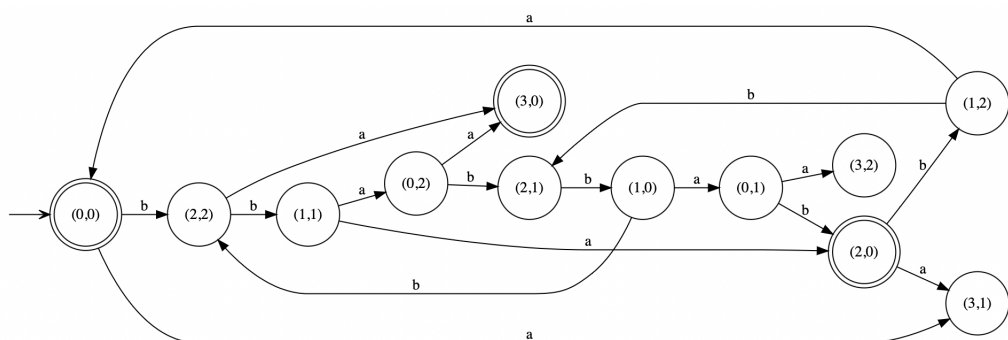
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



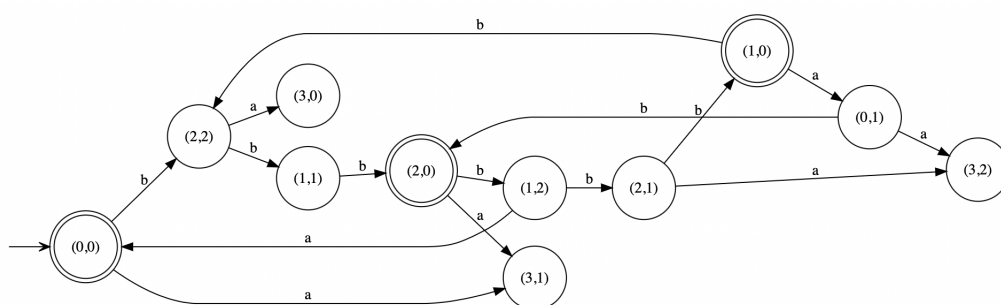
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



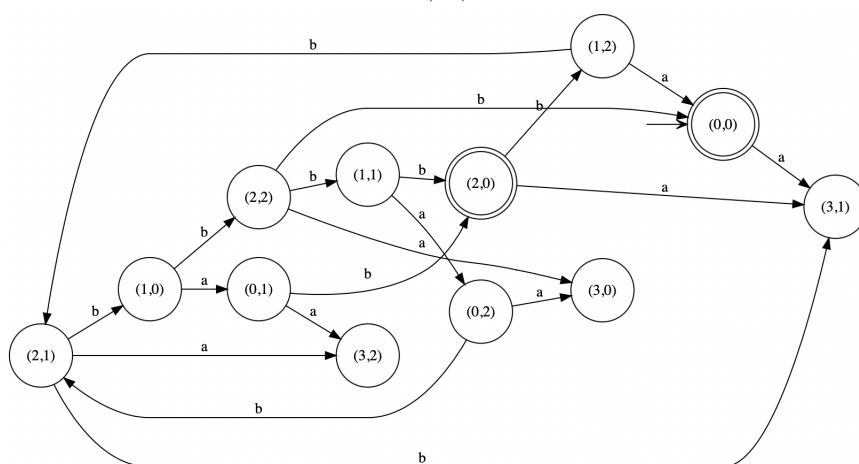
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



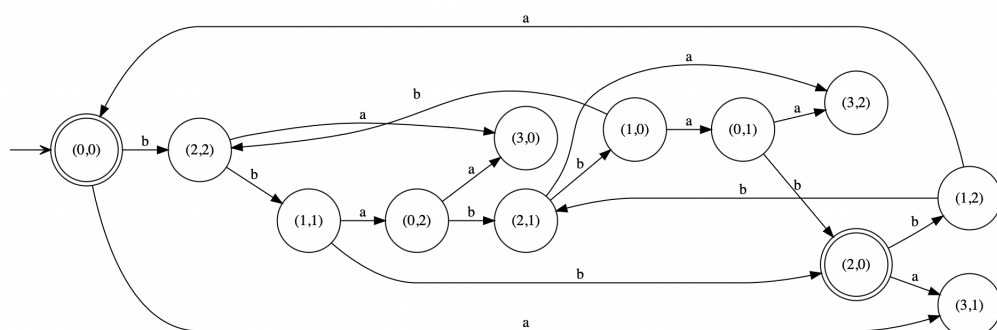
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ l Un mot peut être infini.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ c A possède un état puits ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

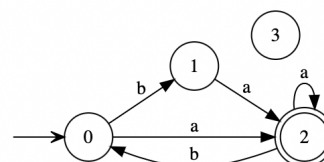
- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

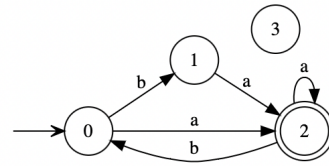


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



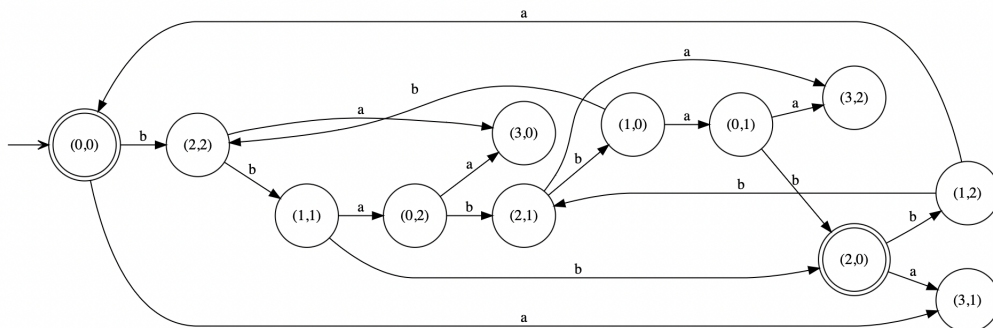
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

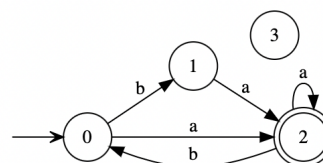
- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

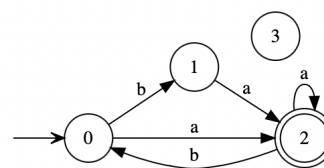


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

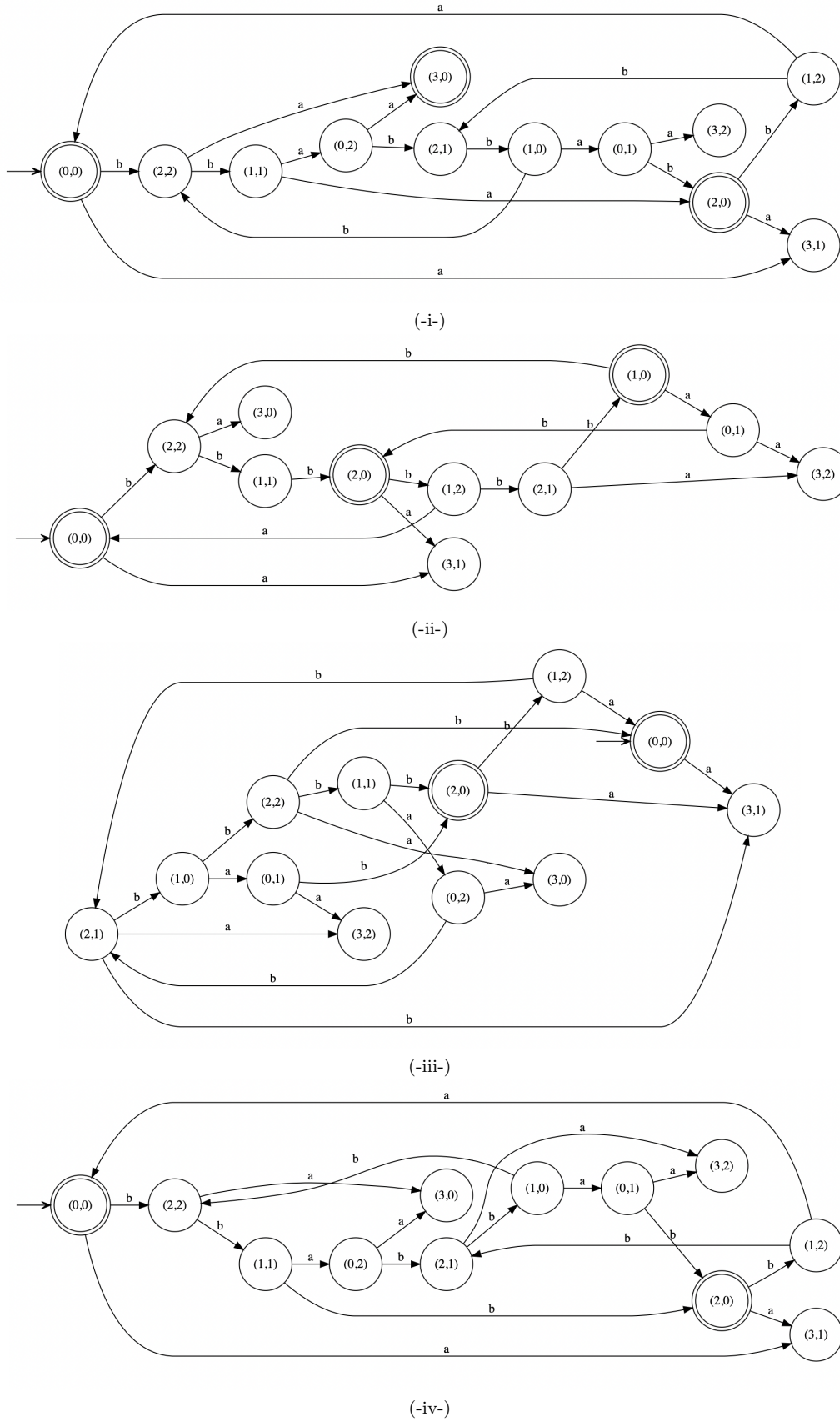


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

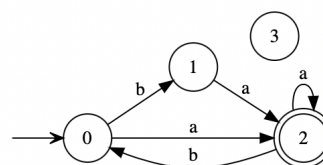
- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

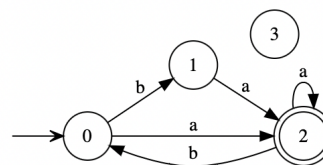


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



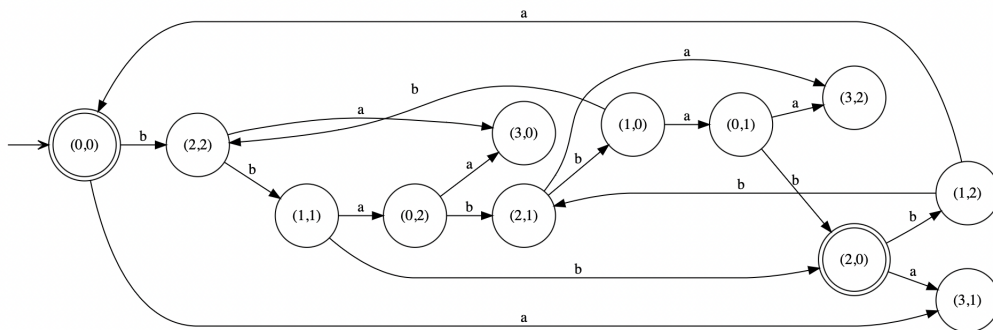
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A accepte le langage universel.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.

- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A est complet. ☐b A a des états accepteurs. ☐c u est accepté par A .
☐d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐f Les états de A sont tous accessibles.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

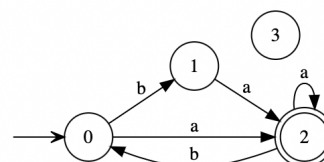
- ☐a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐b A n'a pas d'état accepteur. ☐c A a au moins un état co-accessible.
☐d u n'est pas accepté par A . ☐e A a au moins un état accessible.
☐f A n'est pas complet. ☐g A a au moins un état non accessible.
☐h A a au moins un état non co-accessible. ☐i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.

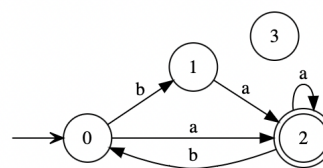


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot est une fonction. ☐ c Un mot peut être infini.
☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ h Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

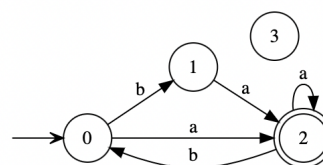
- ☐ a u n'est pas accepté par A .
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

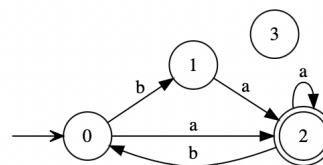


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



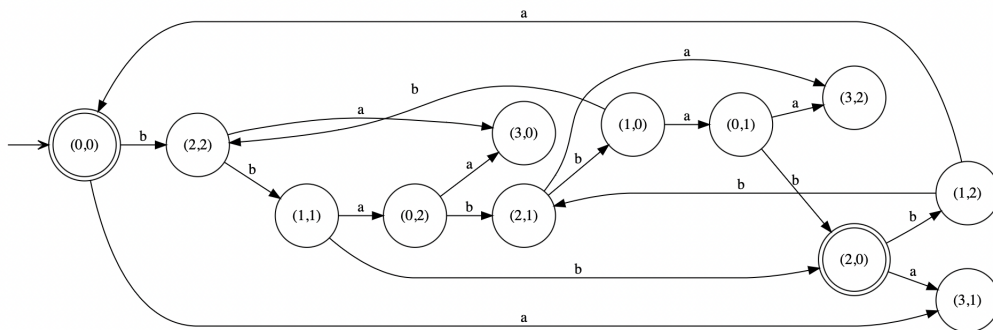
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

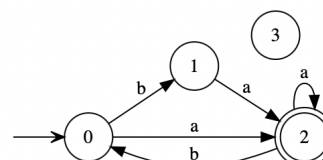
- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

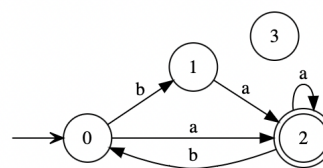


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

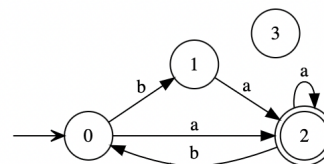
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

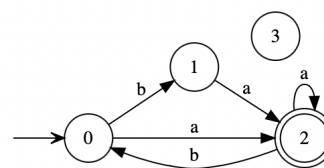


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

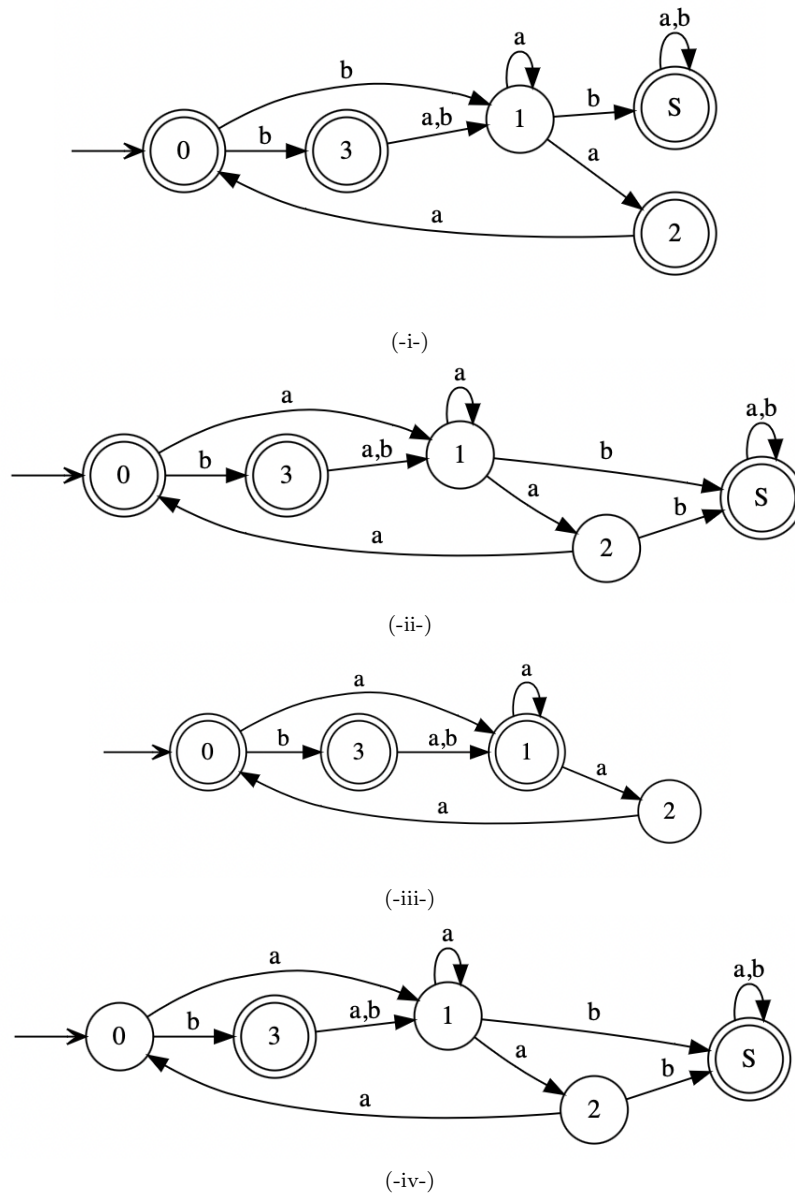


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

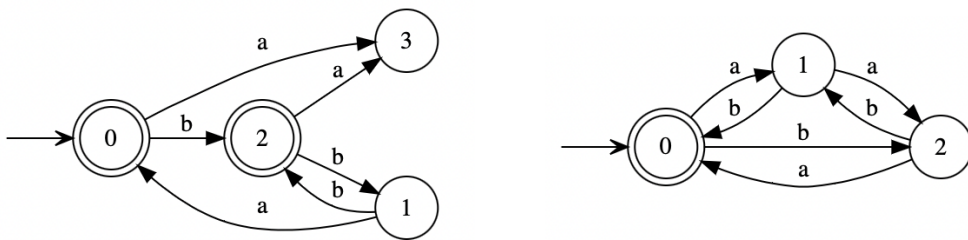


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d A possède un état puits ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f A accepte le langage universel.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

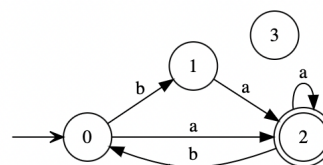
- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

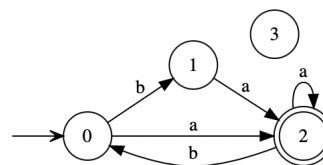


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



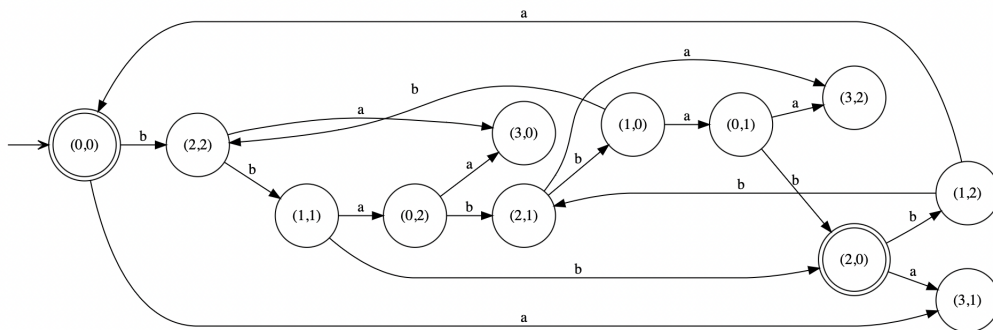
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état accessible.

- ☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

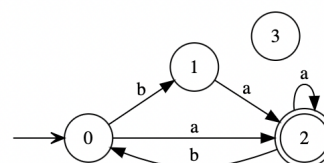
- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

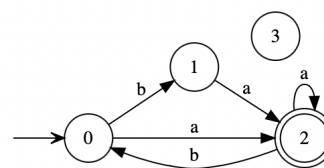


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



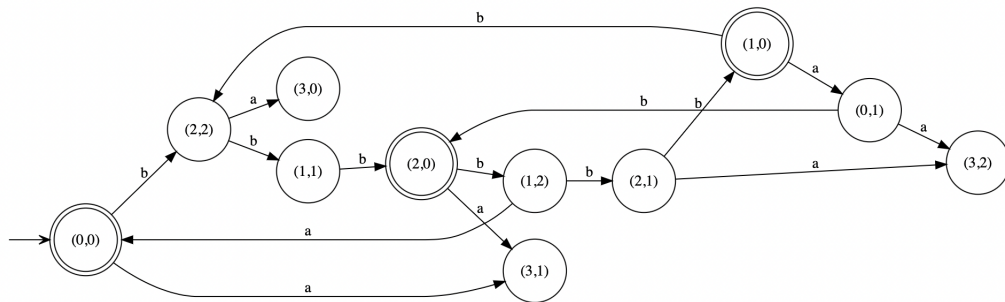
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



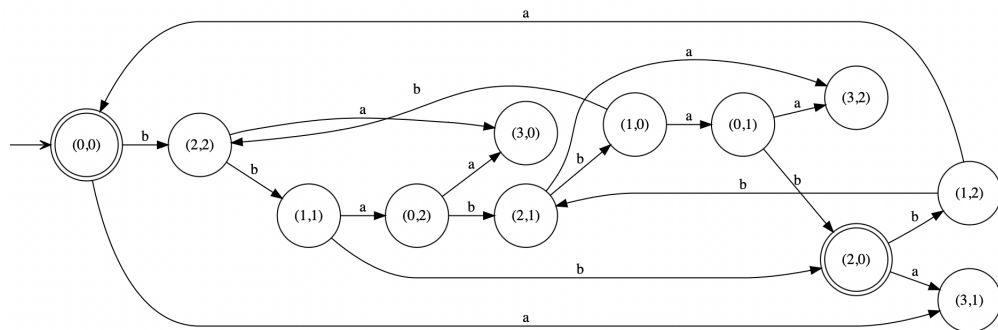
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A n'est pas complet. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

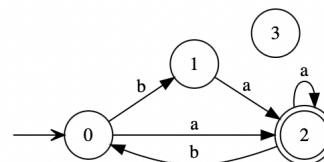
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

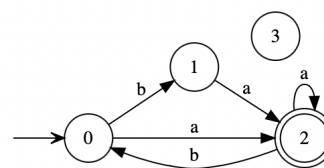


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

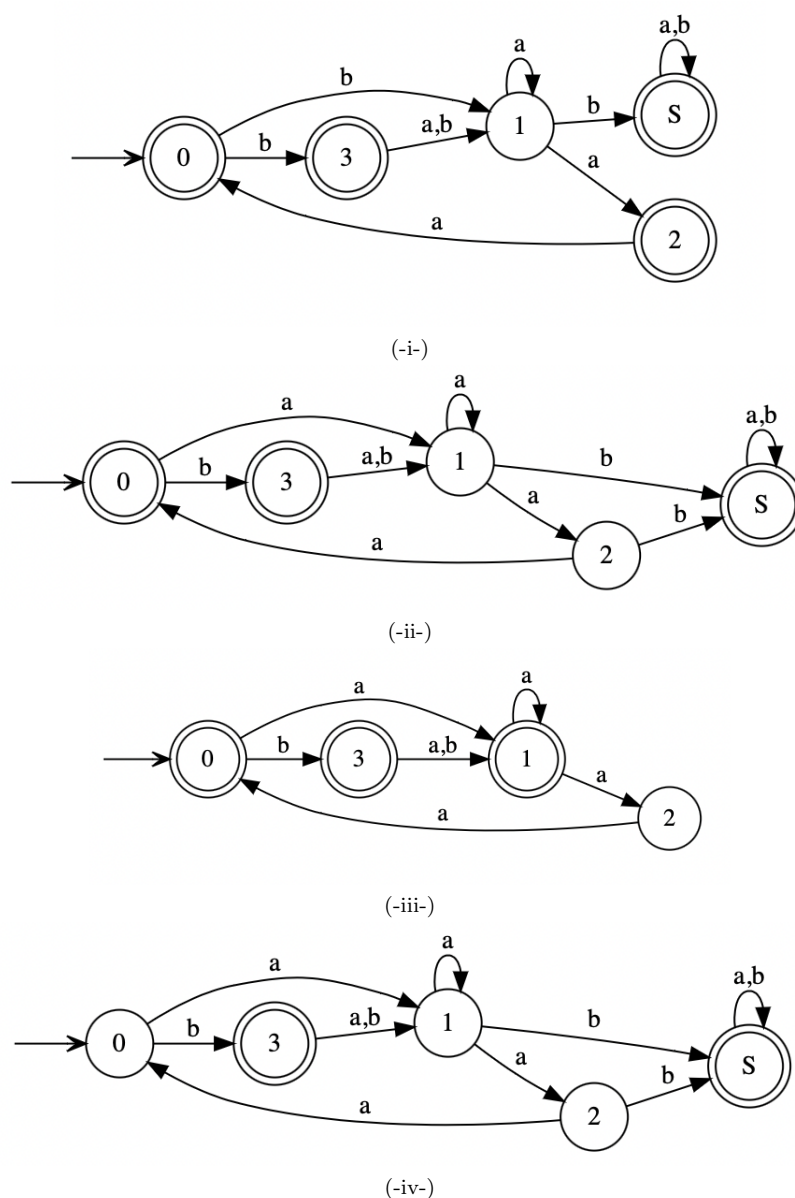


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

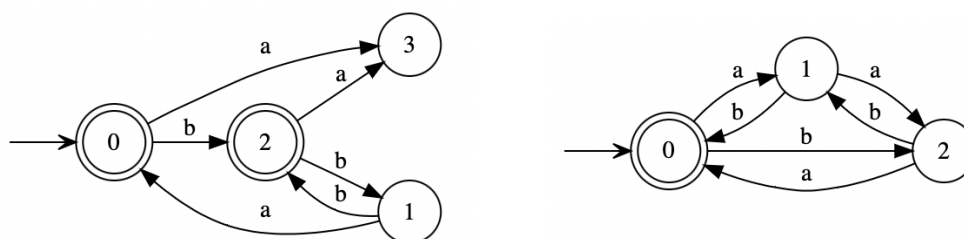


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

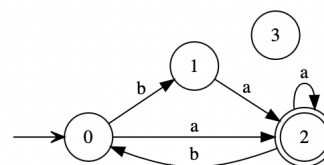
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

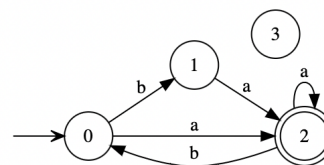


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

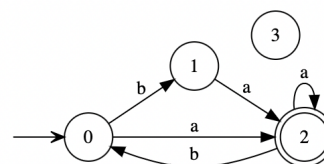
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

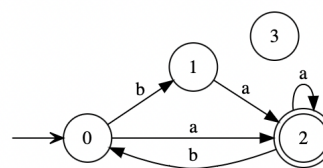


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-i.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

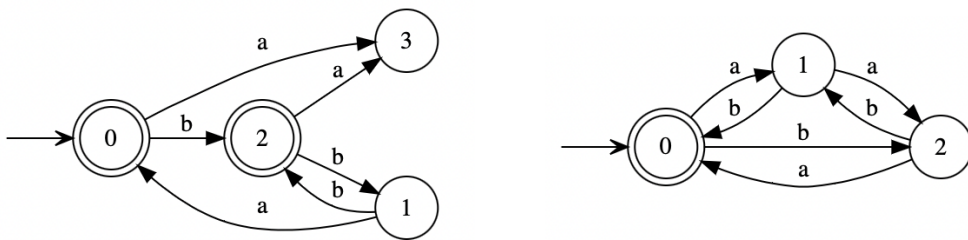


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible. ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

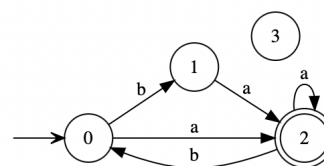
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits
☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

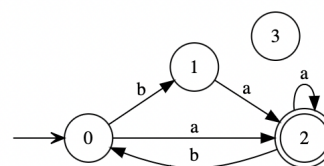


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

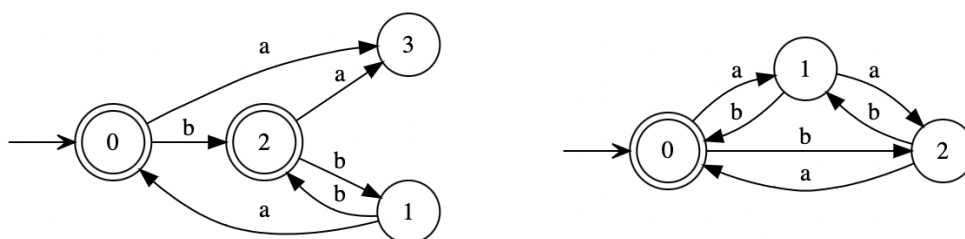


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
☐ e A est complet. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'est pas complet.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

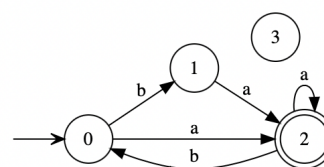
- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ f Tous les automates.

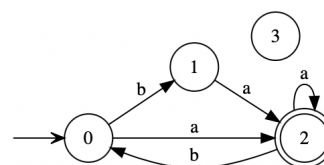


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A n'est pas complet.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

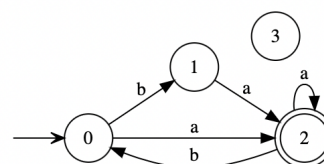
- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



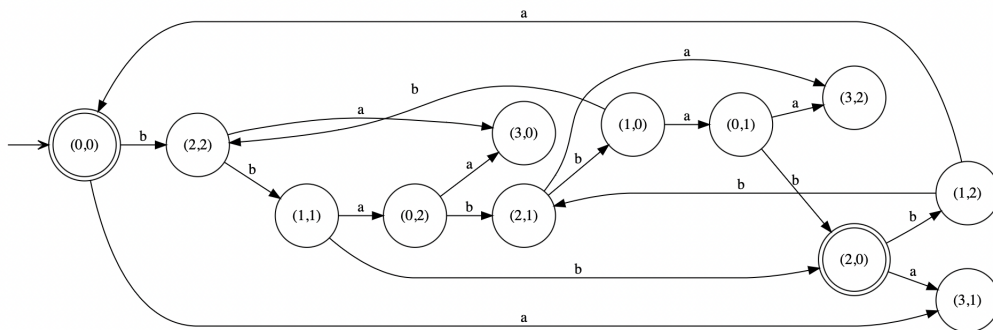
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h A n'est pas complet.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

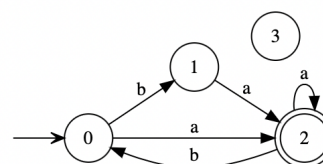
- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

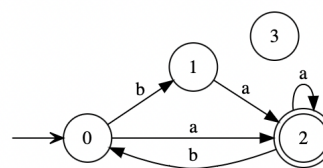


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ c A a au moins un état accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

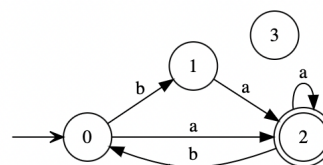
- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

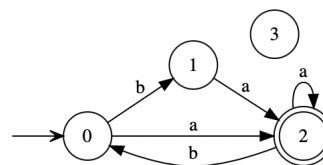


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



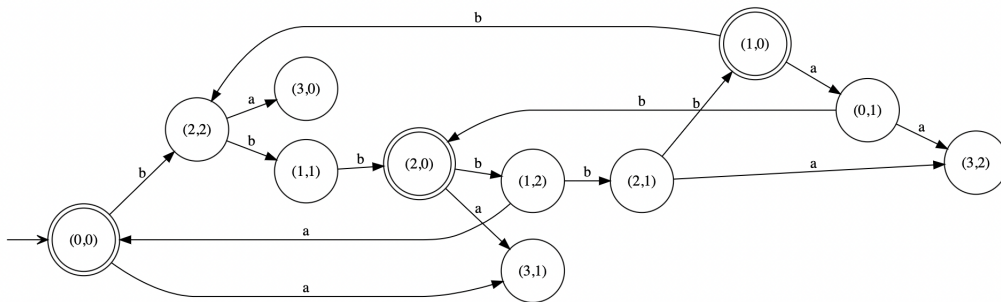
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



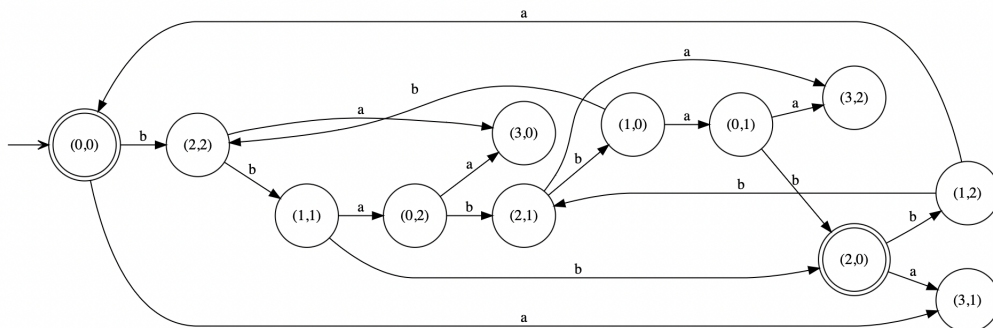
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A possède un état puits ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
☐ e u est accepté par A . ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'est pas complet. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

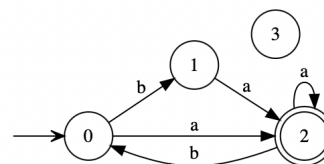
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

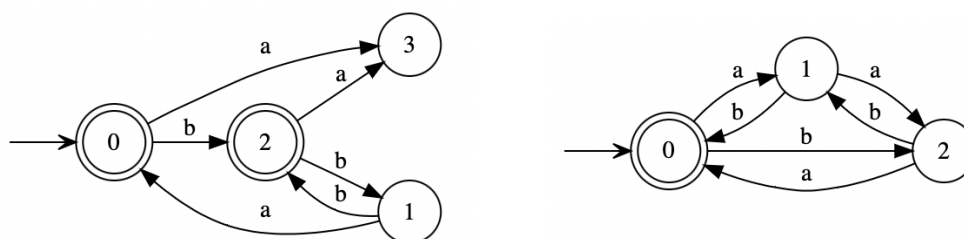


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

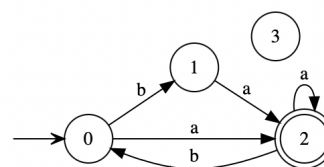
- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

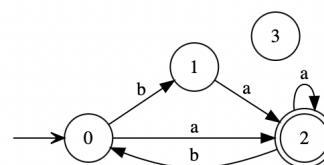


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
☐ e u est accepté par A . ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f A possède un état puits

☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

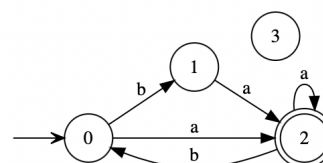
- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a. Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b. Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c. Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d. Un mot est une application.
☐ e. Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f. Un mot peut être infini.
☐ g. Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h. Un mot est une fonction.
☐ i. Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j. Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k. Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l. Un mot peut être vide.
☐ m. Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n. Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a. A a au moins un état accessible. ☐ b. u n'est pas accepté par A .
☐ c. Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d. A n'est pas complet. ☐ e. A n'a pas d'état accepteur.
☐ f. A a au moins un état non co-accessible. ☐ g. A a au moins un état non accessible.
☐ h. A a au moins un état co-accessible. ☐ i. $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j. Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k. Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

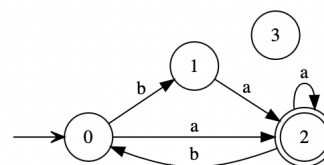
- ☐ a. A a des états accepteurs. ☐ b. A est complet.
☐ c. Les états de A sont tous accessibles. ☐ d. $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e. u est accepté par A .
☐ f. Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g. Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h. Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a. Celui de la Figure 2-ii. ☐ d. Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b. Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e. Aucun des automates.
☐ c. Celui de la Figure 2-i-. ☐ f. Tous les automates.

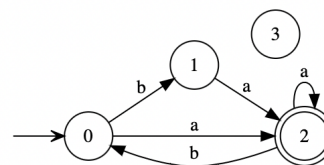


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a. Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d. Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b. Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e. Aucun des automates.
☐ c. Celui de la Figure 3-i-. ☐ f. Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



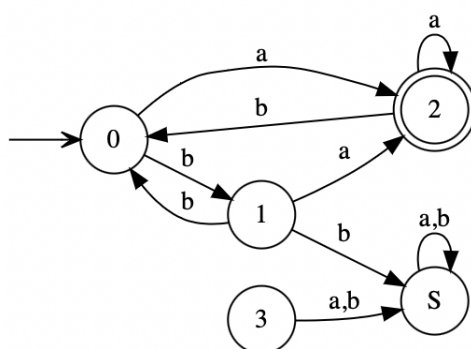
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ b	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e	Un mot est une application.	☐ f	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ h	Un mot peut être infini.
☐ i	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ j	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k	Un mot peut être vide.	☐ l	Un mot est une fonction.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	A est complet.	☐ c	u est accepté par A .
☐ d	Les états de A sont tous accessibles.	☐ e	A a des états accepteurs.		
☐ f	Les états de A sont tous co-accessibles.				
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	u n'est pas accepté par A .	☐ b	A a au moins un état accessible.
☐ c	A n'est pas complet.	☐ d	A a au moins un état co-accessible.
☐ e	$u \notin \mathcal{L}(A)$.		
☐ f	A n'a pas d'état accepteur.	☐ g	A a au moins un état non co-accessible.
☐ h	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		

- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

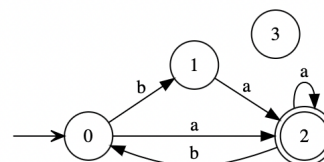
- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



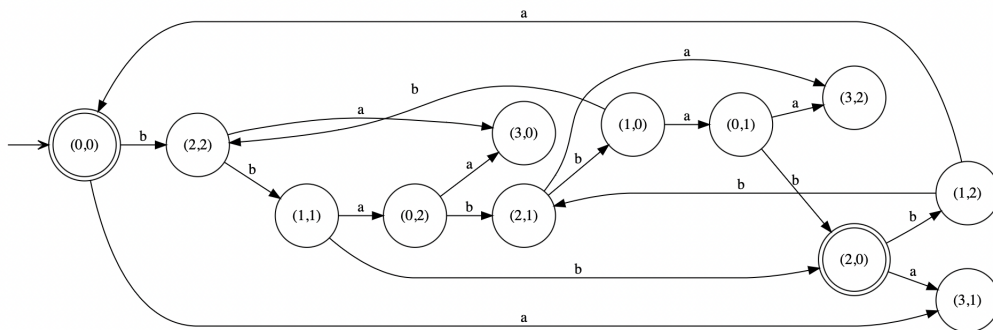
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g A n'est pas complet. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

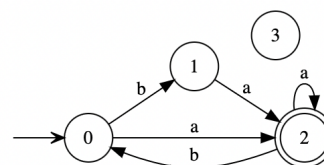
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

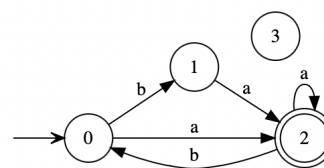


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

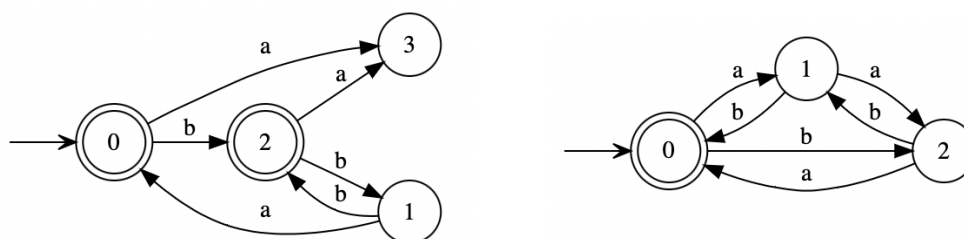


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état co-accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A . ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

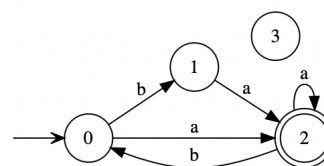
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

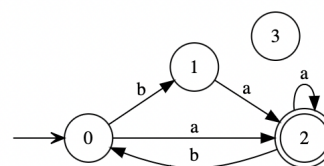


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



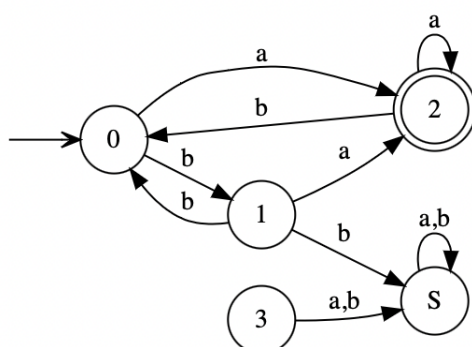
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

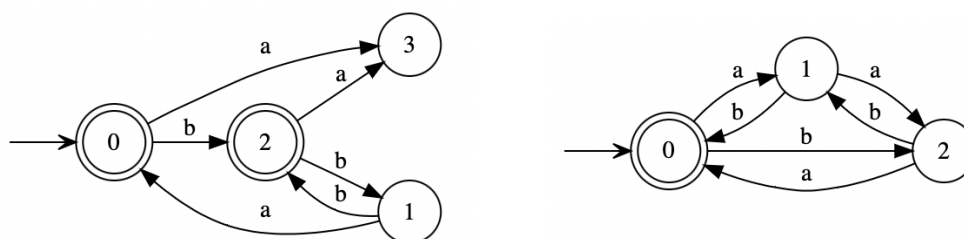


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



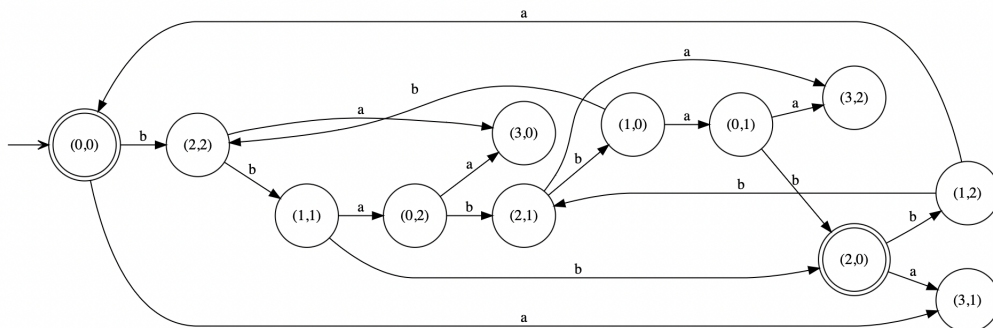
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.

- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

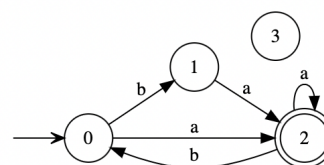
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

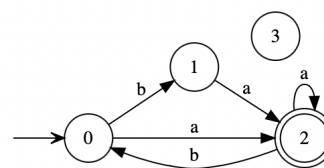


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



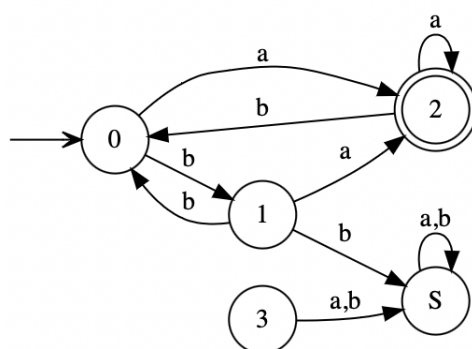
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

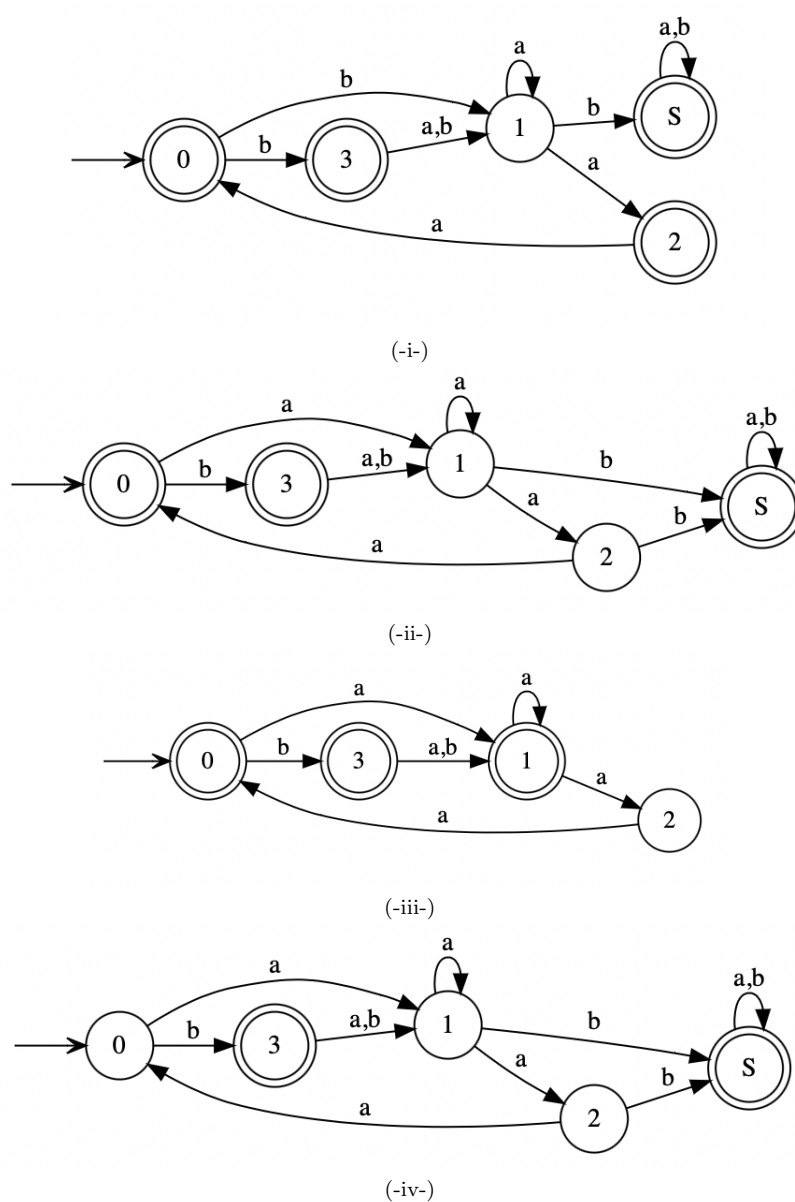


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



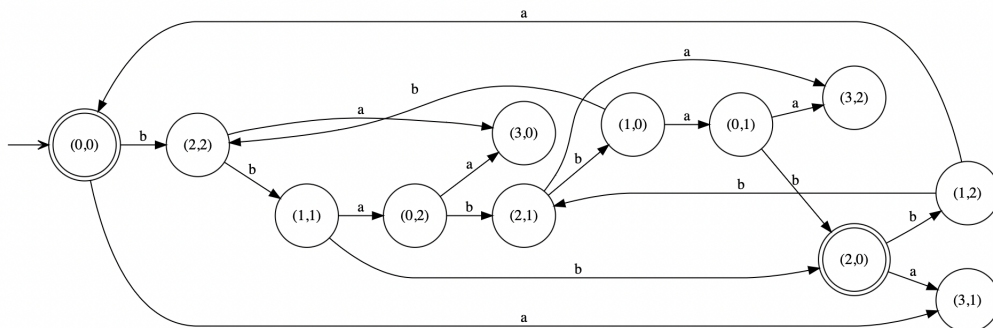
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A possède un état puits ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

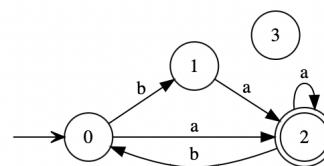
- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

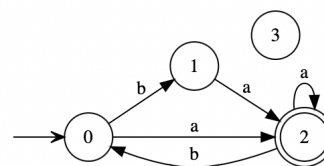


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

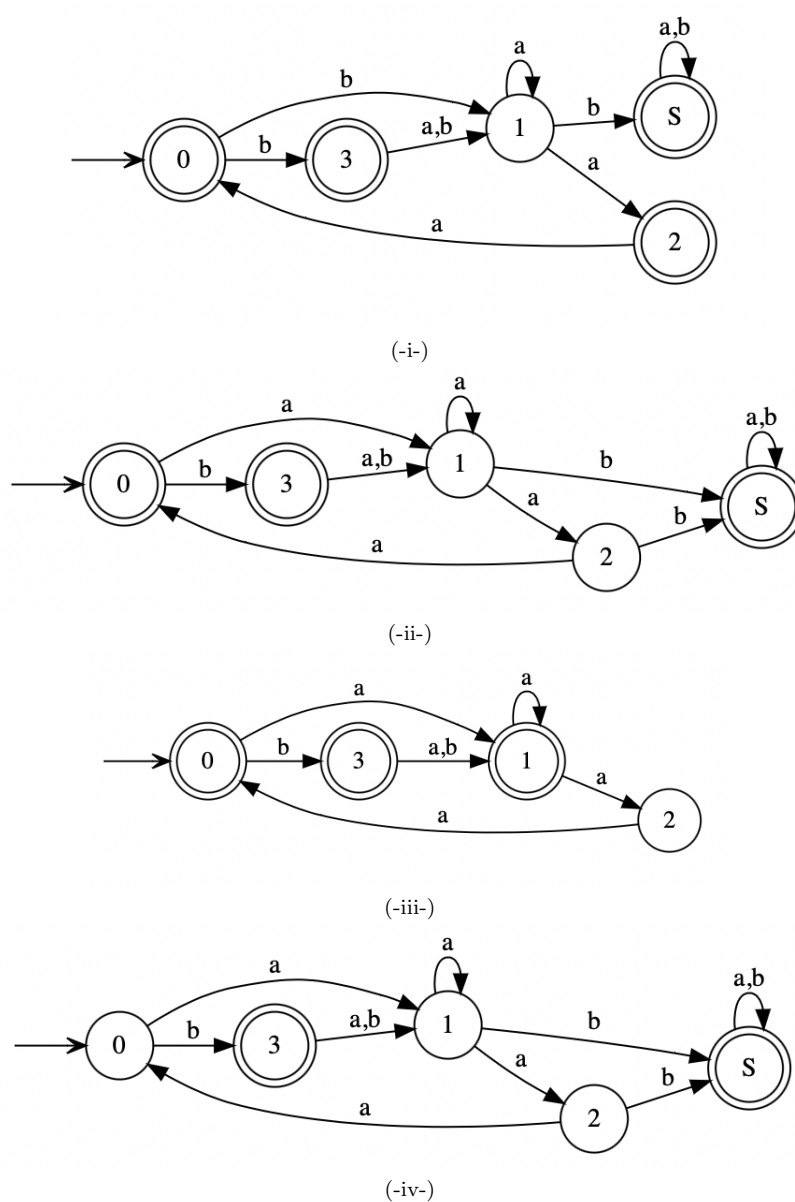


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot est une fonction. ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ P est forcément déterministe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ A est complet. ☐ u est accepté par A .
☐ Les états de A sont tous accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A a des états accepteurs.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ Tous les états de A sont accepteurs. ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ A possède un état puits ☐ A accepte le langage universel.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

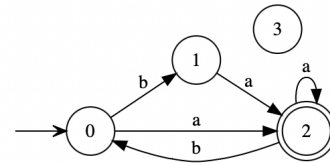
- ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ Σ^* est fermé par suffixe.
☐ Σ^* est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Σ est fermé par préfixe.
☐ Σ est fermé par suffixe.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Celui de la Figure 2-i-.
☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-iv-. ☐ Tous les automates.

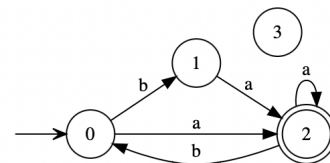


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 3-i-. ☐ Celui de la Figure 3-iii-.
☐ Celui de la Figure 3-iv-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 3-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A n'est pas complet. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits

- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

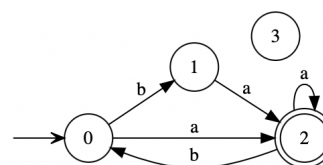
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complémentation est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

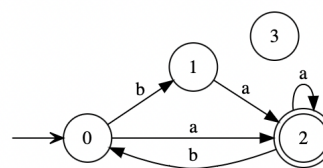


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

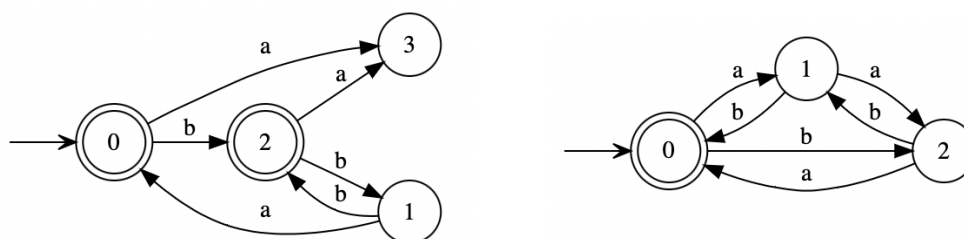


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

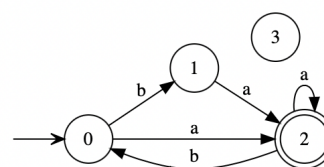
- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

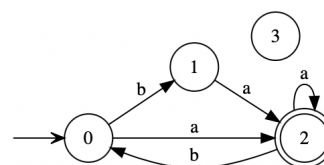


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

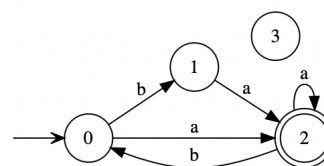
- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

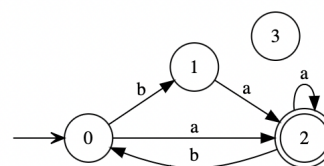


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ b	Un mot est une application.
☐ c	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot peut être infini.
☐ e	Un mot est une fonction.	☐ f	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g	Un mot peut être vide.	☐ h	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ j	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ l	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	Tous les états de A sont accepteurs.	☐ b	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.
☐ c	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ d	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ e	A accepte le langage universel.
	☐ g	nécessairement $ Q \geq 2$.	
	☐ h		
	☐ i		
	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ c	P est forcément déterministe.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	Les états de A sont tous accessibles.	☐ b	Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ d	A est complet.
	☐ f	u est accepté par A .	
	☐ g		
	☐ h		
	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.		
	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.		

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

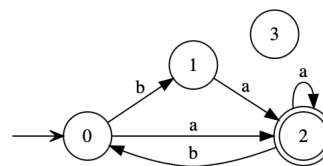
- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

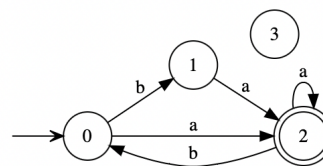


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



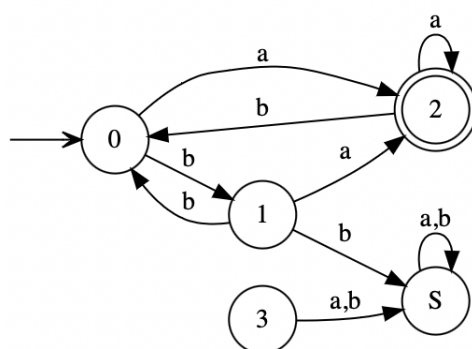
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ e u est accepté par A . ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A n'est pas complet.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

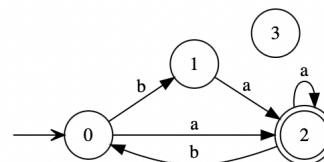
- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

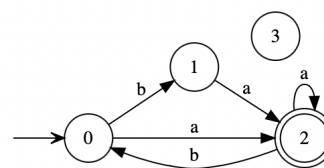


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

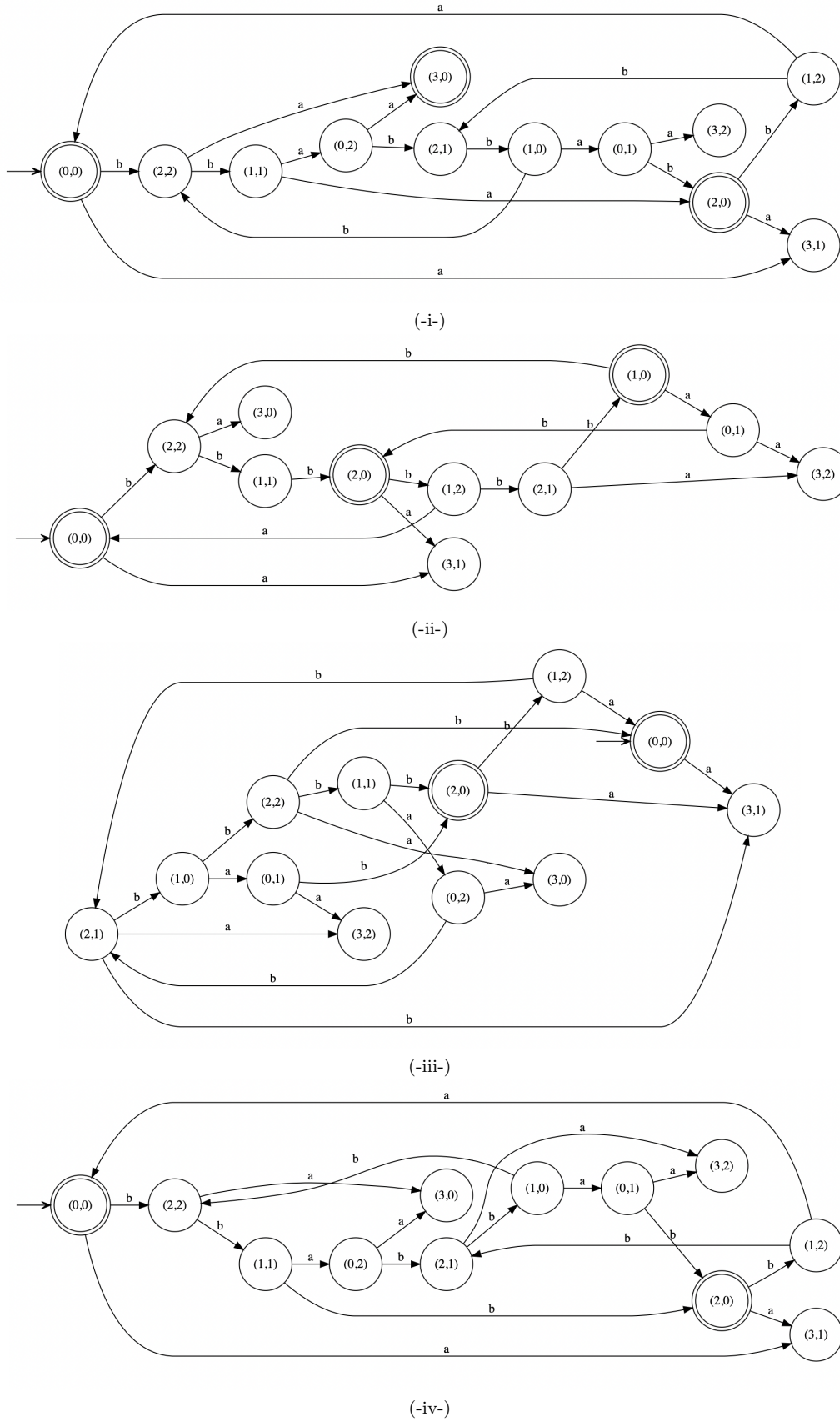


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

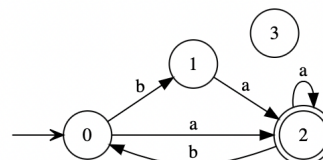
- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

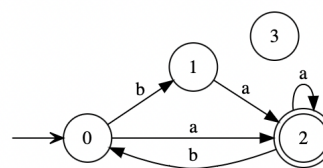


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.

☐ h Σ est fermé par suffixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.

☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.

☐ e Un mot est une application. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.

☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.

☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.

☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.

☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.

☐ f u est accepté par A .

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits

☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.

☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iv-.

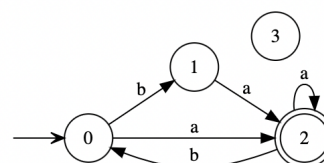
☐ d Celui de la Figure 2-ii-.

☐ b Celui de la Figure 2-i-.

☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-iii-.

☐ f Tous les automates.

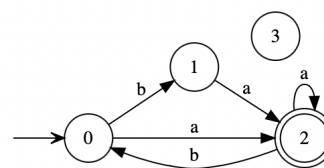


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

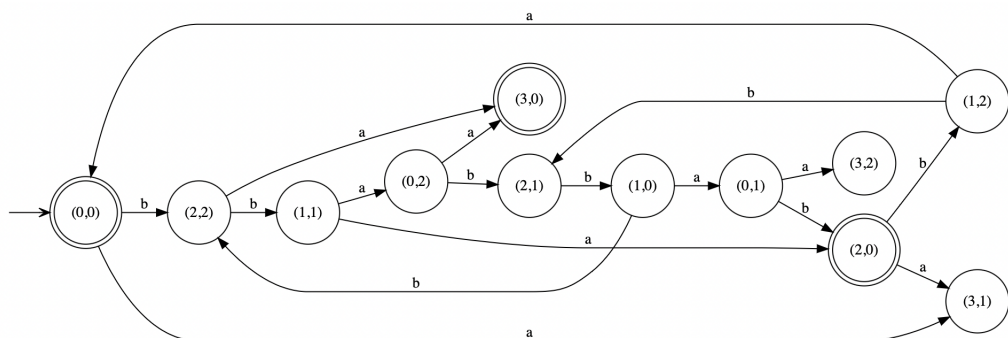
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



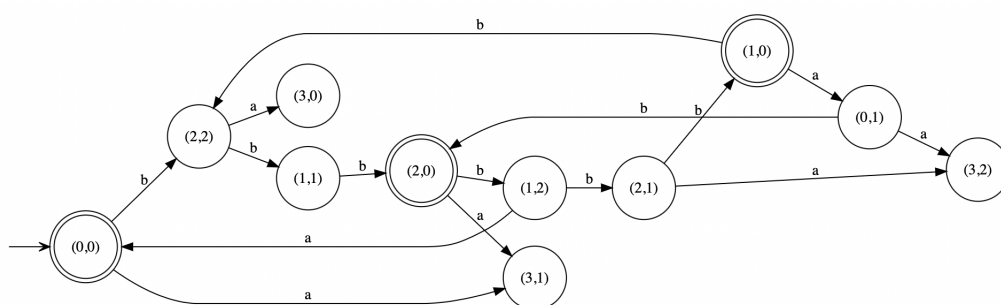
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



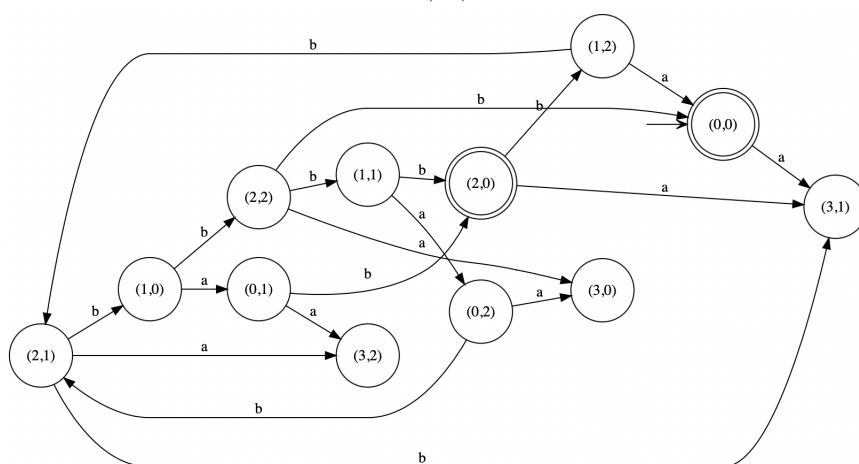
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



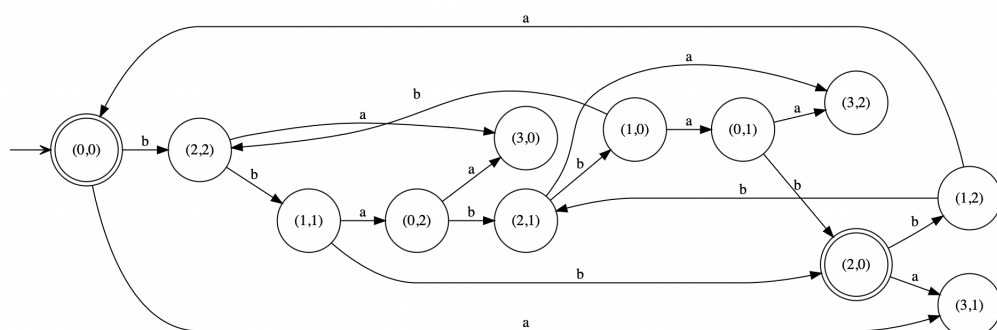
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.

- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

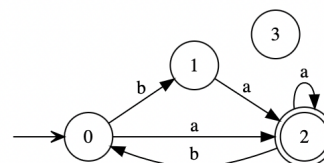
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e u est accepté par A . ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

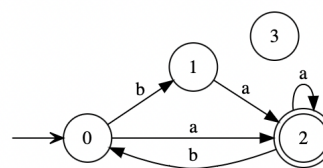


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

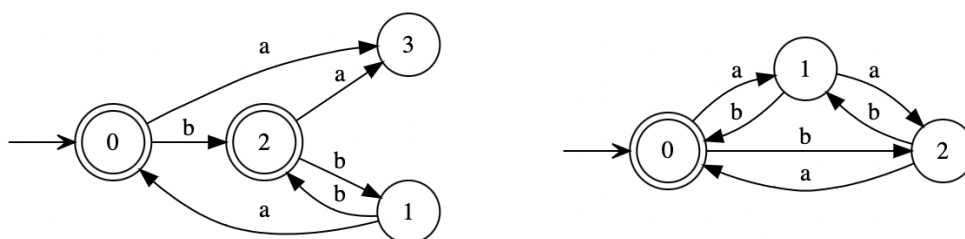


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

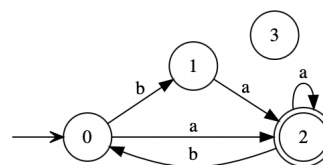
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut être infini. ☐ i Un mot est une fonction.
☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ k Un mot est une application.
☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

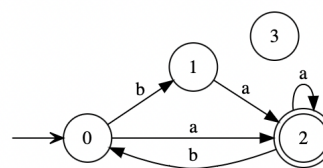


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

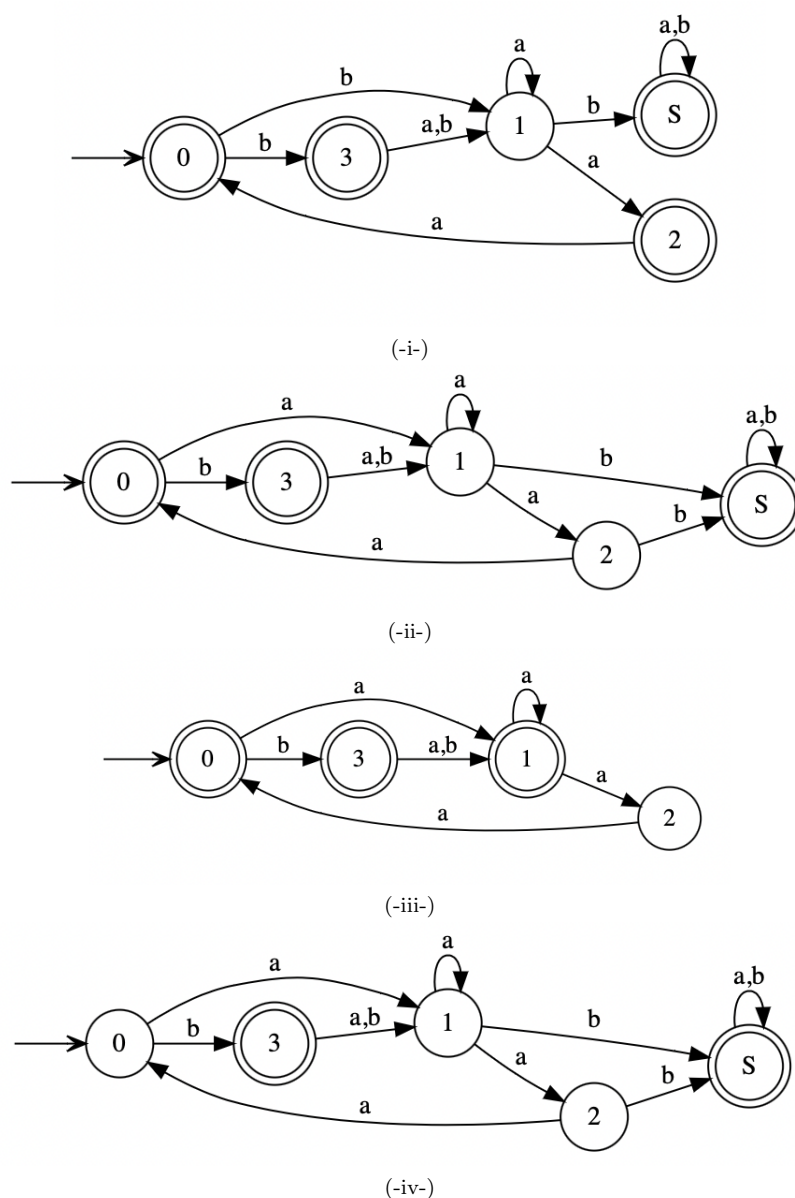


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

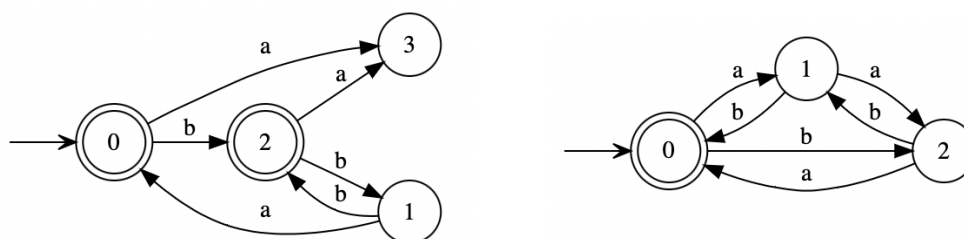
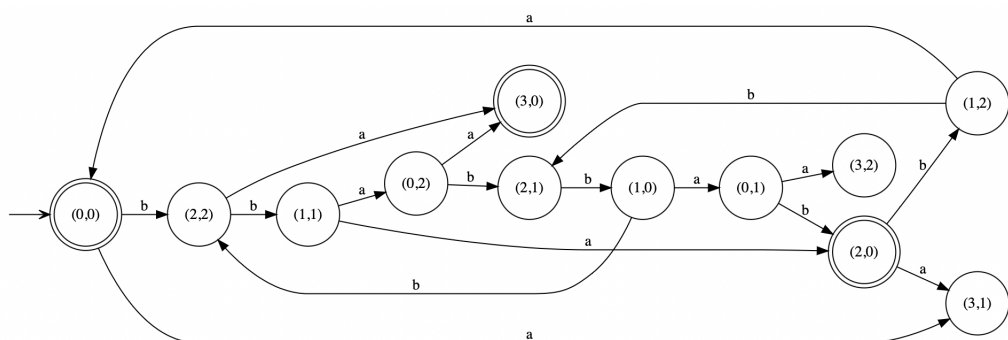
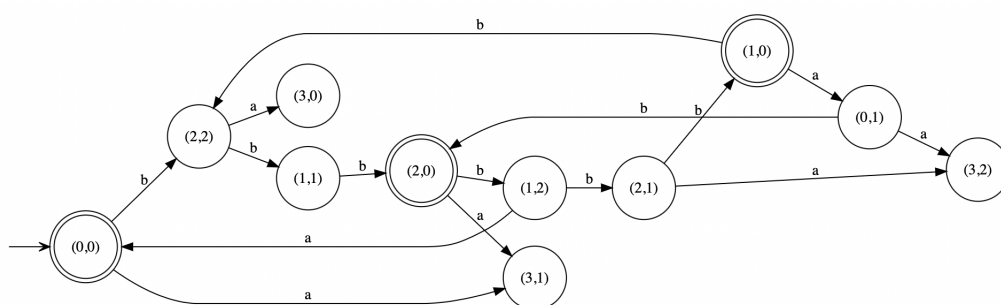


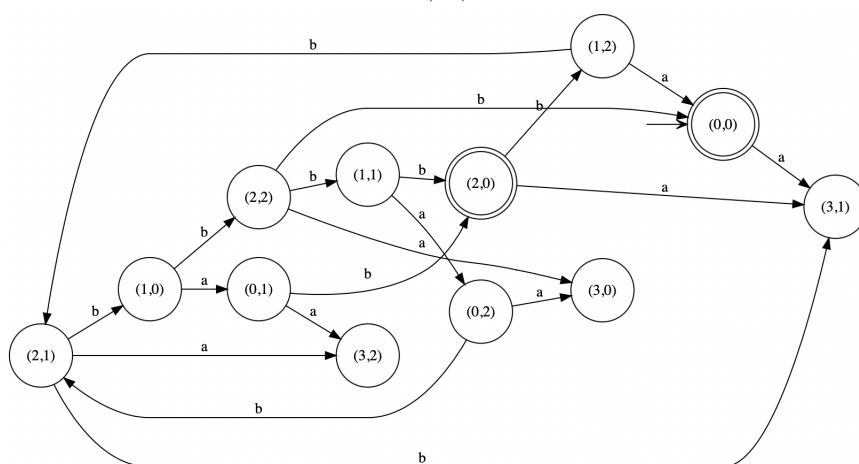
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



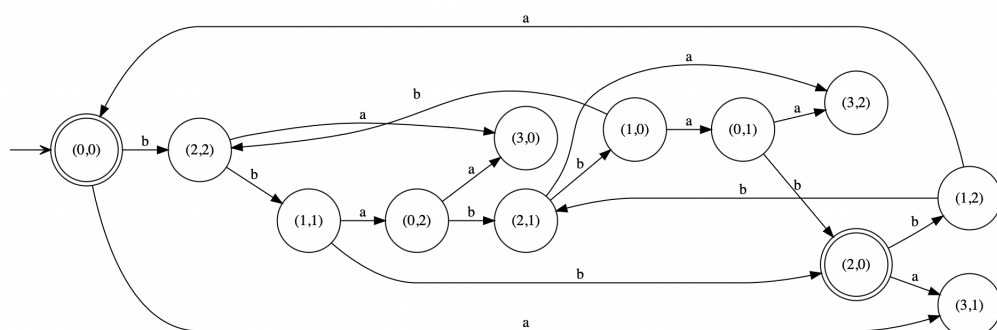
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

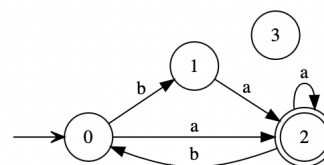
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

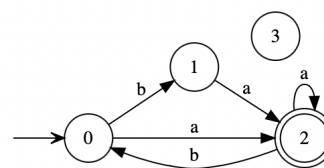


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



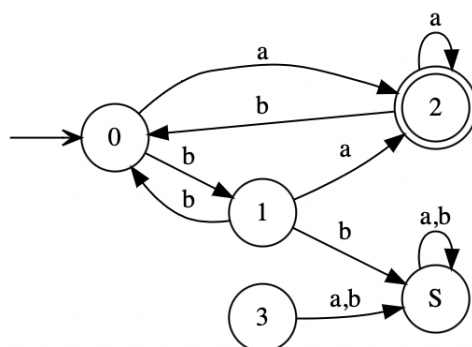
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ k Un mot peut être vide.
- ☐ l Un mot peut être infini.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

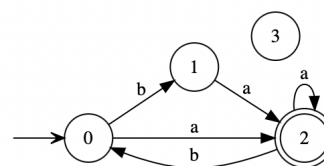
- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

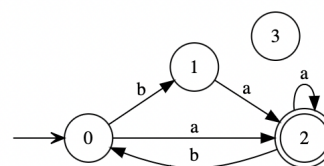


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



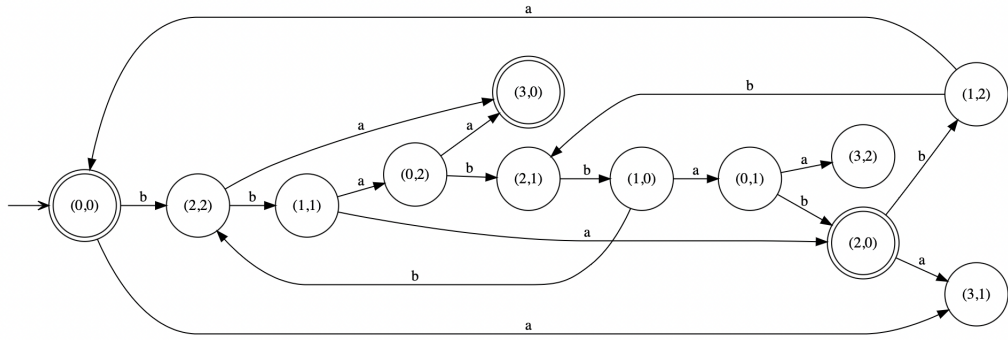
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



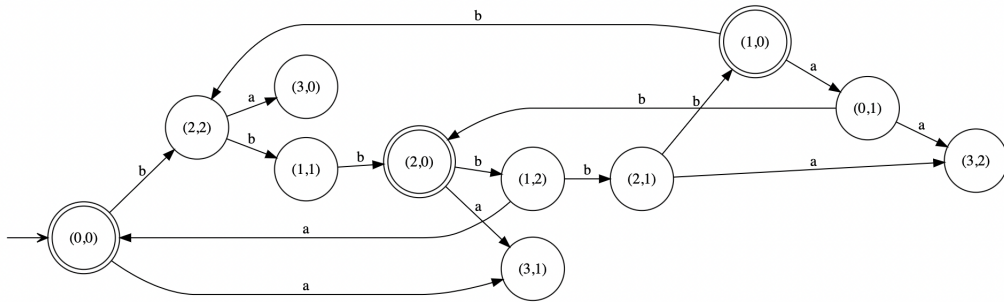
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



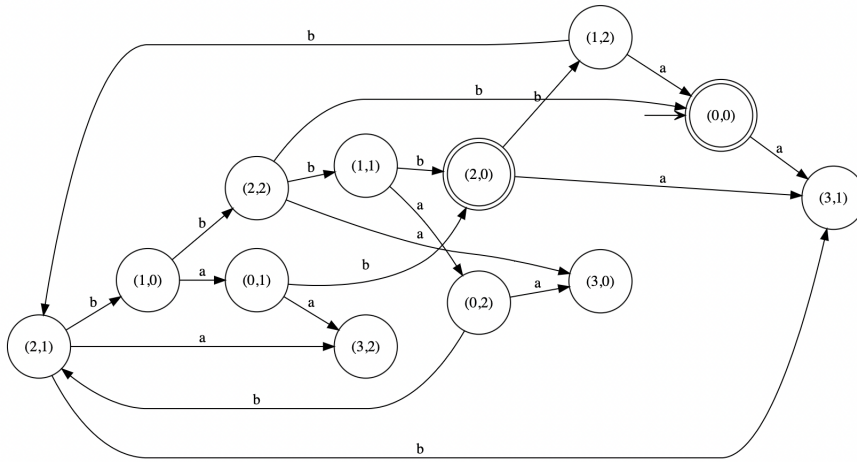
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



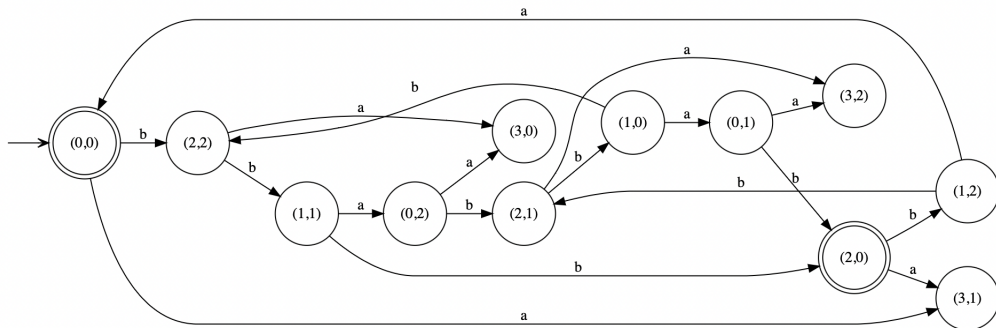
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c A possède un état puits ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

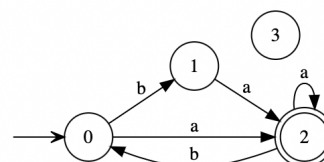
- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

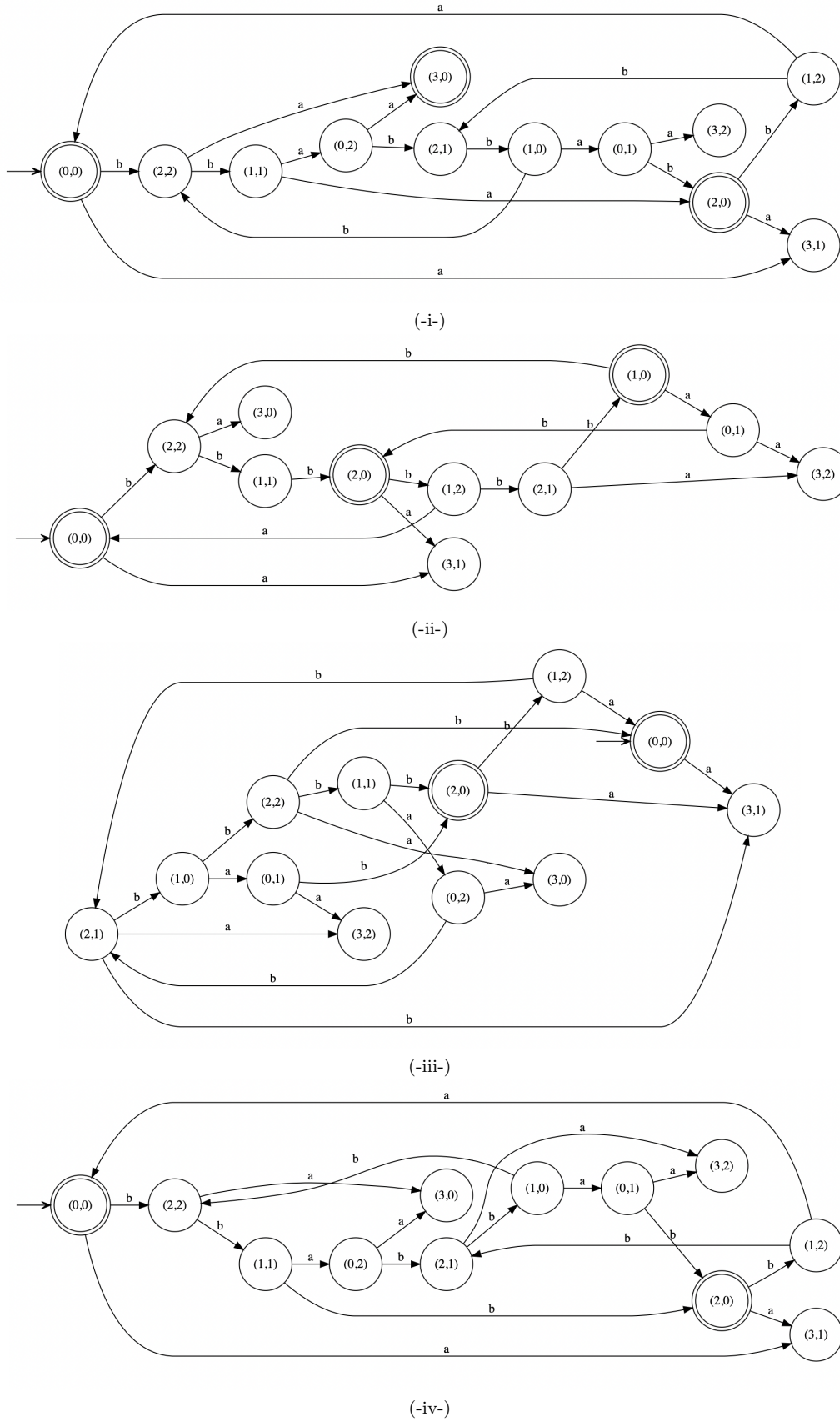


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A n'est pas complet. ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

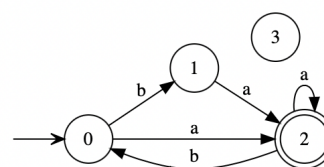
- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

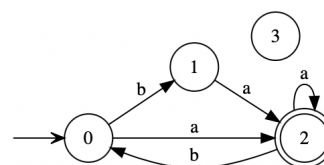


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

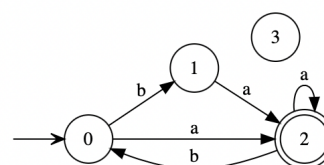
- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

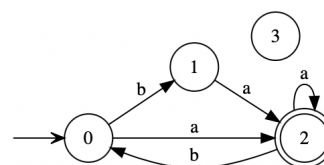


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c A accepte le langage universel.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

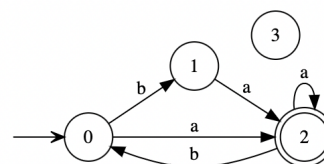
- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être vide.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.

- ☐g Σ^* est fermé par préfixe. ☐h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a u est accepté par A . ☐b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐c A a des états accepteurs.
- ☐d Les états de A sont tous accessibles. ☐e A est complet.
- ☐f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

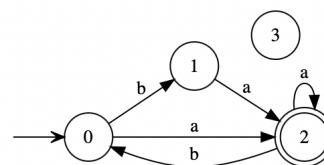
- ☐a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐c P est forcément déterministe.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐b Celui de la Figure 2-iv-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.

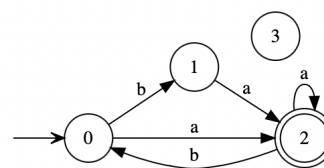


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

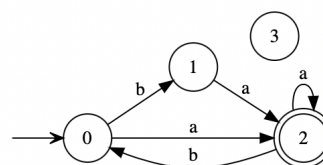
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

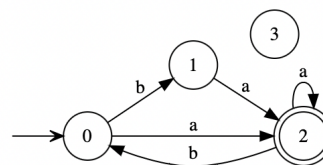


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ **b** P est forcément déterministe.
- ☐ **c** Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ **d** Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ **e** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ **a** $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ **b** u est accepté par A . ☐ **c** A est complet.
- ☐ **d** Les états de A sont tous accessibles. ☐ **e** Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ **f** A a des états accepteurs.
- ☐ **g** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ **h** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ **a** Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ **b** Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ **c** Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ **d** Σ^* est fermé par préfixe. ☐ **e** Σ est fermé par suffixe. ☐ **f** Σ est fermé par préfixe.
- ☐ **g** Σ est fermé par facteur. ☐ **h** Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ **i** Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ **j** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

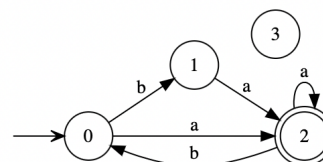
- ☐ **a** Tous les états de A sont accepteurs. ☐ **b** A accepte le langage universel.
- ☐ **c** $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ **d** $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ **e** nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ **f** A possède un état puits
- ☐ **g** L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ **h** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ **i** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ **a** Celui de la Figure 2-iii-. ☐ **d** Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ **b** Celui de la Figure 2-ii-. ☐ **e** Aucun des automates.
- ☐ **c** Celui de la Figure 2-i-. ☐ **f** Tous les automates.

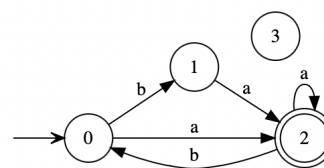


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

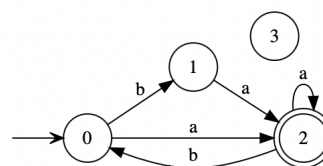
- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

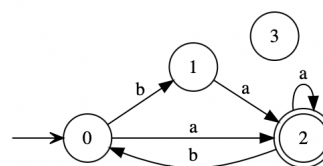


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

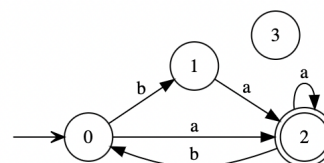
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

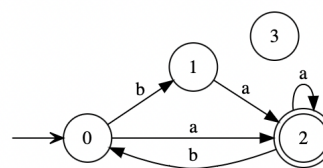


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

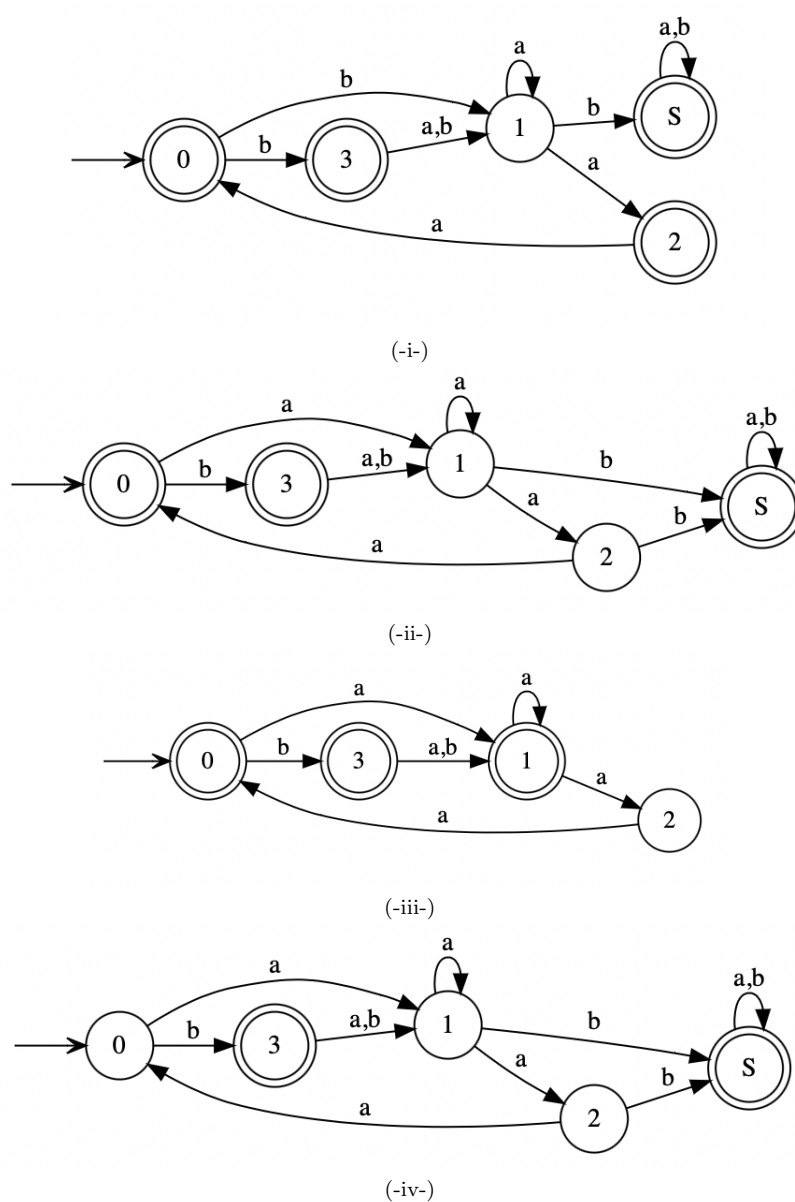
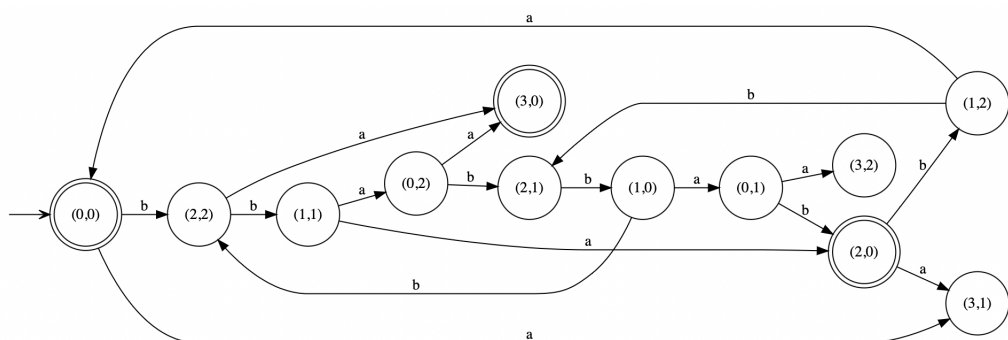


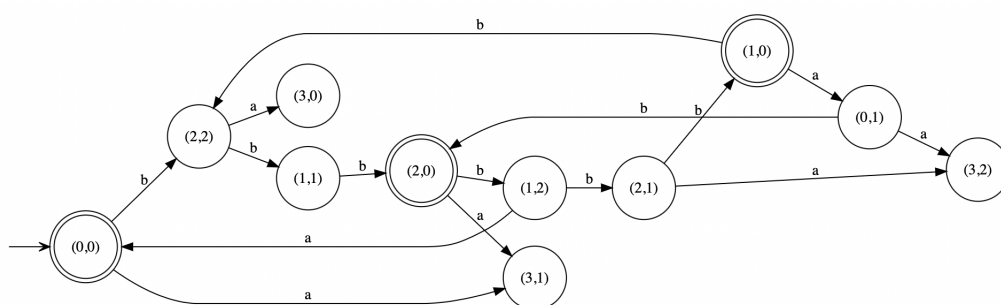
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



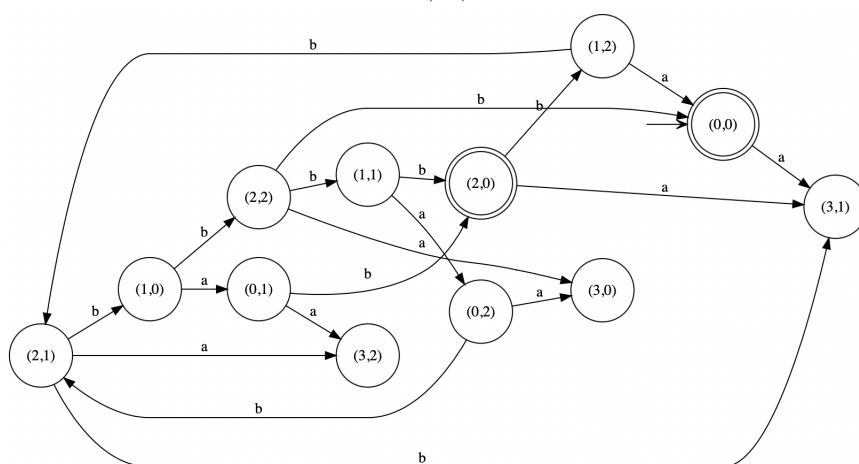
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



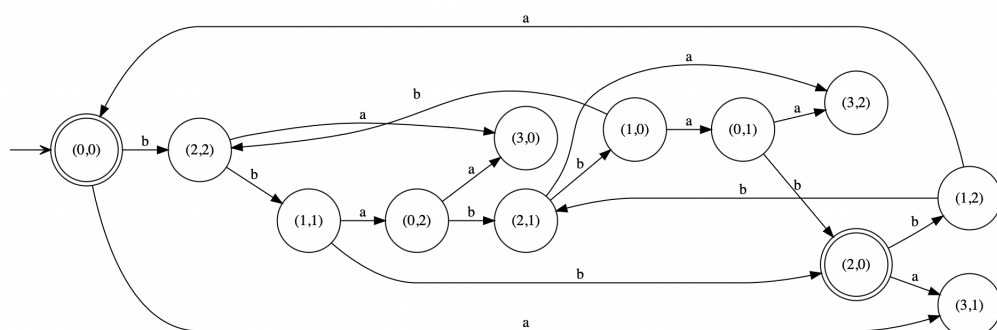
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une fonction.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

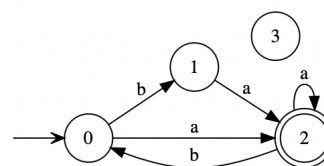
- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

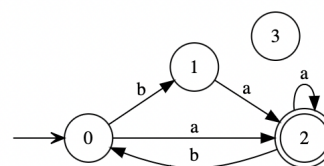


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut être infini.	☐ b	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c	Un mot est une application.	☐ d	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e	Un mot peut être vide.	☐ f	Un mot est une fonction.
☐ g	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ h	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ j	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ l	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ est fermé par préfixe.	☐ b	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c	Σ est fermé par suffixe.	☐ d	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e	Σ est fermé par facteur.	☐ f	Σ^* est fermé par facteur.
		☐ g	Σ^* est fermé par préfixe.
		☐ h	Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ b	A accepte le langage universel.
		☐ c	Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ e	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ f	A possède un état puits
		☐ g	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ b	A a au moins un état non accessible.	☐ c	A n'est pas complet.
☐ d	A a au moins un état accessible.	☐ e	u n'est pas accepté par A .
☐ f	A a au moins un état co-accessible.	☐ g	$u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A est complet. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

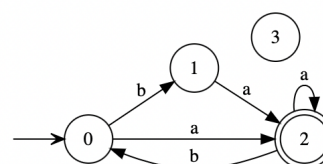
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

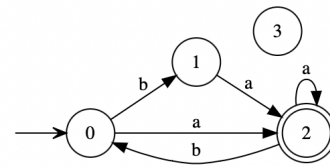
- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.

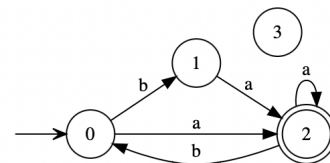


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
☐ b Celui de la Figure 3-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

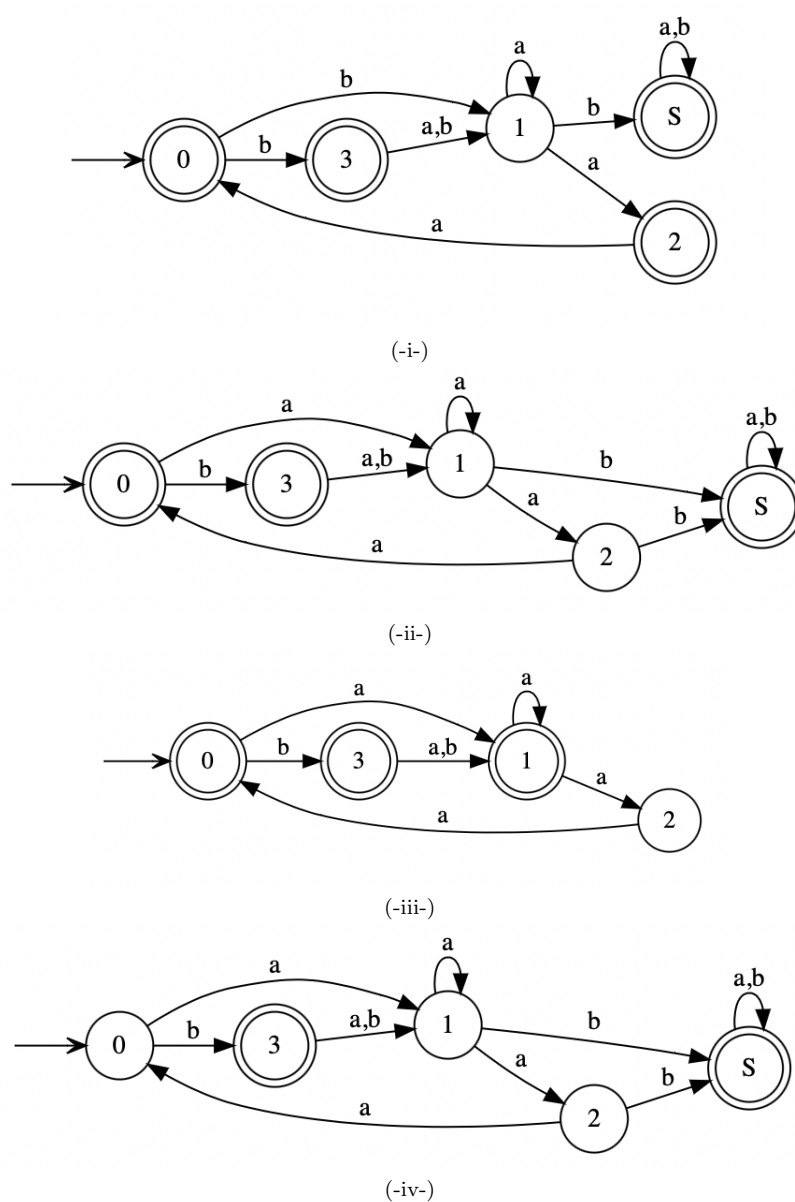


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

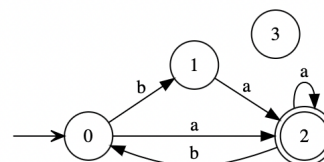
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

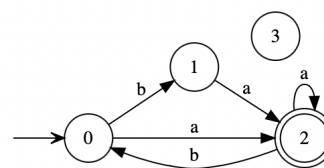


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



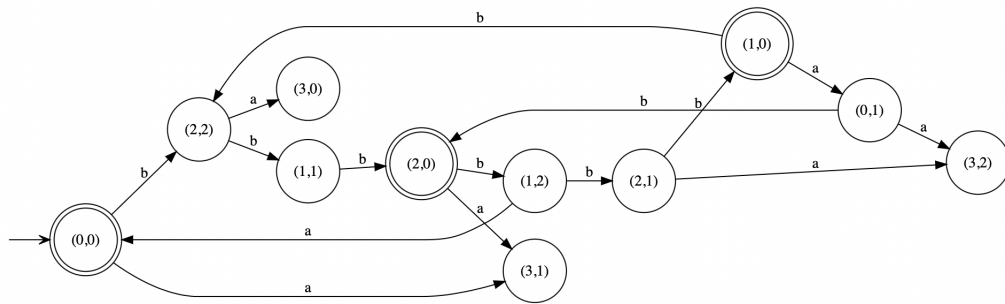
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



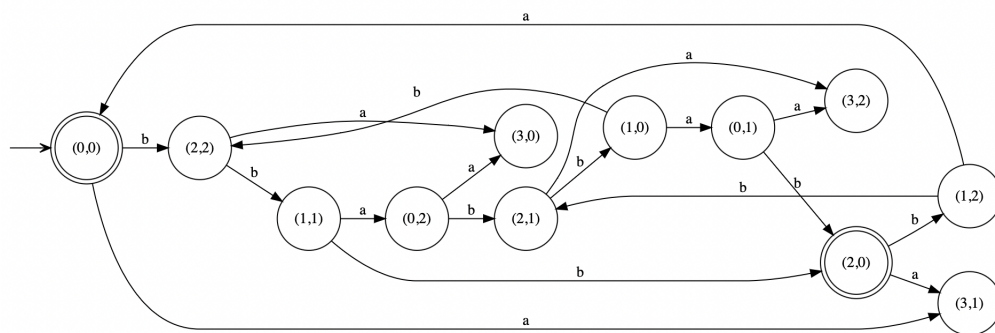
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.

- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

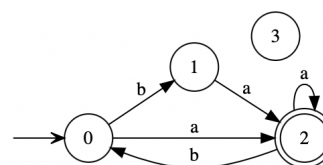
- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

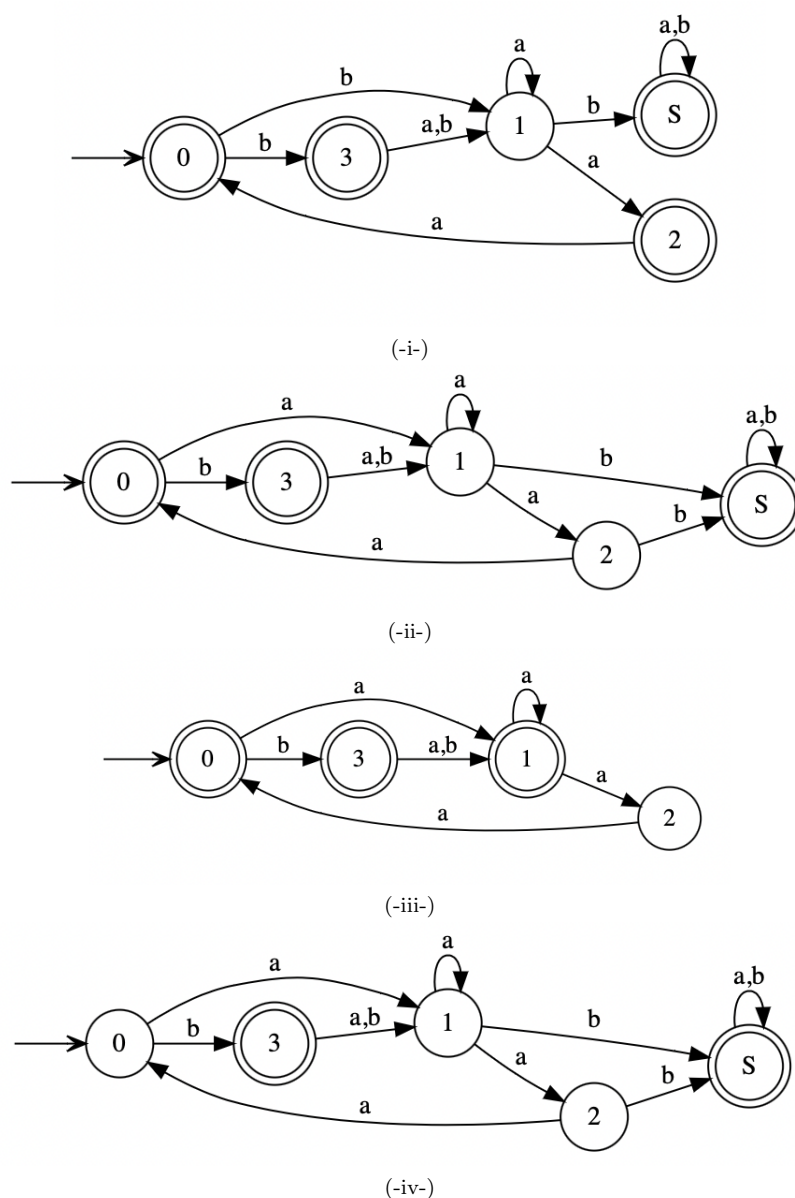


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.

- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c u est accepté par A . ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

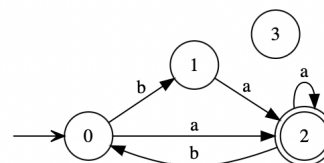
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

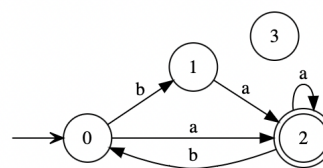


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

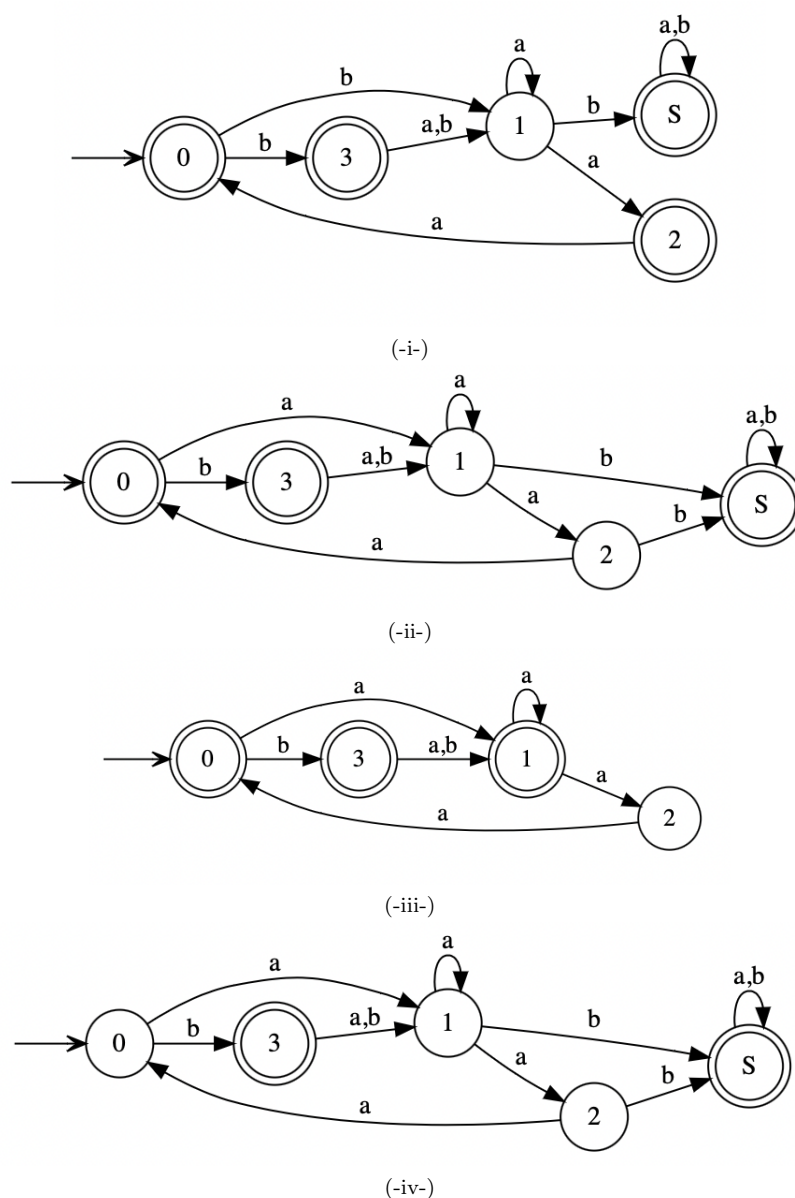


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



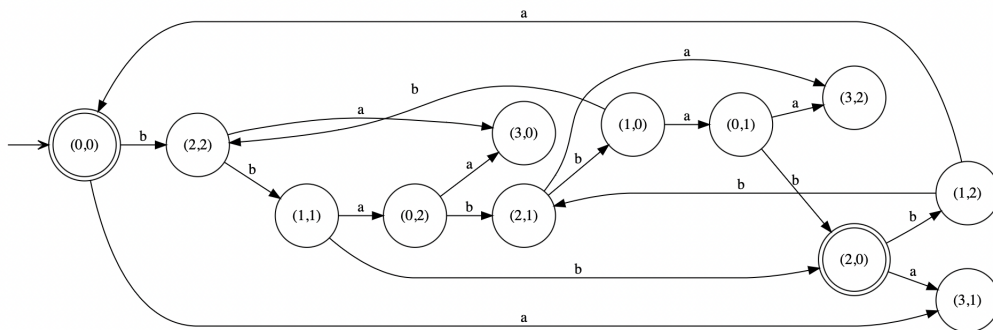
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une fonction.	☐ b	Un mot est une application.
☐ c	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ d	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ f	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g	Un mot peut être infini.	☐ h	Un mot peut être vide.
☐ i	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ j	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ l	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par préfixe.	☐ b	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ e	Σ^* est fermé par facteur.
☐ c	Σ est fermé par préfixe.	☐ d	Σ est fermé par suffixe.	☐ g	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f	Σ est fermé par facteur.	☐ h	Σ^* est fermé par suffixe.		
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.				
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.				

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

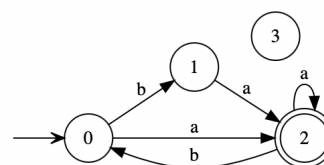
☐ a	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 2-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 2-i-.
☐ b	Celui de la Figure 2-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 2-iii-.	☐ f	Tous les automates.

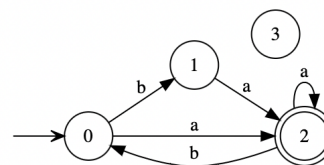


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

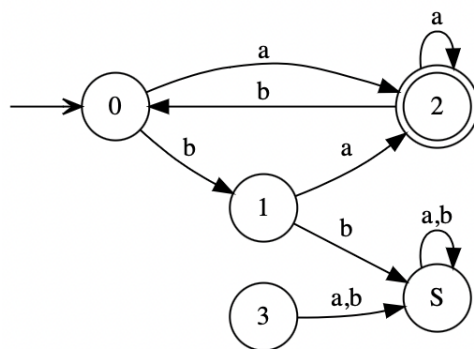
- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



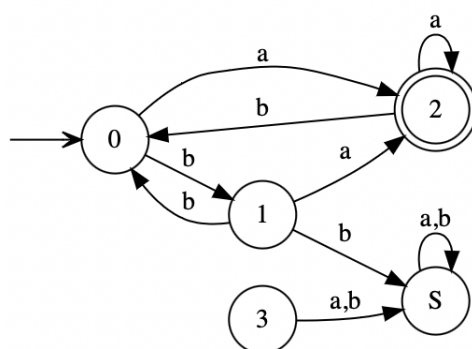
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une fonction.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A . ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

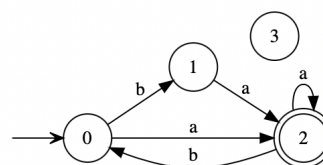
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

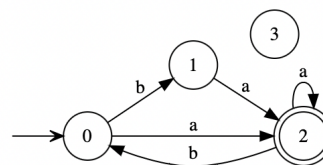


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'est pas complet. ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

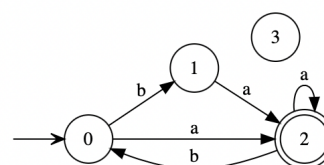
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

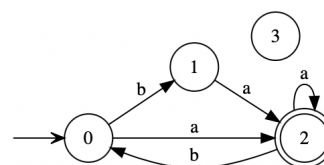


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

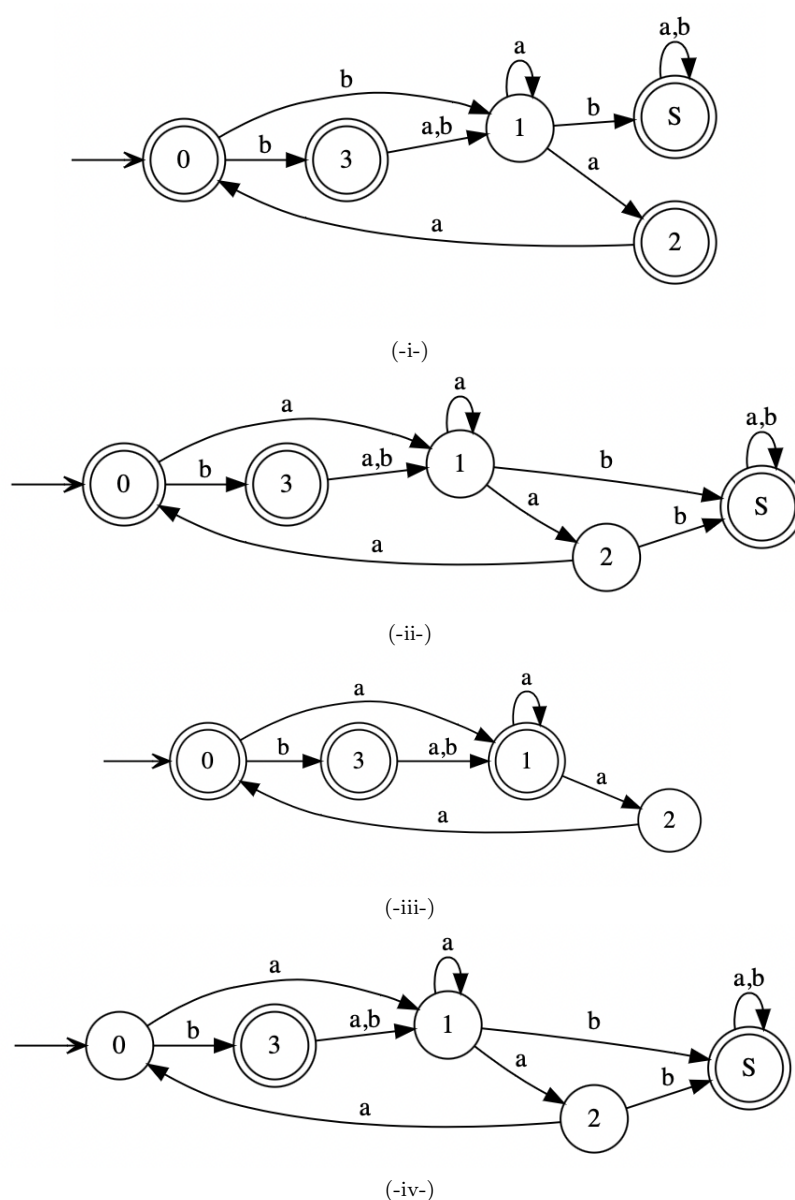


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

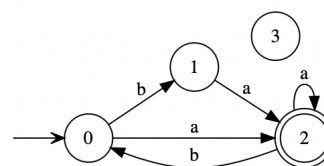
- ☐ a A accepte le langage universel.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

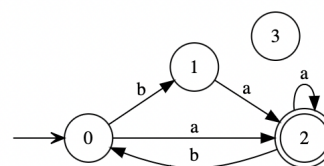


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



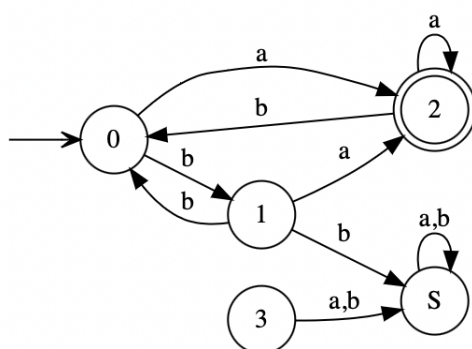
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

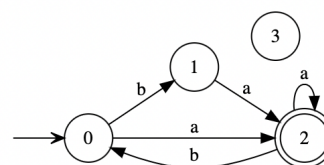
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

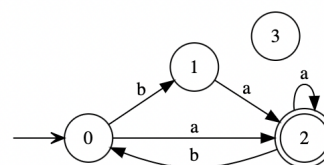


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

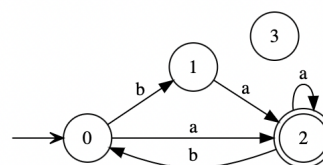
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

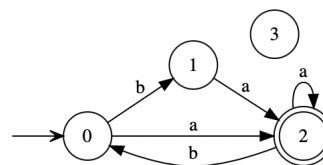


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

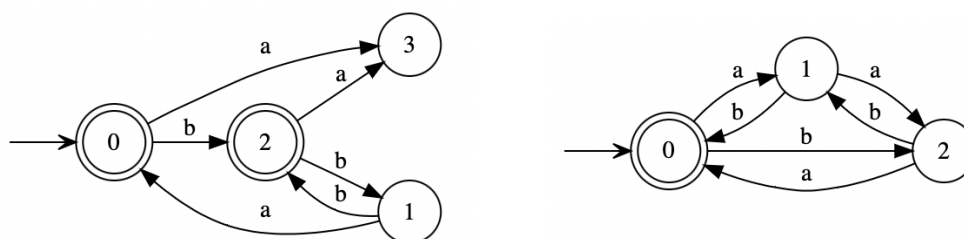


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c u n'est pas accepté par A .
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

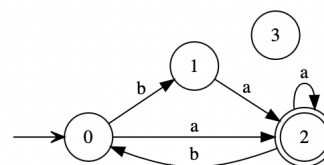
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

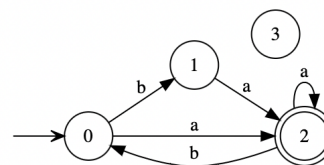


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

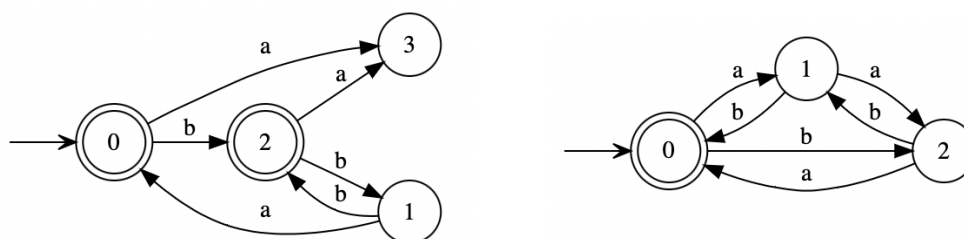


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A n'est pas complet. ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

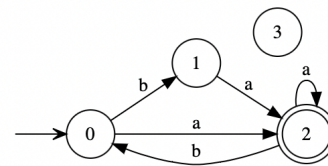
- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

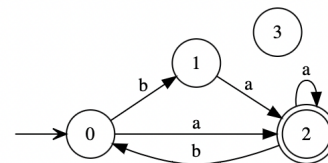


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

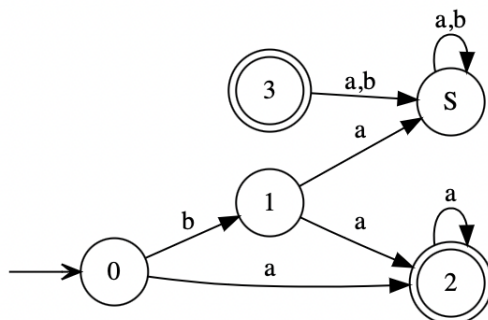
- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Un mot peut être infini.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.

- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☐h u n'est pas accepté par A . ☐i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐c Tous les états de A sont accepteurs. ☐d A accepte le langage universel.
☐e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐g A possède un état puits
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐b P est forcément déterministe.
☐c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

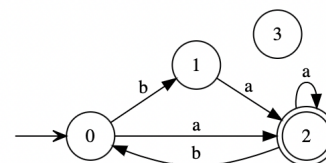
- ☐a Σ^* est fermé par préfixe. ☐b Σ est fermé par suffixe.
☐c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐d Σ^* est fermé par suffixe.
☐e Σ est fermé par facteur. ☐f Σ^* est fermé par facteur.
☐g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii.
☐ b	Celui de la Figure 3-i.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

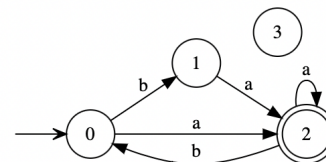
- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

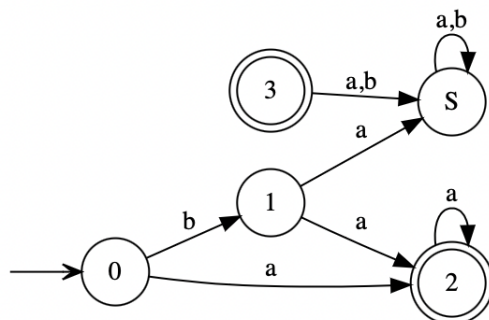


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'est pas complet. ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

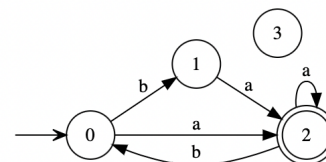
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état non co-accessible. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

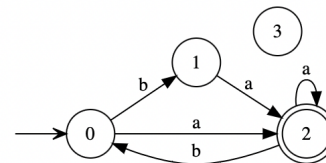
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

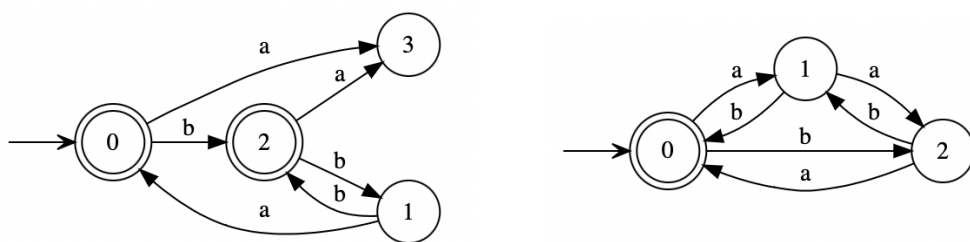
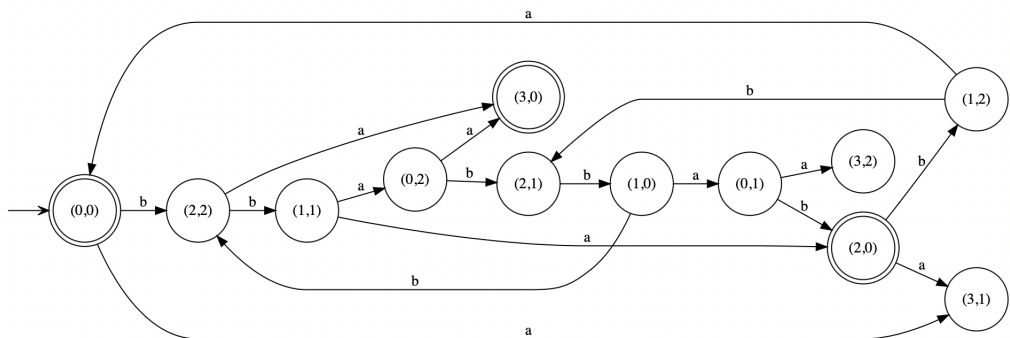
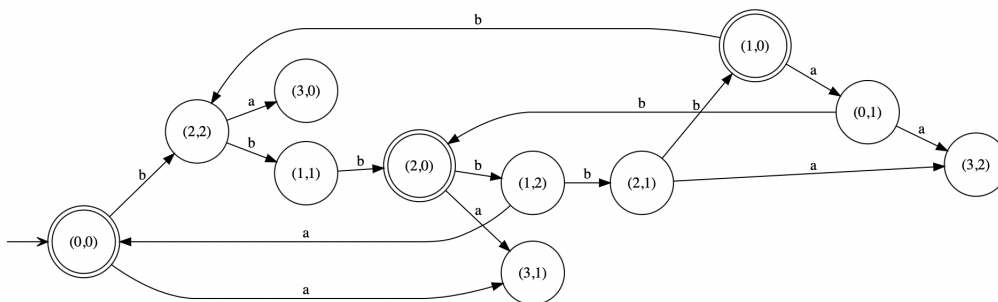


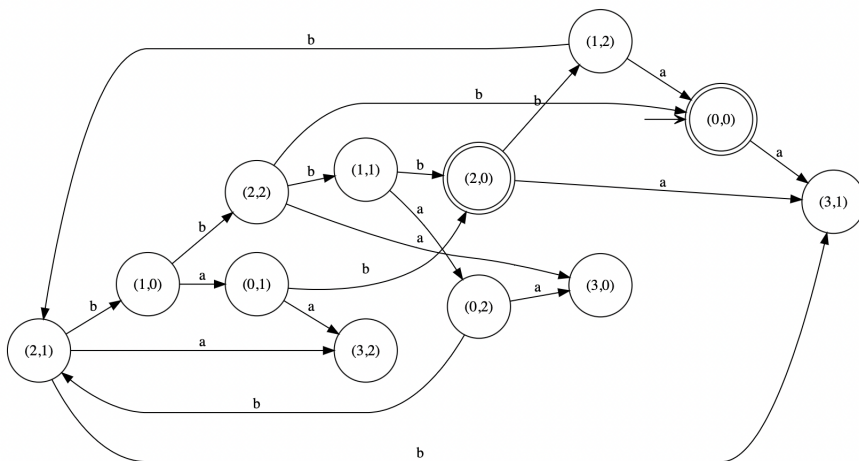
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

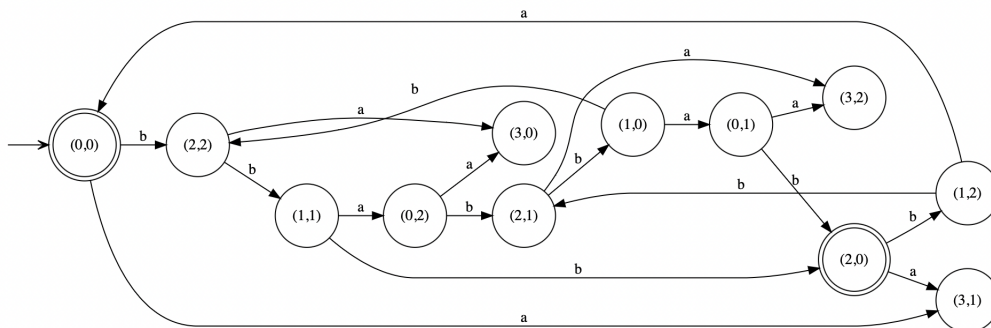
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A n'est pas complet.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

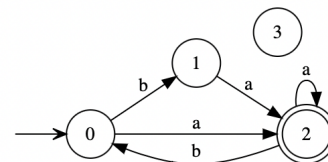
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

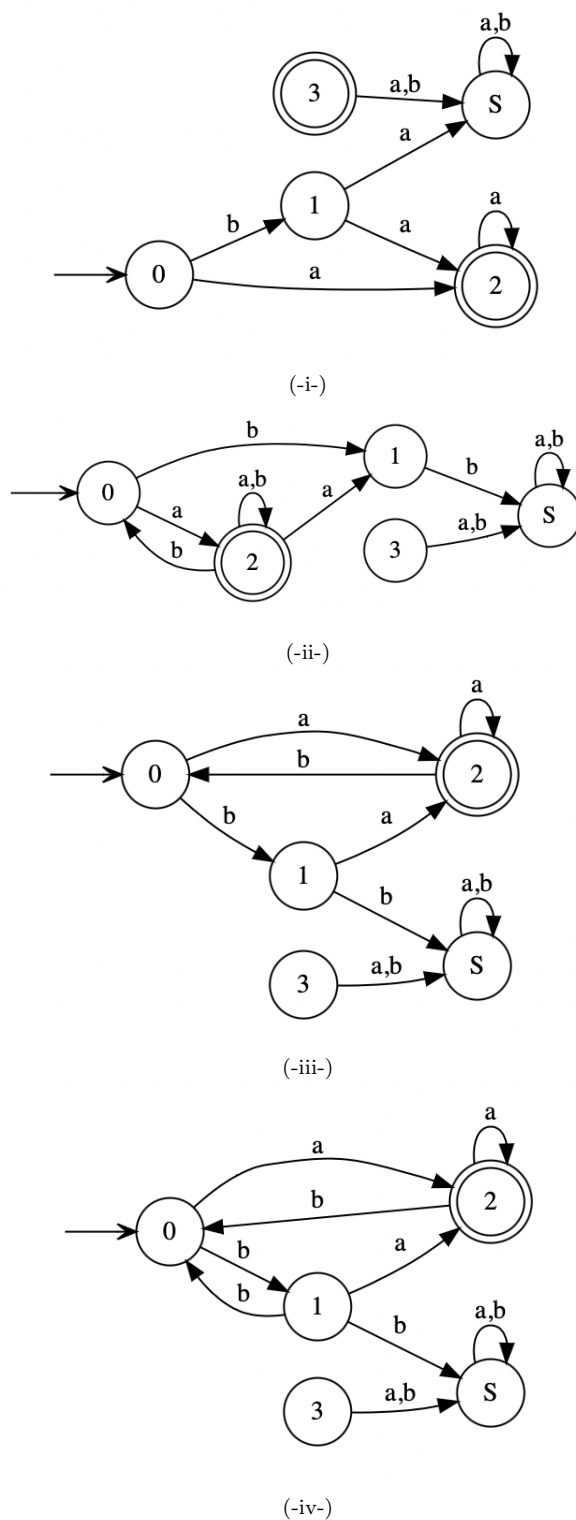


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

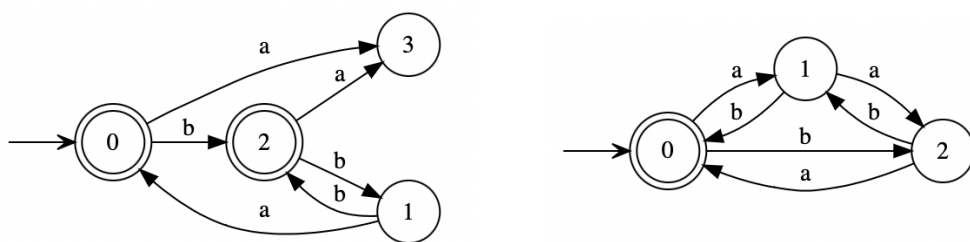


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

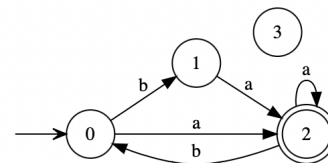
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.

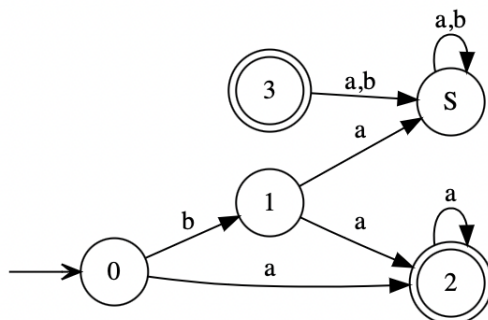


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

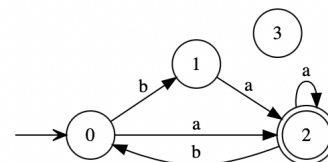
- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

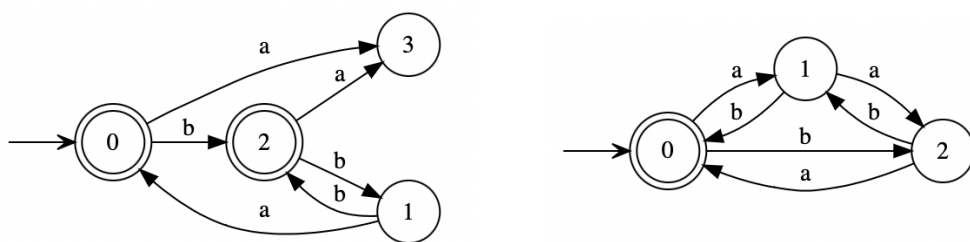


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ b	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e	Un mot est une application.	☐ f	Un mot est une fonction.
☐ g	Un mot peut être infini.	☐ h	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i	Un mot peut être vide.	☐ j	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ l	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état non accessible.		
☐ b	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ c	A a au moins un état non co-accessible.	☐ d	A n'a pas d'état accepteur.
☐ e	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	☐ f	u n'est pas accepté par A .
☐ g	A a au moins un état accessible.		
☐ h	A n'est pas complet.	☐ i	A a au moins un état co-accessible.
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	Les états de A sont tous co-accessibles.		
☐ c	Les états de A sont tous accessibles.	☐ d	u est accepté par A .	☐ e	A est complet.
☐ f	A a des états accepteurs.				
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	nécessairement $ Q \geq 2$.	☐ b	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ c	A accepte le langage universel.
☐ d	Tous les états de A sont accepteurs.				
☐ e	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.				
☐ f	A possède un état puits	☐ g	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.		

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

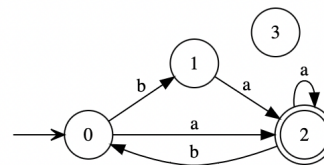
- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état co-accessible. ☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A n'est pas complet. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A est complet. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

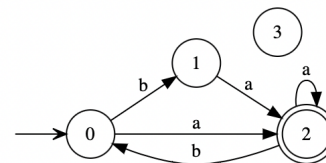
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

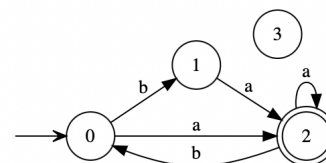


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



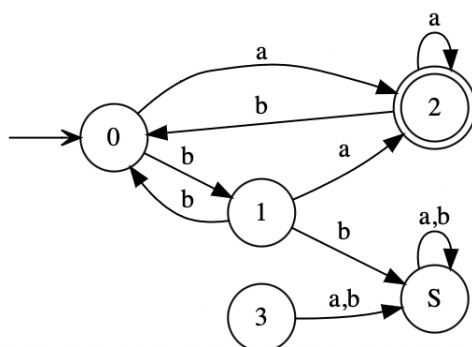
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'est pas complet.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par suffixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

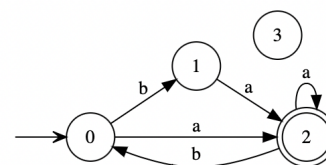
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



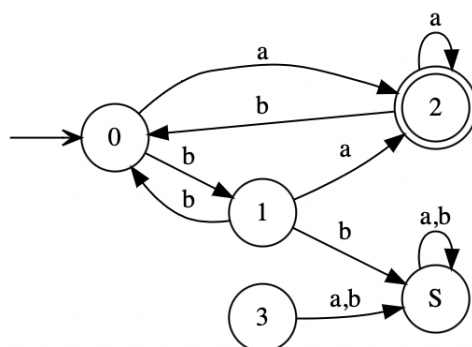
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

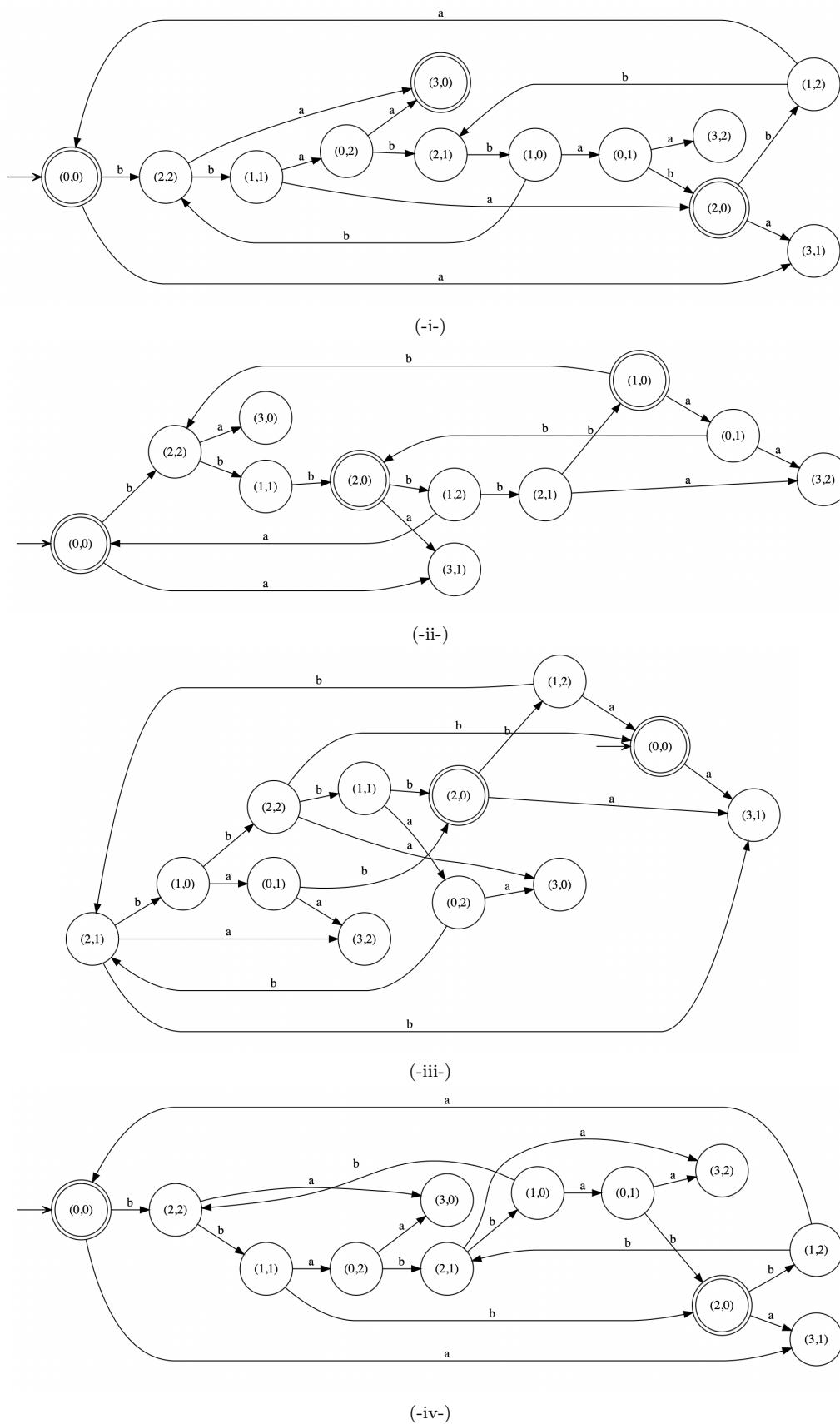


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

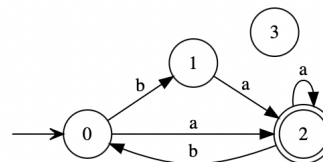
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot est une application.

- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c A possède un état puits ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

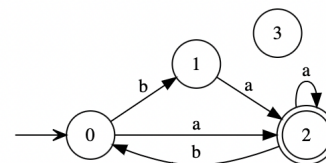
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



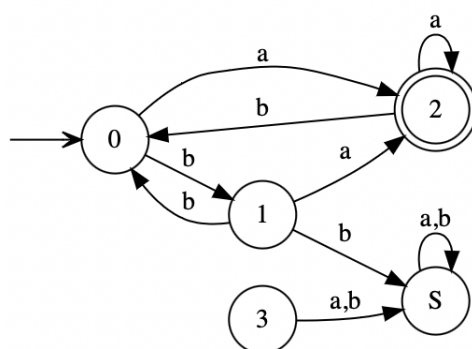
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

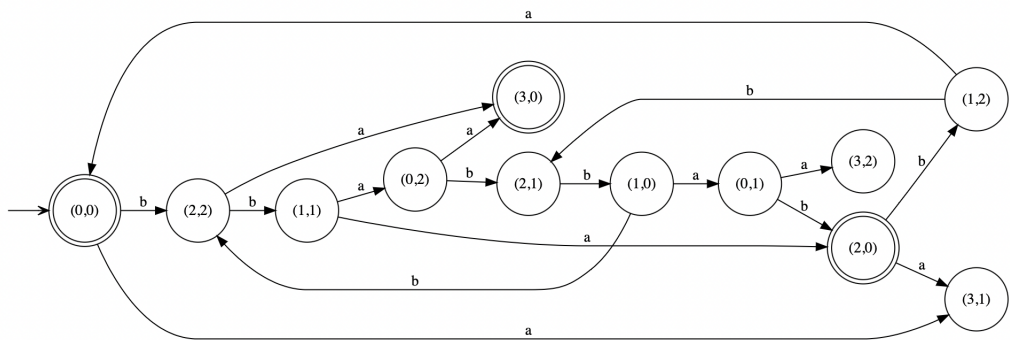
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



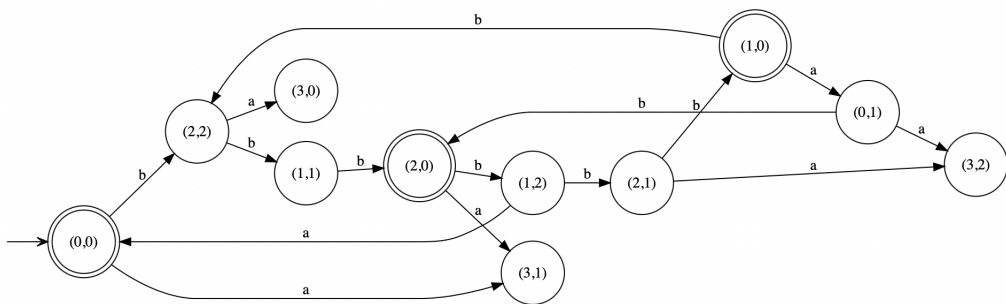
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



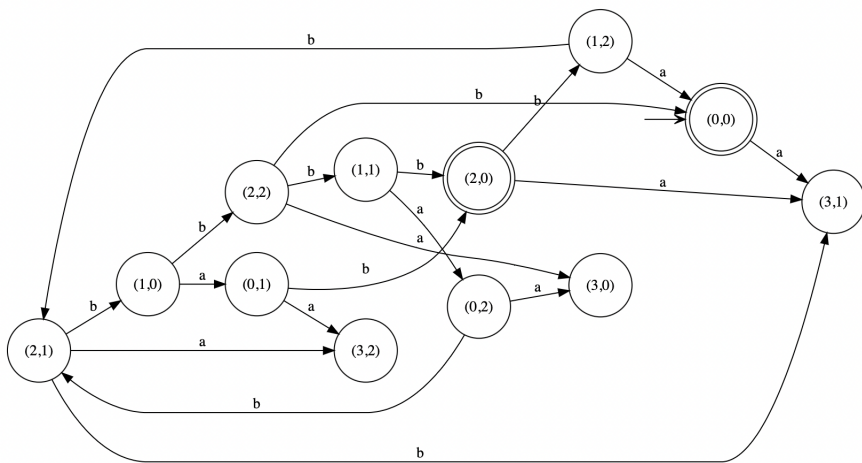
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

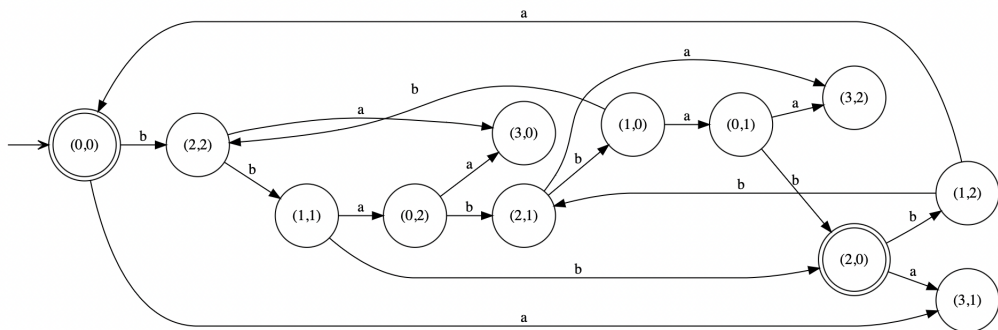
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état co-accessible. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

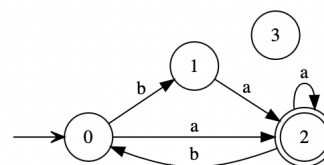
- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

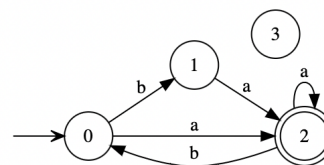


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

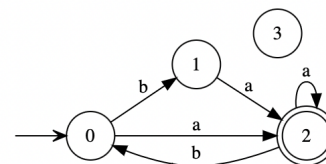
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

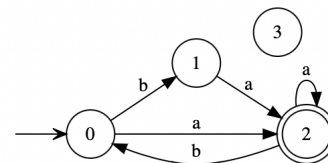
- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être vide.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



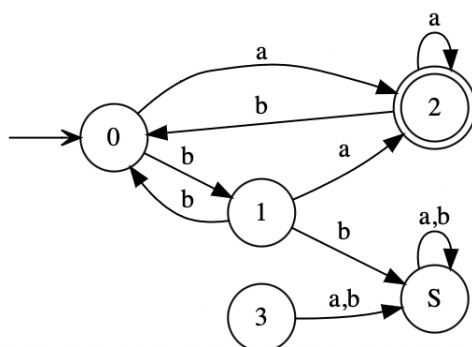
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une application.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A n'est pas complet. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

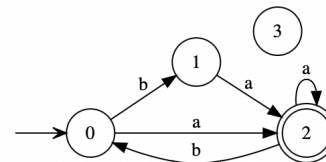
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

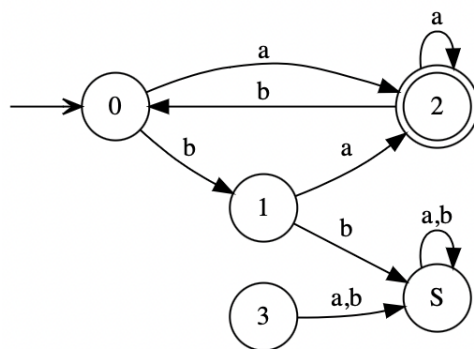
☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



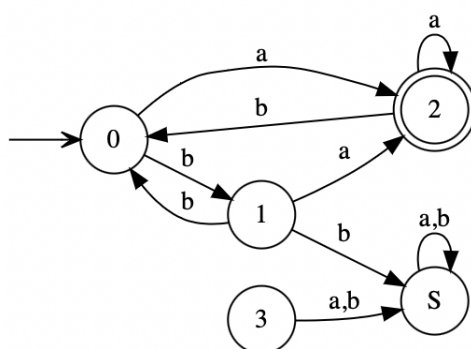
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Un mot peut être infini.

- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a u est accepté par A . ☐b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐c Les états de A sont tous accessibles. ☐d A est complet.
☐e A a des états accepteurs. ☐f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a A accepte le langage universel. ☐b A possède un état puits
☐c Tous les états de A sont accepteurs. ☐d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

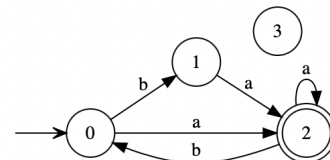
- ☐a A n'a pas d'état accepteur.
☐b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐c A n'est pas complet. ☐d A a au moins un état accessible.
☐e A a au moins un état co-accessible. ☐f A a au moins un état non accessible.
☐g A a au moins un état non co-accessible. ☐h u n'est pas accepté par A .
☐i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-ii-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
☐b Celui de la Figure 2-iv-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



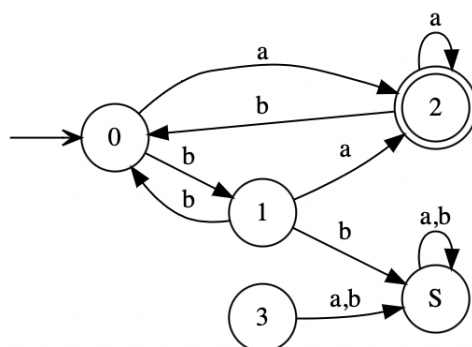
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'est pas complet. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

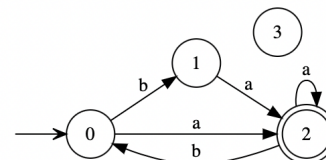
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



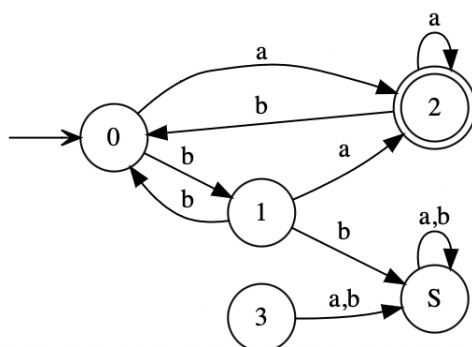
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

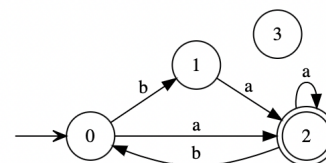
- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

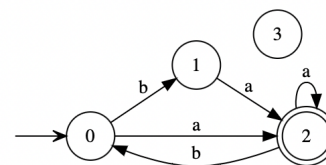
- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

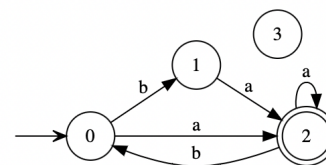


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot peut être infini.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

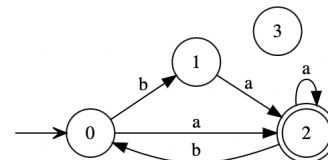
- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



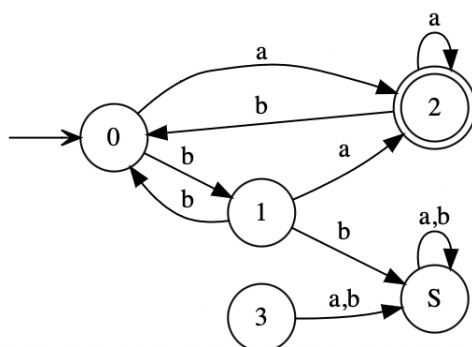
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

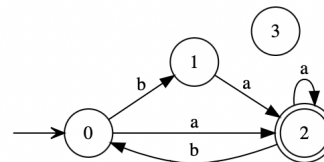
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

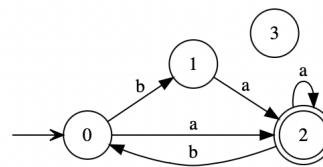


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ b	Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ d	Σ est fermé par suffixe.
☐ e	Σ est fermé par facteur.	☐ f	Σ^* est fermé par suffixe.
	☐ h	☐ g	Σ est fermé par préfixe.
	☐ i		
	☐ j		
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	nécessairement $ Q \geq 2$.	☐ b	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ c	A accepte le langage universel.
	☐ d	Tous les états de A sont accepteurs.			
☐ e	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.				
	☐ f	A possède un état puits	☐ g	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.				
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	P est forcément déterministe.
☐ b	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ c	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ b	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c	Un mot est une application.	☐ d	Un mot possède une infinité de préfixe.
	☐ e	☐ f	Un mot peut être infini.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ h	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i	Un mot est une fonction.	☐ j	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ l	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a Les états de A sont tous accessibles. ☐b A est complet. ☐c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐d u est accepté par A . ☐e A a des états accepteurs.
☐f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

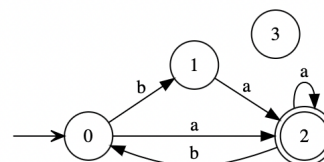
- ☐a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐b A a au moins un état accessible. ☐c u n'est pas accepté par A .
☐d A a au moins un état non co-accessible. ☐e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐f A n'est pas complet.
☐g A a au moins un état non accessible. ☐h A n'a pas d'état accepteur.
☐i A a au moins un état co-accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-i-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



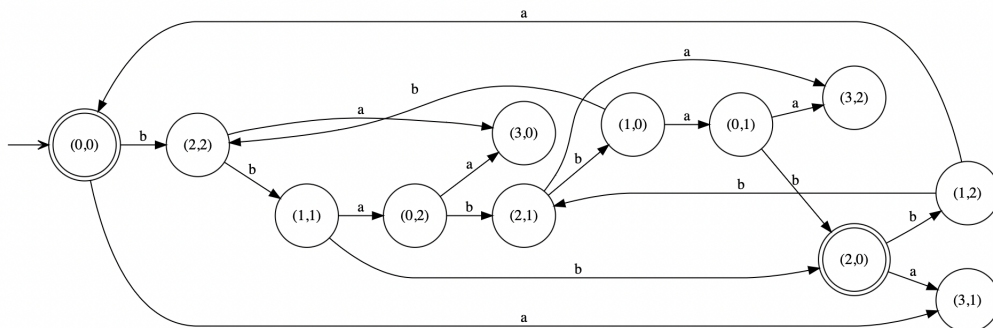
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.

- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☐h A a au moins un état accessible.
☐i A a au moins un état non accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A a des états accepteurs. ☐b u est accepté par A .
☐c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐d A est complet.
☐e Les états de A sont tous accessibles. ☐f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐b Σ^* est fermé par préfixe.
☐c Σ est fermé par préfixe. ☐d Σ^* est fermé par suffixe.
☐e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐f Σ est fermé par suffixe.
☐g Σ^* est fermé par facteur. ☐h Σ est fermé par facteur.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

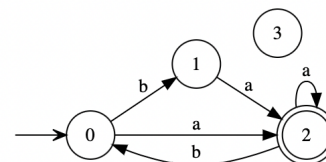
- ☐a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐e Un mot est une fonction. ☐f Un mot peut être infini.
☐g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐h Un mot est une application.
☐i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐l Un mot peut être vide.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
☐b Celui de la Figure 2-iii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

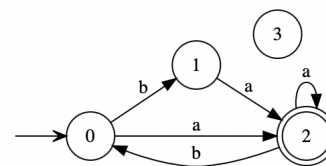
- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

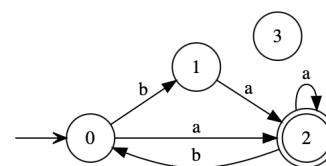


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A possède un état puits
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

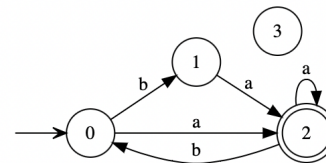
- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

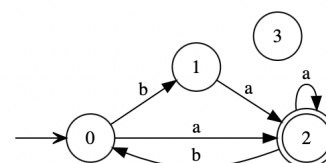


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐b Un mot est une application.
☐c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐d Un mot peut être vide.
☐e Un mot peut être infini. ☐f Un mot est une fonction.
☐g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par suffixe. ☐b Σ^* est fermé par facteur. ☐c Σ^* est fermé par préfixe.
☐d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐e Σ^* est fermé par suffixe.
☐f Σ est fermé par facteur. ☐g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

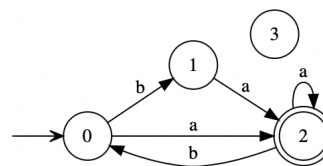
- ☐a A accepte le langage universel. ☐b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐e Tous les états de A sont accepteurs.
☐f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐g A possède un état puits
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.

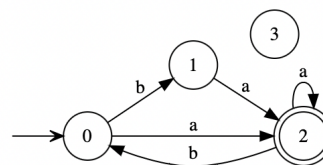


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-ii-. ☐d Celui de la Figure 3-i-.
☐b Celui de la Figure 3-iv-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iii-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



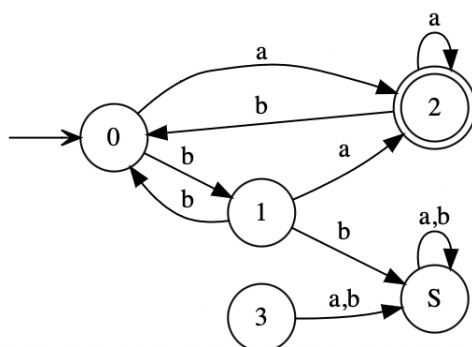
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ b	Un mot est une fonction.	
☐ c	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	
	☐ e	Un mot peut être vide.	☐ f	Un mot peut être infini.
☐ g	Un mot est une application.	☐ h	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	
☐ i	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ j	Un mot possède une infinité de préfixe.	
☐ k	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ l	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.			
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.			

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	A a des états accepteurs.	☐ b	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ c	Les états de A sont tous accessibles.
☐ d	Les états de A sont tous co-accessibles.	☐ e	A est complet.	☐ f	u est accepté par A .
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	☐ b	A n'a pas d'état accepteur.
☐ c	A a au moins un état non co-accessible.	☐ d	A n'est pas complet.
☐ e	A a au moins un état accessible.	☐ f	u n'est pas accepté par A .
☐ g	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ h	A a au moins un état non accessible.	☐ i	A a au moins un état co-accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

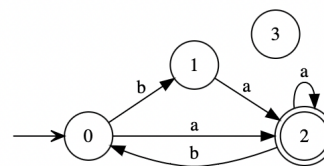
- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

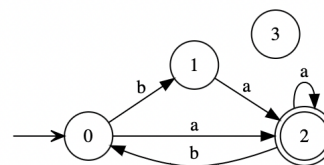


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



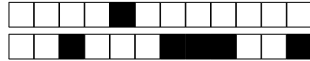
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f A accepte le langage universel.
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

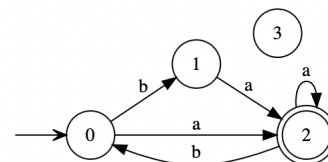
- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



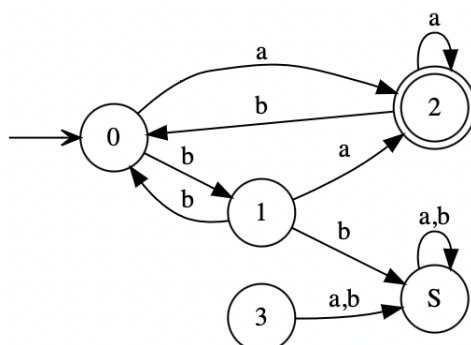
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



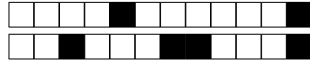
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ b	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ d	Un mot peut être infini.
☐ e	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ f	Un mot peut être vide.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ h	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i	Un mot est une fonction.	☐ j	Un mot est une application.
☐ k	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ l	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	A est complet.	☐ c	Les états de A sont tous accessibles.
☐ d	Les états de A sont tous co-accessibles.	☐ e	u est accepté par A .		
☐ f	A a des états accepteurs.				
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ b	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c	P est forcément déterministe.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état non co-accessible.	☐ b	A a au moins un état accessible.
☐ c	u n'est pas accepté par A .		
☐ d	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ e	A a au moins un état non accessible.	☐ f	A a au moins un état co-accessible.

- ☐g A n'a pas d'état accepteur. ☐h A n'est pas complet. ☐i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a A possède un état puits ☐b Tous les états de A sont accepteurs.
☐c A accepte le langage universel.
☐d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ^* est fermé par facteur. ☐b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐c Σ est fermé par suffixe. ☐d Σ^* est fermé par préfixe.
☐e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐f Σ est fermé par facteur.
☐g Σ^* est fermé par suffixe. ☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

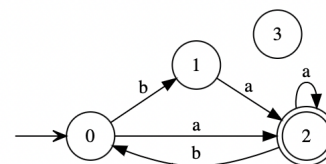
- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-ii. ☐d Celui de la Figure 2-iii.
☐b Celui de la Figure 2-iv. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-i. ☐f Tous les automates.

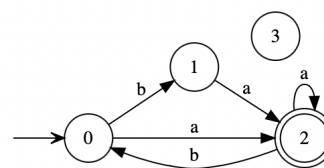


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

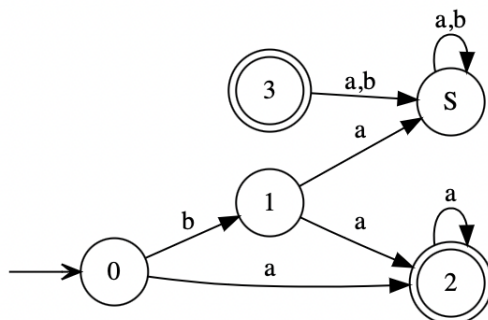


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



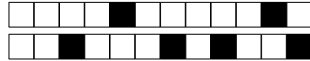
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

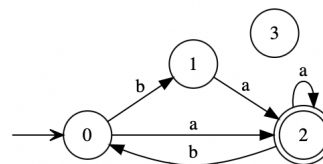
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



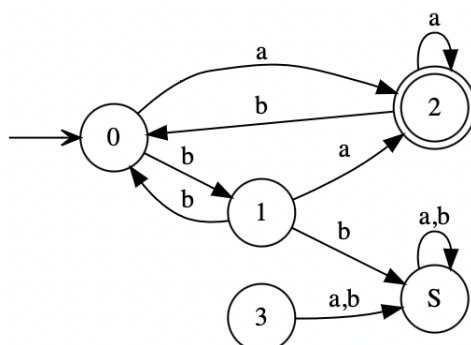
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



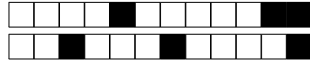
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot est une application.
 ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot possède une infinité de suffixe.
 ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot est une fonction.
 ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
 ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
 ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
 ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
 ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
 ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
 ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
 ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ e A possède un état puits ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

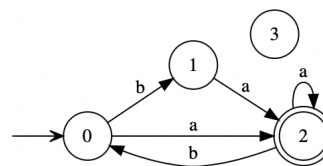
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

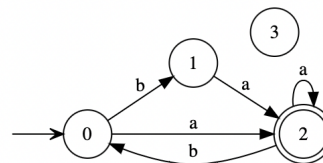


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

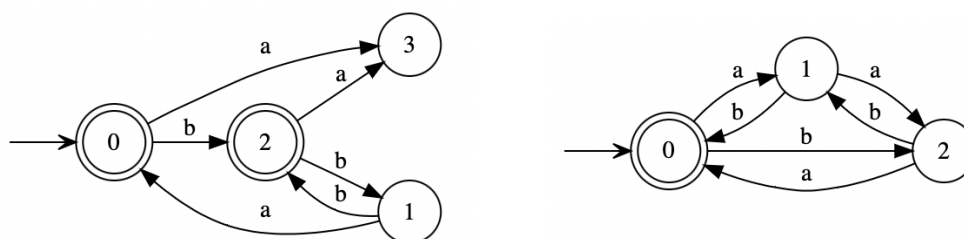
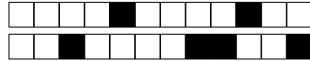


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

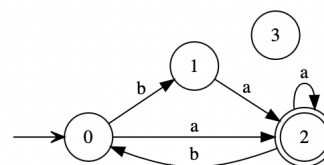
- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ f Tous les automates.

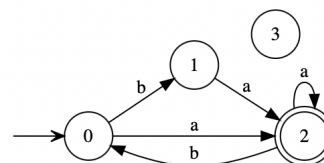


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



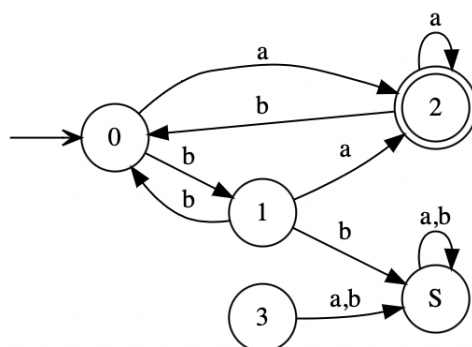
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



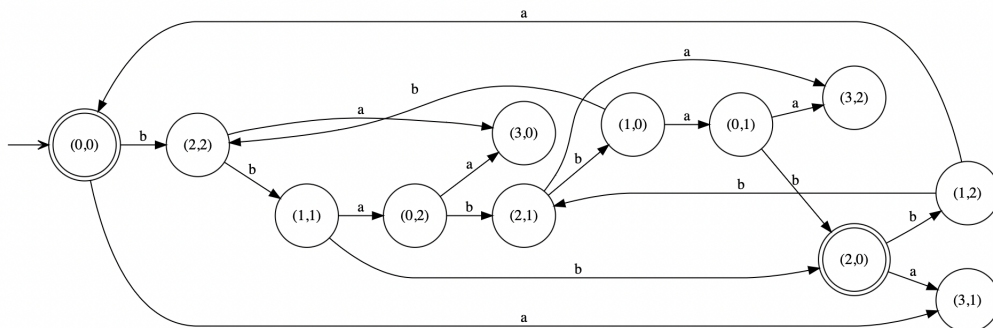
(-i-)



(-ii-)

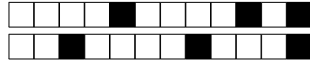


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

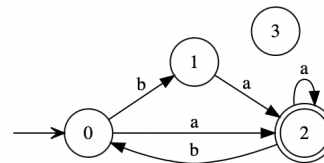
- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

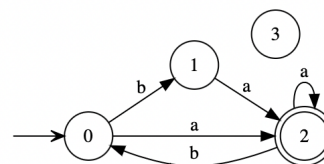


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



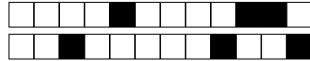
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot est une application.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

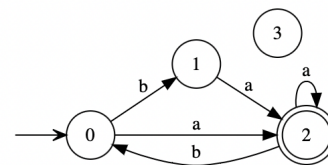
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

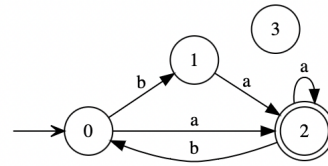


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



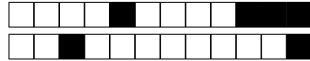
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

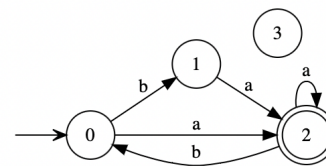
- ☐ a A a au moins un état accessible.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A n'est pas complet. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

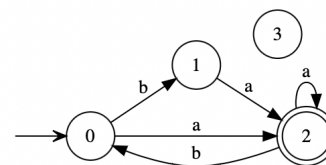


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

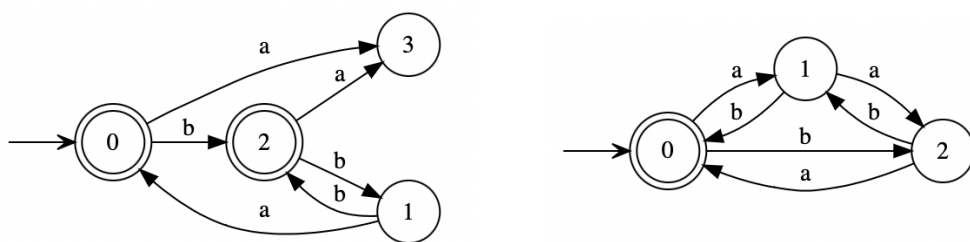
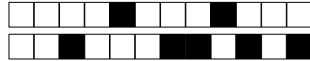


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A possède un état puits
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

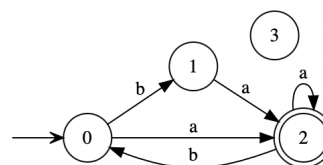
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

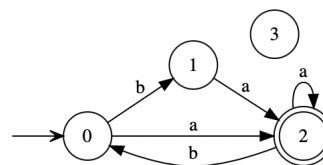


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



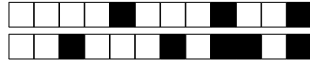
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

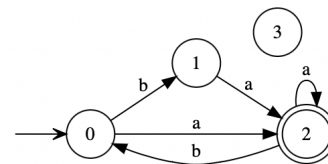
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

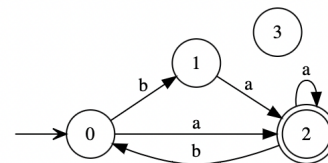


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



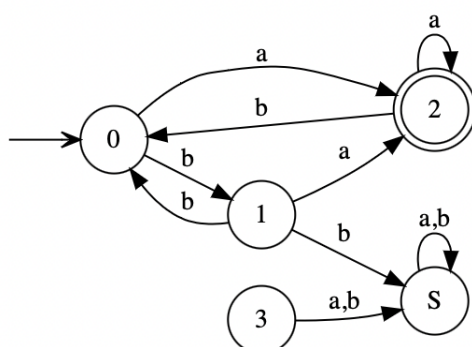
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



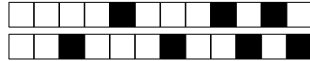
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état non accessible. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

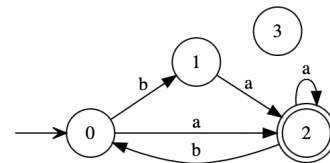
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



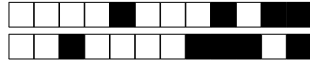
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f A possède un état puits
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

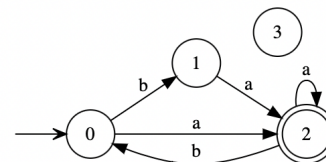
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



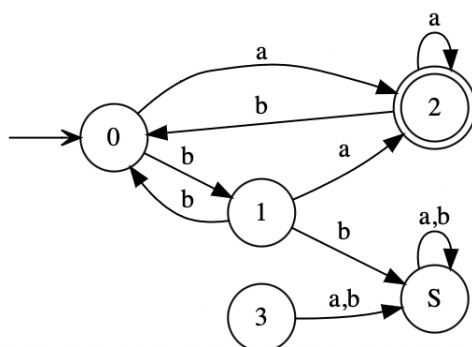
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



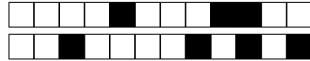
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g A n'est pas complet. ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

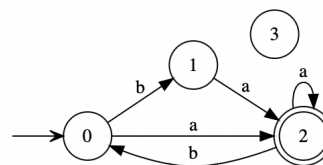
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



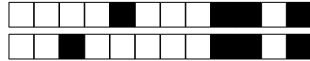
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une application.	☐ b	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c	Un mot peut être infini.	☐ d	Un mot est une fonction.
☐ e	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ f	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ h	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ j	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ l	Un mot peut être vide.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par facteur.	☐ b	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c	Σ^* est fermé par préfixe.	☐ d	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e	Σ est fermé par suffixe.	☐ f	Σ^* est fermé par suffixe.
	☐ g	Σ est fermé par facteur.	
	☐ h	Σ est fermé par préfixe.	
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	nécessairement $ Q \geq 2$.	☐ b	Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ d	A possède un état puits
	☐ e	A accepte le langage universel.	
	☐ f	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	
☐ g	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A n'a pas d'état accepteur.	☐ b	A a au moins un état non accessible.
☐ c	A a au moins un état co-accessible.	☐ d	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e	A a au moins un état accessible.	☐ f	A n'est pas complet.
☐ g	A a au moins un état non co-accessible.		

- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

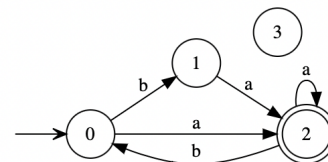
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



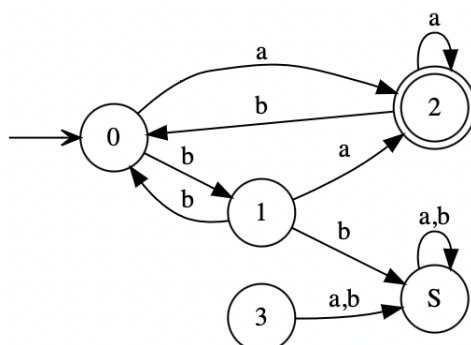
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



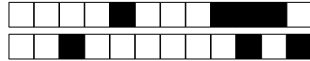
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f A possède un état puits
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

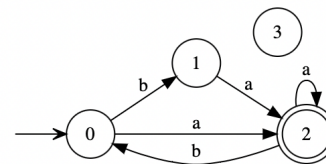
- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

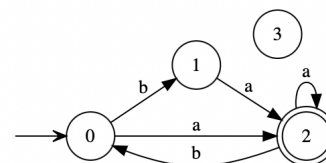


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



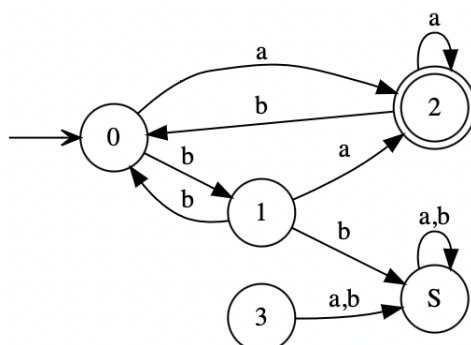
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

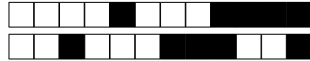


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une fonction.	☐ b	Un mot est une application.
☐ c	Un mot peut être vide.	☐ d	Un mot peut être infini.
☐ e	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ f	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ h	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ j	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ l	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	A possède un état puits	☐ b	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐ c	A accepte le langage universel.	☐ d	$ \delta = Q \times \Sigma $.
	☐ e	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	
	☐ f	Tous les états de A sont accepteurs.	
	☐ g	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.	
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	Les états de A sont tous co-accessibles.	☐ b	A est complet.	☐ c	u est accepté par A .
☐ d	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ e	Les états de A sont tous accessibles.	☐ f	A a des états accepteurs.
	☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.			
	☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.			

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

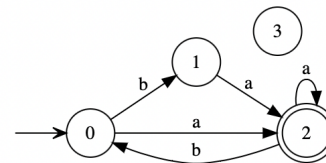
- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

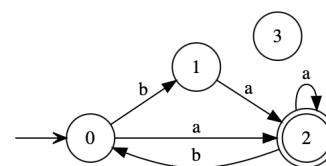


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

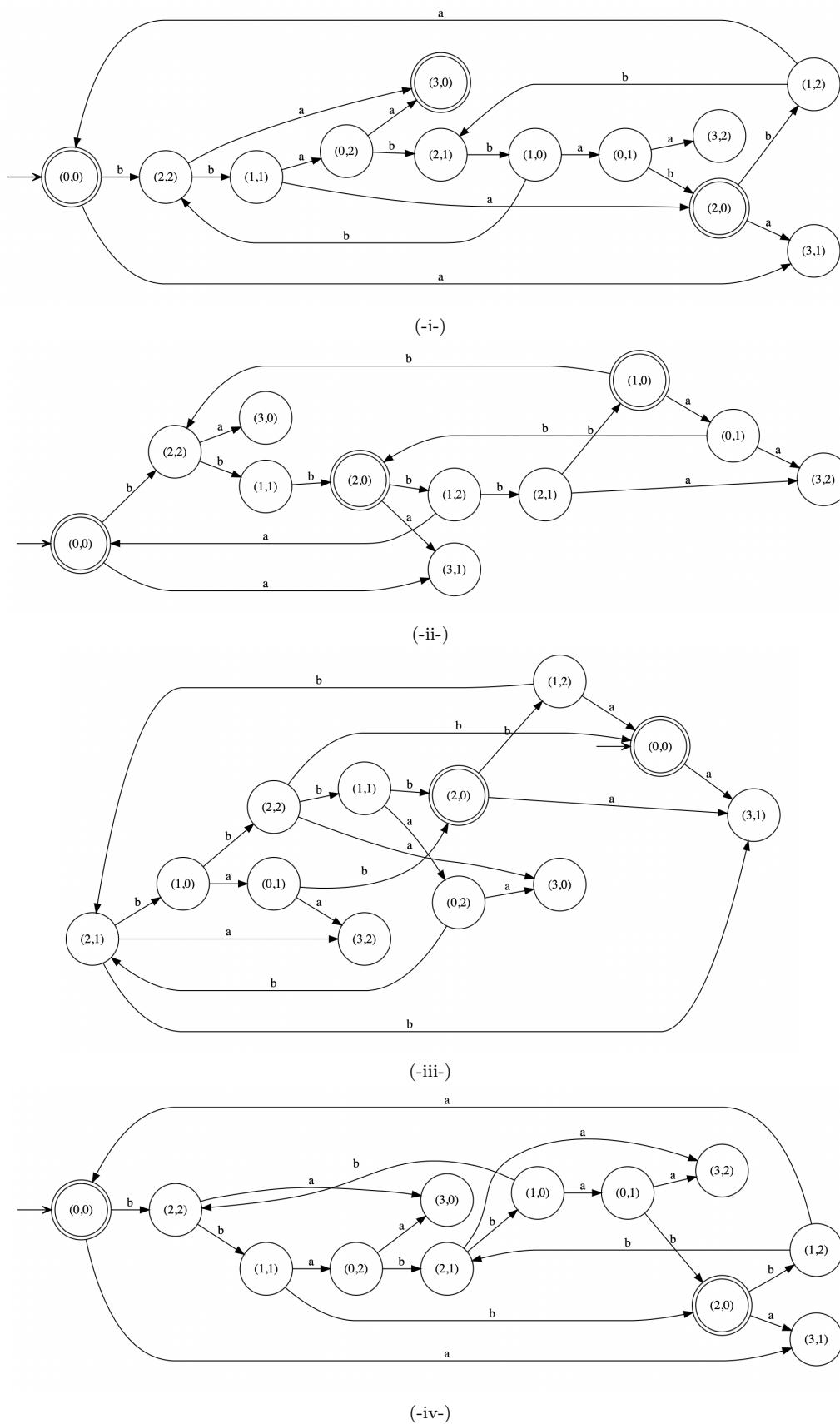
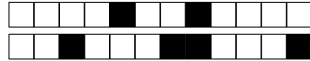


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une application.	☐ b	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ d	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ f	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g	Un mot est une fonction.	☐ h	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ j	Un mot peut être infini.
☐ k	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ l	Un mot peut être vide.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

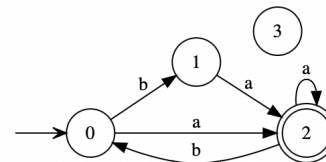
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



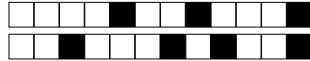
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits
☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

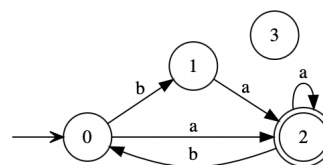
- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

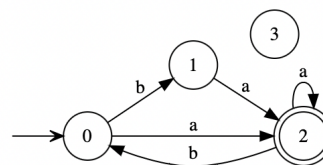


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

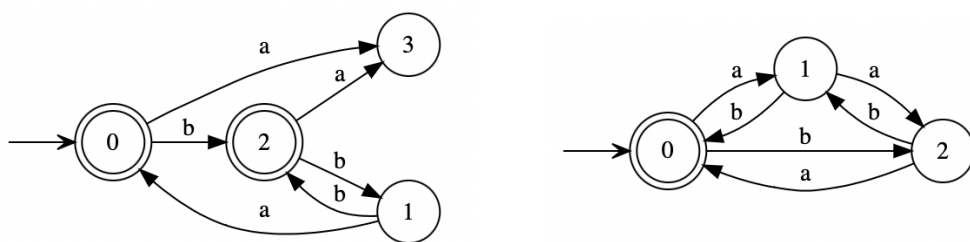
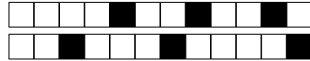


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A n'est pas complet. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une fonction.	☐ b	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c	Un mot peut être infini.	☐ d	Un mot est une application.
☐ e	Un mot peut être vide.	☐ f	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ h	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ j	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ l	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ b	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ c	A accepte le langage universel.
☐ d	A possède un état puits		
☐ e	nécessairement $ Q \geq 2$.	☐ f	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.
☐ g	Tous les états de A sont accepteurs.		
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

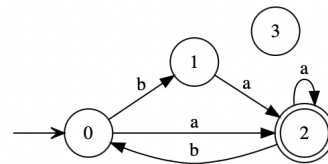
☐ a	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 2-iii.	☐ d	Celui de la Figure 2-i.
☐ b	Celui de la Figure 2-ii.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 2-iv.	☐ f	Tous les automates.

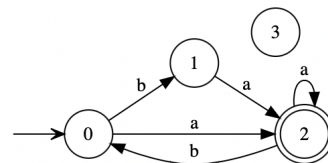


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

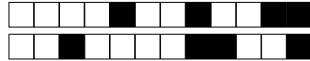


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ b	Un mot est une fonction.
☐ c	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ d	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e	Un mot est une application.	☐ f	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g	Un mot peut être vide.	☐ h	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ j	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k	Un mot peut être infini.	☐ l	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état non co-accessible.	☐ b	A n'a pas d'état accepteur.
☐ c	$u \notin \mathcal{L}(A)$.	☐ d	A a au moins un état non accessible.
☐ e	A n'est pas complet.		
☐ f	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ g	A a au moins un état co-accessible.	☐ h	u n'est pas accepté par A .
☐ i	A a au moins un état accessible.		
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par suffixe.	☐ b	Σ est fermé par préfixe.	☐ c	Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ e	Σ est fermé par facteur.		
☐ f	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ g	Σ^* est fermé par facteur.		

- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

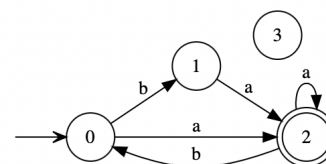
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



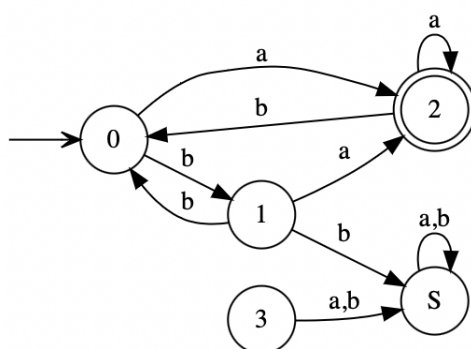
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

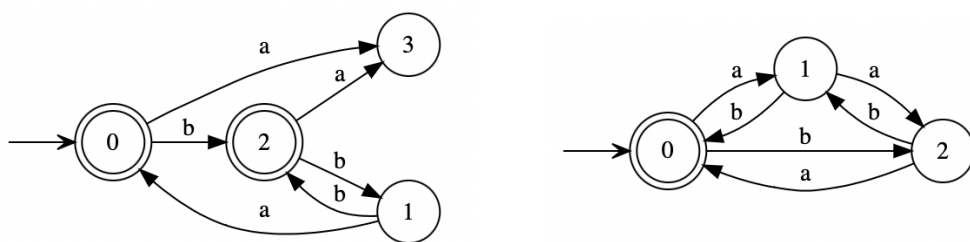
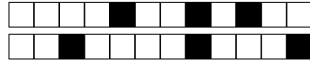


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits ☐ f A accepte le langage universel.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

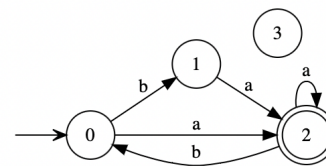
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

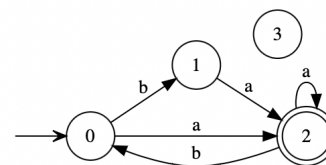


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



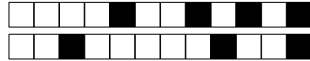
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état non co-accessible. ☐ c A a au moins un état non accessible.
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h u n'est pas accepté par A .

- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

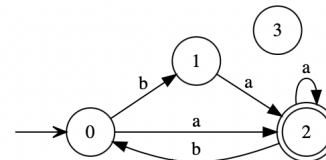
- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



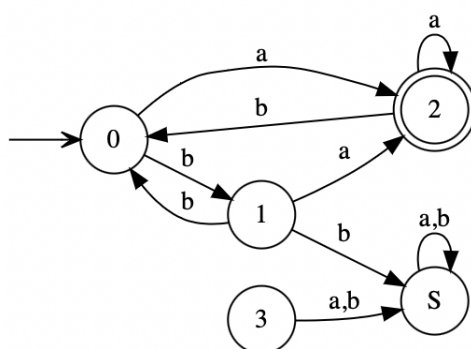
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complémentation sur l'automate de la partie Complémentation.

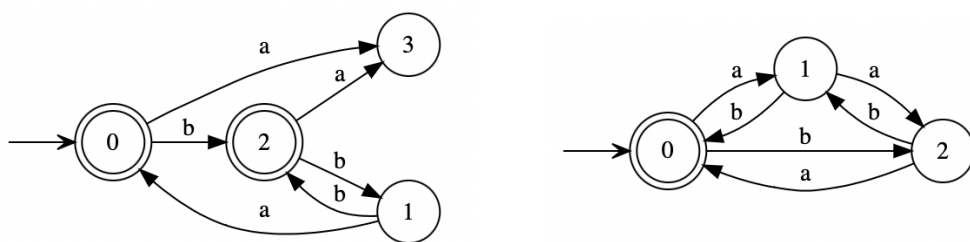
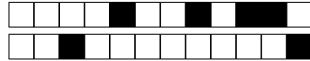


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

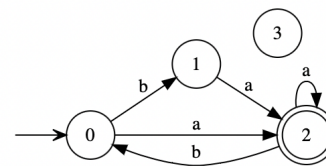
- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

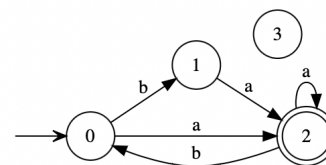


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



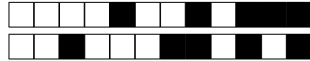
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.

- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐b Tous les états de A sont accepteurs.
☐c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐e A accepte le langage universel. ☐f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐g A possède un état puits
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par facteur. ☐b Σ^* est fermé par préfixe. ☐c Σ est fermé par suffixe.
☐d Σ^* est fermé par suffixe. ☐e Σ^* est fermé par facteur.
☐f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐g Σ est fermé par préfixe.
☐h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

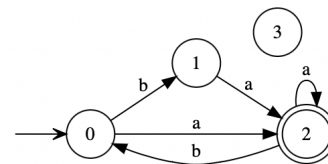
- ☐a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐b Un mot peut être infini.
☐c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐e Un mot est une fonction. ☐f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐g Un mot est une application. ☐h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐i Un mot peut être vide. ☐j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.

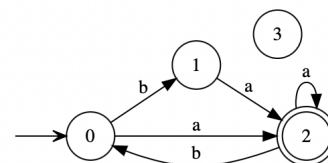


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-iii-. ☐d Celui de la Figure 3-i-.
☐b Celui de la Figure 3-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

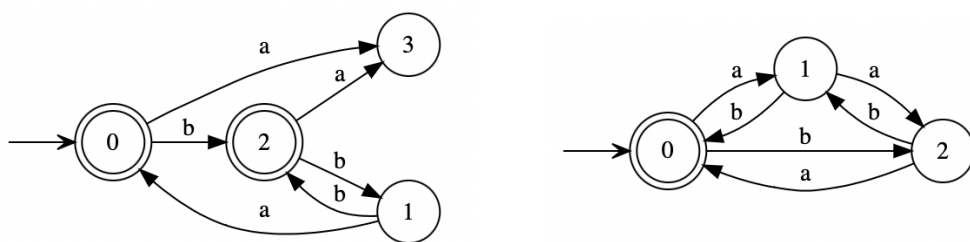
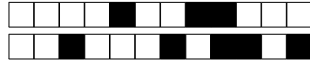


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A n'est pas complet.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

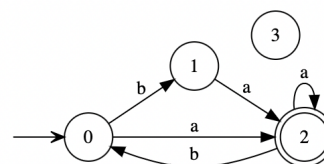
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



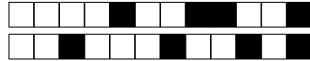
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini.
- ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

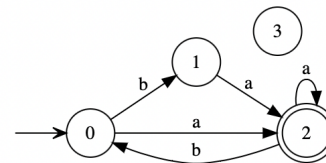
- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

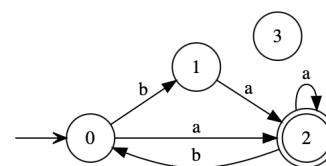


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

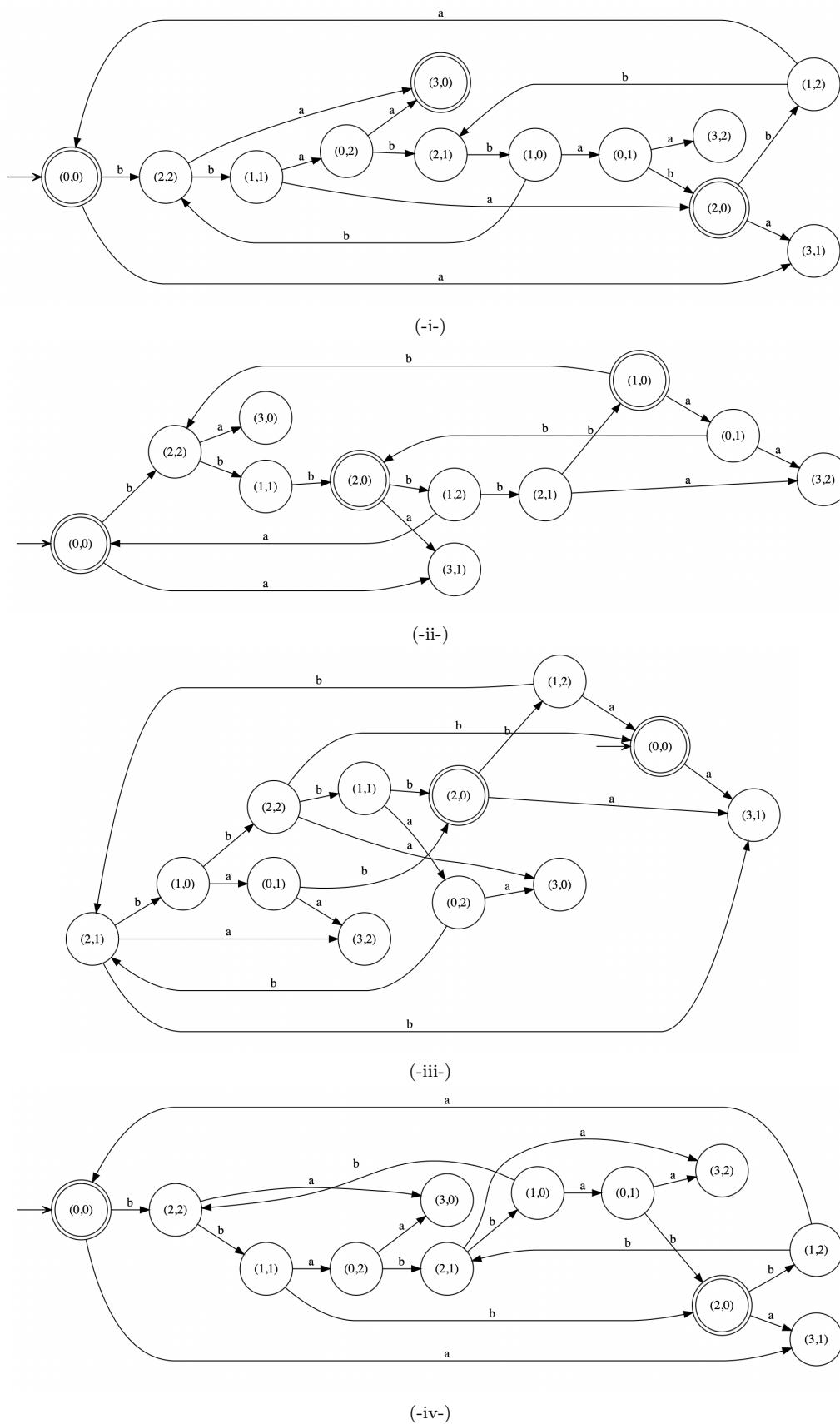
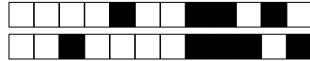


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

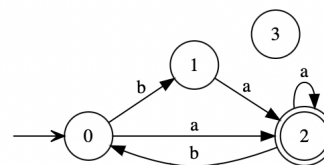
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

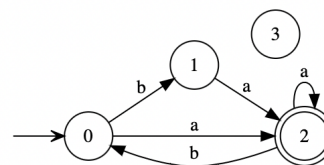


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



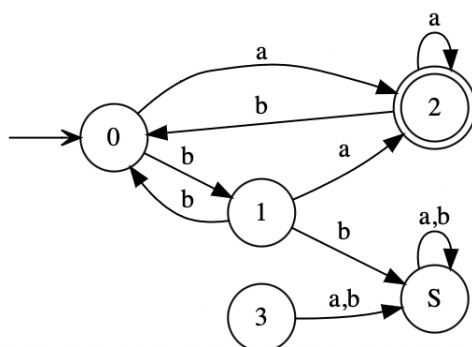
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

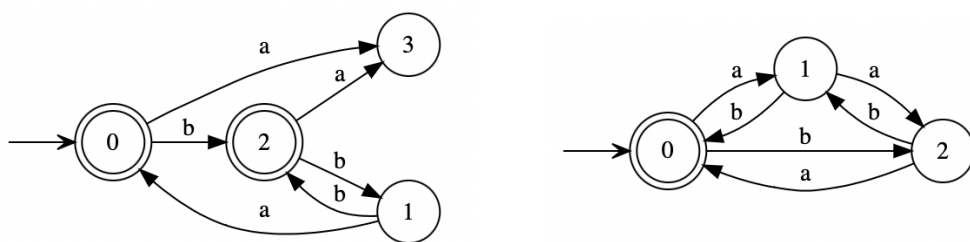


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

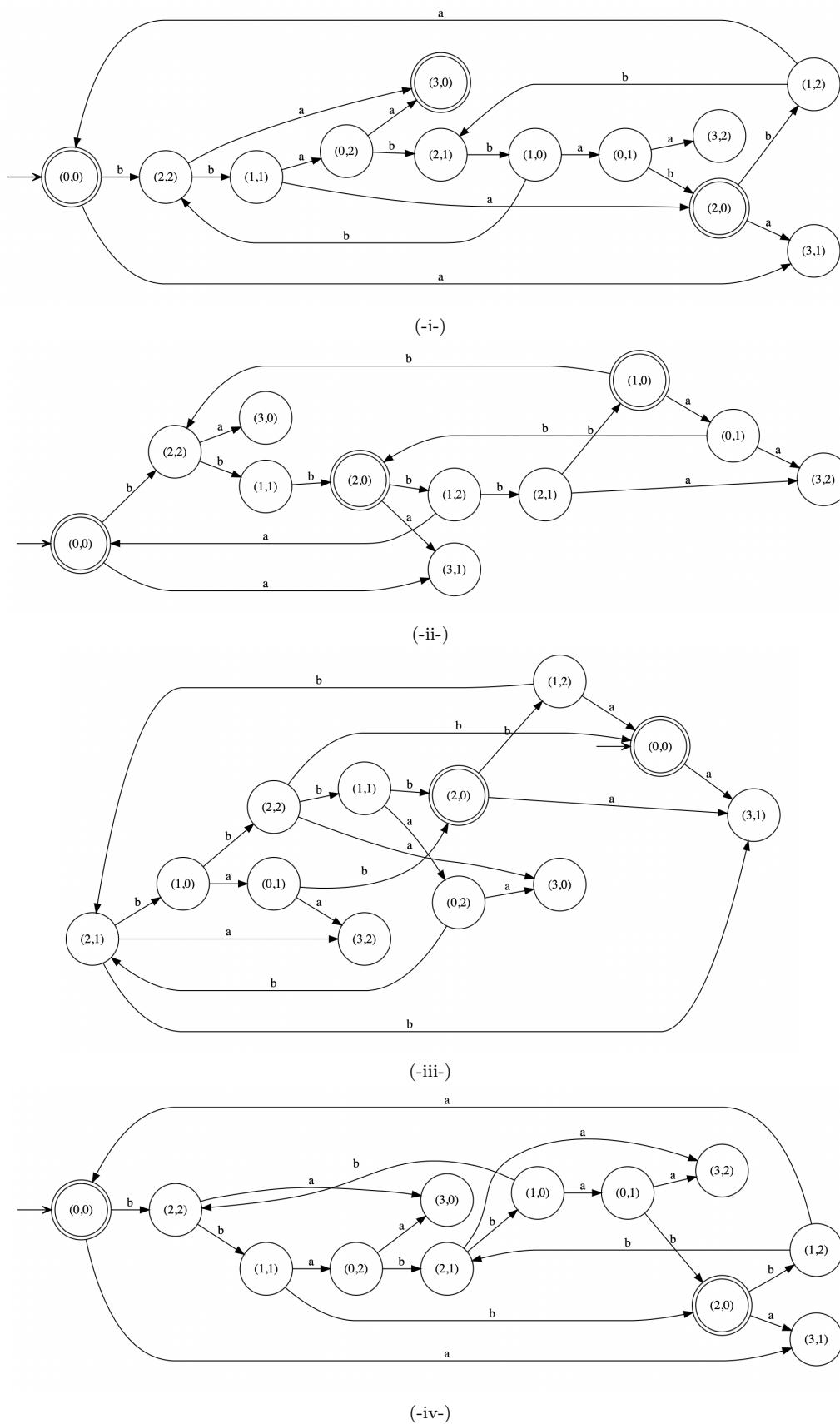
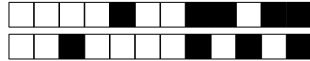


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f A possède un état puits
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

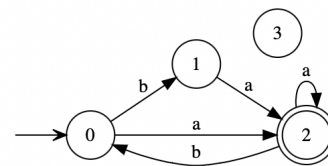
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

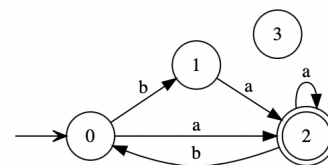


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



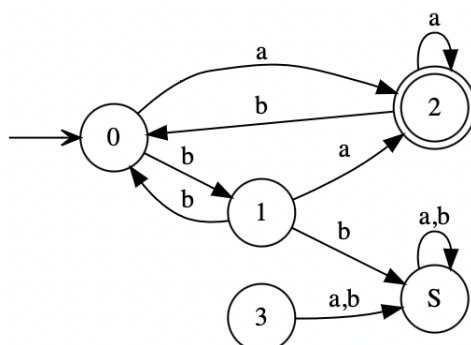
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

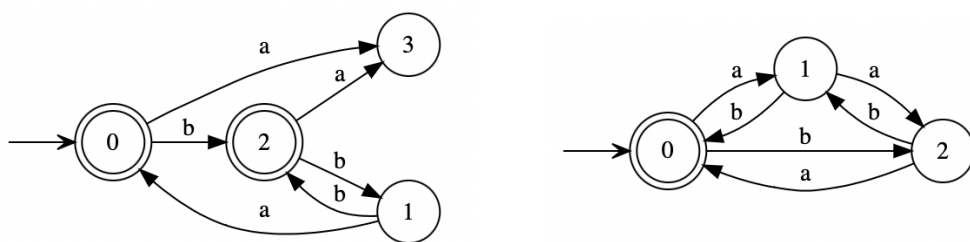
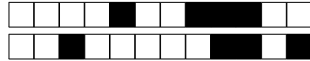


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état accessible. ☐ c A a au moins un état non accessible.
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A n'est pas complet. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

- ☐k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐b A a des états accepteurs.
☐c A est complet. ☐d Les états de A sont tous accessibles. ☐e u est accepté par A .
☐f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

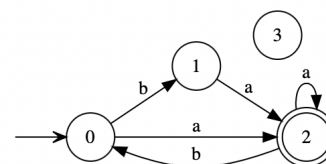
- ☐a A accepte le langage universel. ☐b A possède un état puits ☐c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐g Tous les états de A sont accepteurs.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
☐b Celui de la Figure 2-iv-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



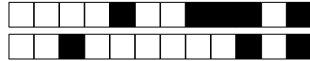
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut être infini.	☐ b	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c	Un mot est une fonction.	☐ d	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ f	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ h	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ j	Un mot est une application.
☐ k	Un mot peut être vide.	☐ l	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par facteur.	☐ b	Σ est fermé par facteur.
☐ c	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ d	Σ est fermé par suffixe.
☐ e	Σ est fermé par préfixe.	☐ f	Σ^* est fermé par suffixe.
	☐ g	Σ^* est fermé par préfixe.	
	☐ h	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ b	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c	P est forcément déterministe.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	nécessairement $ Q \geq 2$.		
☐ b	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ c	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ d	$ \delta = Q \times \Sigma $.
☐ e	A possède un état puits		
☐ f	A accepte le langage universel.	☐ g	Tous les états de A sont accepteurs.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

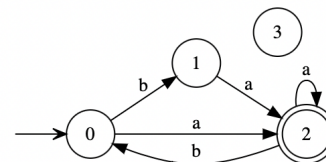
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



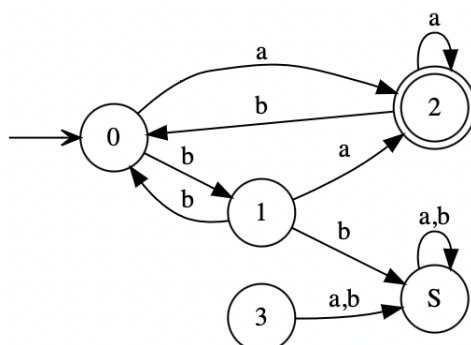
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

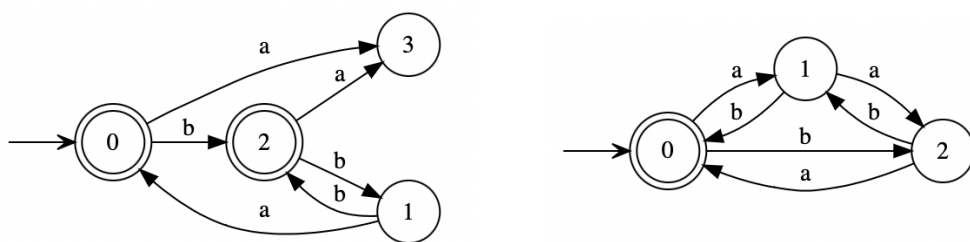
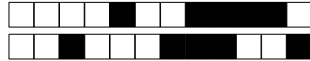


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d A est complet.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

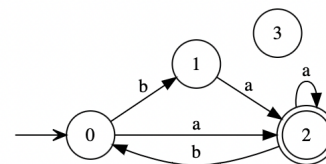
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

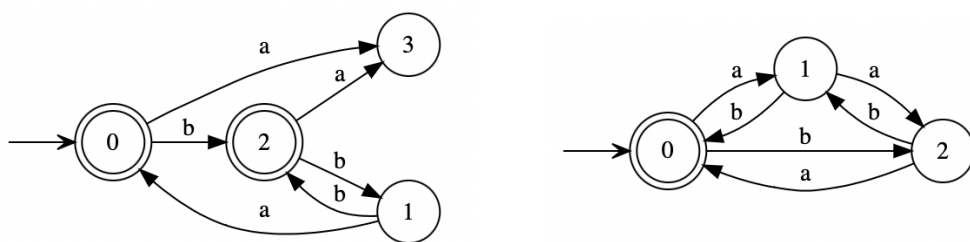
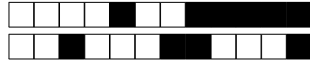


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A n'est pas complet.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

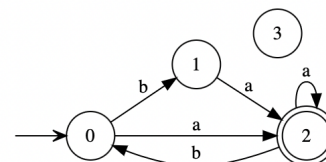
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



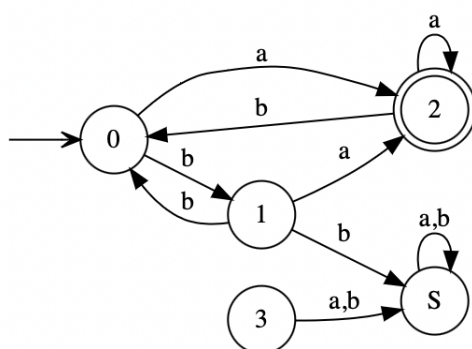
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

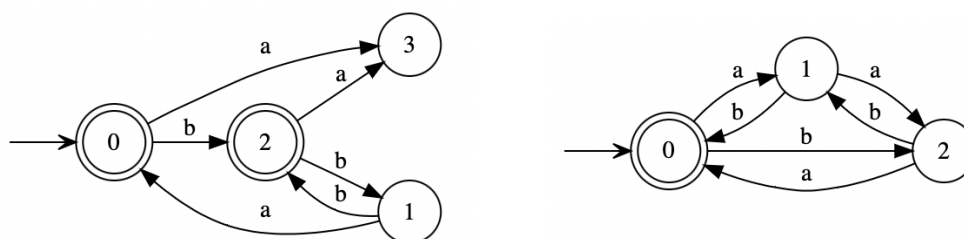


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a au moins un état accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

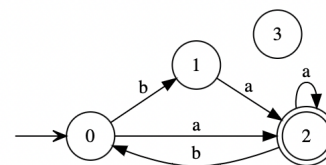
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

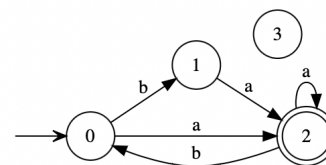


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

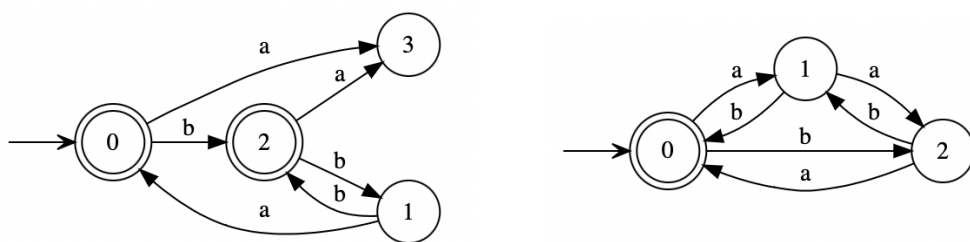


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

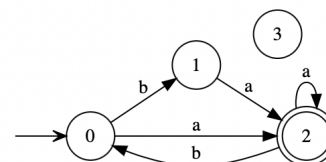
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

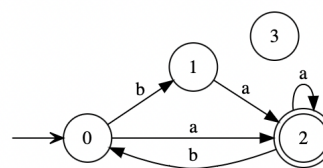


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



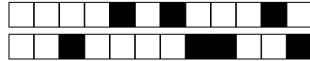
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ b	Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ d	Σ est fermé par facteur.
☐ e	Σ est fermé par préfixe.	☐ f	Σ^* est fermé par facteur.
	☐ h	☐ g	Σ^* est fermé par préfixe.
	☐ i		
	☐ j		
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ b	Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c	A accepte le langage universel.	☐ d	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.
	☐ f	☐ e	A possède un état puits
	☐ g		
	☐ h		
	☐ i		
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A .
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A n'est pas complet.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

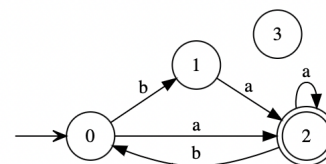
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



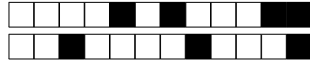
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits
☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

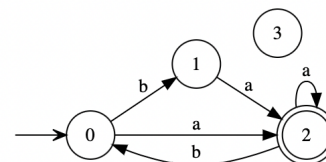
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



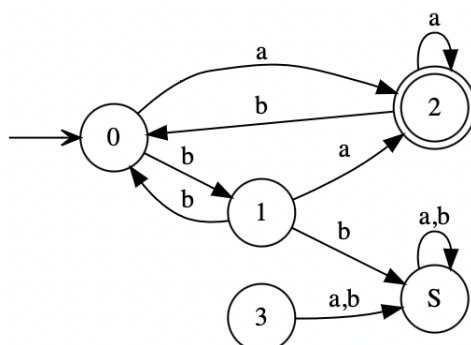
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



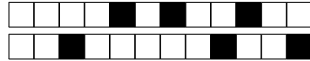
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot est une fonction.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A n'est pas complet.

- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

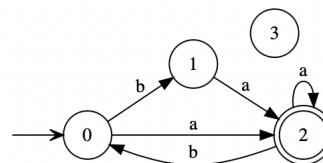
- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



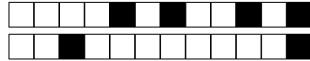
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

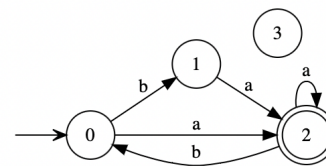
- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

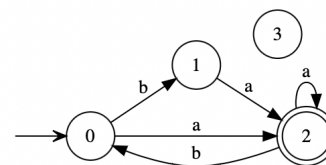


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

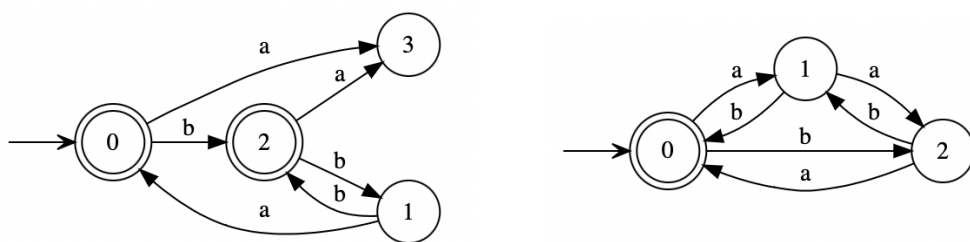


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

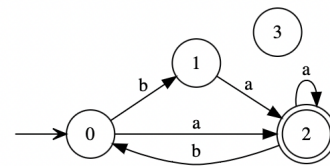
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

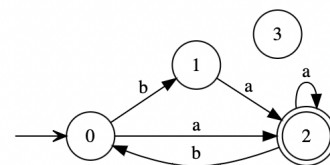


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

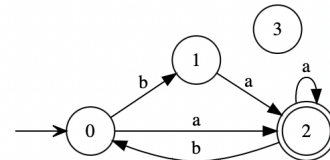
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

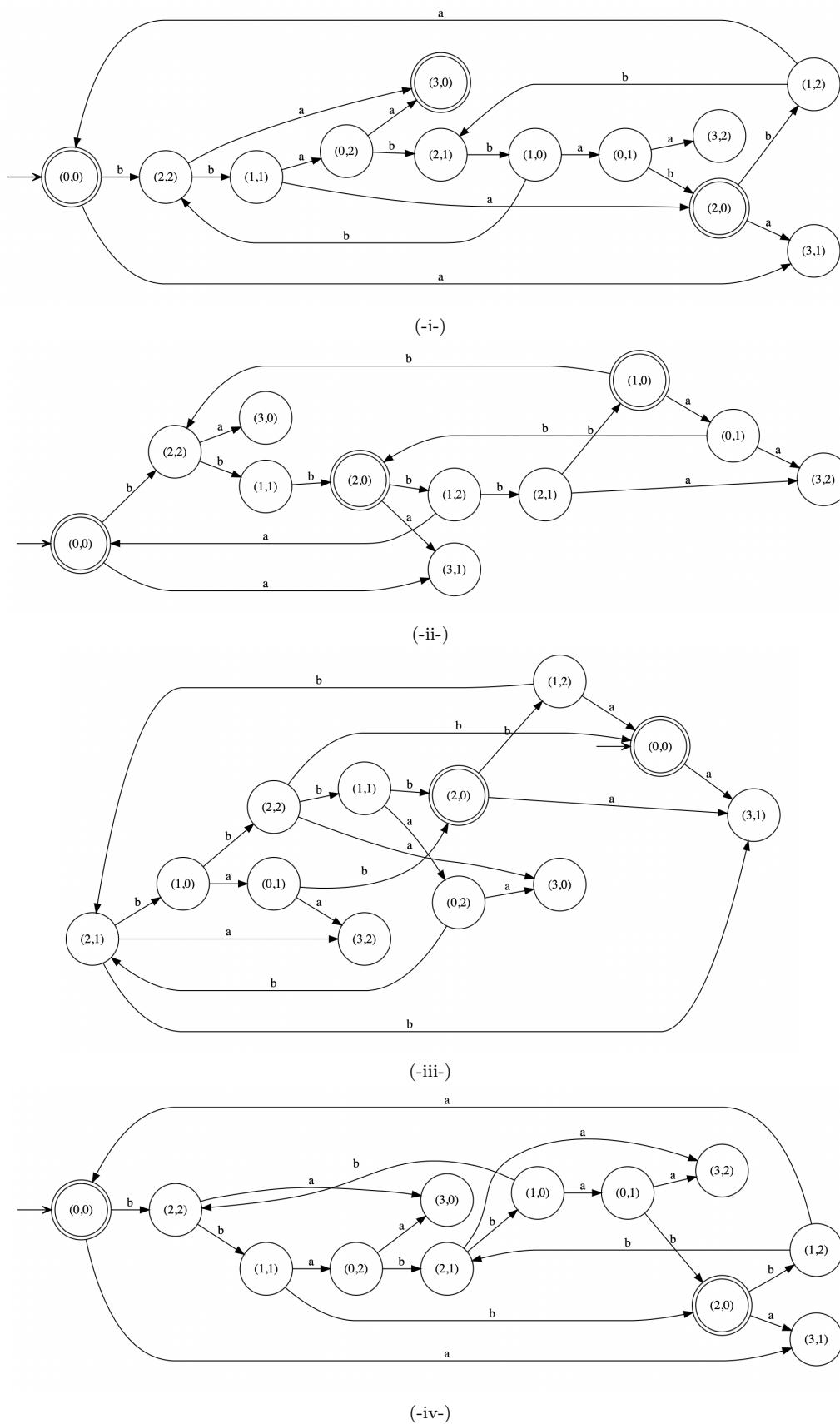


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

$$\boxed{g} \quad |\delta| = |Q| \times |\Sigma|.$$

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

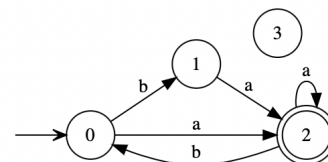
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



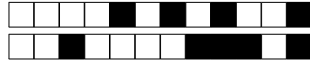
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Un mot peut être vide.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.

- ☐g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐a A a au moins un état non accessible. ☐b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐c A n'est pas complet. ☐d u n'est pas accepté par A . ☐e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐h A a au moins un état co-accessible.
- ☐i A a au moins un état accessible.
- ☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par facteur. ☐b Σ^* est fermé par facteur. ☐c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐d Σ^* est fermé par suffixe. ☐e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐f Σ est fermé par suffixe. ☐g Σ est fermé par préfixe.
- ☐h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

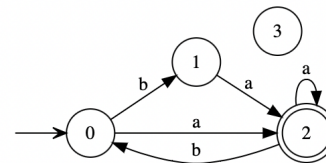
- ☐a Les états de A sont tous accessibles. ☐b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐d u est accepté par A .
- ☐e A a des états accepteurs. ☐f A est complet.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-ii. ☐d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐b Celui de la Figure 2-i. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-iv. ☐f Tous les automates.

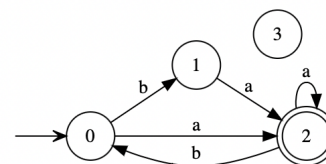


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-iii. ☐d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐b Celui de la Figure 3-i. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 3-ii. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

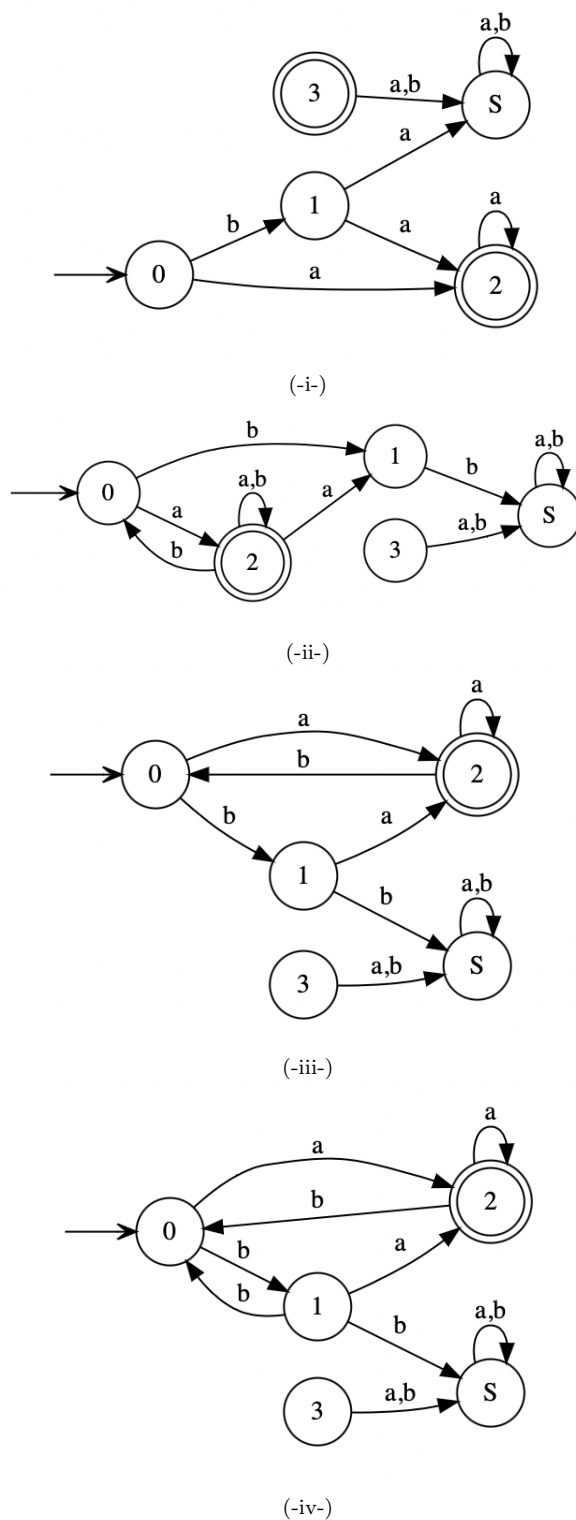


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



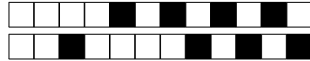
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐b Σ est fermé par facteur.
☐c Σ^* est fermé par suffixe. ☐d Σ est fermé par suffixe. ☐e Σ^* est fermé par préfixe.
☐f Σ est fermé par préfixe. ☐g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐h Σ^* est fermé par facteur.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

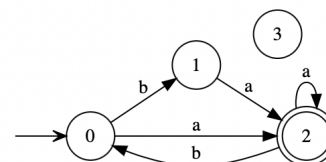
- ☐a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐b A possède un état puits ☐c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐d A accepte le langage universel. ☐e Tous les états de A sont accepteurs.
☐f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
☐b Celui de la Figure 2-iii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

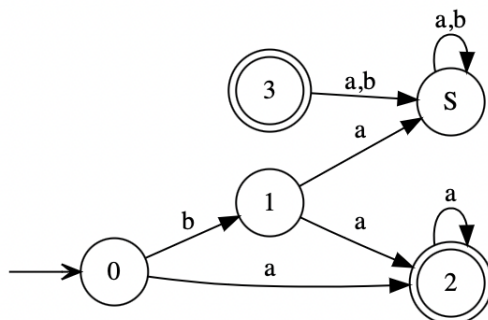


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



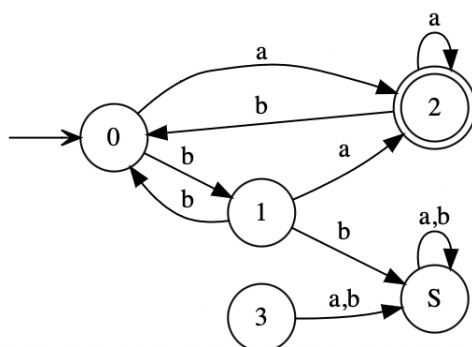
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



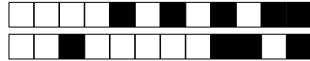
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

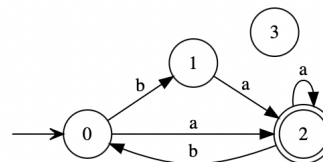
- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



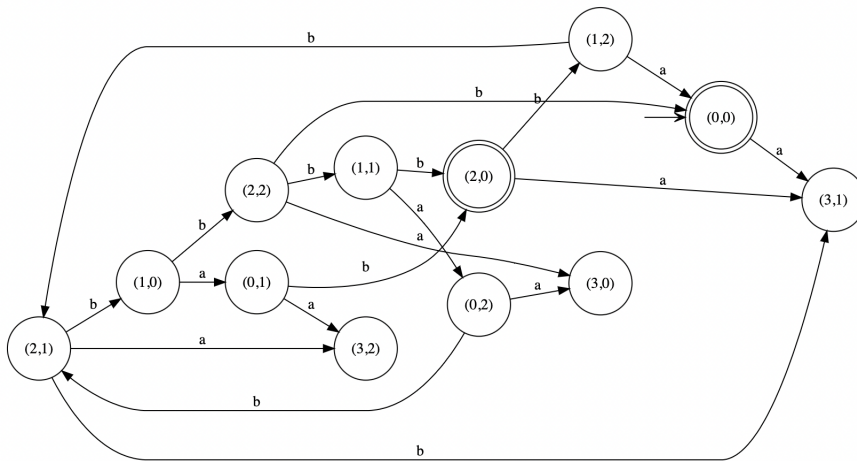
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

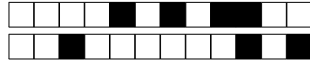


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet.
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

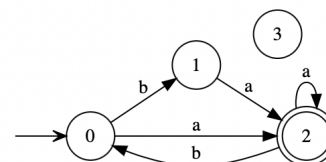
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état co-accessible.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.

- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A possède un état puits
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

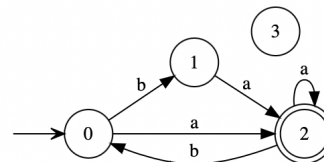
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



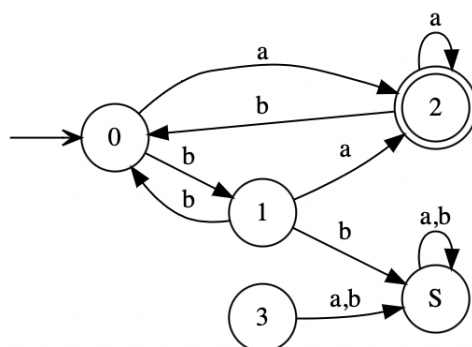
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état co-accessible. ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.

- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

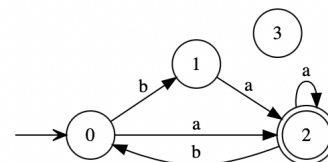
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



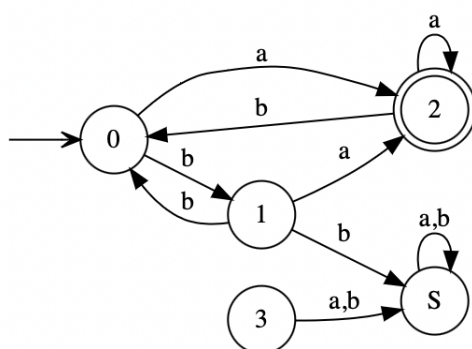
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ b	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ d	Un mot est une fonction.
☐ e	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ f	Un mot est une application.
☐ g	Un mot peut être infini.	☐ h	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ j	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k	Un mot peut être vide.	☐ l	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	A est complet.	☐ c	Les états de A sont tous accessibles.
☐ d	A a des états accepteurs.	☐ e	u est accepté par A .	☐ f	Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par préfixe.	☐ b	Σ est fermé par préfixe.
☐ c	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ d	Σ est fermé par suffixe.
☐ e	Σ est fermé par facteur.	☐ f	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g	Σ^* est fermé par suffixe.	☐ h	Σ^* est fermé par facteur.
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b	P est forcément déterministe.
☐ c	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

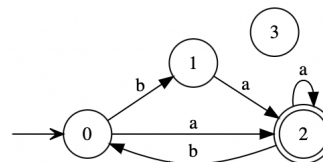
- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f A possède un état puits
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état non accessible. ☐ c A n'est pas complet. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

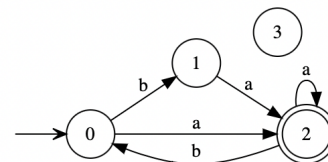
- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

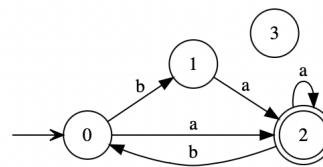


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

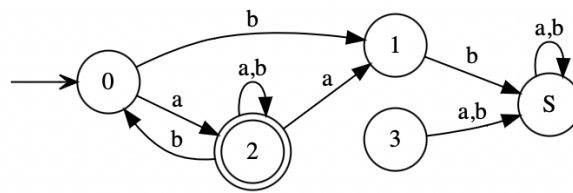
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

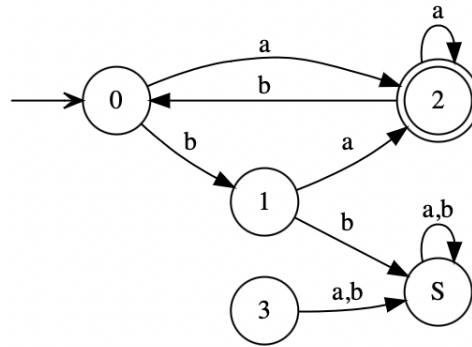
☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



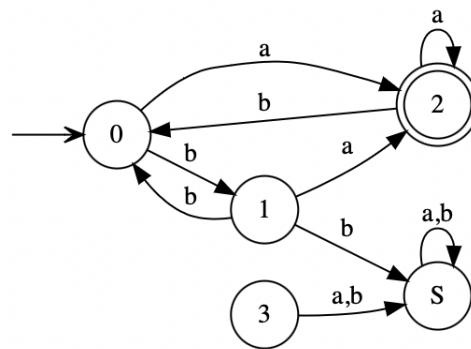
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

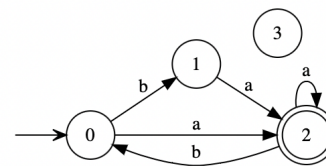
- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

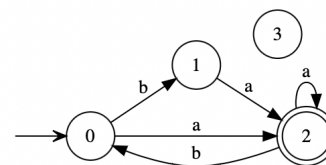


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

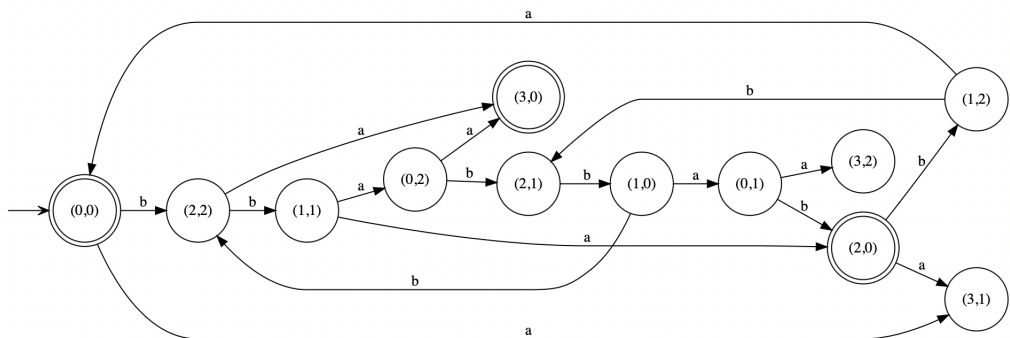
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



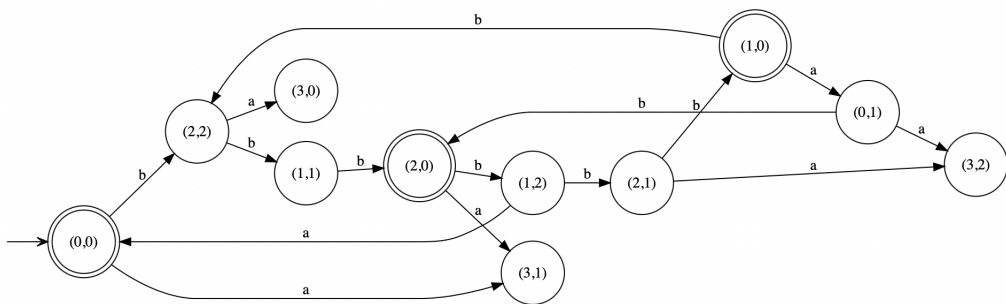
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



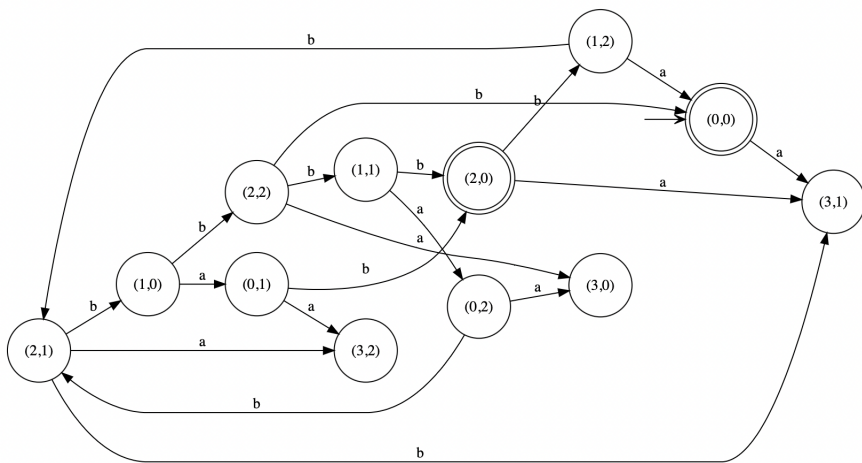
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

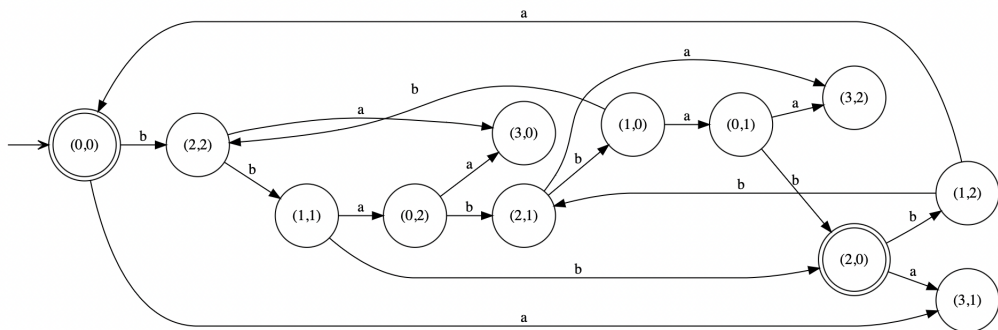
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot peut être infini.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ **b** P est forcément déterministe.
- ☐ **c** Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ **d** Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ **e** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ **a** L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ **b** $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ **c** $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ **d** A accepte le langage universel.
- ☐ **e** A possède un état puits ☐ **f** Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ **g** nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ **h** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ **i** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ **a** Σ^* est fermé par préfixe. ☐ **b** Σ est fermé par suffixe. ☐ **c** Σ est fermé par préfixe.
- ☐ **d** Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ **e** Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ **f** Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ **g** Σ^* est fermé par suffixe. ☐ **h** Σ est fermé par facteur.
- ☐ **i** Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ **j** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

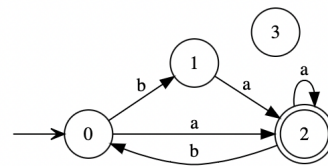
- ☐ **a** Les états de A sont tous accessibles. ☐ **b** u est accepté par A . ☐ **c** A est complet.
- ☐ **d** A a des états accepteurs. ☐ **e** $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ **f** Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ **g** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ **h** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ **a** Celui de la Figure 2-iv-. ☐ **d** Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ **b** Celui de la Figure 2-ii-. ☐ **e** Aucun des automates.
- ☐ **c** Celui de la Figure 2-iii-. ☐ **f** Tous les automates.

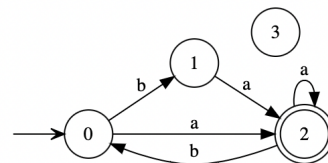


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ **a** Celui de la Figure 3-i-. ☐ **d** Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ **b** Celui de la Figure 3-ii-. ☐ **e** Aucun des automates.
- ☐ **c** Celui de la Figure 3-iv-. ☐ **f** Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

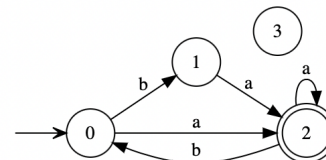
- ☐ a Un mot peut être infini.
- ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



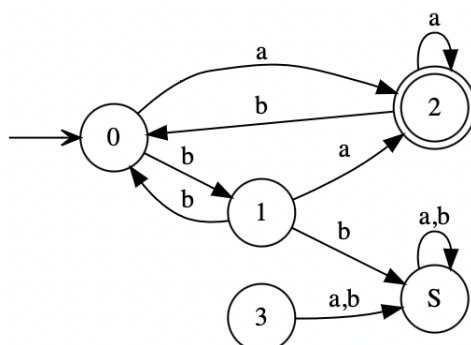
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot est une application.

- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

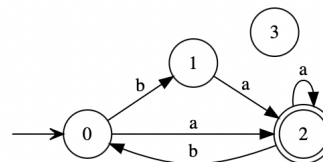
- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



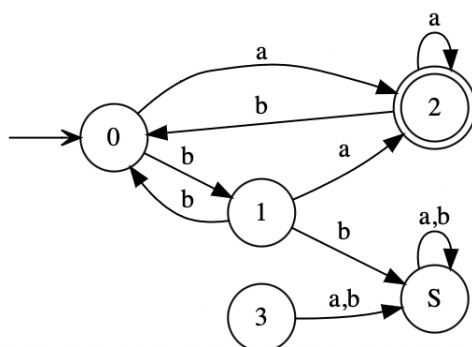
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'a pas d'état accepteur. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a au moins un état accessible.

- ☐g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐h A a au moins un état non accessible. ☐i A a au moins un état non co-accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ^* est fermé par préfixe. ☐b Σ est fermé par facteur.
☐c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐d Σ est fermé par préfixe.
☐e Σ est fermé par suffixe. ☐f Σ^* est fermé par facteur. ☐g Σ^* est fermé par suffixe.
☐h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A est complet. ☐b Les états de A sont tous accessibles.
☐c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐d A a des états accepteurs. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐f u est accepté par A .
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

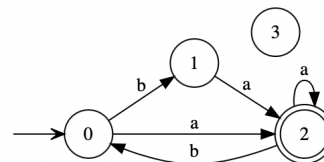
- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

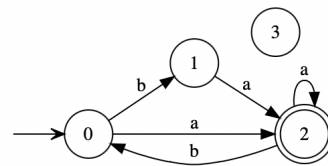
- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

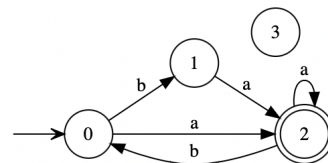


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

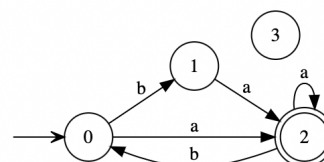
- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

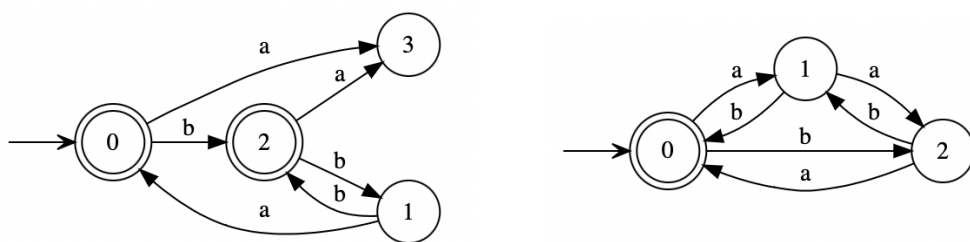


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

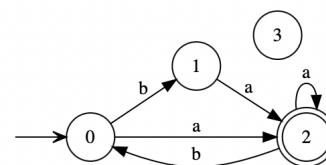
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ f Tous les automates.

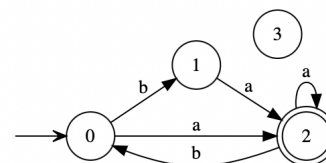


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ h Un mot est une application.

- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e A a des états accepteurs. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

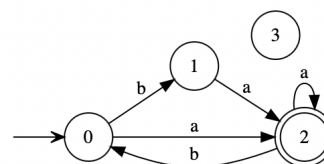
- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



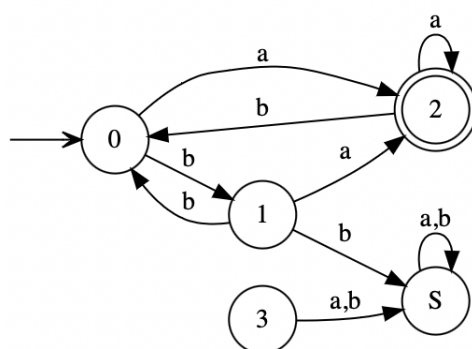
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par suffixe.
☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c A est complet.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

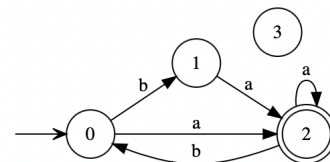
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ b	Σ^* est fermé par facteur.
☐ c	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ d	Σ est fermé par facteur.
☐ e	Σ^* est fermé par préfixe.	☐ f	Σ est fermé par suffixe.
	☐ h	☐ g	Σ^* est fermé par suffixe.
	☐ i		
	☐ j		
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ b	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot est une fonction.
☐ e	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ f	Un mot peut être infini.
	☐ g	☐ h	Un mot peut être vide.
	☐ i	☐ j	Un mot est une application.
	☐ k	☐ l	Un mot possède une infinité de suffixe.
	☐ m	☐ n	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
	☐ o		Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
	☐ p		Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ b	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c	P est forcément déterministe.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	A a des états accepteurs.	☐ b	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ c	A est complet.
☐ d	u est accepté par A .	☐ e	Les états de A sont tous accessibles.		
	☐ f		Les états de A sont tous co-accessibles.		
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A n'est pas complet.
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état accessible.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

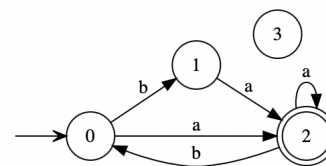
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

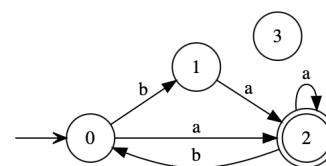


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

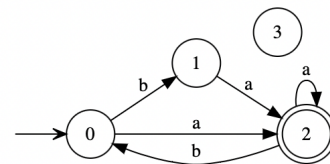
- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

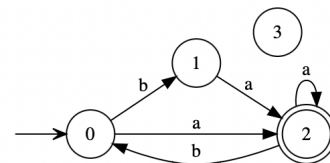


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

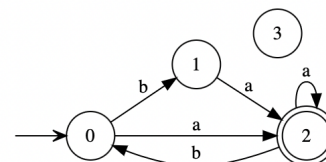
- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

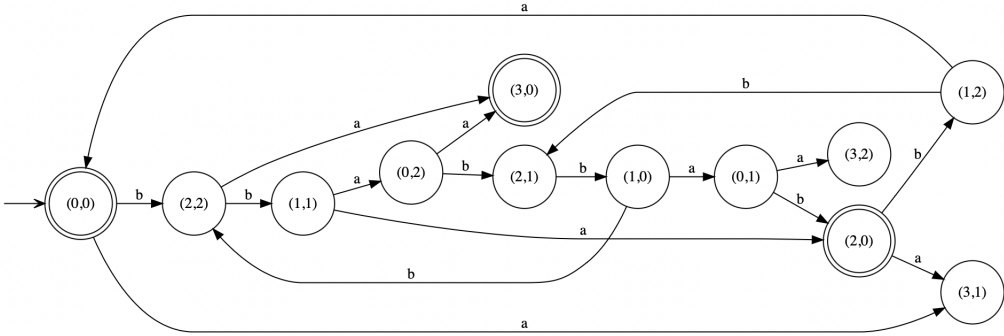
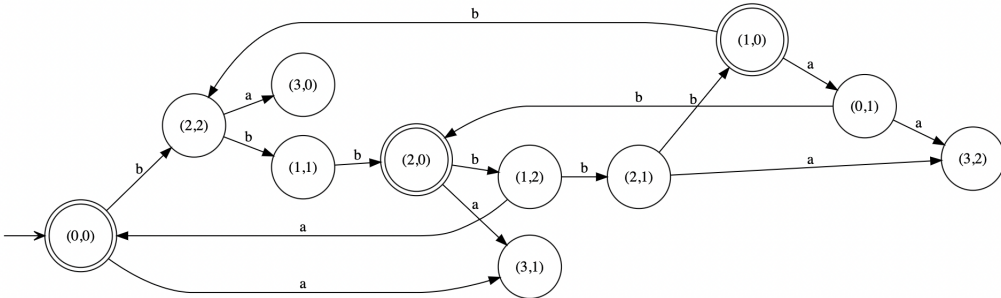
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



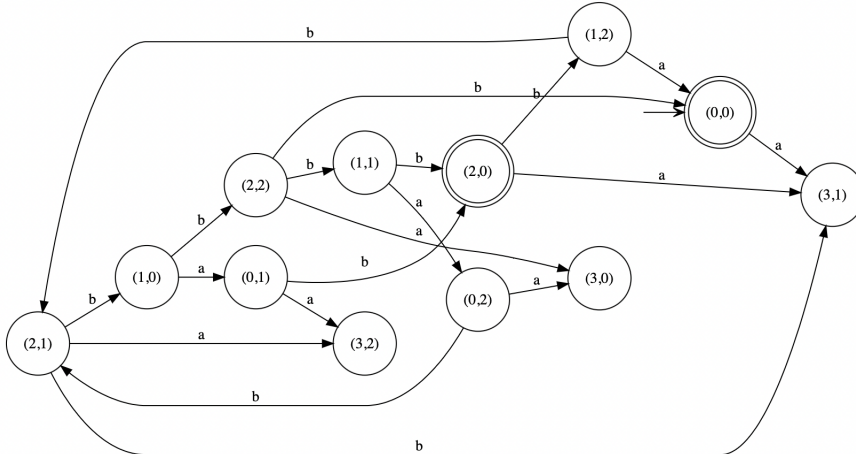
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

 $(-\mathbf{i}-)$ 

(-ii-)



(-iii-)

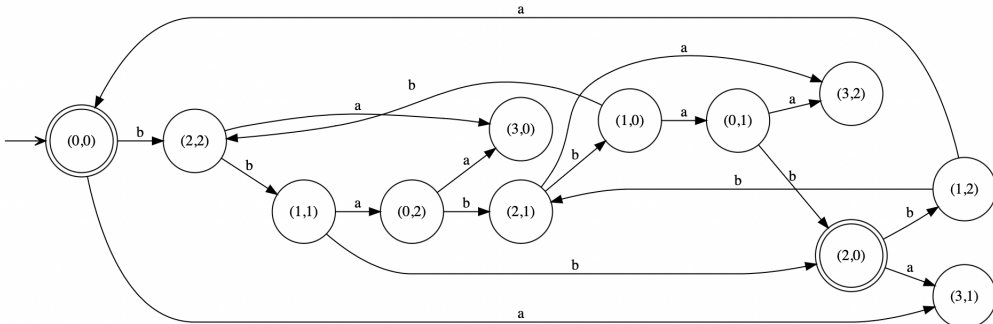
 $(-iV_-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

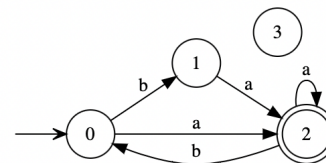
- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

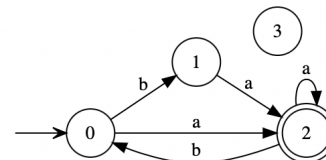
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



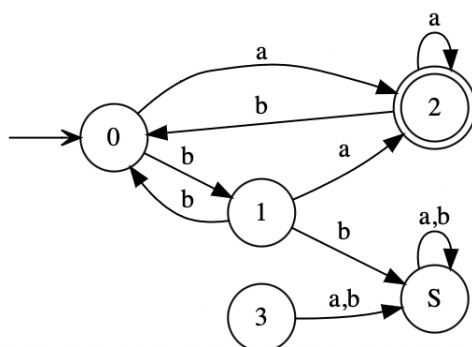
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
 ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot est une application.
 ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
 ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
 ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
 ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot peut être infini.
 ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
 ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
 ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs.
 ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A n'est pas complet.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

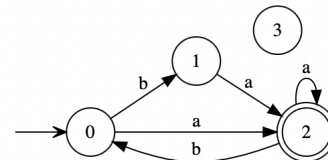
- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

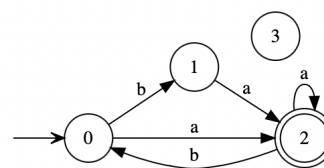


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



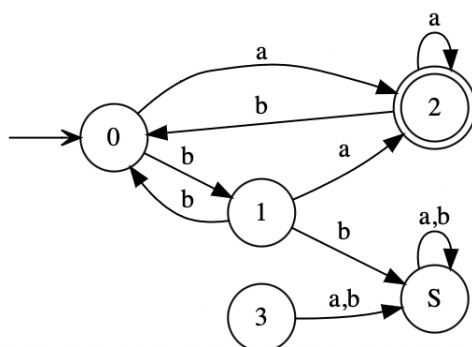
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

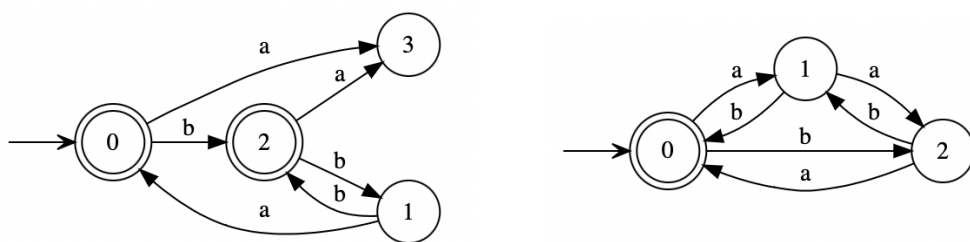


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b A possède un état puits
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

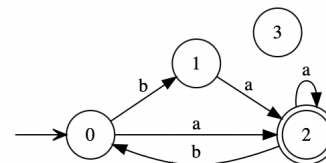
- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



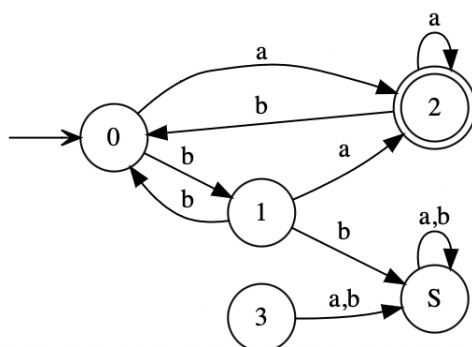
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.

- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

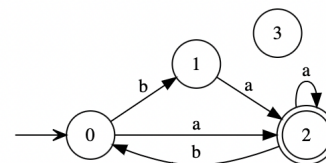
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c u est accepté par A . ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

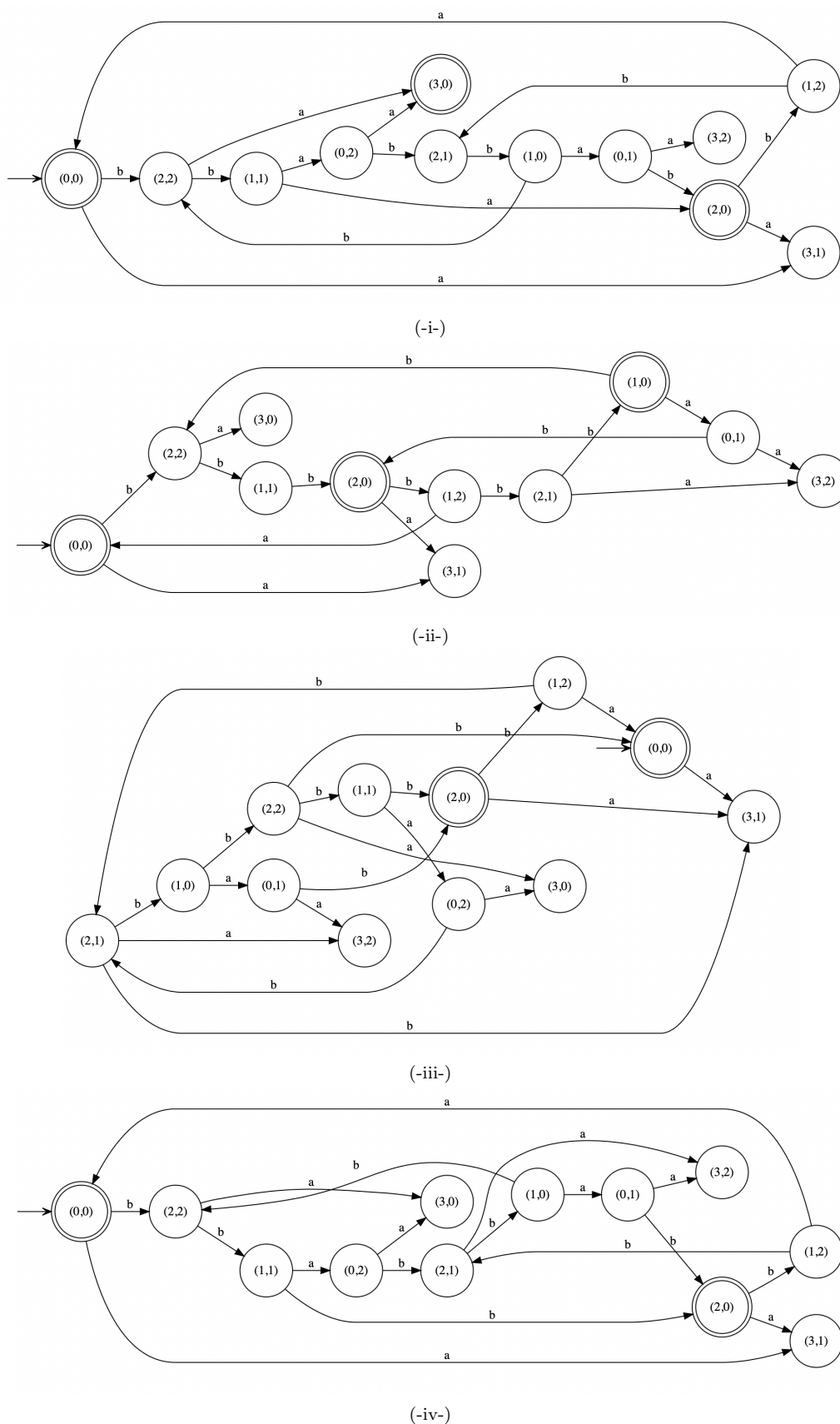


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f A possède un état puits ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

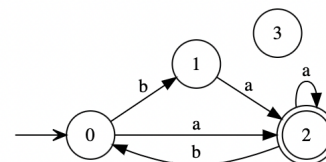
- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot est une fonction.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A possède un état puits ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible. ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i A n'est pas complet.

- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

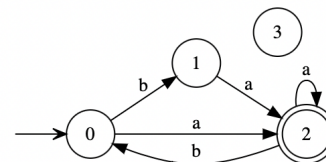
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A possède un état puits
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

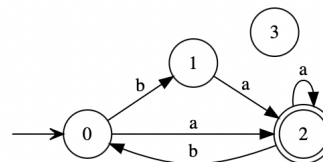
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

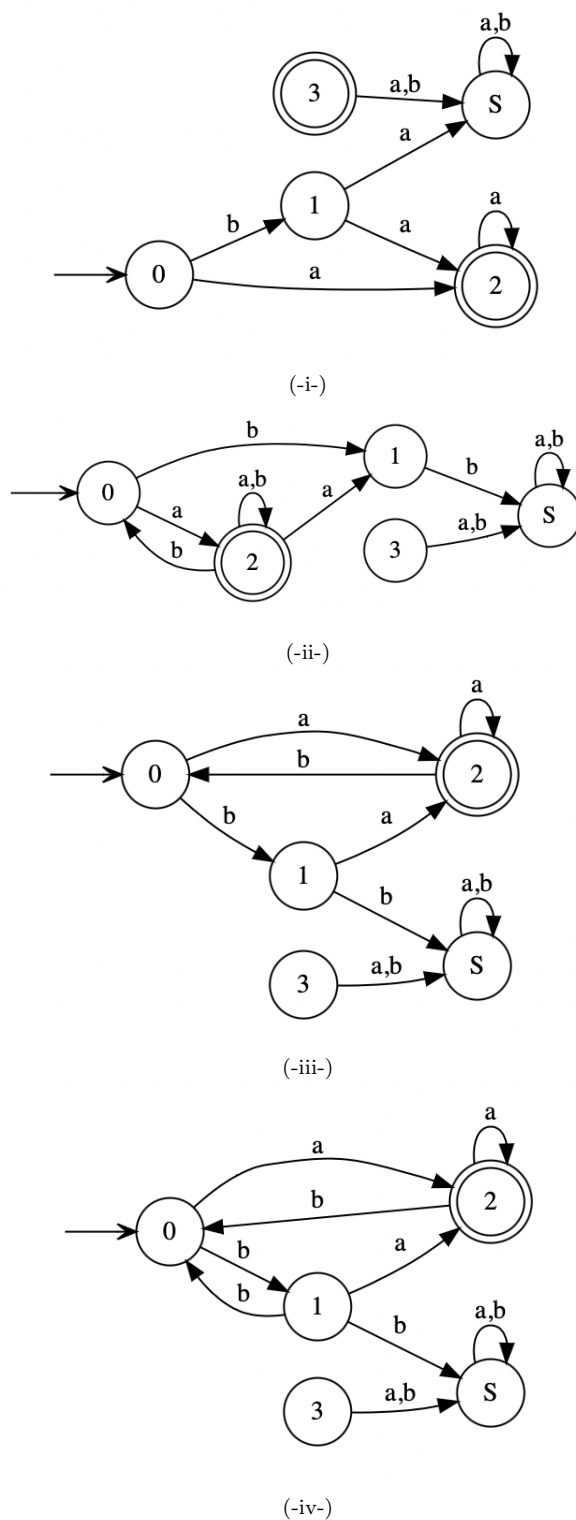


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A .
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

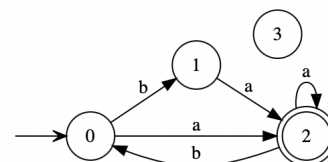
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

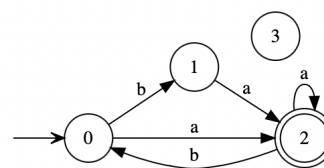


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

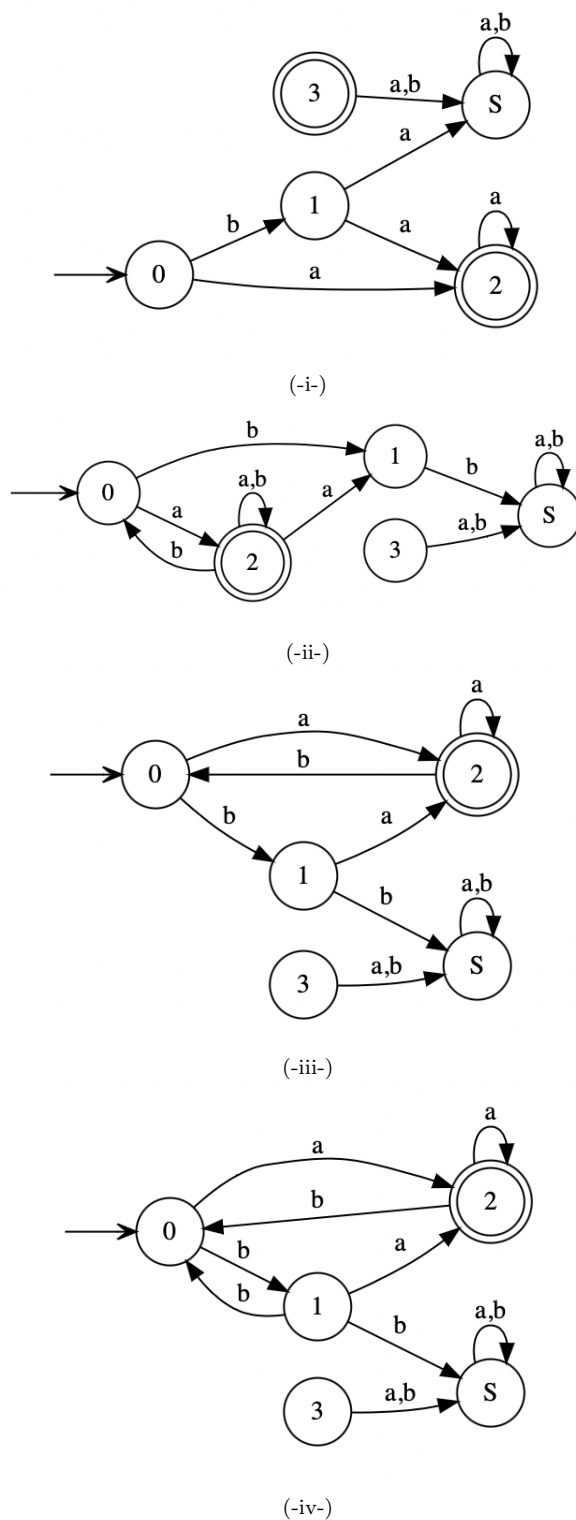


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A n'est pas complet. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

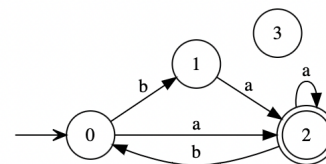
- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A possède un état puits
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A accepte le langage universel. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Un mot peut être infini.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

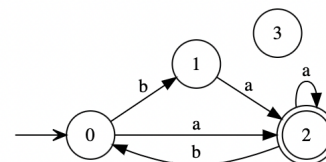
- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



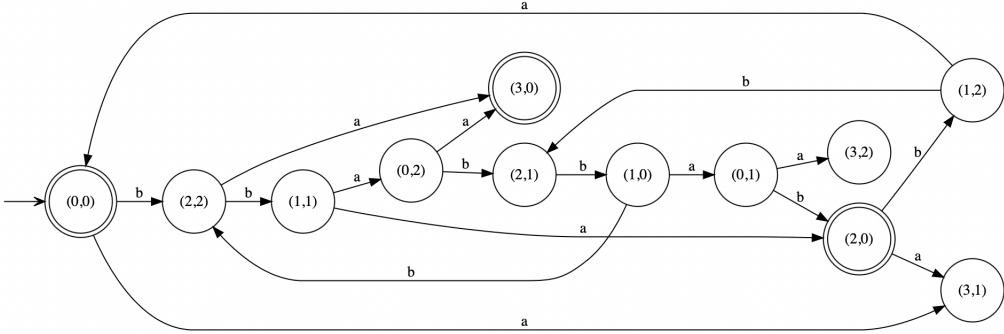
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



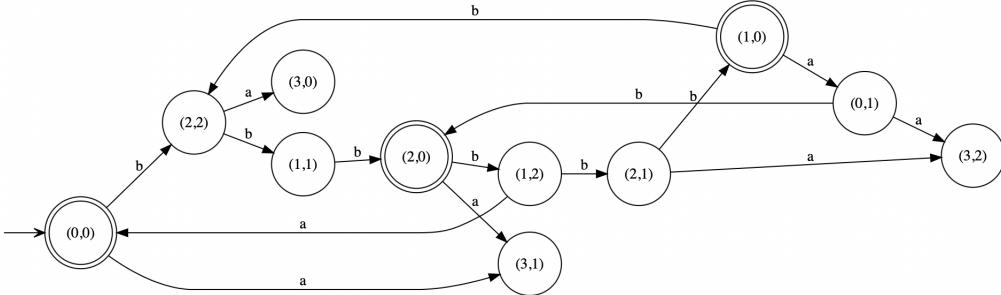
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



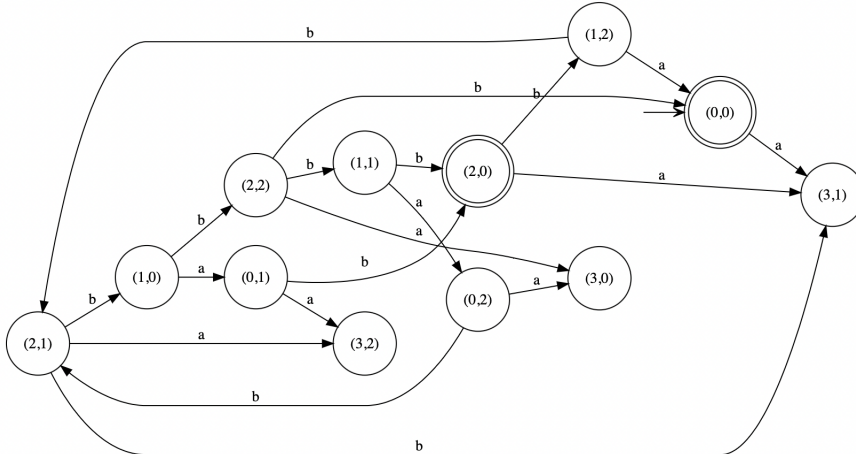
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



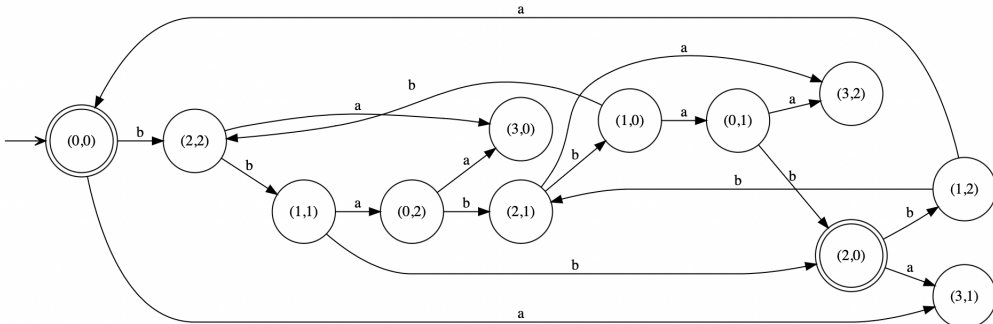
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

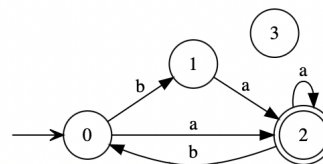
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



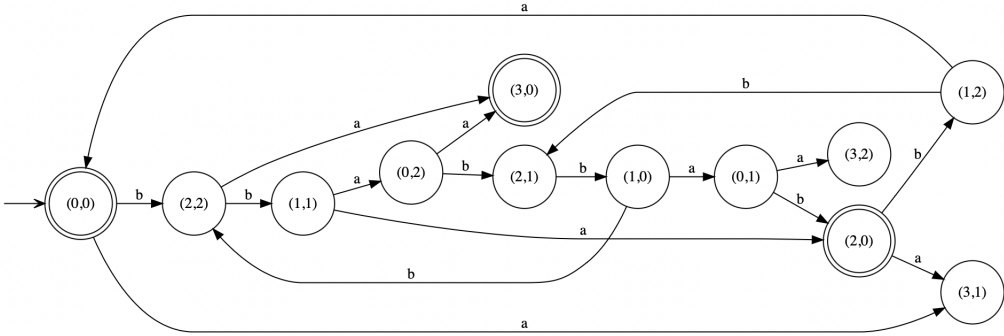
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



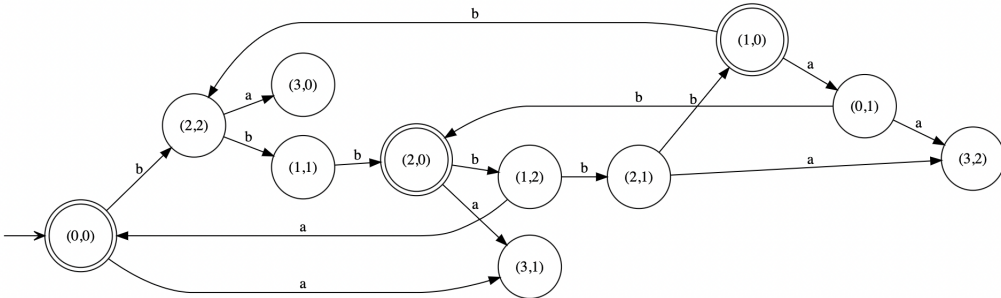
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



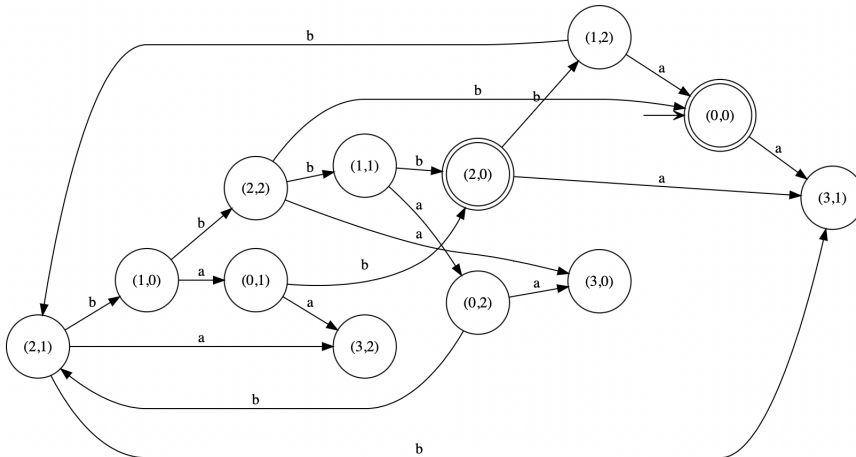
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



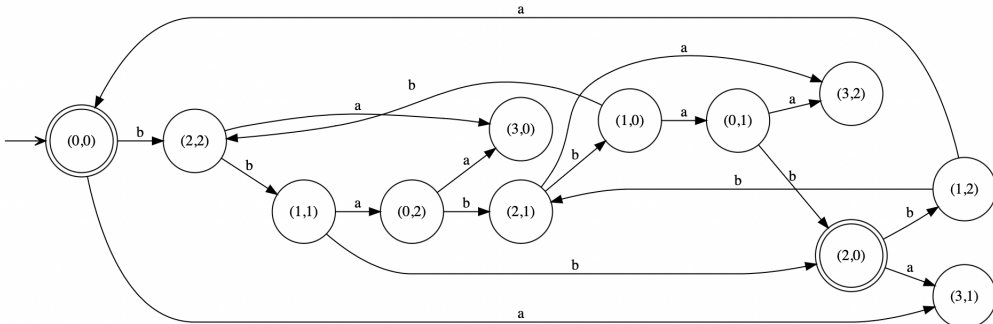
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e A accepte le langage universel.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

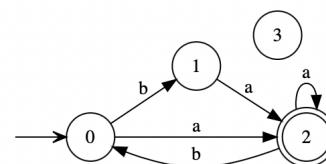
- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état accessible. ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'est pas complet. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

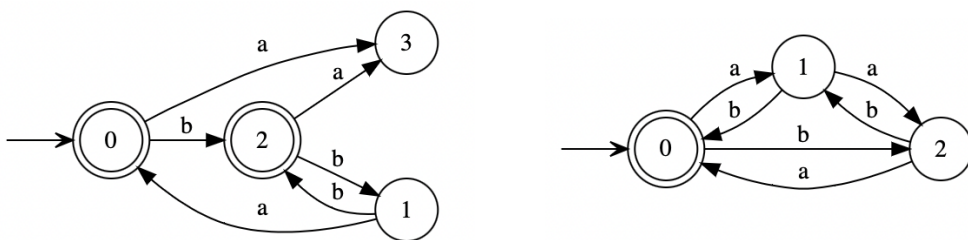


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

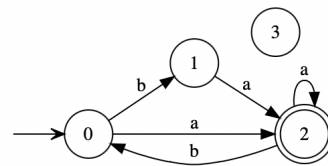
- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

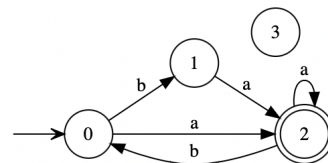


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

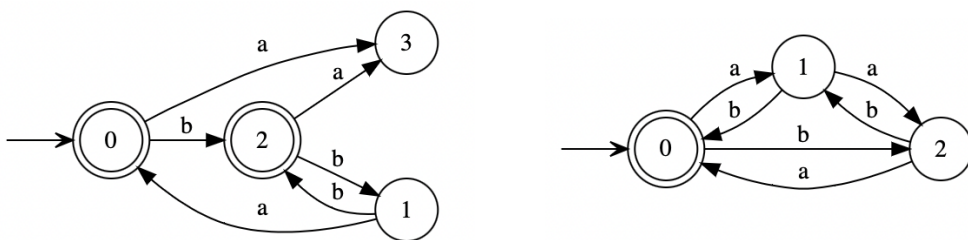


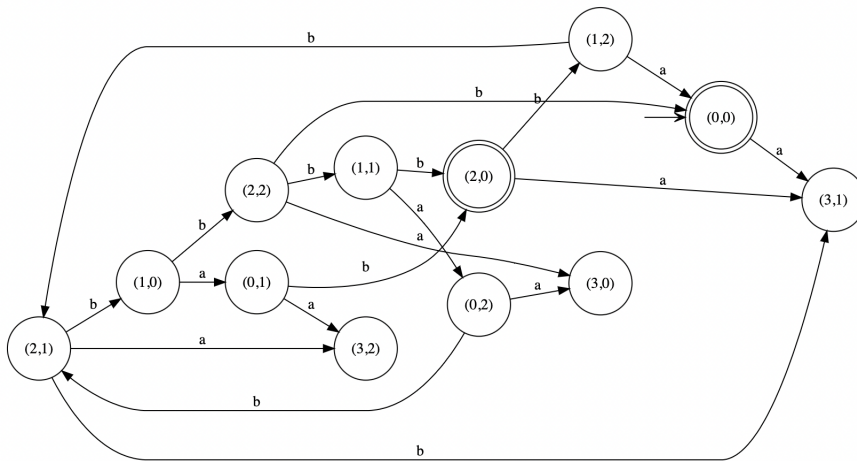
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b A a au moins un état accessible. ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'est pas complet.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

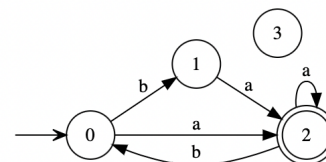
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

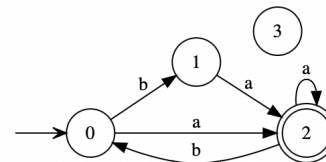
- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A accepte le langage universel.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

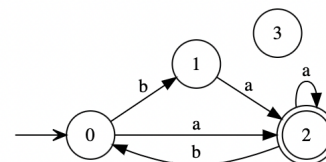
- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

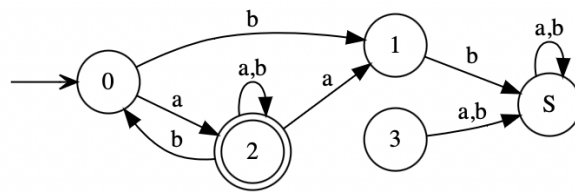
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

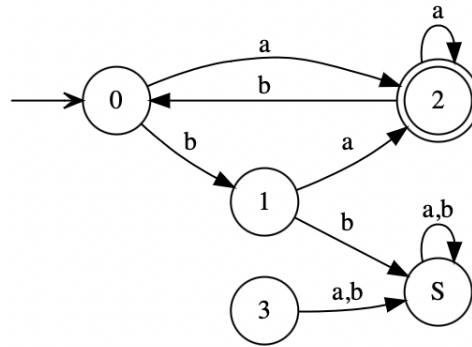
☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



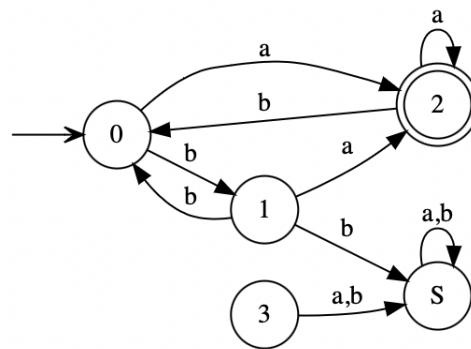
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c u n'est pas accepté par A .
☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A n'est pas complet.
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A possède un état puits ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

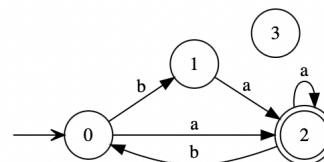
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

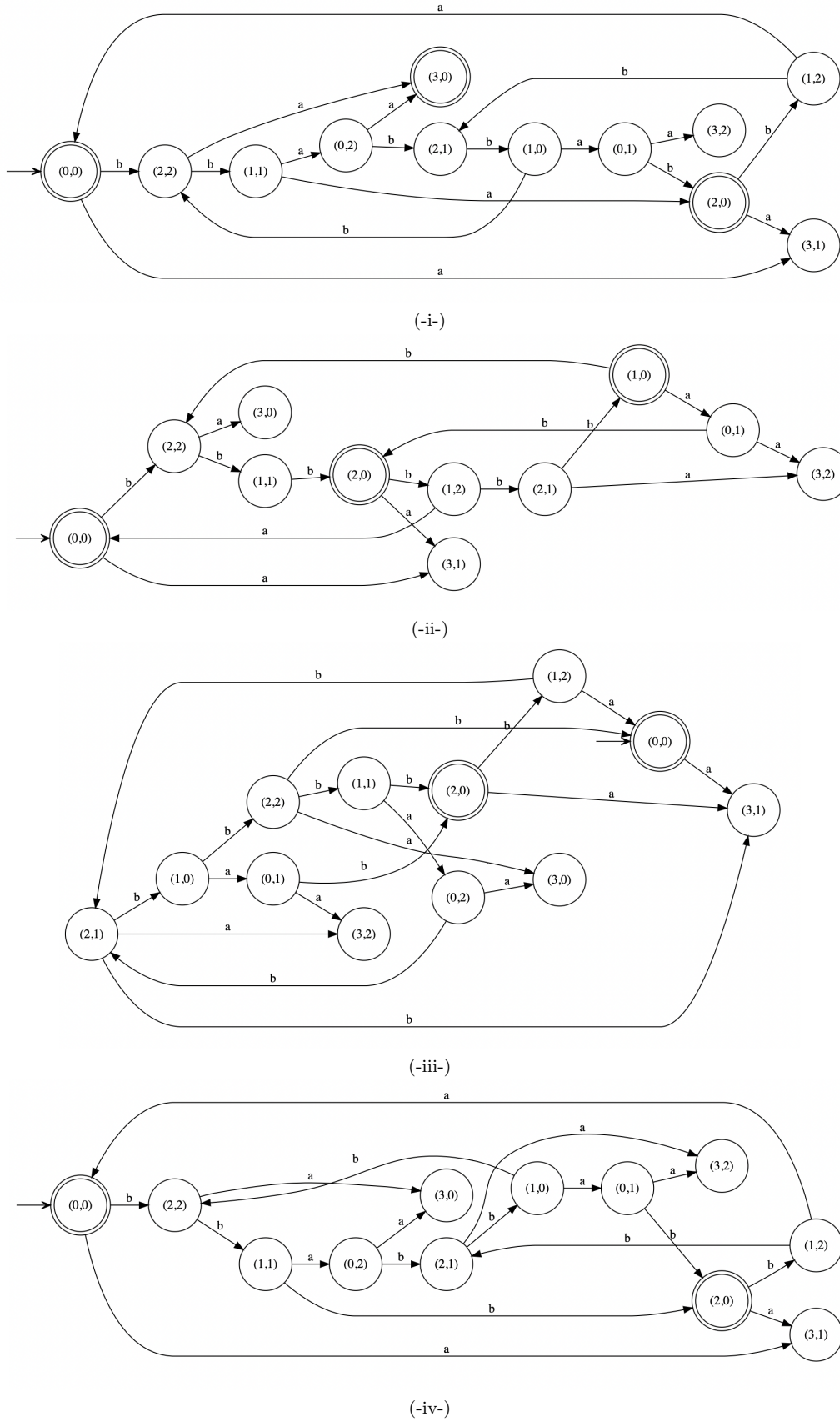


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application.
- ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Un mot peut être vide.
- ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐g A a au moins un état non accessible. ☐h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐b P est forcément déterministe.
- ☐c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par facteur. ☐b Σ est fermé par préfixe.
- ☐c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐g Σ est fermé par suffixe. ☐h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

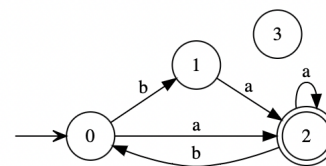
- ☐a u est accepté par A . ☐b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐c A est complet.
- ☐d A a des états accepteurs. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.

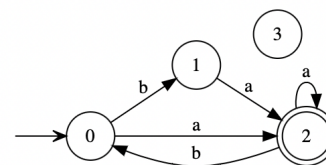


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-i-. ☐d Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐b Celui de la Figure 3-ii-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 3-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A n'est pas complet.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

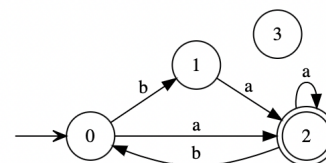
- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

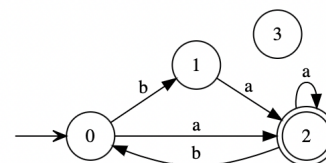


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

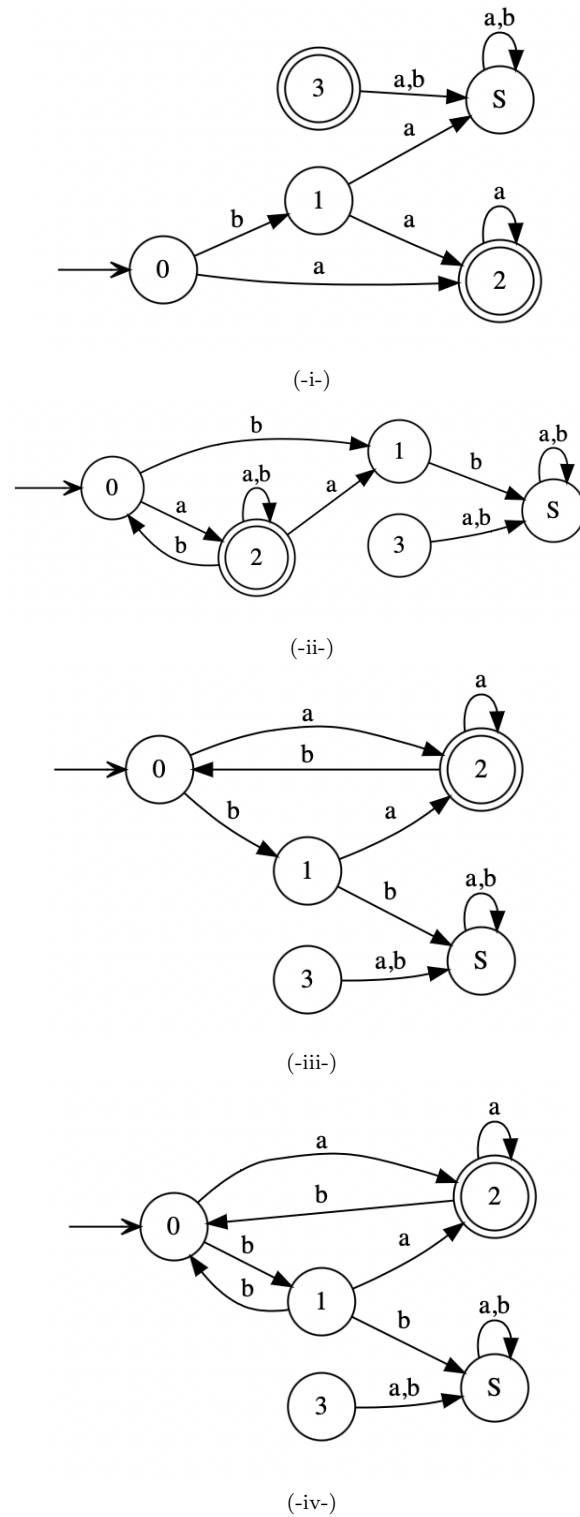


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c A accepte le langage universel.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

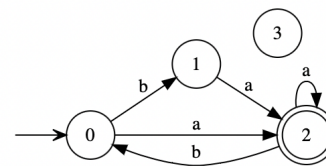
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.

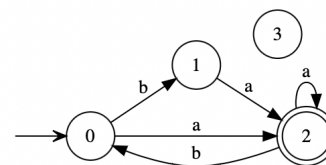


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ j Un mot est une application.

- ☐k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a A possède un état puits ☐b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐d Tous les états de A sont accepteurs. ☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐f A accepte le langage universel.
- ☐g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

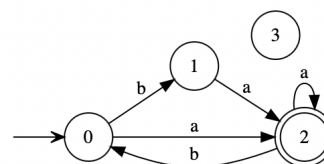
- ☐a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐b A est complet.
- ☐c Les états de A sont tous accessibles. ☐d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐e A a des états accepteurs.
- ☐f u est accepté par A .
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



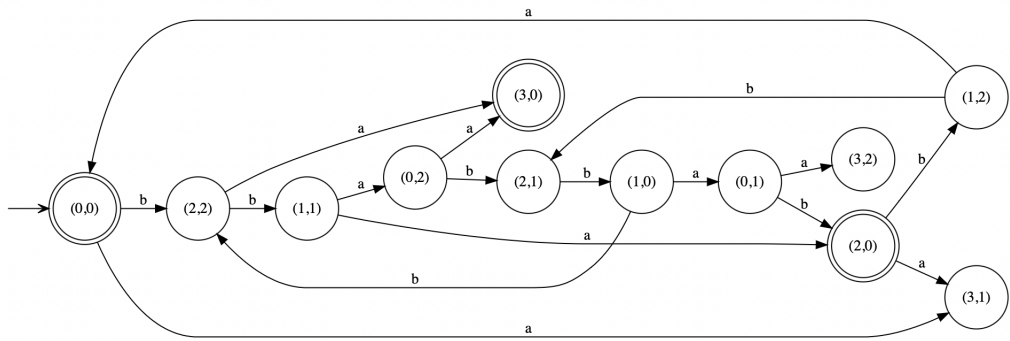
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



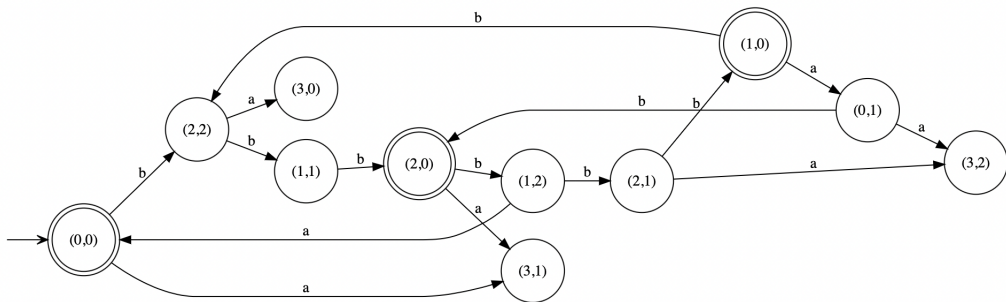
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



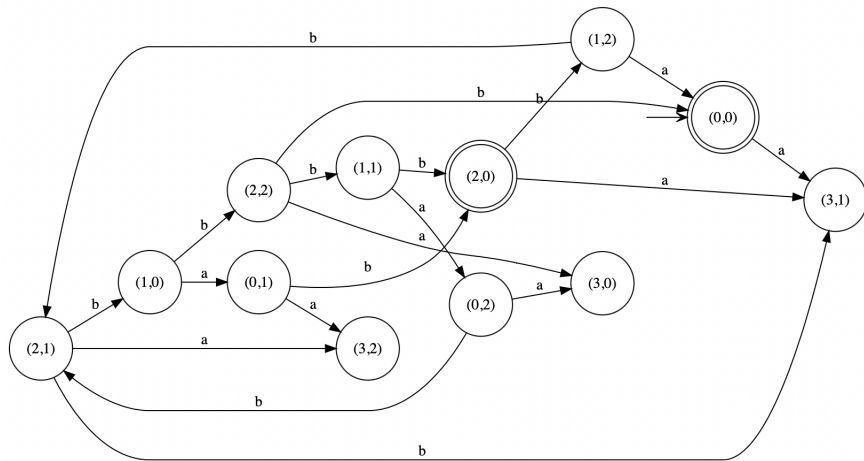
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



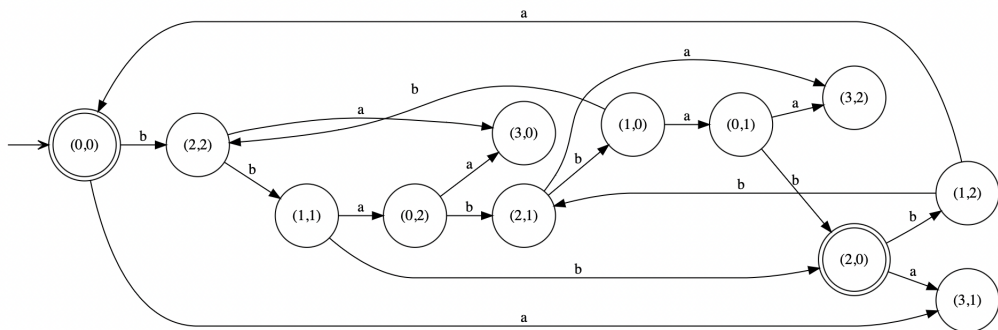
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g u n'est pas accepté par A .
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c u est accepté par A . ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

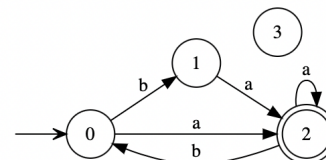
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs. ☐ e A possède un état puits
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A .
☐ c A n'est pas complet.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h A a au moins un état non accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits

- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

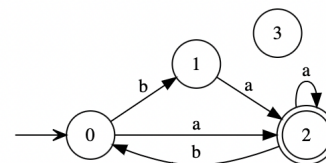
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

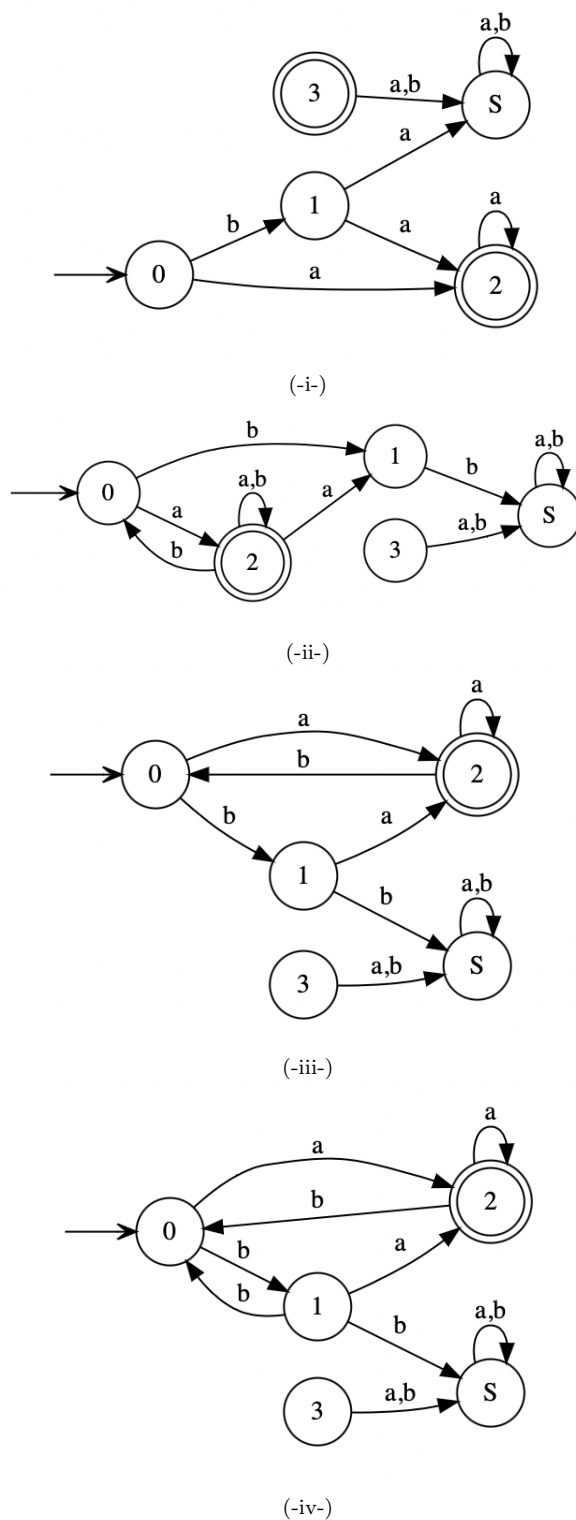


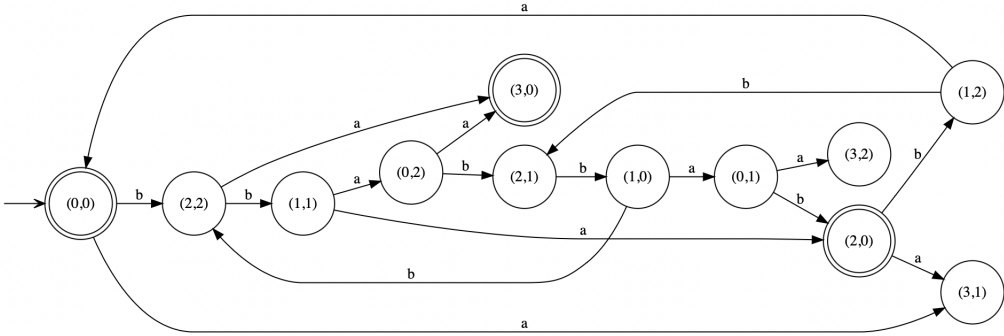
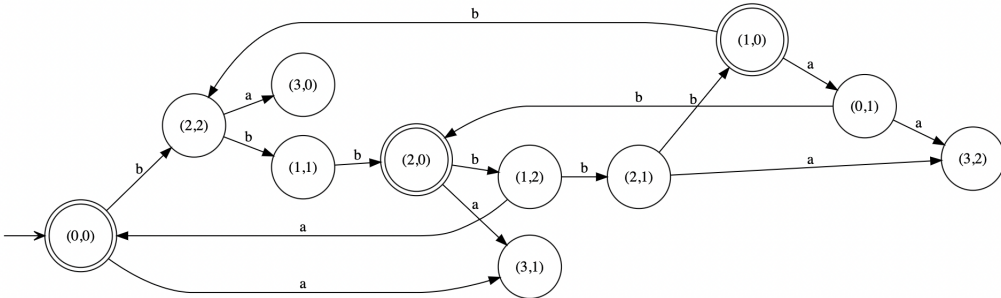
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



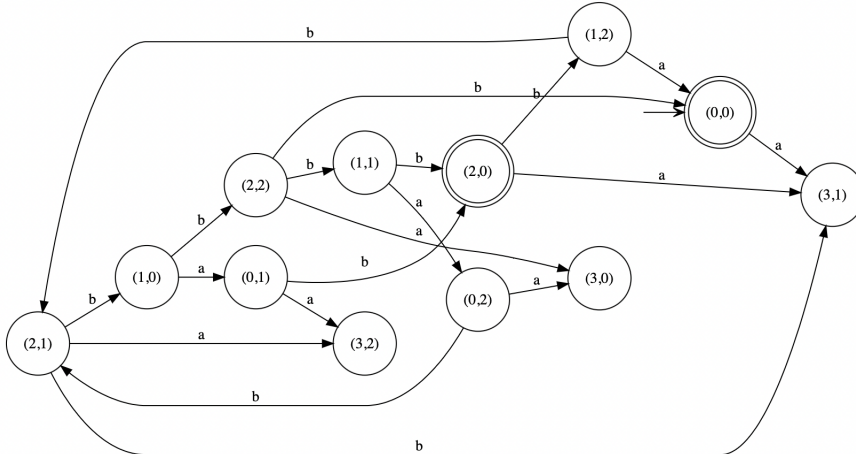
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

 $(-\mathbf{i}-)$ 

(-ii-)



(-iii-)

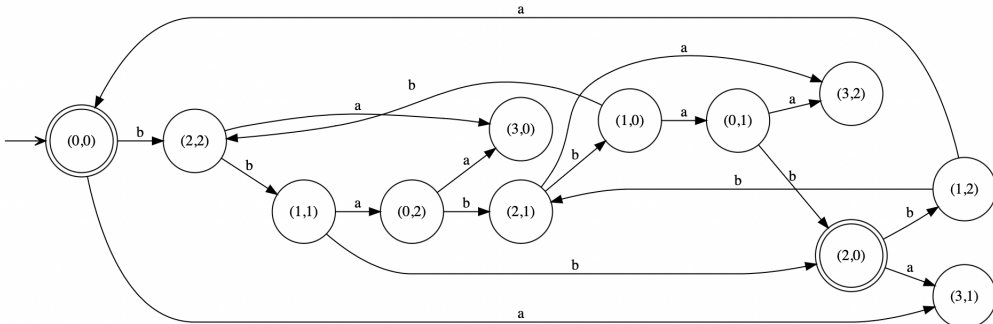
 $(-iv-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A .
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a au moins un état accessible.
☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

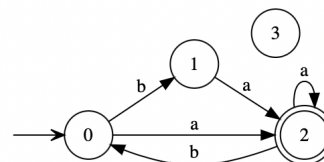
- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot est une application.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A n'est pas complet. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

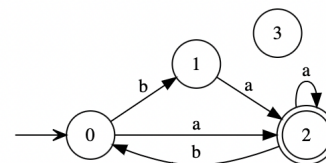
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



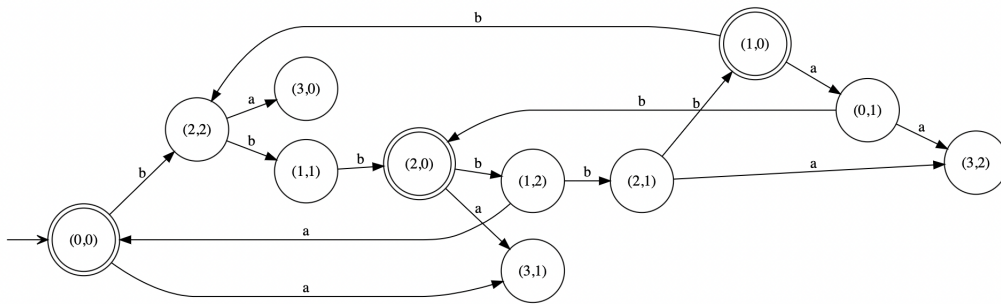
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



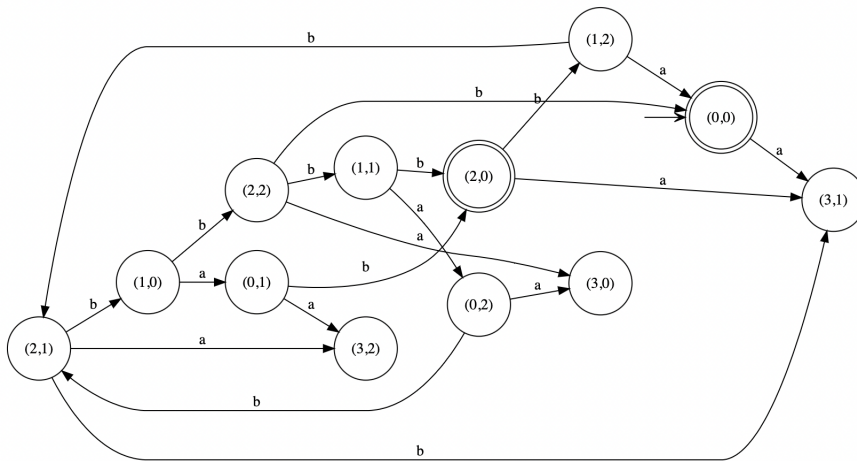
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



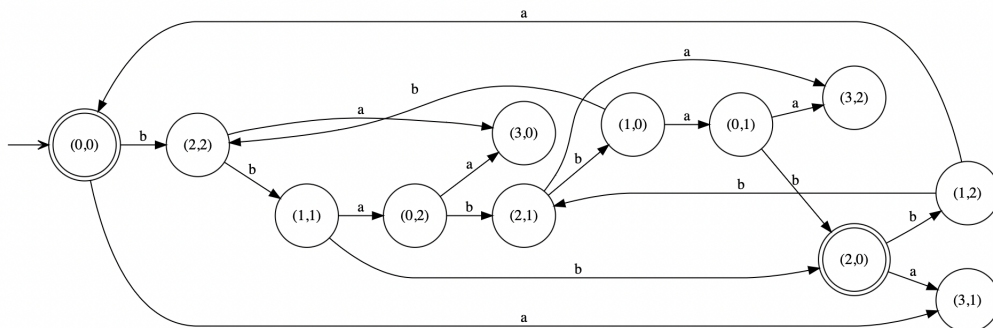
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.	☐ b	Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c	Σ est fermé par facteur.	☐ d	Σ^* est fermé par facteur.
☐ e	Σ est fermé par préfixe.	☐ f	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g	Σ est fermé par suffixe.	☐ h	Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut être infini.	☐ b	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ d	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e	Un mot peut être vide.	☐ f	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ h	Un mot est une fonction.
☐ i	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ j	Un mot est une application.
☐ k	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ l	Un mot possède une infinité de suffixe.

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

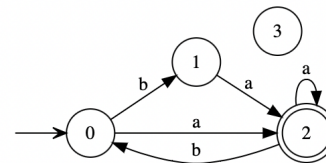
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

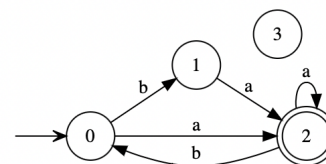


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e A possède un état puits
☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

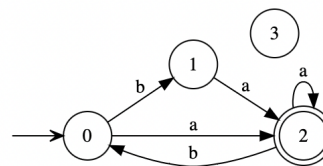
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

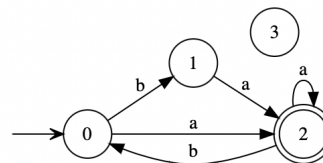


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

- ☐e Tous les états de A sont accepteurs. ☐f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ^* est fermé par préfixe. ☐b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐c Σ est fermé par facteur. ☐d Σ^* est fermé par suffixe. ☐e Σ est fermé par préfixe.
☐f Σ^* est fermé par facteur. ☐g Σ est fermé par suffixe.
☐h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐c Un mot peut être vide. ☐d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐f Un mot est une fonction.
☐g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐h Un mot est une application.
☐i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐l Un mot peut être infini.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

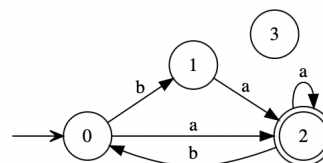
- ☐a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐b u est accepté par A . ☐c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐d A a des états accepteurs. ☐e Les états de A sont tous accessibles.
☐f A est complet.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
☐b Celui de la Figure 2-iii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

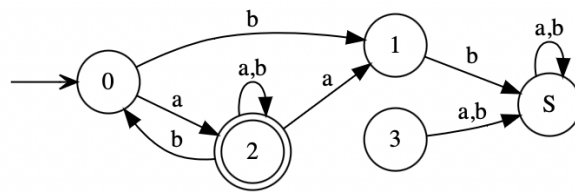
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

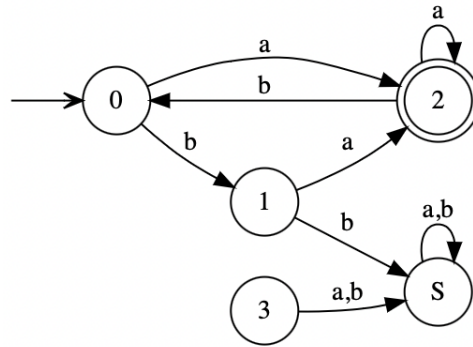
☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



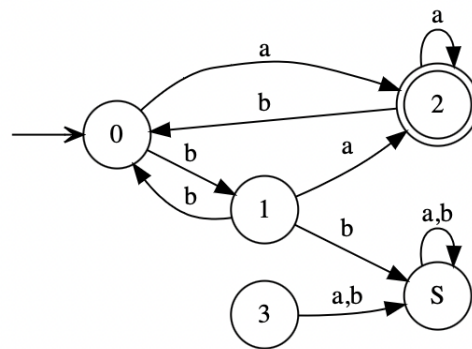
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

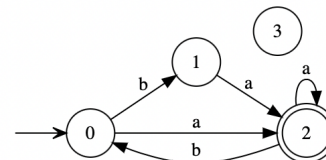
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

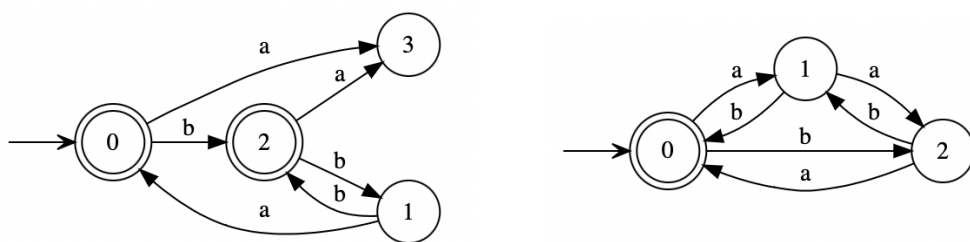


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par facteur.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b A possède un état puits
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'est pas complet. ☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

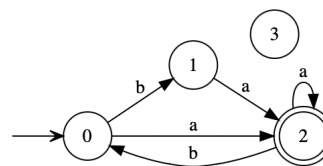
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

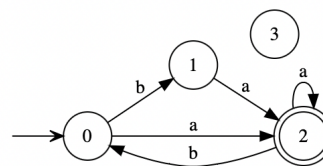


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



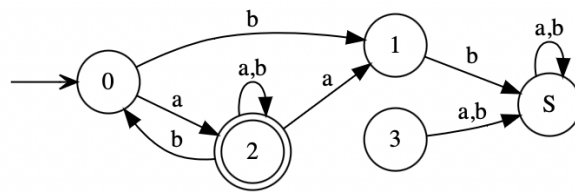
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

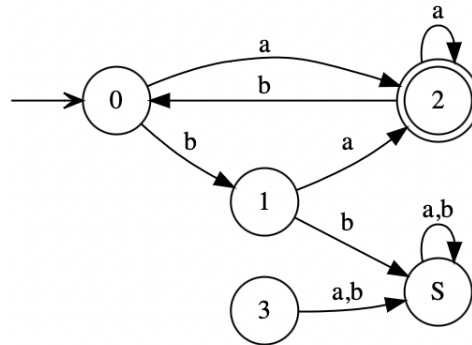
- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



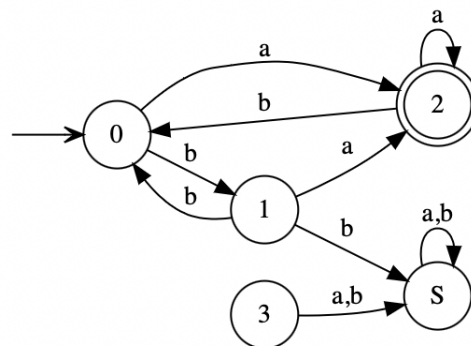
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

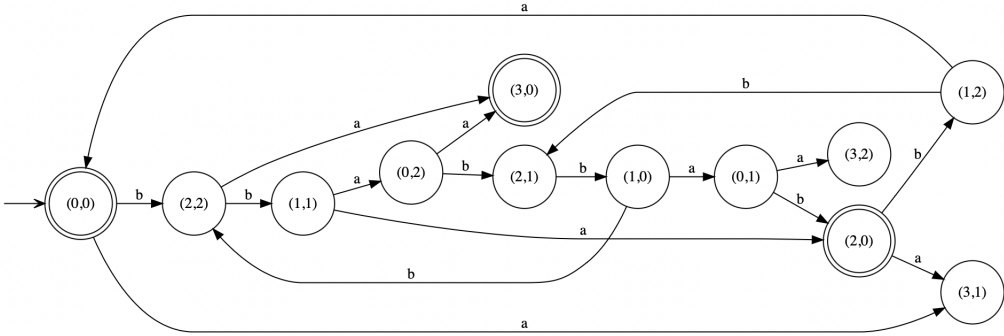
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



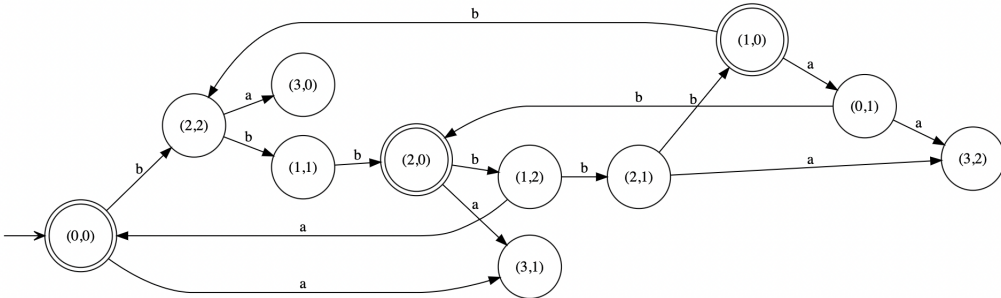
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



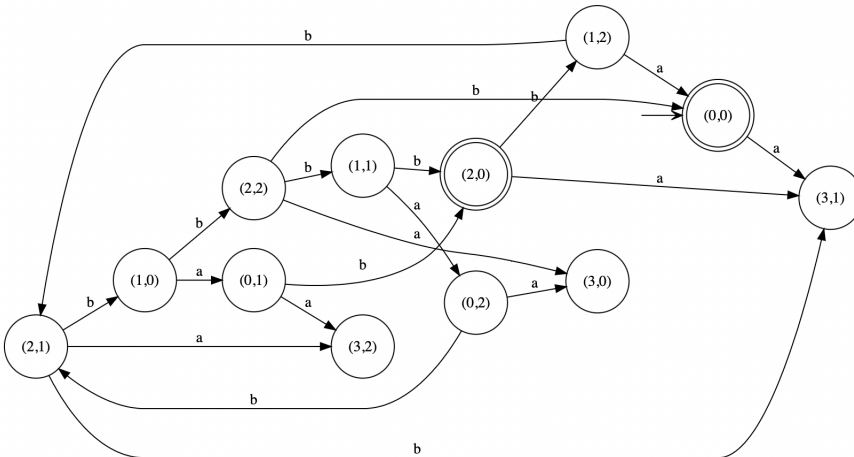
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

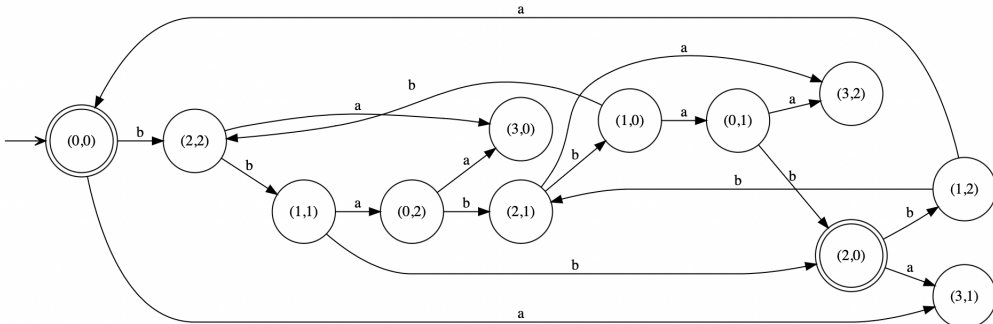
 $(-iv-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

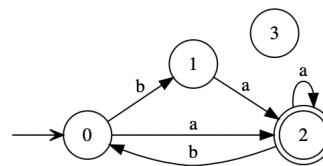
- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A a au moins un état non co-accessible.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

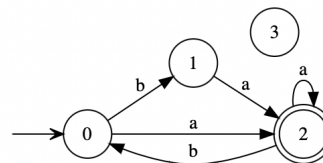


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

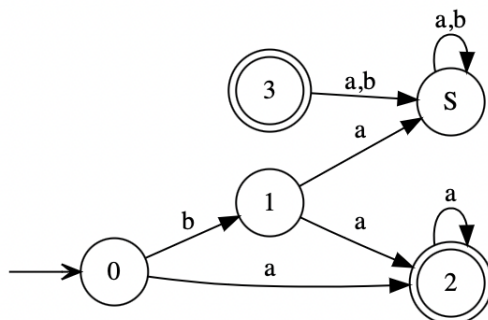
- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non co-accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

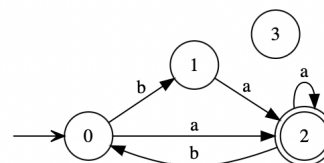
- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

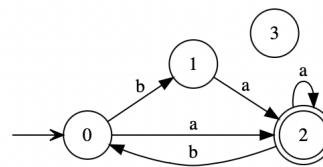


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

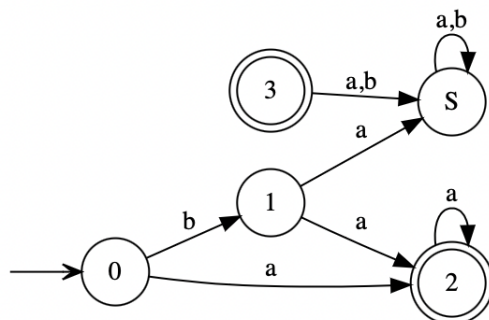


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



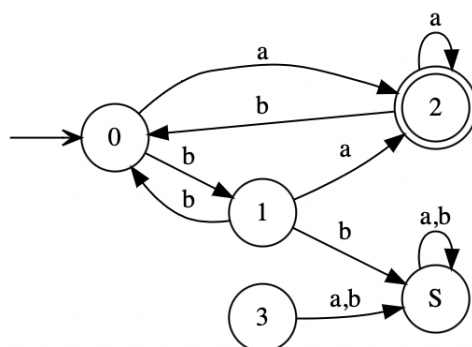
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

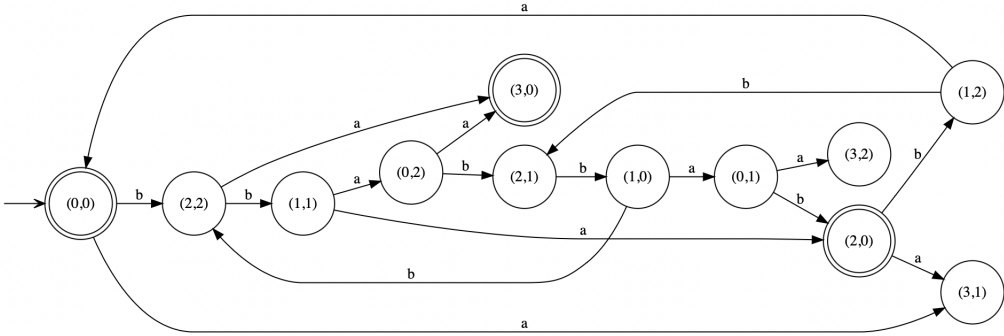
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



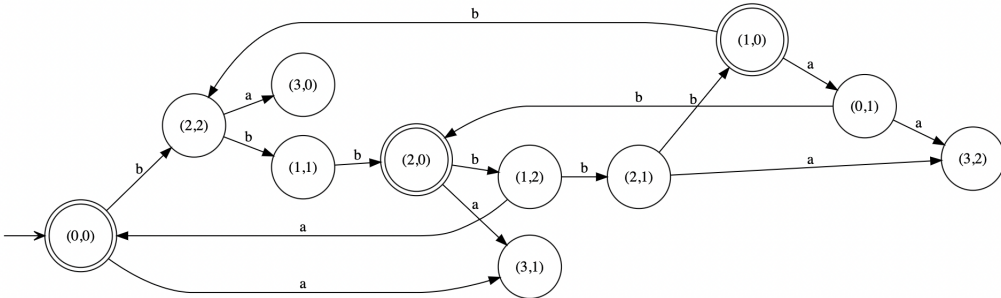
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



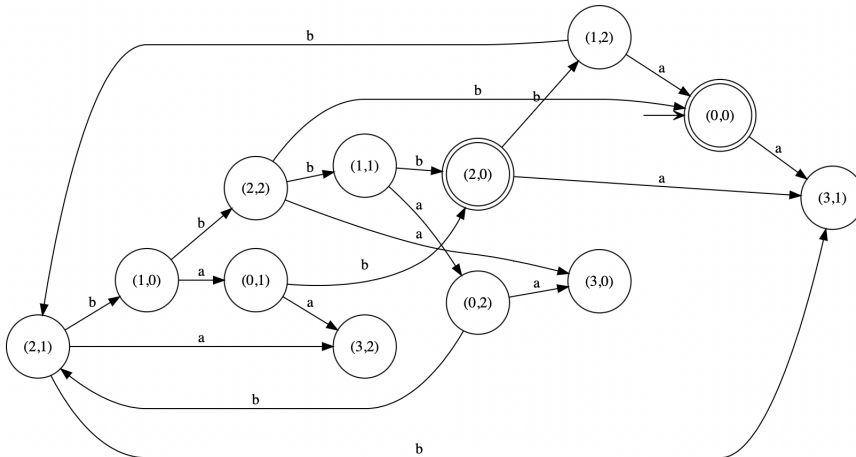
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



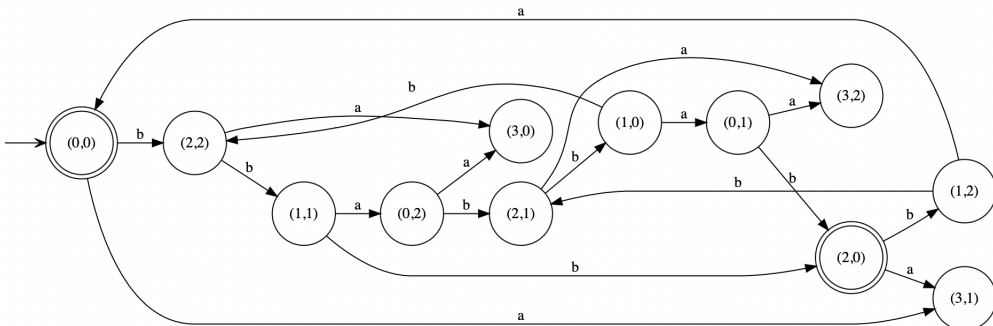
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A n'est pas complet.
☐ d A n'a pas d'état accepteur.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f u n'est pas accepté par A . ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b u est accepté par A . ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

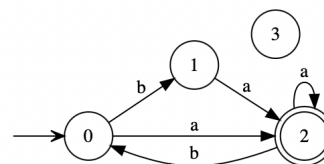
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

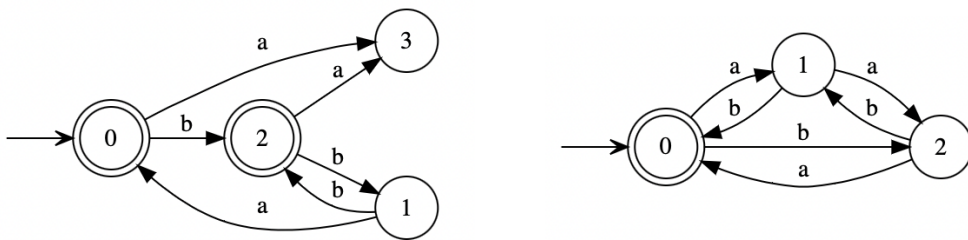


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d A est complet.
☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e A n'est pas complet.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

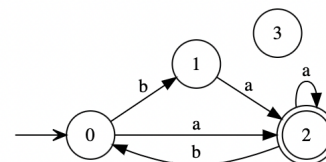
- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

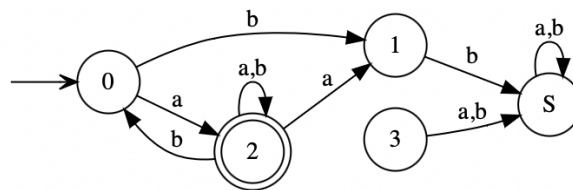
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

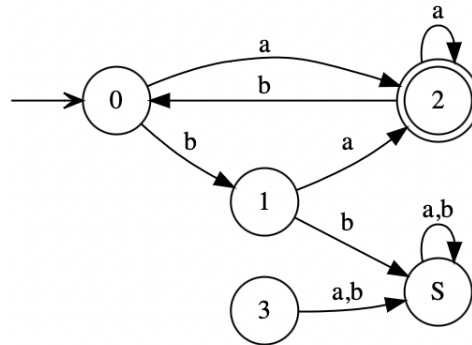
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



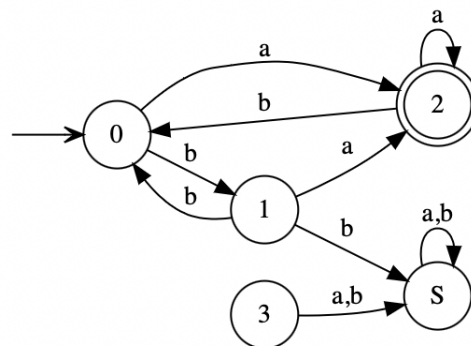
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

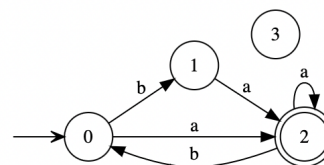
- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii.	☐ d	Celui de la Figure 3-i.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

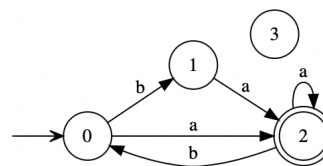
- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

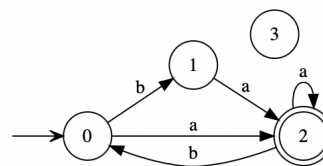


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

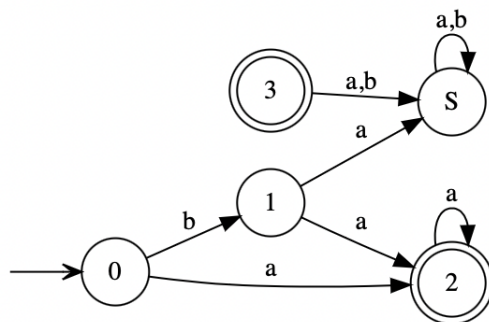
- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



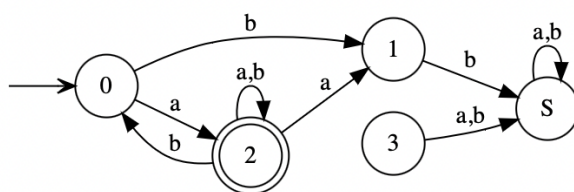
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



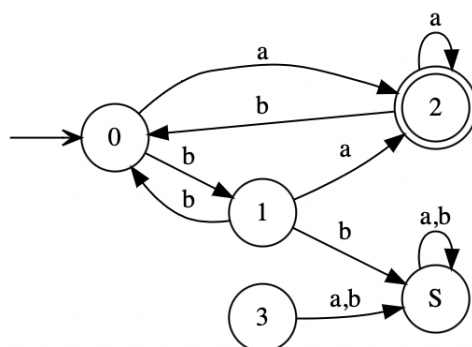
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état accessible.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot est une application.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

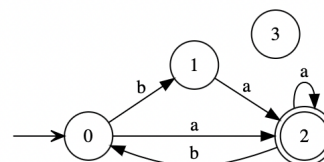
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

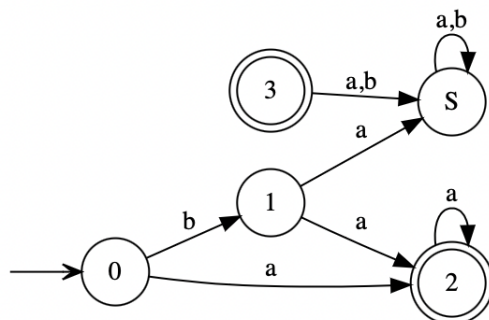


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot est une fonction.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

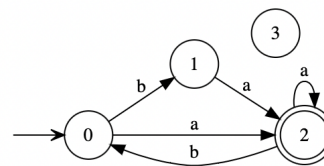
- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

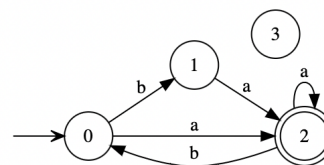


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet.
- ☐ e A a des états accepteurs. ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

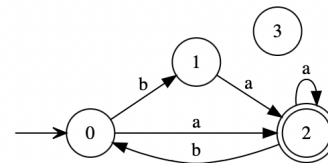
- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

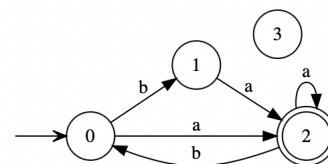


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot peut être vide.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.

- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

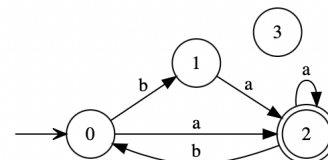
- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

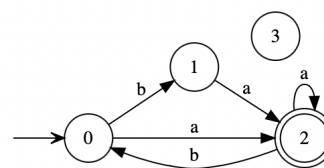


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

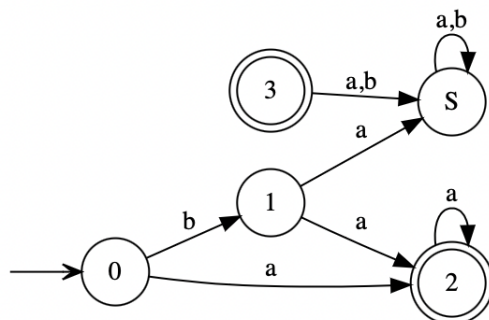


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

- ☐k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐l Un mot peut être vide.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐b A accepte le langage universel. ☐c Tous les états de A sont accepteurs.
☐d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐g A possède un état puits
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

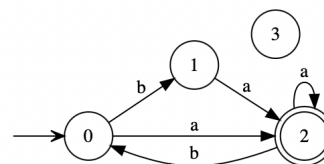
- ☐a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐b u est accepté par A .
☐c Les états de A sont tous accessibles. ☐d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐e A est complet.
☐f A a des états accepteurs.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

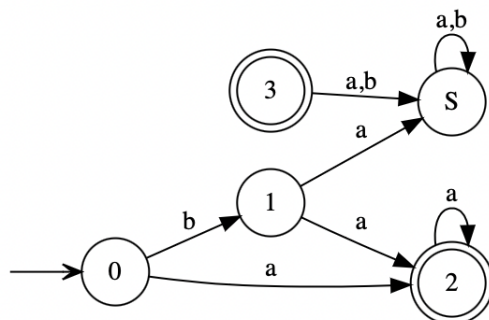


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



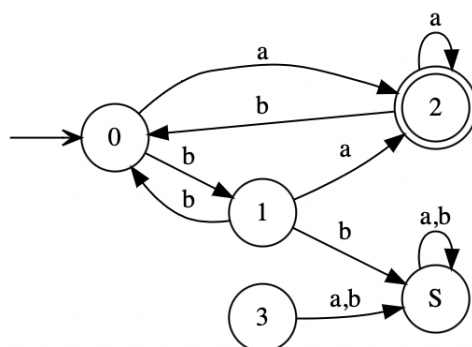
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.

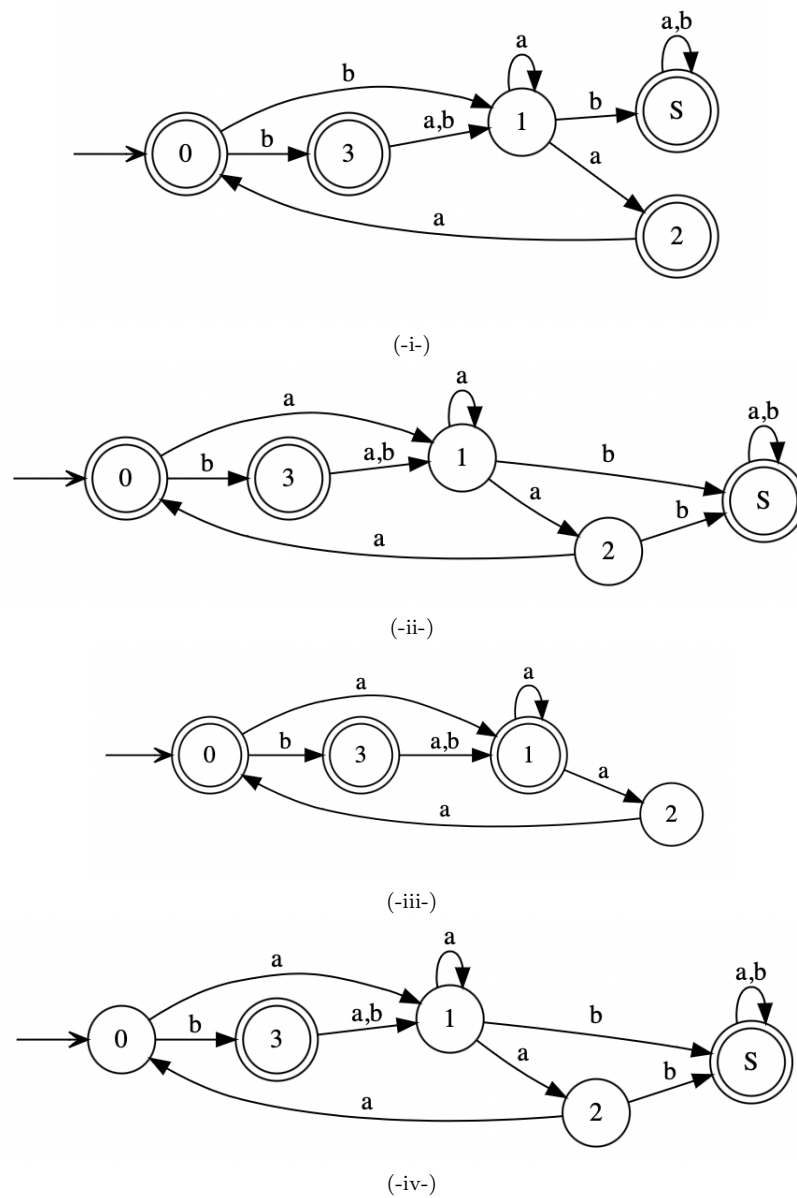


FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet.
☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A possède un état puits
☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

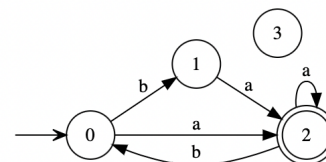
- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



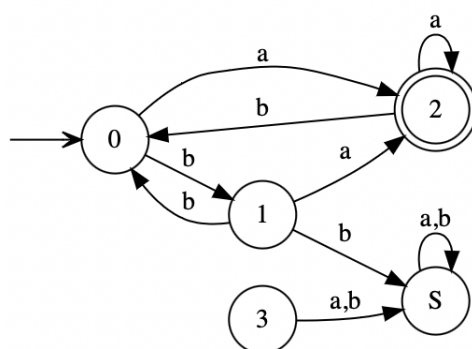
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
- ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par préfixe.

- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

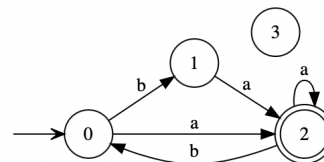
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii- ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i- ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



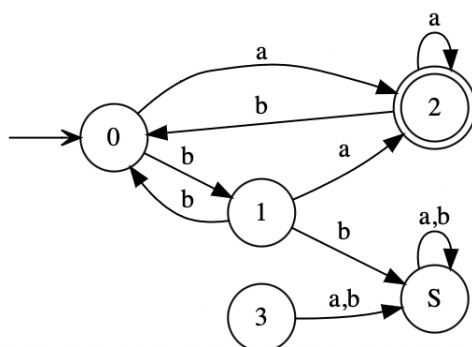
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

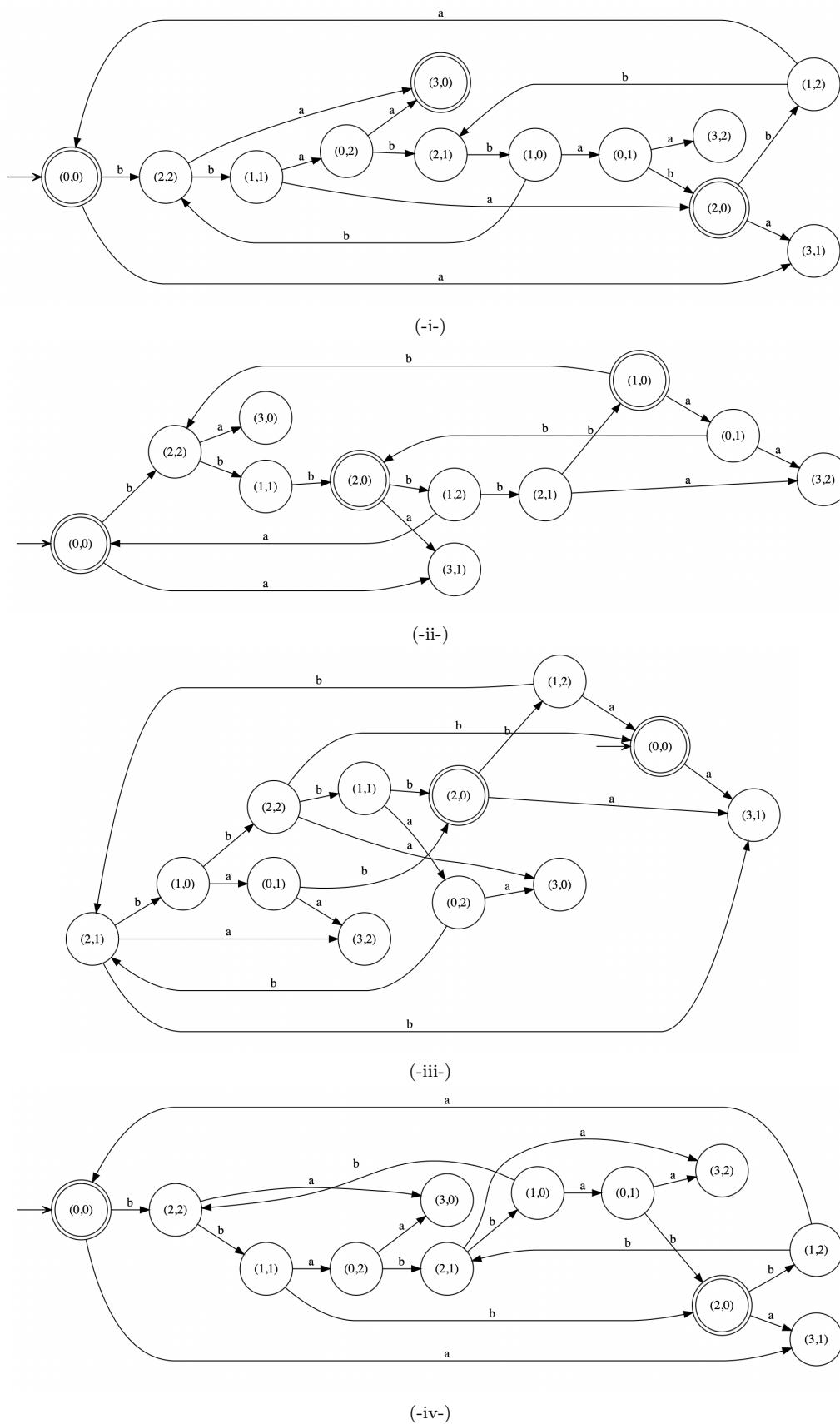


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot est une application.

- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐c A possède un état puits ☐d Tous les états de A sont accepteurs.
☐e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐f A accepte le langage universel. ☐g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐c Σ^* est fermé par facteur.
☐d Σ est fermé par suffixe. ☐e Σ^* est fermé par préfixe. ☐f Σ^* est fermé par suffixe.
☐g Σ est fermé par facteur. ☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

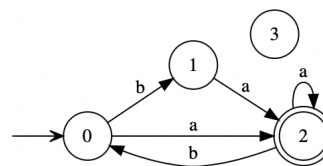
- ☐a A a au moins un état non co-accessible. ☐b u n'est pas accepté par A .
☐c A a au moins un état accessible. ☐d A n'est pas complet.
☐e A a au moins un état co-accessible. ☐f A n'a pas d'état accepteur. ☐g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐i A a au moins un état non accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.

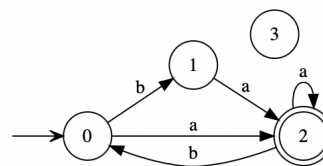


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-i-. ☐d Celui de la Figure 3-iv-.
☐b Celui de la Figure 3-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iii-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

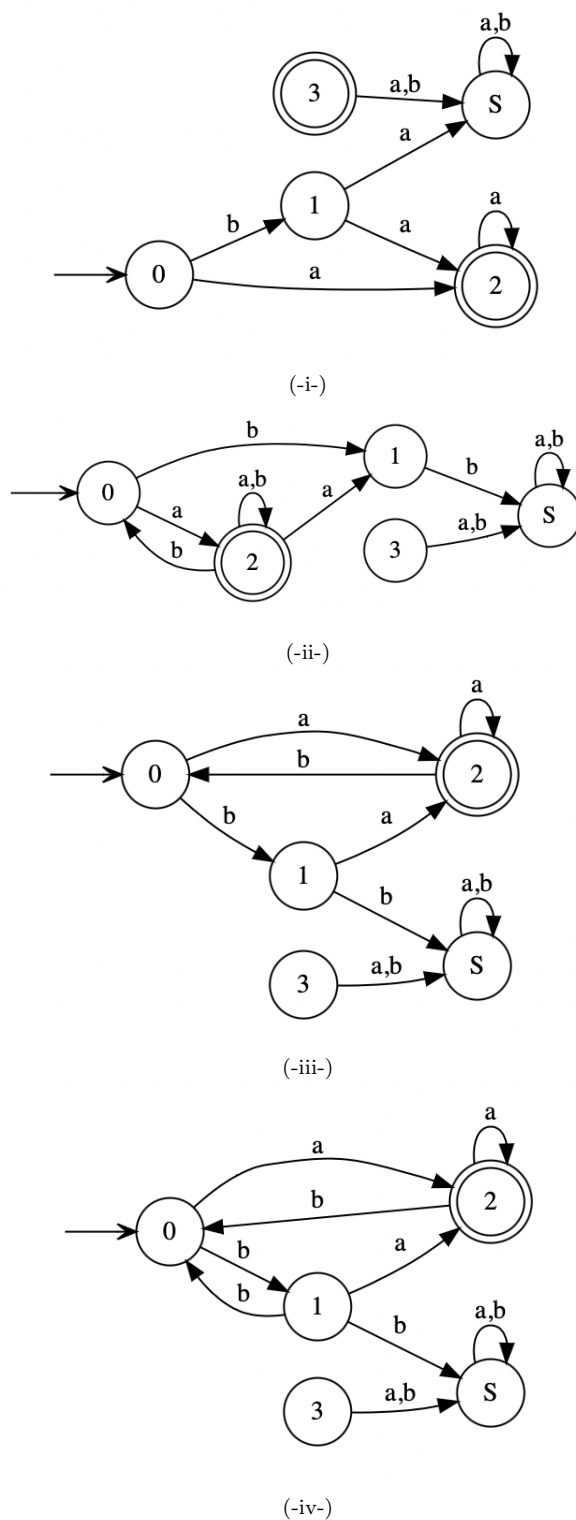


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

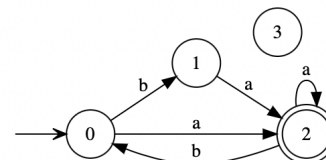
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

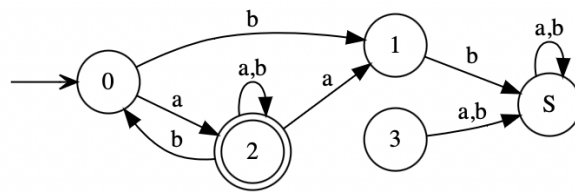
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

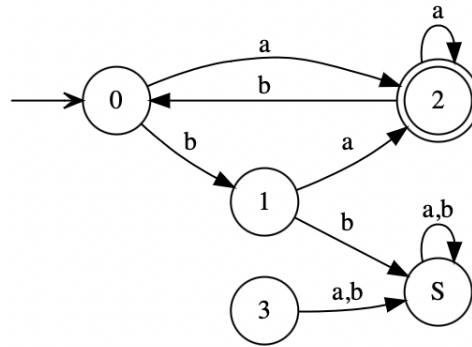
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



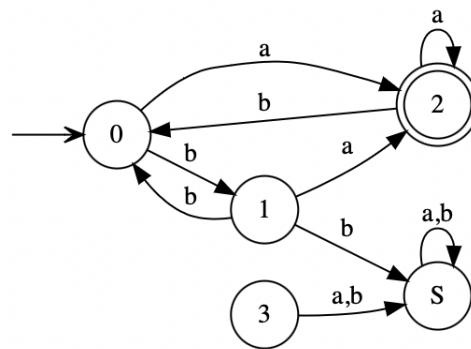
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A n'est pas complet.

- ☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

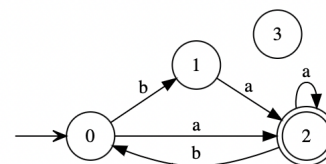
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



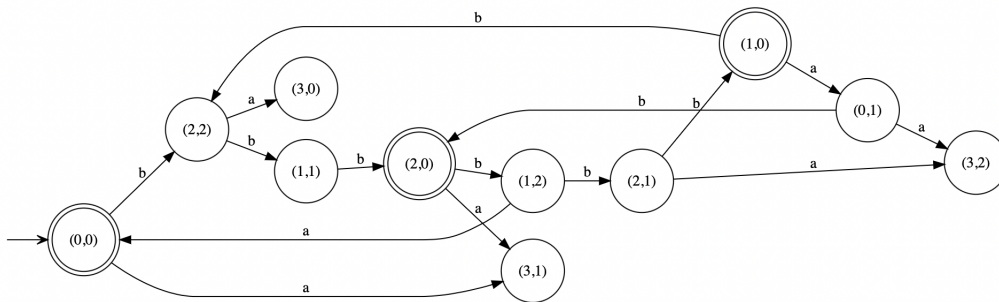
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



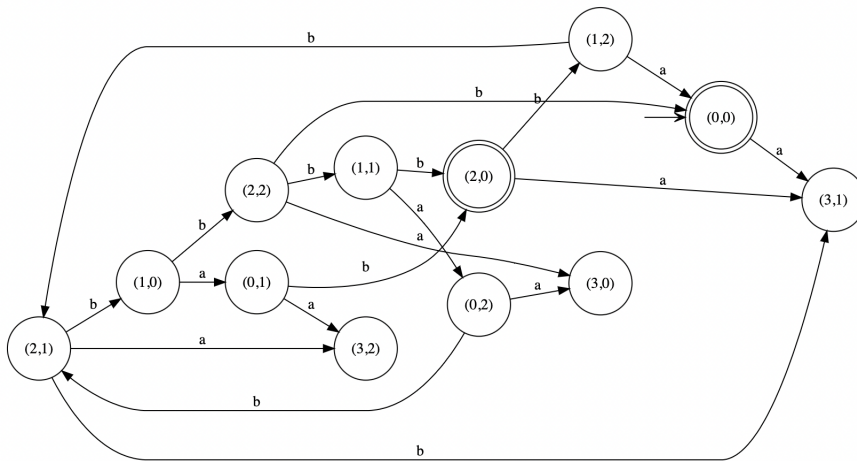
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



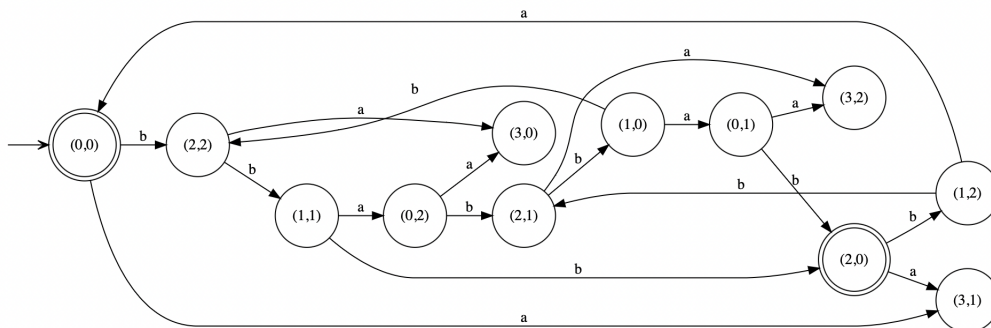
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par facteur. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot est une fonction.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A n'est pas complet. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A possède un état puits
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

- ☐g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐a P est forcément déterministe.
- ☐b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A a des états accepteurs. ☐b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐c u est accepté par A .
- ☐d Les états de A sont tous accessibles. ☐e A est complet.
- ☐f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

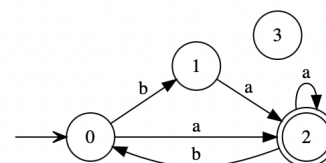
- ☐a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-iv-. ☐f Tous les automates.

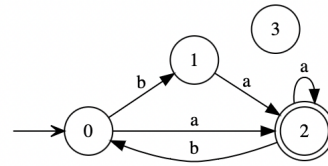


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



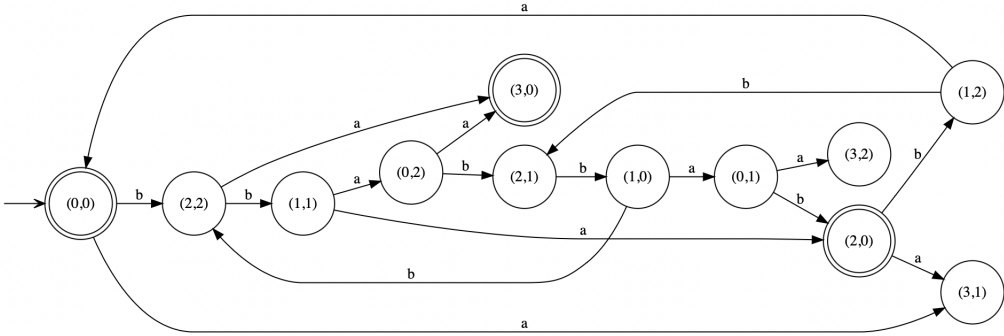
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



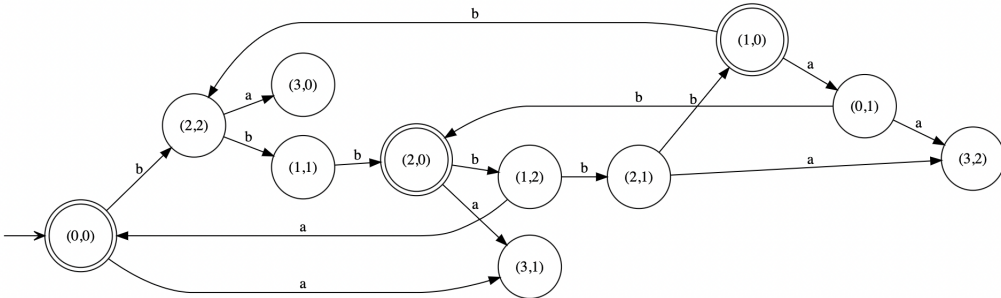
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



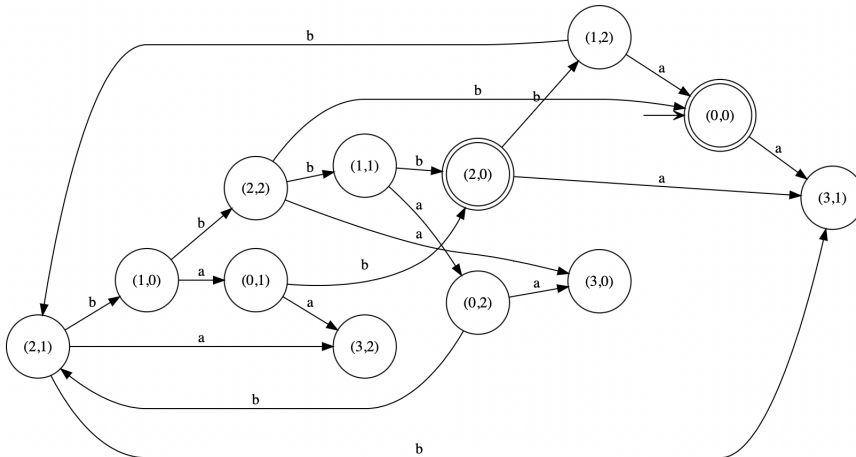
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



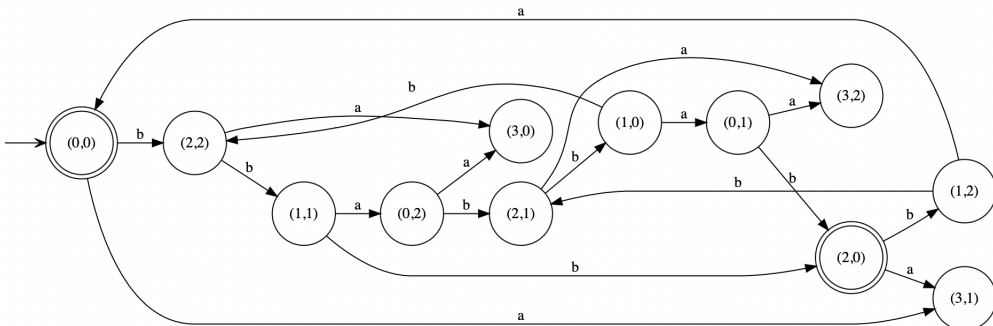
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c u n'est pas accepté par A .
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état co-accessible.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h A a au moins un état non accessible.
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A possède un état puits ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

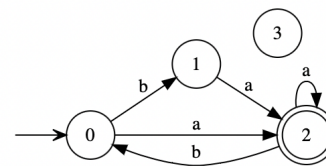
- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

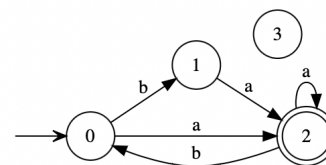


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

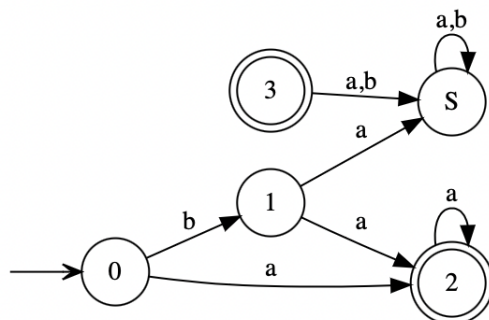
- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c u est accepté par A . ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

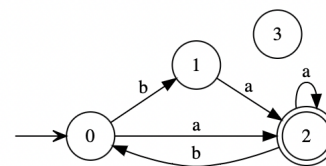
- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A n'est pas complet.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii. ☐ f Tous les automates.

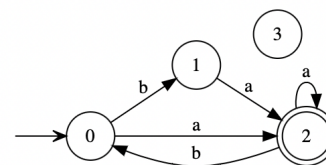


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

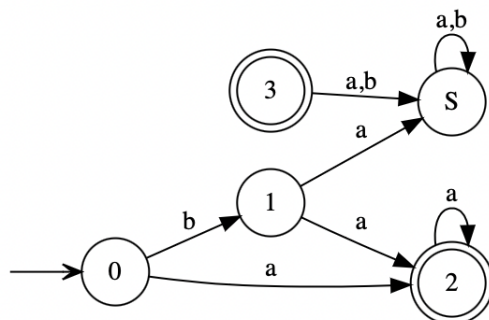
- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



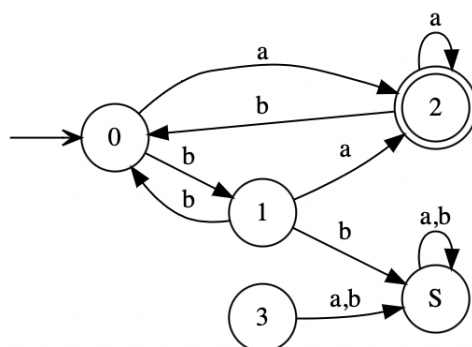
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

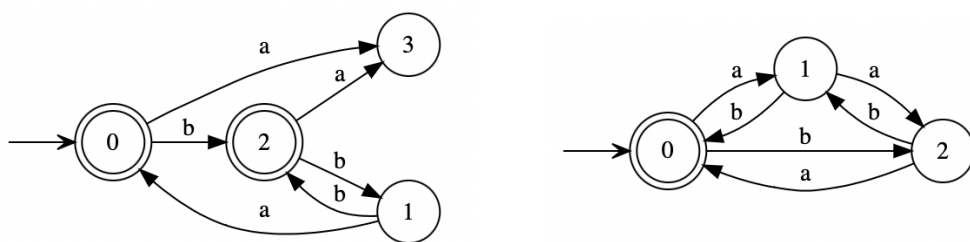


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a au moins un état accessible.
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A n'est pas complet. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A possède un état puits ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Un mot est une application.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

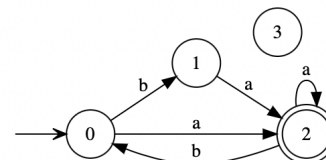
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

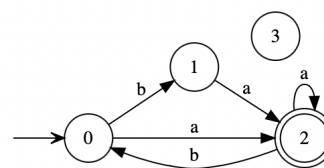


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

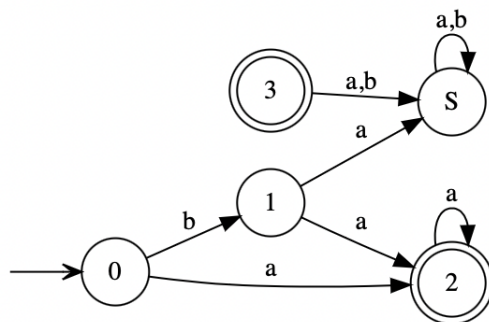


Partie 4 : Produit (4 points)

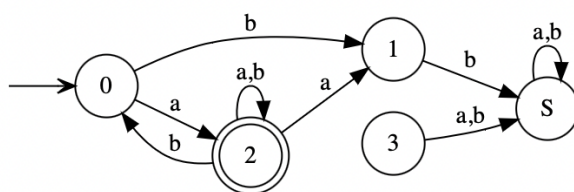
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



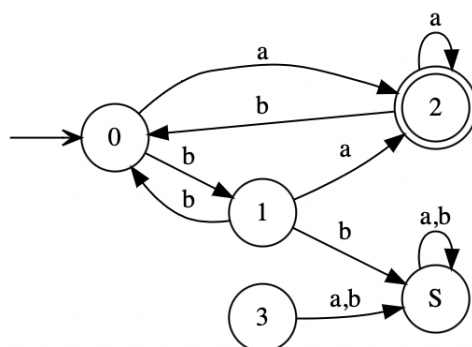
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état accessible. ☐ c A n'est pas complet. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état co-accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c Les états de A sont tous accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

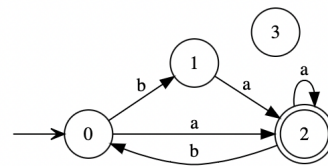
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

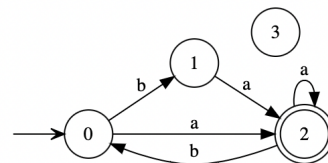


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

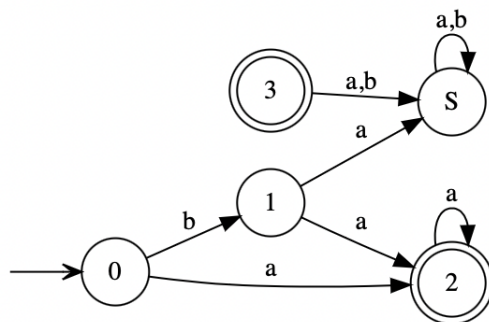
- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii-. ☐ f Tous les automates.



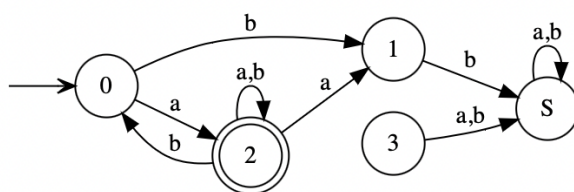
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



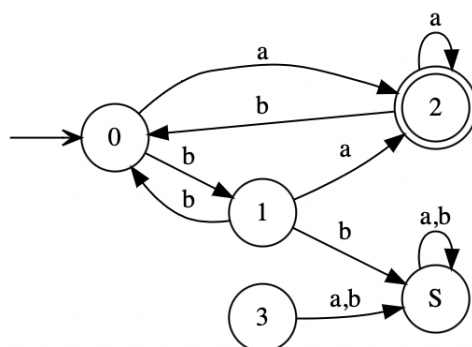
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



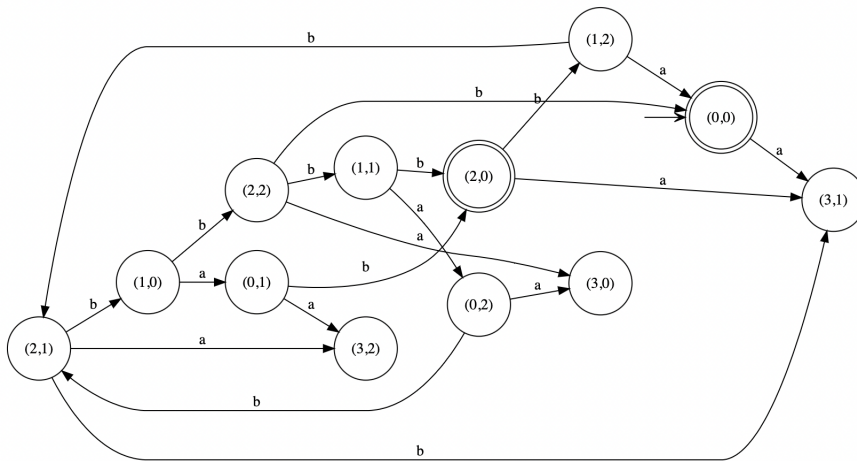
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



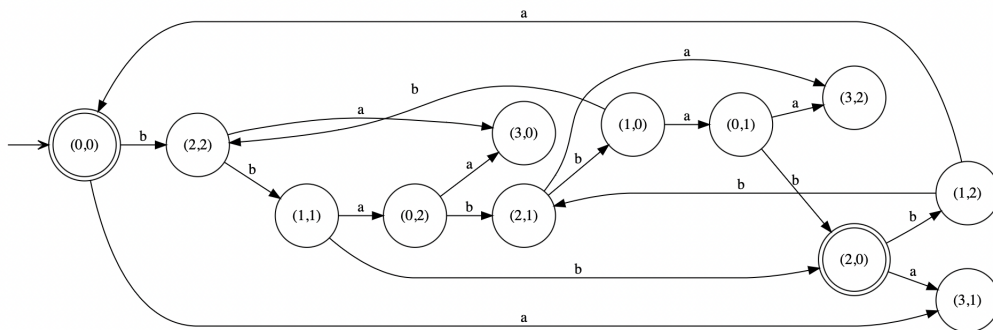
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par facteur. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot est une application. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b A accepte le langage universel. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

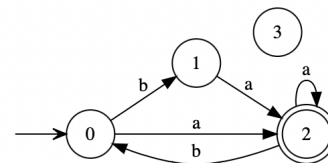
- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non accessible. ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
☐ d A n'est pas complet. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A a au moins un état co-accessible. ☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot est une fonction.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.

☐ h Σ^* est fermé par suffixe.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a A possède un état puits ☐ b A accepte le langage universel.

☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.

☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.

☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous accessibles.

☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A a des états accepteurs.

☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

☐ c P est forcément déterministe.

☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

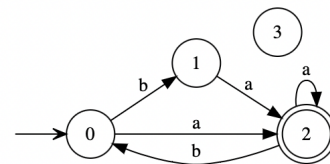
Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.

☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

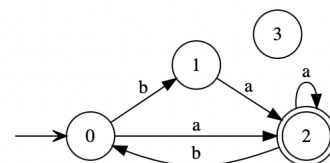
Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.

☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.

☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

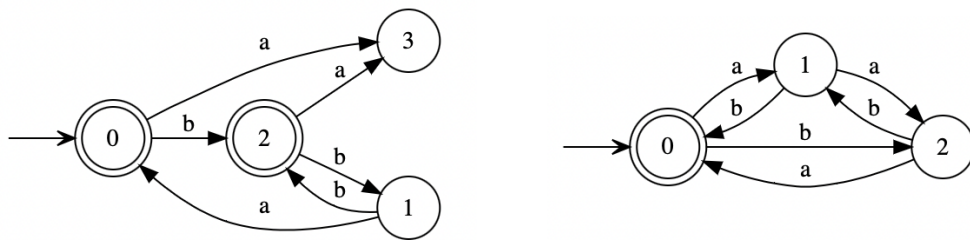


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une application.	☐ b	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ d	Un mot est une fonction.
☐ e	Un mot peut être infini.	☐ f	Un mot peut être vide.
☐ g	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ h	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ j	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ l	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

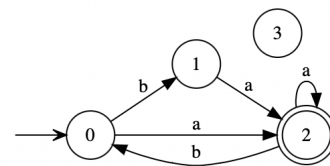
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

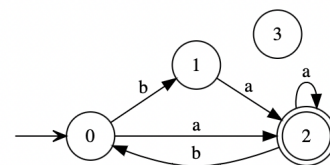


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-i. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être vide.
- ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par suffixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A a au moins un état co-accessible.
☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état non accessible. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

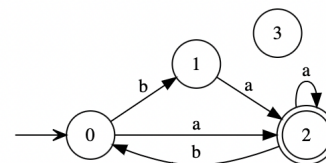
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



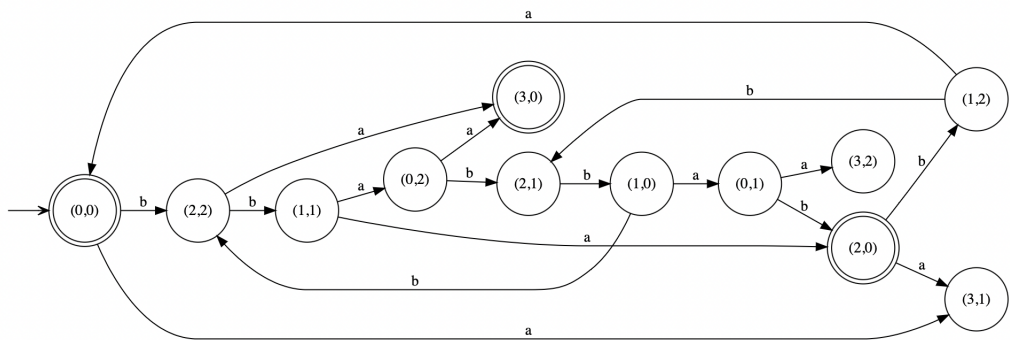
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



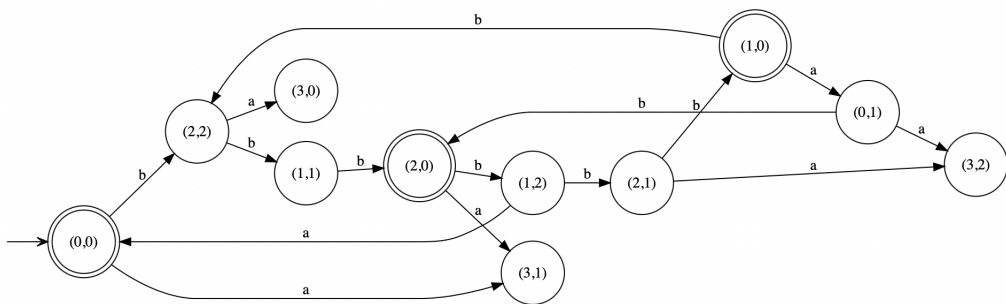
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



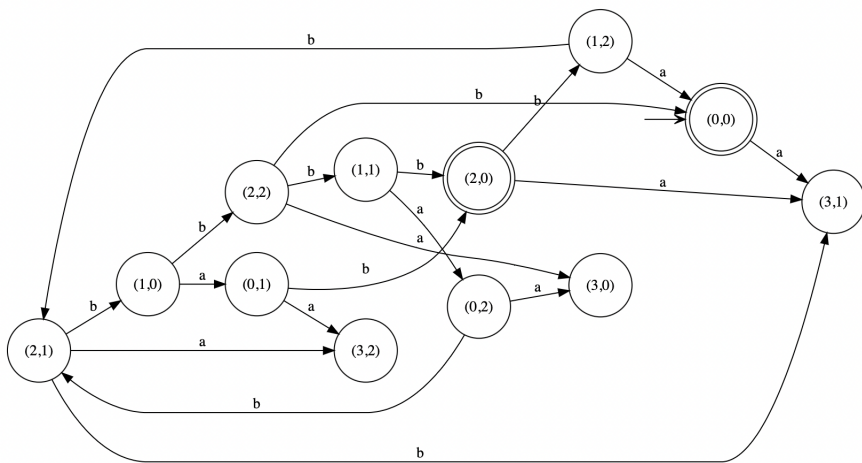
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



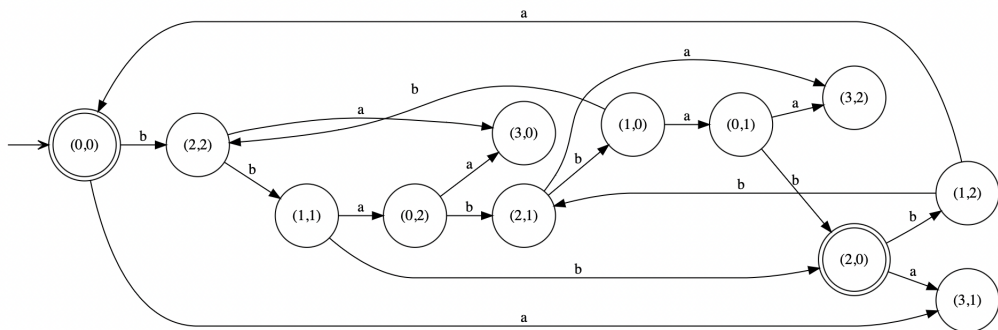
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Un mot peut être infini.
- ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot est une application.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par facteur.

- ☐g Σ^* est fermé par suffixe. ☐h Σ est fermé par suffixe.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐b u est accepté par A . ☐c Les états de A sont tous accessibles.
- ☐d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐e A a des états accepteurs.
- ☐f A est complet.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

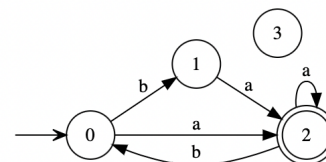
- ☐a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐b P est forcément déterministe.
- ☐c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐b Celui de la Figure 2-iv-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.

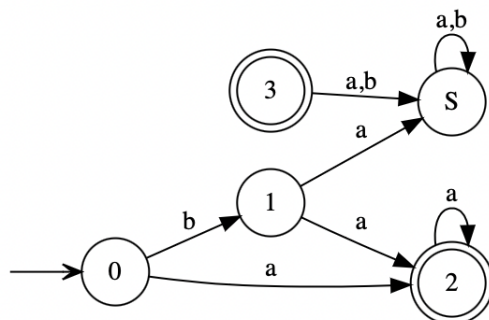


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



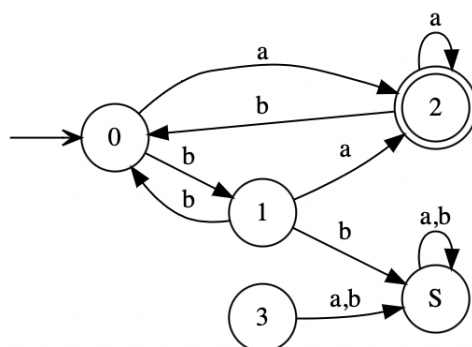
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ e Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

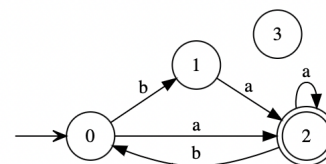
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

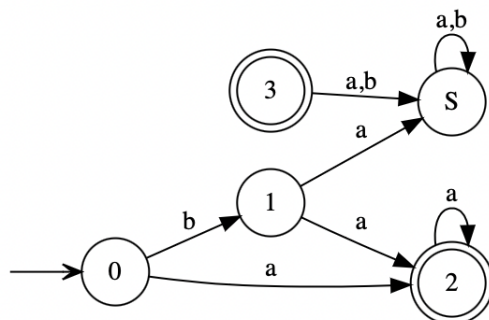


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



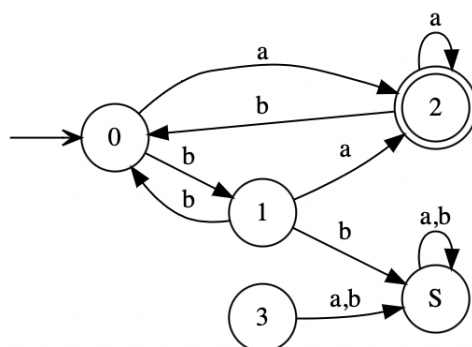
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



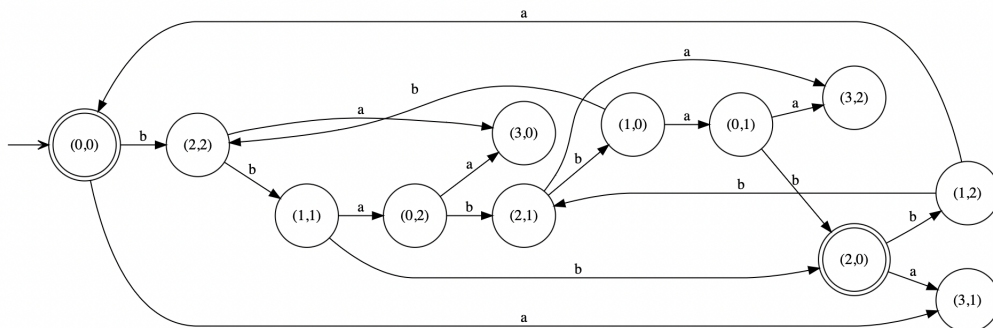
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ b	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot peut être vide.
☐ e	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ f	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ h	Un mot est une fonction.
☐ i	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ j	Un mot peut être infini.
☐ k	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ l	Un mot est une application.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état accessible.	☐ b	u n'est pas accepté par A .
☐ c	A a au moins un état non co-accessible.	☐ d	A a au moins un état non accessible.
☐ e	A a au moins un état co-accessible.	☐ f	A n'est pas complet.
☐ g	A n'a pas d'état accepteur.	☐ h	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

☐ a	P est forcément déterministe.
☐ b	Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c	$ Q_P \leq Q_A \times Q_B $.
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par préfixe.	☐ b	Σ est fermé par préfixe.	☐ c	Σ^* est fermé par suffixe.
☐ d	Σ^* est fermé par facteur.	☐ e	Σ est fermé par suffixe.		
☐ f	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.				

- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui-même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

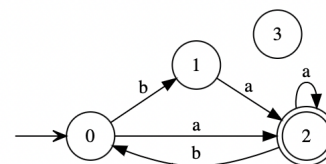
- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A possède un état puits ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être infini. ☐ d Un mot peut être vide. ☐ e Un mot est une fonction.
☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ g Un mot est une application.
☐ h Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e A possède un état puits ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'est pas complet. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

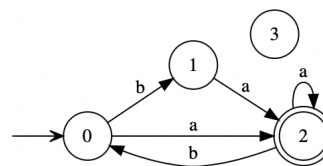
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

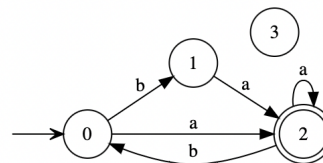


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



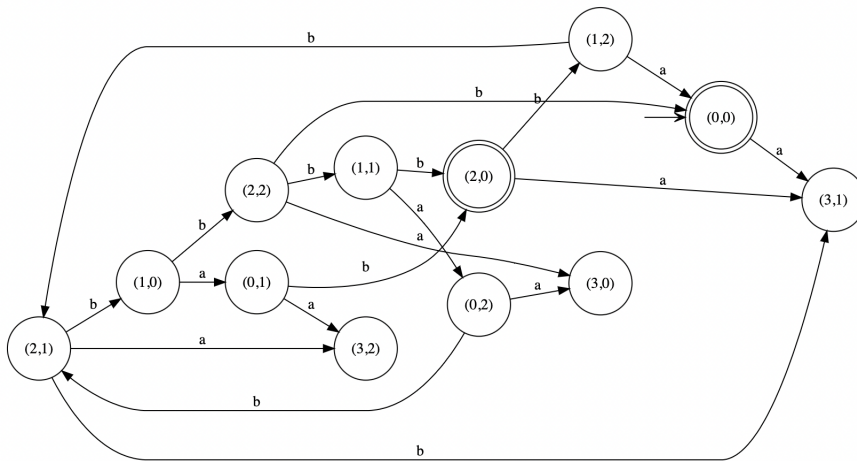
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ f A n'est pas complet. ☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h A a au moins un état non co-accessible. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot est une application. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c A est complet.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

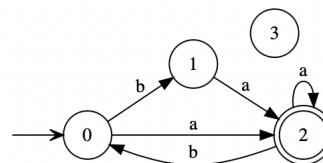
- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

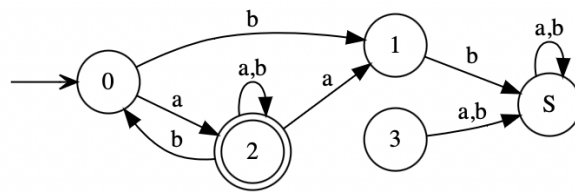
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

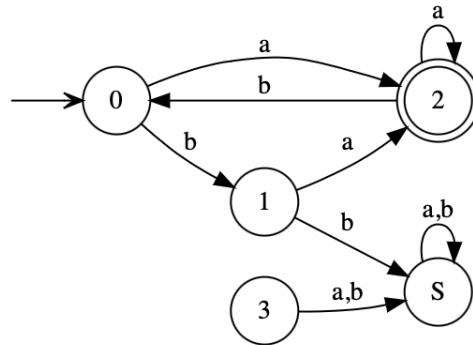
☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



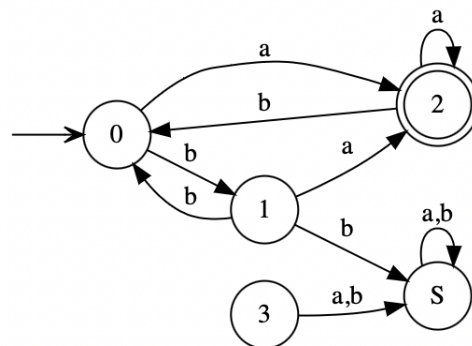
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ b	Un mot peut être infini.
☐ c	Un mot peut être vide.	☐ d	Un mot est une fonction.
☐ e	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	☐ f	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ h	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ j	Un mot est une application.
☐ k	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ l	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.	☐ b	Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c	Σ^* est fermé par facteur.	☐ d	Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e	Σ est fermé par préfixe.	☐ f	Σ est fermé par facteur.
☐ g	Σ est fermé par suffixe.	☐ h	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.		
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.		

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ b	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ c	A accepte le langage universel.
☐ d	Tous les états de A sont accepteurs.	☐ e	A possède un état puits
☐ f	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ g	nécessairement $ Q \geq 2$.
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état co-accessible.	☐ b	A n'a pas d'état accepteur.	☐ c	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ d	A a au moins un état accessible.	☐ e	A n'est pas complet.		
☐ f	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .				
☐ g	u n'est pas accepté par A .	☐ h	A a au moins un état non co-accessible.		

- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

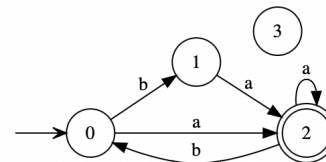
- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d A a des états accepteurs. ☐ e u est accepté par A .
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être vide. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A a au moins un état accessible. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

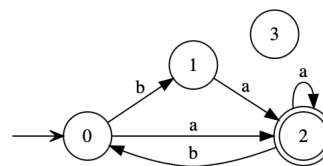
- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

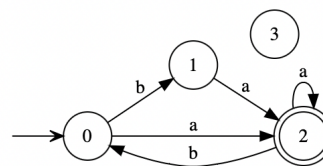


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



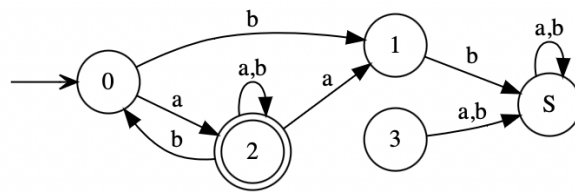
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

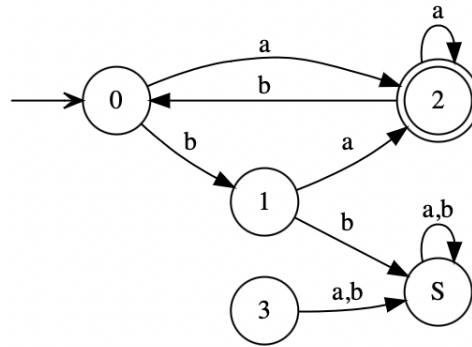
- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



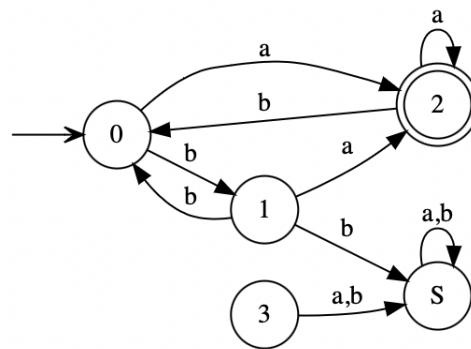
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application.
- ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .

- ☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

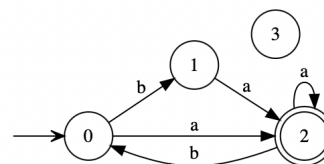
- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par préfixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par préfixe.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

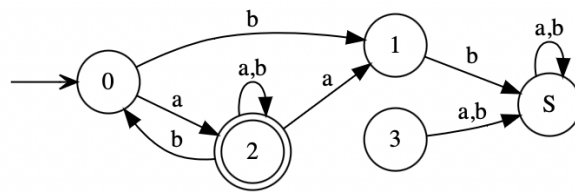
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

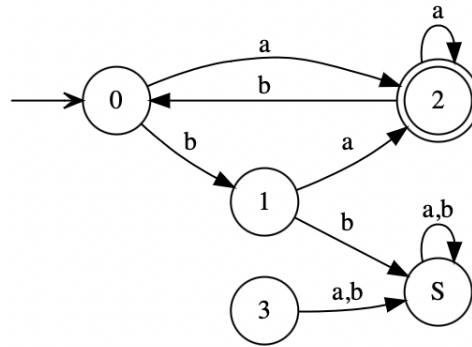
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



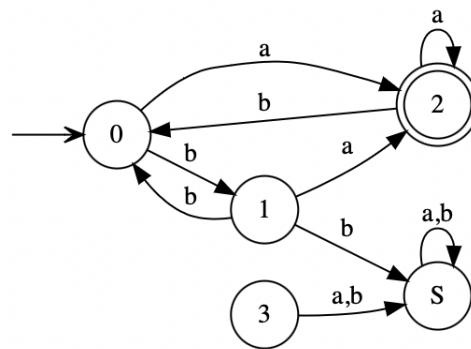
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

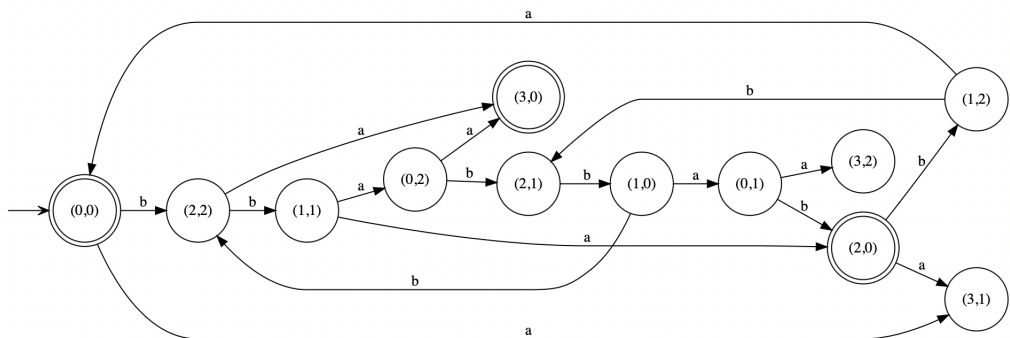
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



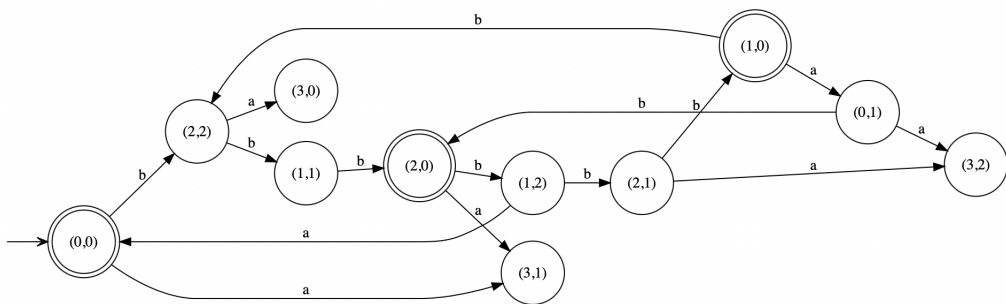
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



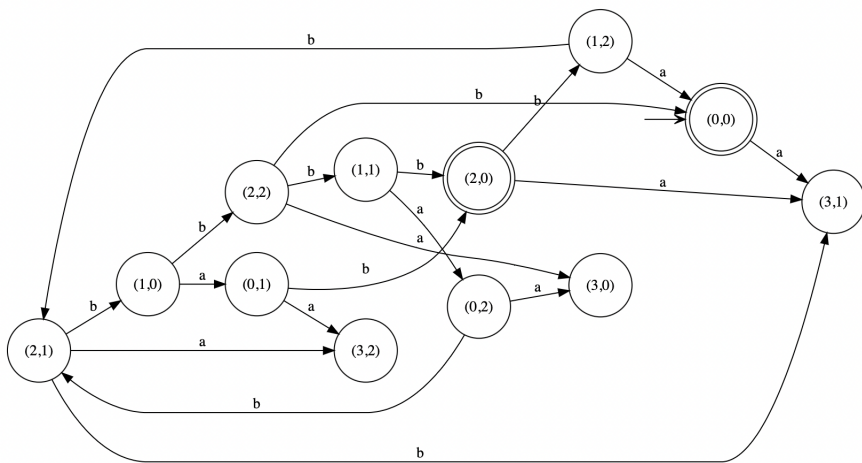
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

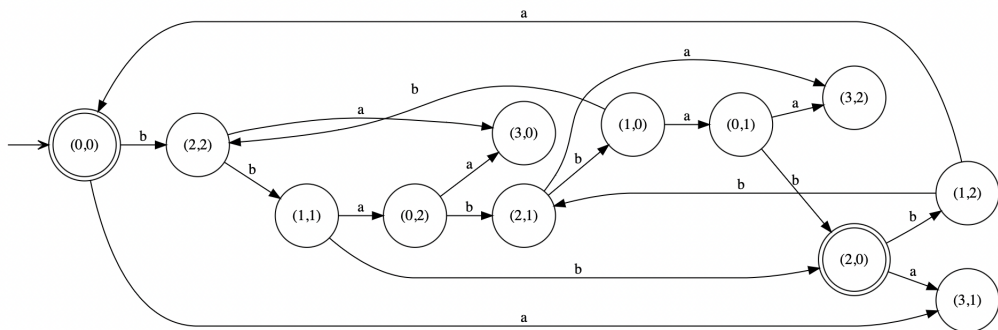
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c A accepte le langage universel.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ c Un mot est une fonction.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.

- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

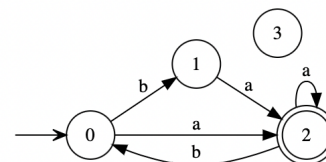
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

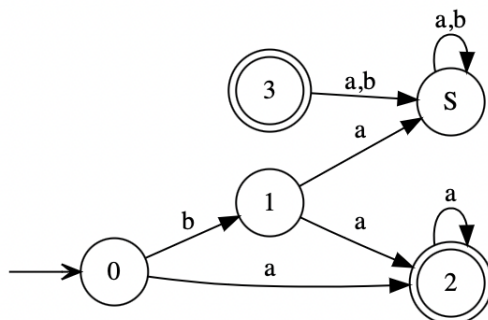


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f u n'est pas accepté par A .
☐ g A a au moins un état non accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A possède un état puits
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

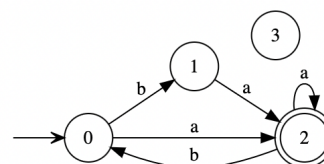
- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état non accessible.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'est pas complet. ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ d Un mot peut être infini.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot est une fonction.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot peut être vide.
☐ i Un mot est une application. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

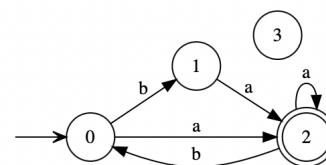
- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

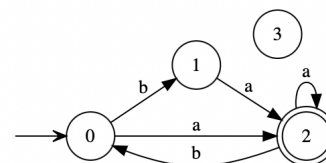


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

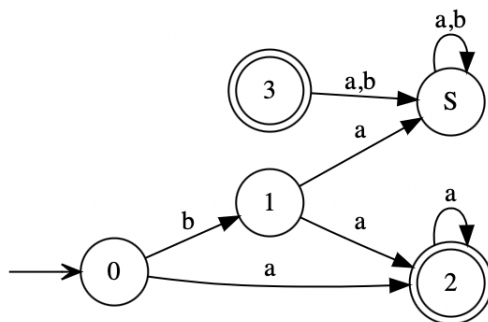
- ☐ a Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



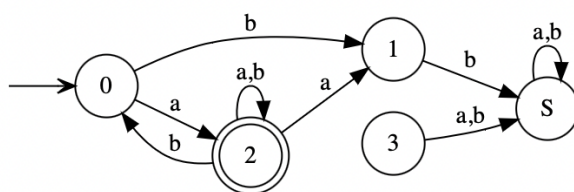
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



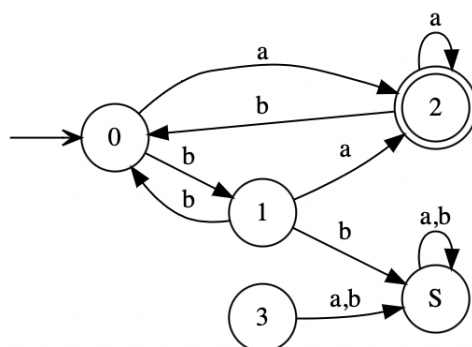
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



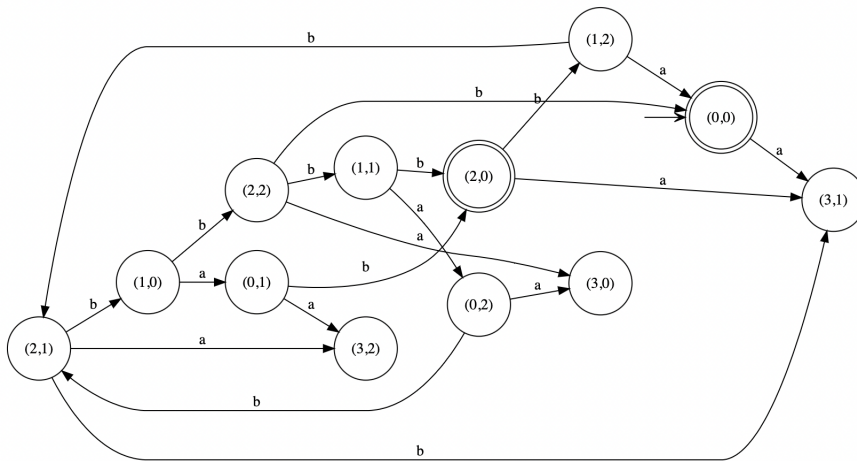
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



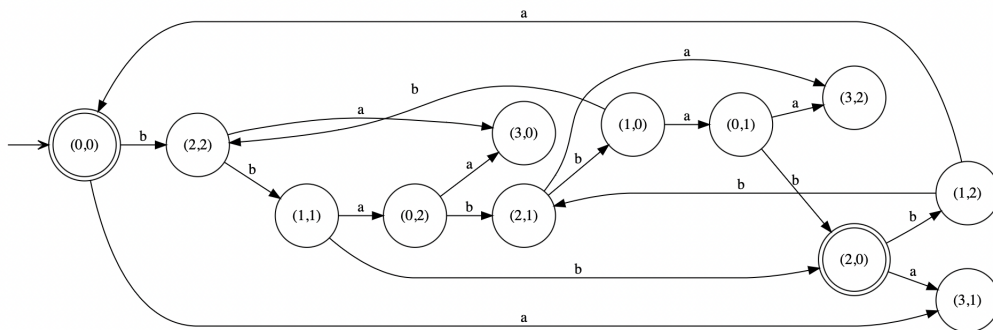
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u n'est pas accepté par A .
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b A est complet.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur. ☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une fonction.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

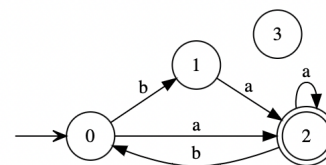
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

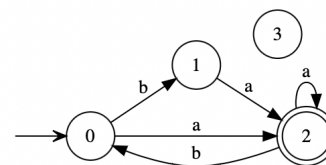


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e A possède un état puits
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut être infini.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Un mot peut être vide.

- ☐k Un mot est une application. ☐l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐b Σ^* est fermé par préfixe.
☐c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐d Σ est fermé par préfixe.
☐e Σ^* est fermé par facteur. ☐f Σ^* est fermé par suffixe. ☐g Σ est fermé par facteur.
☐h Σ est fermé par suffixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐a A a au moins un état non co-accessible. ☐b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐d A a au moins un état accessible. ☐e A a au moins un état co-accessible.
☐f A a au moins un état non accessible. ☐g u n'est pas accepté par A .
☐h A n'a pas d'état accepteur. ☐i A n'est pas complet.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

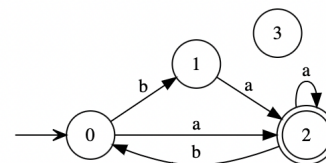
- ☐a A est complet. ☐b u est accepté par A . ☐c Les états de A sont tous accessibles.
☐d A a des états accepteurs. ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.

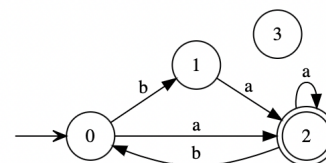


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-ii-. ☐d Celui de la Figure 3-i-.
☐b Celui de la Figure 3-iii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



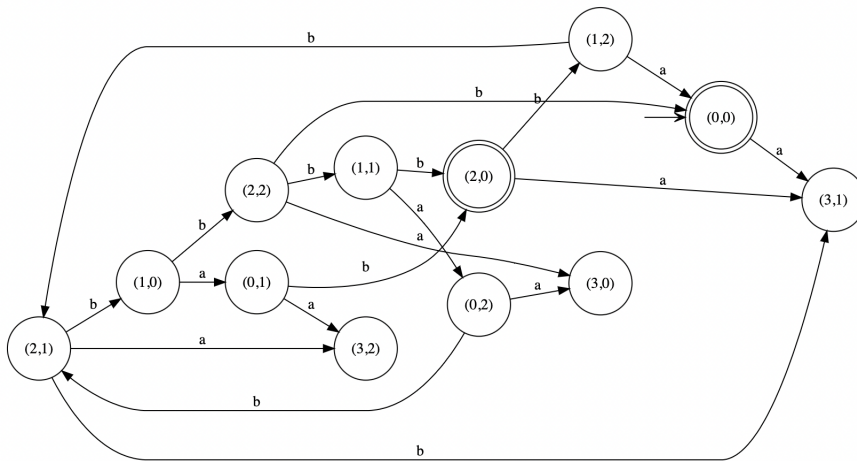
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

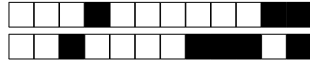


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A accepte le langage universel.
☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A a au moins un état non accessible. ☐ d A n'est pas complet. ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
☐ h u n'est pas accepté par A . ☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur. ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ f Σ est fermé par suffixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

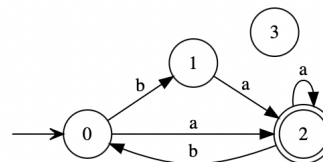
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.

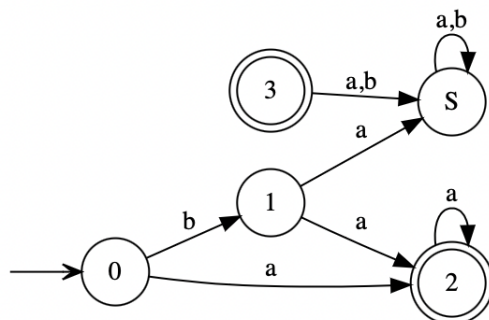


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



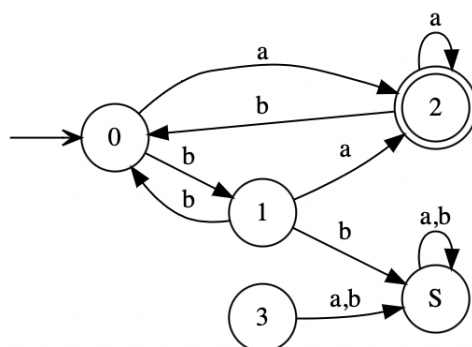
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)

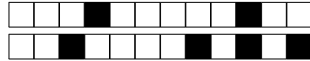


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide.
- ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot est une fonction.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot est une application.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b u n'est pas accepté par A .
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état accessible.
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.

- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A est complet.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs. ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

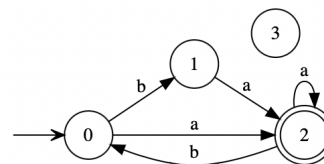
- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

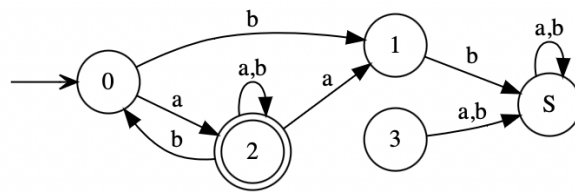
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

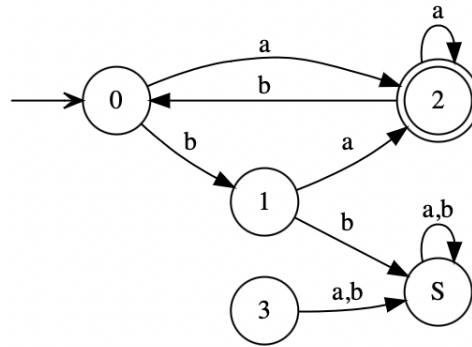
☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



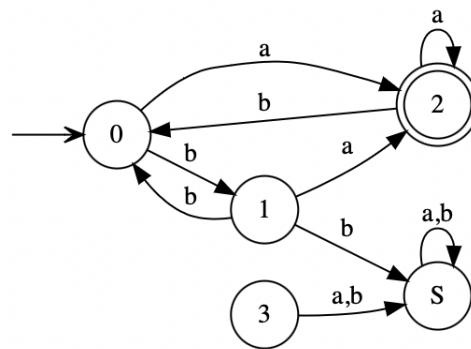
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



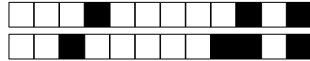
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ est fermé par préfixe.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a au moins un état accessible. ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ c A a des états accepteurs.
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

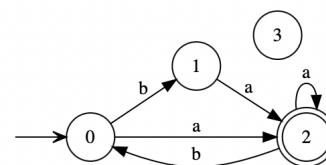
- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot peut être infini.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

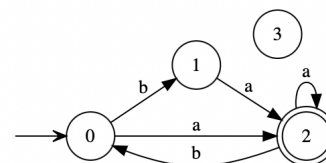


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i-. ☐ d Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

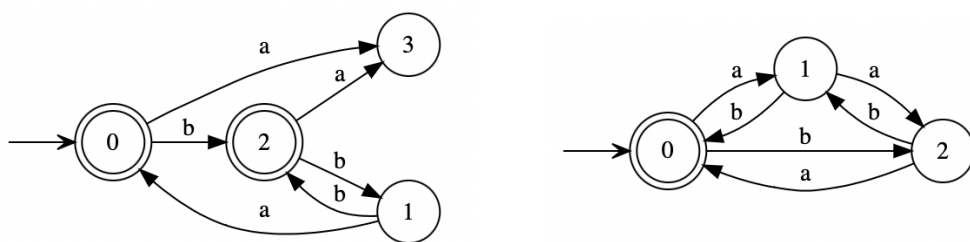
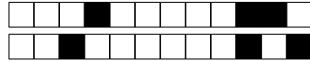


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par facteur. ☐ c Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par suffixe.
☐ g Σ est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A possède un état puits ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f A accepte le langage universel.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

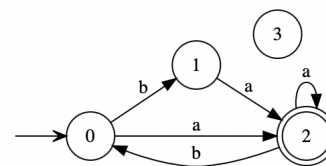
- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A a au moins un état non co-accessible.
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

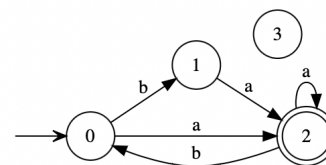


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b A accepte le langage universel.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A a au moins un état accessible. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

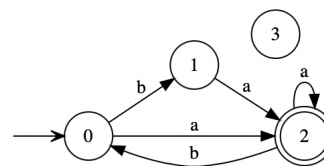
- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.

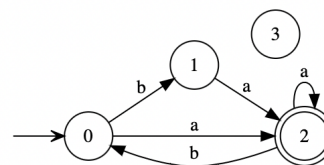


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
☐ b Celui de la Figure 3-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

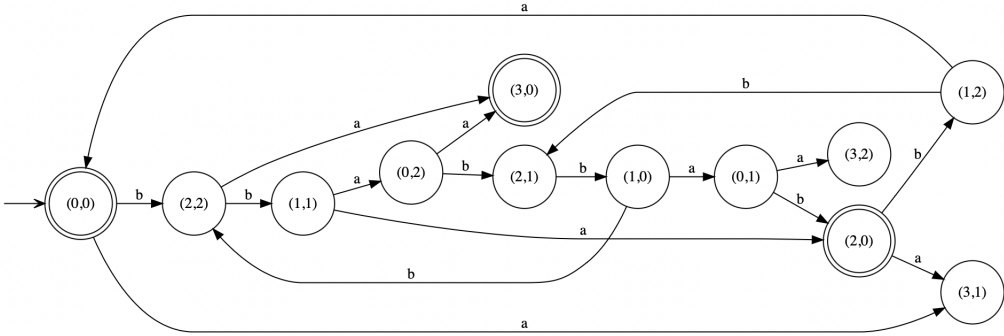
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



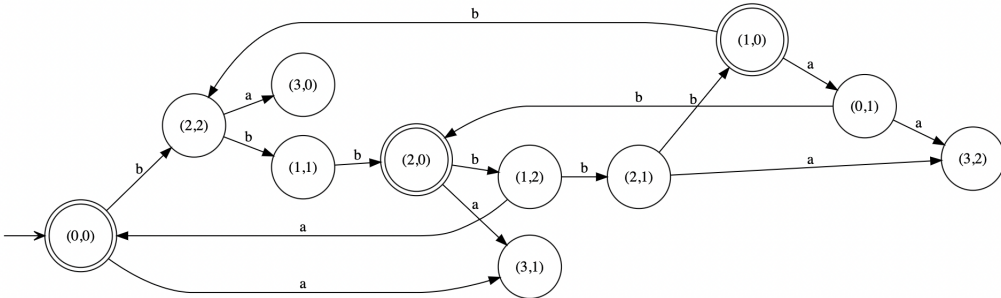
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



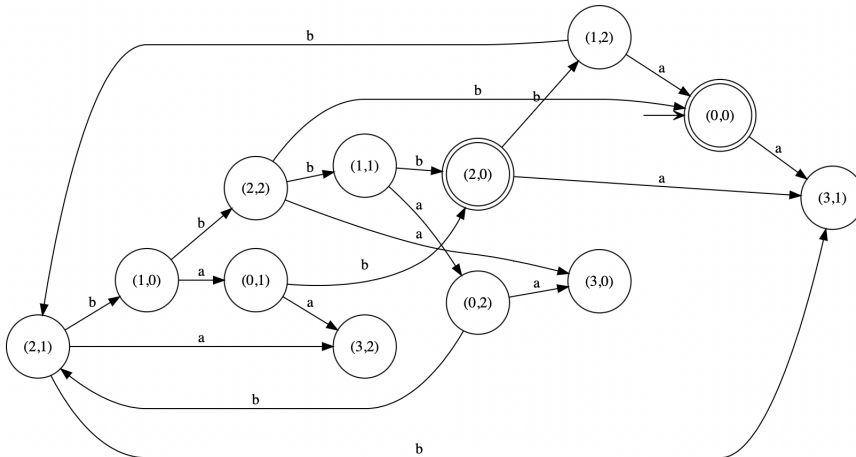
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



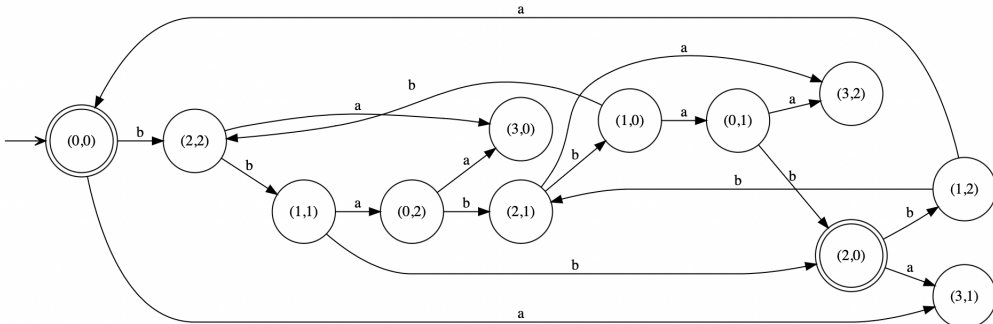
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ h Σ est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ h A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f A possède un état puits
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être infini.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot est une application.
- ☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

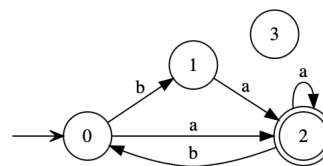
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

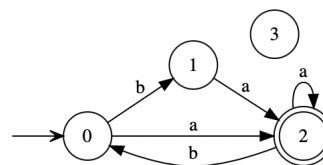


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii. ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii. ☐ f Tous les automates.



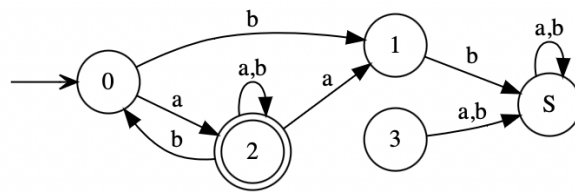
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

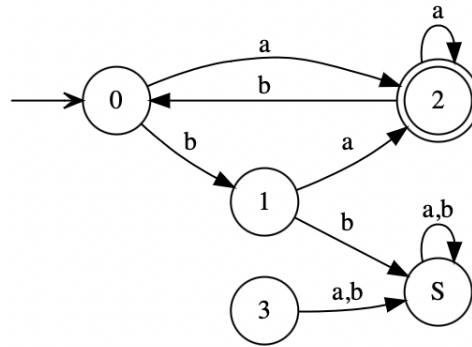
- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



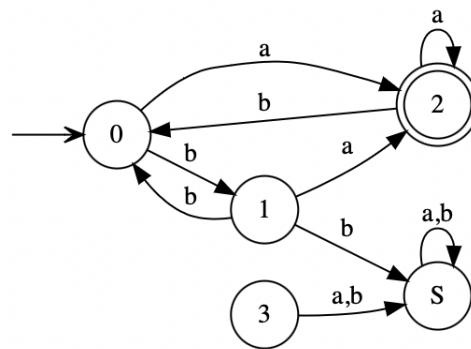
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A a au moins un état non accessible.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A n'est pas complet.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h u n'est pas accepté par A .
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits

- ☐d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐a A a des états accepteurs. ☐b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐c A est complet. ☐d u est accepté par A . ☐e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐c Σ est fermé par suffixe. ☐d Σ est fermé par préfixe.
- ☐e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐g Σ est fermé par facteur. ☐h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

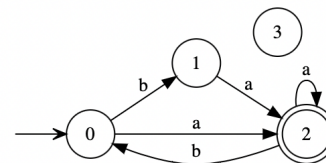
- ☐a Un mot peut être infini. ☐b Un mot est une application.
- ☐c Un mot est une fonction. ☐d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐k Un mot peut être vide. ☐l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐b Celui de la Figure 2-iv-. ☐e Aucun des automates.
- ☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot peut être infini.
- ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot peut être vide.
- ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ k Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ Tous les états de A sont accepteurs.
☐ A accepte le langage universel. ☐ nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ A a des états accepteurs. ☐ Les états de A sont tous accessibles.
☐ Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ A est complet.
☐ u est accepté par A .
☐ Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

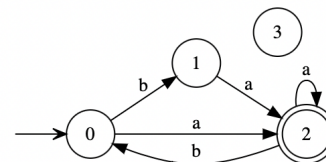
- ☐ Σ est fermé par suffixe. ☐ Σ^* est fermé par suffixe. ☐ Σ est fermé par facteur.
☐ Σ^* est fermé par facteur. ☐ Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ Σ est fermé par préfixe. ☐ Σ^* est fermé par préfixe.
☐ Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ Celui de la Figure 2-iii-. ☐ Celui de la Figure 2-iv-.
☐ Celui de la Figure 2-i-. ☐ Aucun des automates.
☐ Celui de la Figure 2-ii-. ☐ Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



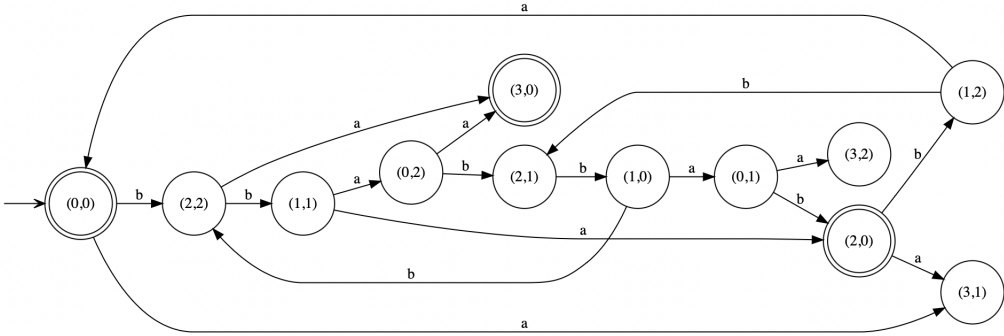
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



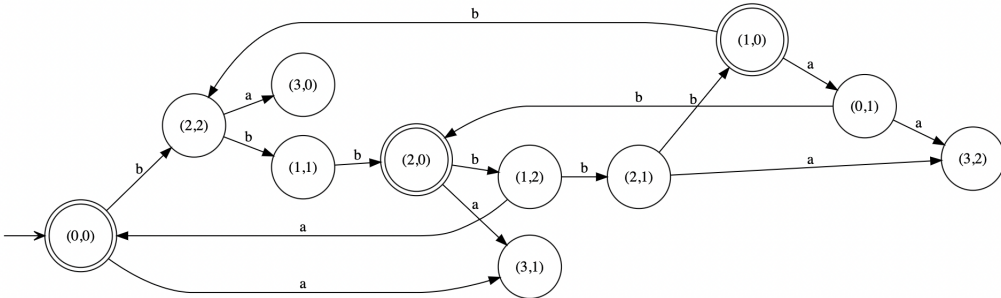
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



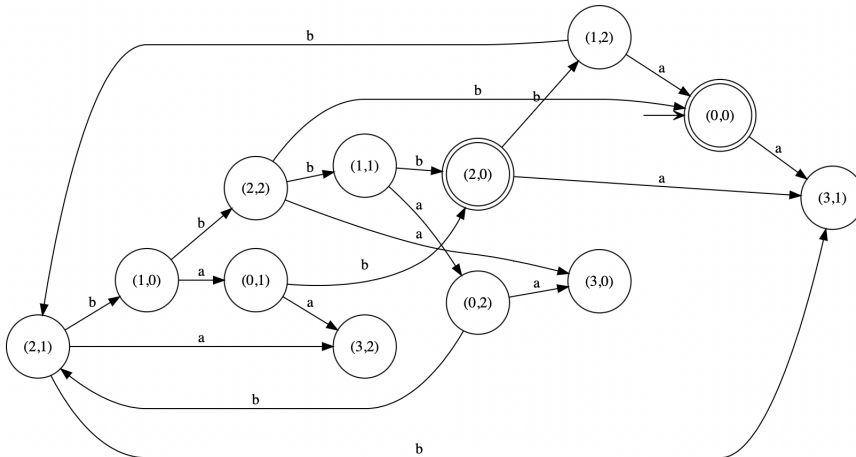
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



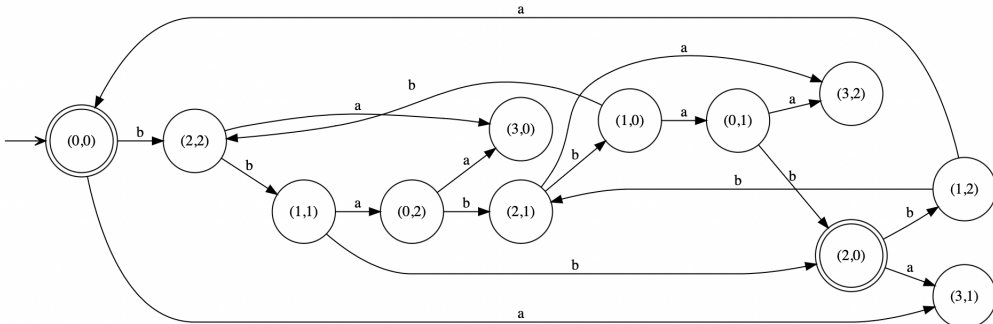
(-i-)



(-ii-)

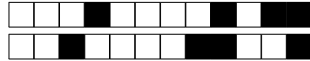


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par préfixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ c Un mot peut être vide. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ g A a au moins un état co-accessible. ☐ h A n'est pas complet.
☐ i A a au moins un état non co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.

- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

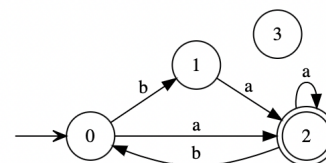
- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

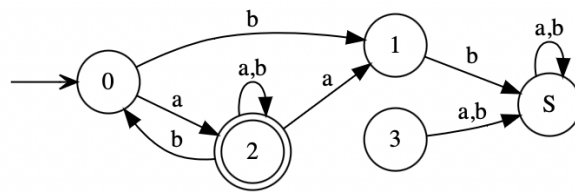
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

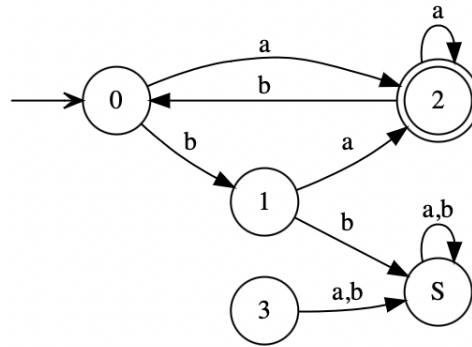
☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



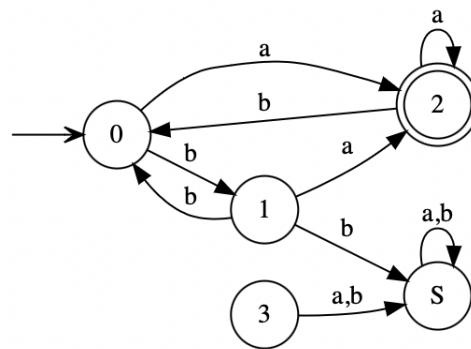
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



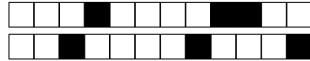
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d u n'est pas accepté par A . ☐ e A n'est pas complet.
☐ f A a au moins un état non co-accessible. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot peut être infini.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A est complet. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d A accepte le langage universel.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

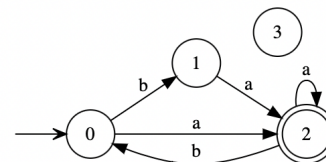
- ☐ a Σ est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Σ est fermé par préfixe.
☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ h Σ est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



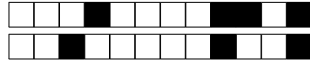
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état non accessible.
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
- ☐ c u est accepté par A . ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ g A accepte le langage universel.

- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

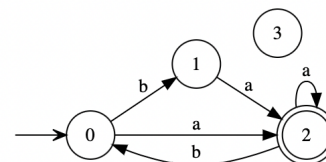
- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut être infini. ☐ j Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



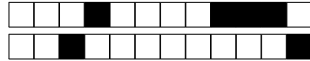
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A possède un état puits
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Un mot peut être vide.
- ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A n'est pas complet.
- ☐ c A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.

- ☐ ^g A a au moins un état accessible. ☐ ^h A a au moins un état co-accessible.
☐ ⁱ A a au moins un état non accessible.
☐ ^j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ ^k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ ^a P est forcément déterministe.
☐ ^b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ ^c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ ^d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ ^e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ ^a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ ^b Σ^* est fermé par facteur.
☐ ^c Σ est fermé par suffixe. ☐ ^d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ ^e Σ est fermé par facteur.
☐ ^f Σ est fermé par préfixe. ☐ ^g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ ^h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ ⁱ Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ ^j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

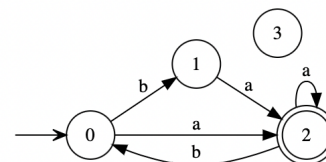
- ☐ ^a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ ^b $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ ^c Les états de A sont tous accessibles. ☐ ^d A a des états accepteurs.
☐ ^e u est accepté par A . ☐ ^f A est complet.
☐ ^g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ ^h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ ^a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ ^d Celui de la Figure 2-i-.
☐ ^b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ ^e Aucun des automates.
☐ ^c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ ^f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

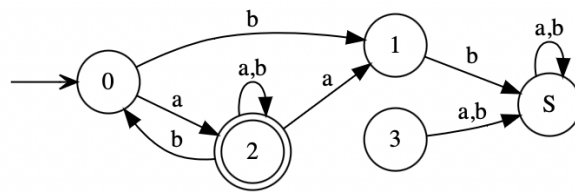
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

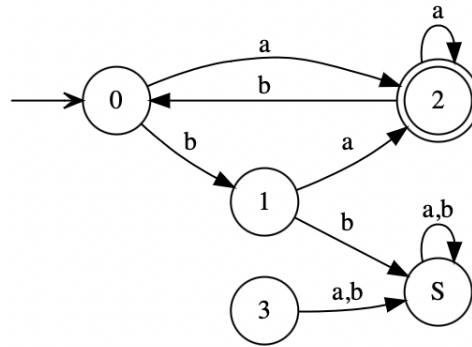
☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



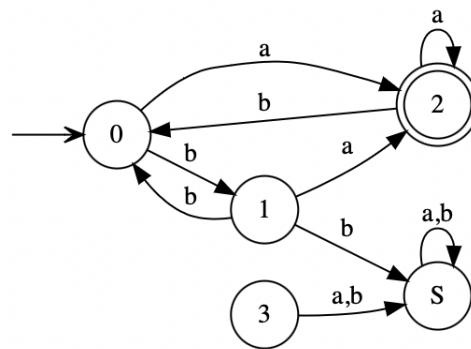
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

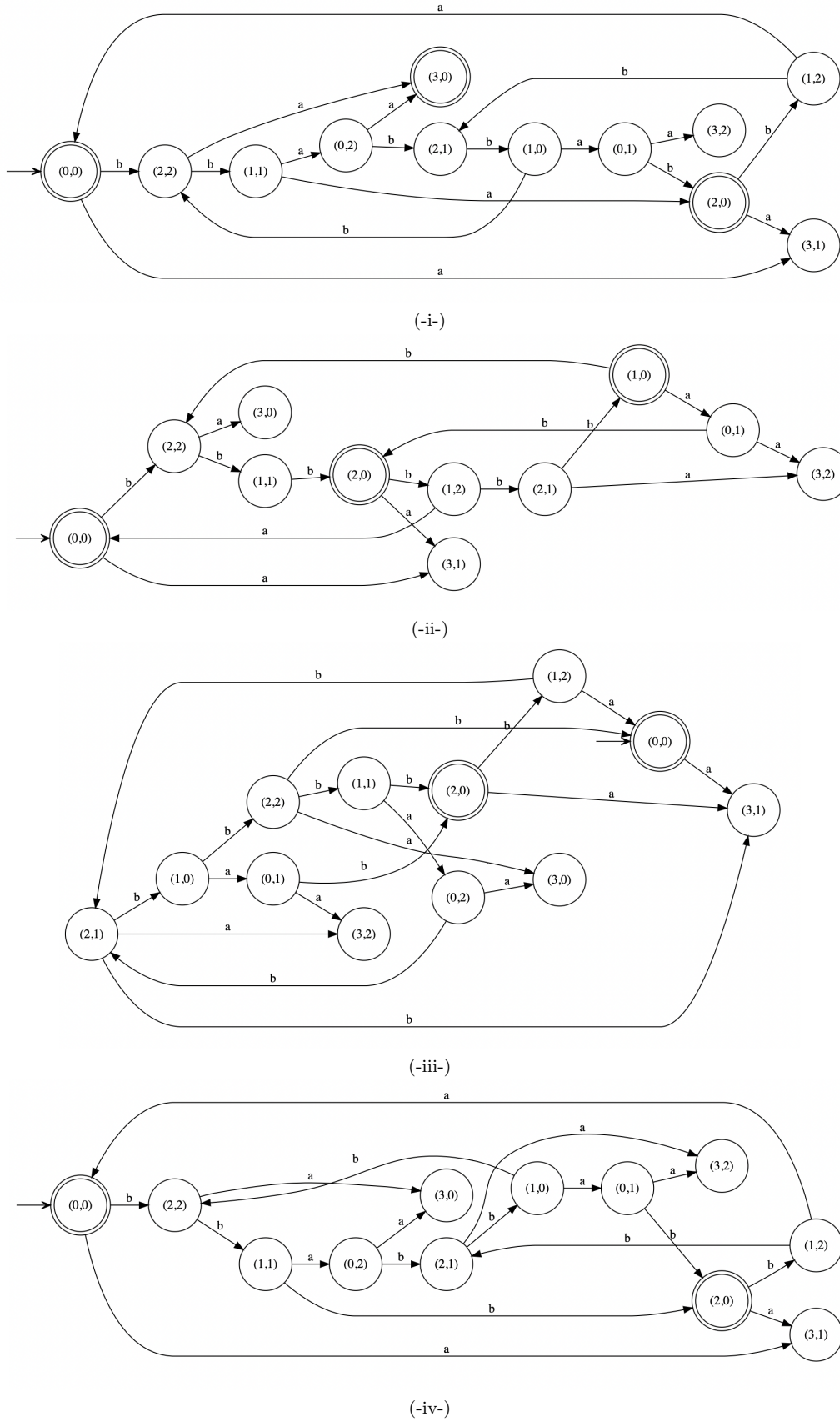


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état non accessible.
- ☐ e A a au moins un état co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application.
- ☐ b Un mot est une fonction.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot peut être vide.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.

- ☐k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ est fermé par suffixe. ☐b Σ^* est fermé par facteur. ☐c Σ^* est fermé par suffixe.
☐d Σ est fermé par préfixe. ☐e Σ^* est fermé par préfixe.
☐f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐h Σ est fermé par facteur.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

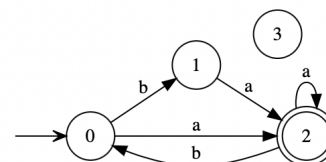
- ☐a Tous les états de A sont accepteurs. ☐b nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐d A accepte le langage universel. ☐e A possède un état puits ☐f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iv-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-i-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b A possède un état puits
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a au moins un état co-accessible.
☐ f A a au moins un état non co-accessible.
☐ g Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut être vide.
☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

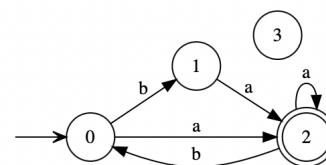
- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

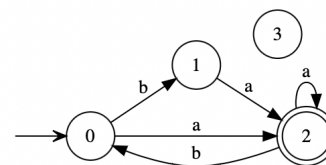


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A n'est pas complet.
☐ c A a au moins un état co-accessible.
☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ e A a au moins un état non accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état non co-accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c P est forcément déterministe.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c A a des états accepteurs. ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f A est complet.

- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐a Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐b Un mot est une fonction.
☐c Un mot possède une infinité de préfixe. ☐d Un mot possède une infinité d'extensions.
☐e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐g Un mot peut être infini. ☐h Un mot est une application.
☐i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐k Un mot peut être vide. ☐l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐e A accepte le langage universel. ☐f Tous les états de A sont accepteurs.
☐g A possède un état puits
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

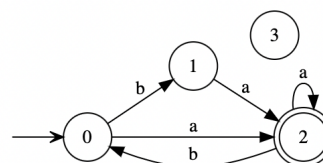
- ☐a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-i-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

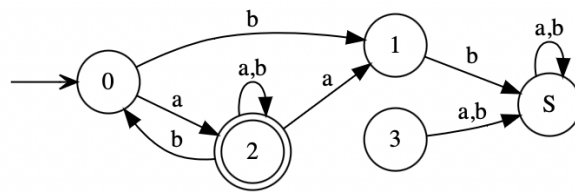
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

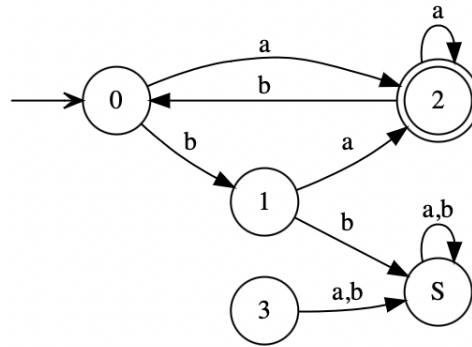
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



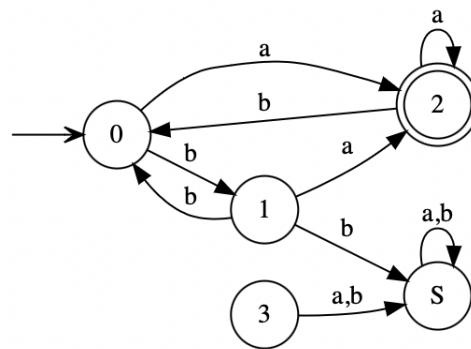
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



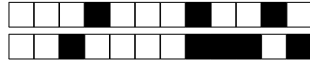
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ d Un mot peut être vide.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a u n'est pas accepté par A .
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état co-accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état non accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ b $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f A accepte le langage universel. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

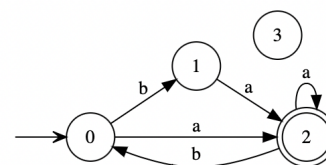
- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par facteur.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

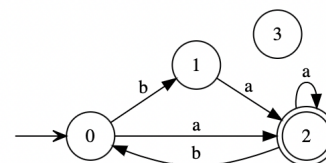


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



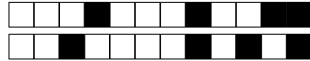
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ e Σ est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ d Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ e A possède un état puits

- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une application. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot peut être infini.
- ☐ k Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

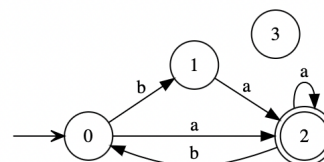
- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i. ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

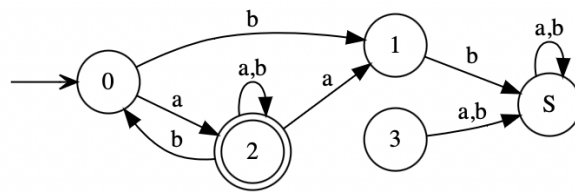
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

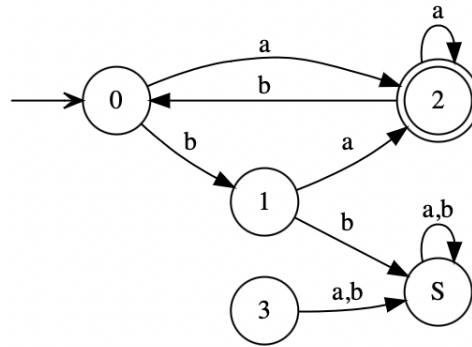
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



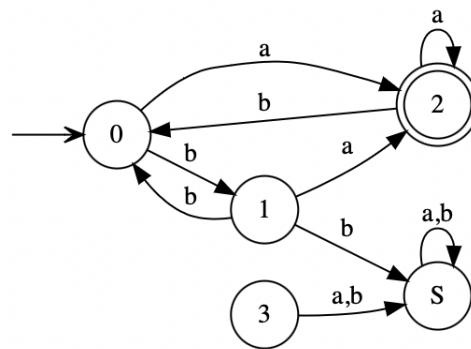
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



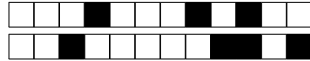
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d A accepte le langage universel. ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état accessible. ☐ b A a au moins un état co-accessible.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i A n'est pas complet.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ^* est fermé par facteur.
☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

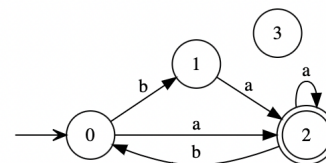
- ☐ a Un mot est une fonction.
☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot peut être infini.
☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ f Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ j Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-.
☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ e Aucun des automates.
☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



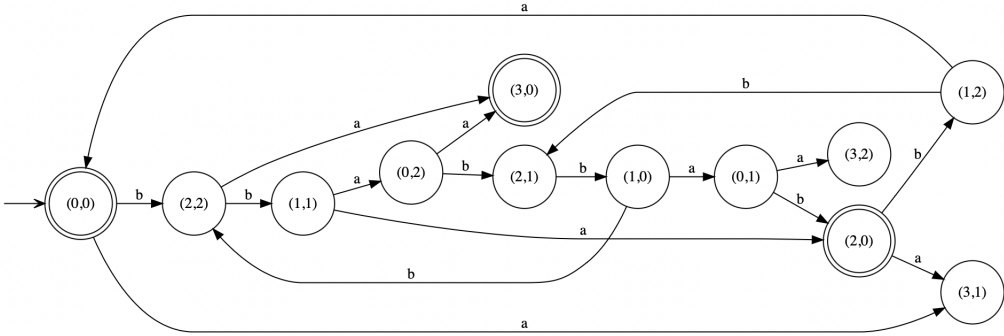
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



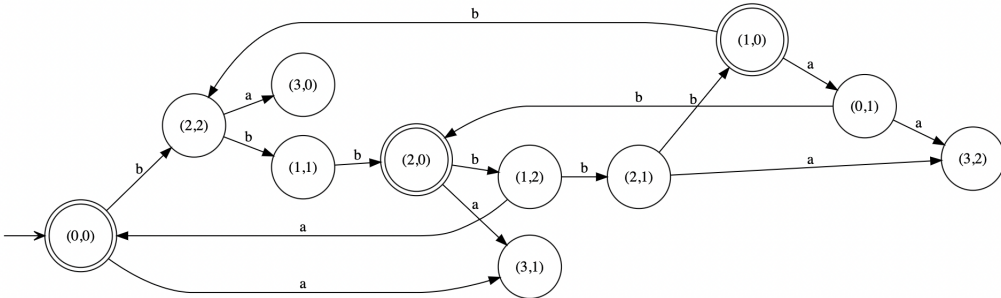
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



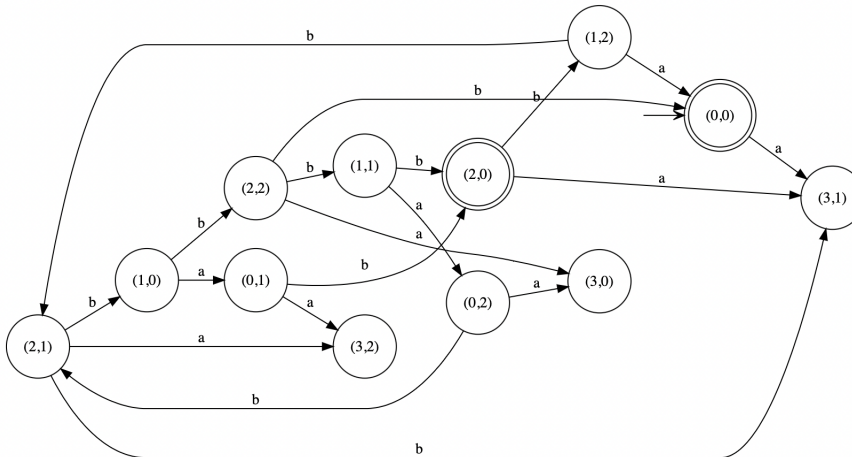
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

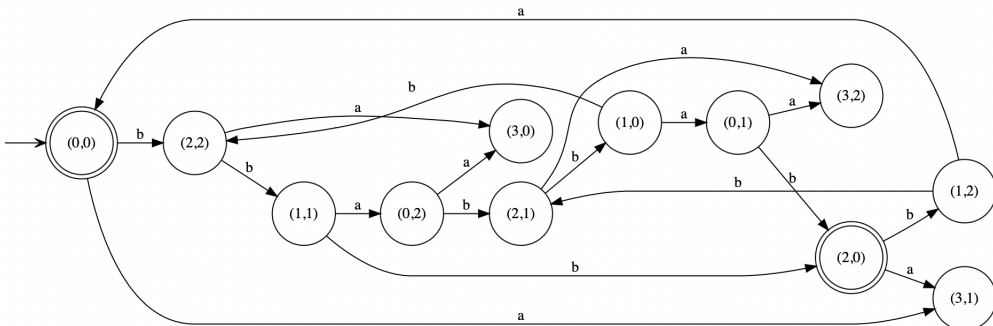
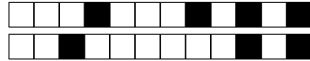
 $(-\mathbf{i}V-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ^* est fermé par facteur. ☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A n'a pas d'état accepteur. ☐ e u n'est pas accepté par A .
☐ f A a au moins un état co-accessible. ☐ g A n'est pas complet.
☐ h A a au moins un état accessible. ☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ c Tous les états de A sont accepteurs. ☐ d A possède un état puits
☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g A accepte le langage universel.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.

- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b u est accepté par A .
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

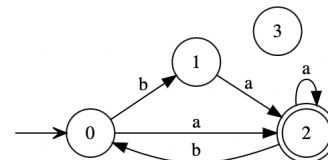
- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ b A a au moins un état co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ e $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ c Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ f Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot est une fonction.
- ☐ i Un mot est une application.
- ☐ j Un mot peut être infini.

- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f A accepte le langage universel. ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

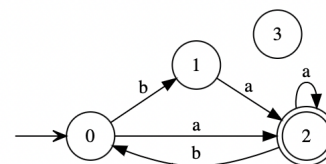
- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d u est accepté par A . ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

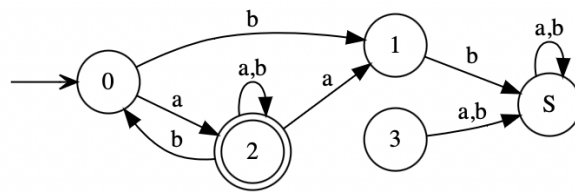
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

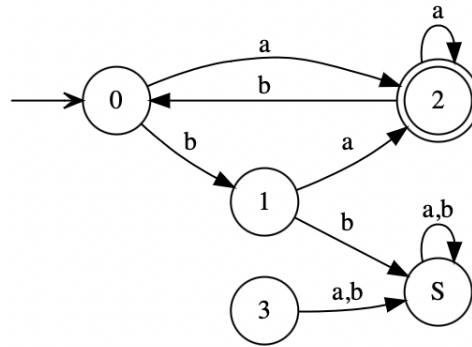
☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



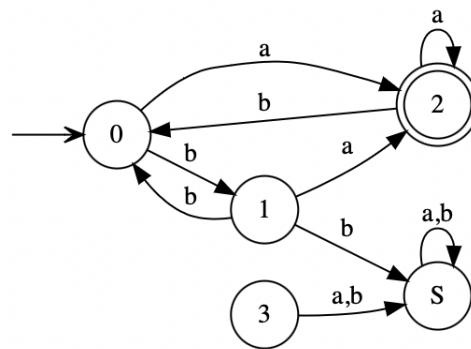
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e u est accepté par A . ☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ b Tous les états de A sont accepteurs. ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e A possède un état puits
☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être infini. ☐ b Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot est une fonction. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☐ d A a au moins un état non accessible. ☐ e A a au moins un état accessible.
☐ f A n'a pas d'état accepteur. ☐ g A n'est pas complet. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état co-accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Σ^* est fermé par facteur. ☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur.
☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

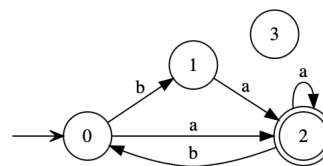
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-ii-. ☐ f Tous les automates.

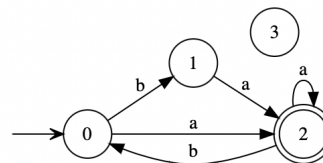


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-ii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot peut être vide.
- ☐ d Un mot est une application.
- ☐ e Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ h Un mot peut être infini.
- ☐ i Un mot est une fonction.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe.
- ☐ b Σ est fermé par facteur.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ g Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.

- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non co-accessible. ☐ b A a au moins un état accessible.
☐ c A n'a pas d'état accepteur. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e A a au moins un état co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
☐ g $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ h u n'est pas accepté par A .
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e A accepte le langage universel. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

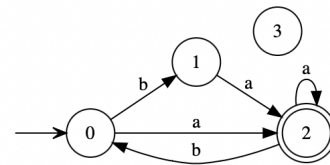
- ☐ a A est complet. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii. ☐ d Celui de la Figure 2-i.
☐ b Celui de la Figure 2-ii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv. ☐ f Tous les automates.

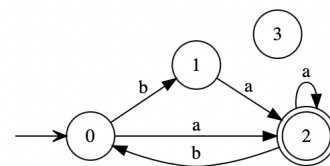


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii. ☐ d Celui de la Figure 3-i.
☐ b Celui de la Figure 3-iii. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iv. ☐ f Tous les automates.



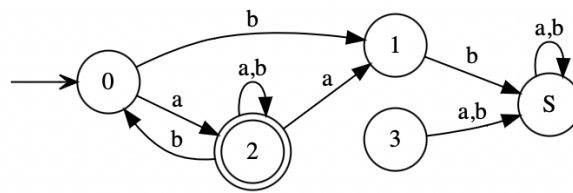
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

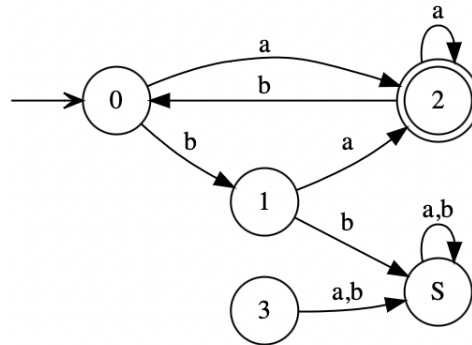
- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



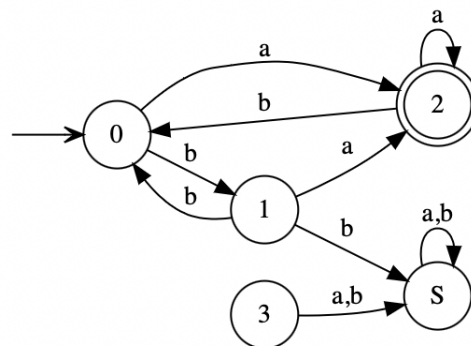
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ f A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d A a des états accepteurs.
- ☐ e A est complet.
- ☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.

- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐d A accepte le langage universel.
☐e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐f A possède un état puits
☐g Tous les états de A sont accepteurs.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐b Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐c Un mot est une application. ☐d Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐g Un mot possède une infinité de suffixe. ☐h Un mot est une fonction.
☐i Un mot peut être infini. ☐j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐k Un mot peut être vide. ☐l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

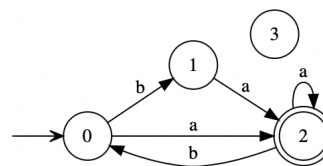
- ☐a Σ^* est fermé par suffixe. ☐b Σ est fermé par suffixe. ☐c Σ est fermé par facteur.
☐d Σ^* est fermé par facteur. ☐e Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐g Σ^* est fermé par préfixe.
☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-i-. ☐d Celui de la Figure 2-iii-.
☐b Celui de la Figure 2-iv-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-ii-. ☐f Tous les automates.

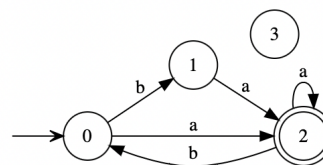


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-iv-. ☐d Celui de la Figure 3-ii-.
☐b Celui de la Figure 3-i-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iii-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 5-i.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



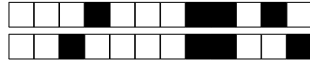
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	☐ b	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ c	Un mot peut être infini.	☐ d	Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ f	Un mot peut être vide.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ h	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ j	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k	Un mot est une application.	☐ l	Un mot est une fonction.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

☐ a	$u \in \mathcal{L}(A)$.	☐ b	A est complet.	☐ c	A a des états accepteurs.
☐ d	Les états de A sont tous co-accessibles.	☐ e	u est accepté par A .		
☐ f	Les états de A sont tous accessibles.				
☐ g	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.				
☐ h	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.				

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	u n'est pas accepté par A .	☐ b	A a au moins un état non co-accessible.
☐ c	A a au moins un état non accessible.	☐ d	A n'a pas d'état accepteur.
☐ e	A a au moins un état accessible.		
☐ f	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		

- ☐ **g** A a au moins un état co-accessible. ☐ **h** $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ **i** A n'est pas complet.
☐ **j** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ **k** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ **a** A possède un état puits ☐ **b** $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ **c** nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ **d** A accepte le langage universel. ☐ **e** $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ **f** Tous les états de A sont accepteurs.
☐ **g** L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ **h** Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ **i** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ **a** Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ **b** Σ est fermé par facteur.
☐ **c** Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ **d** Σ^* est fermé par suffixe.
☐ **e** Σ est fermé par préfixe. ☐ **f** Σ^* est fermé par préfixe. ☐ **g** Σ est fermé par suffixe.
☐ **h** Σ^* est fermé par facteur.
☐ **i** Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ **j** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

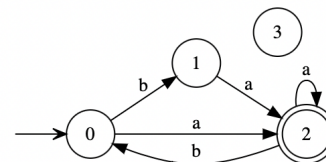
- ☐ **a** L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ **b** Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ **c** Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ **d** Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ **e** Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ **a** Celui de la Figure 2-ii-. ☐ **d** Celui de la Figure 2-iv-.
☐ **b** Celui de la Figure 2-i-. ☐ **e** Aucun des automates.
☐ **c** Celui de la Figure 2-iii-. ☐ **f** Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



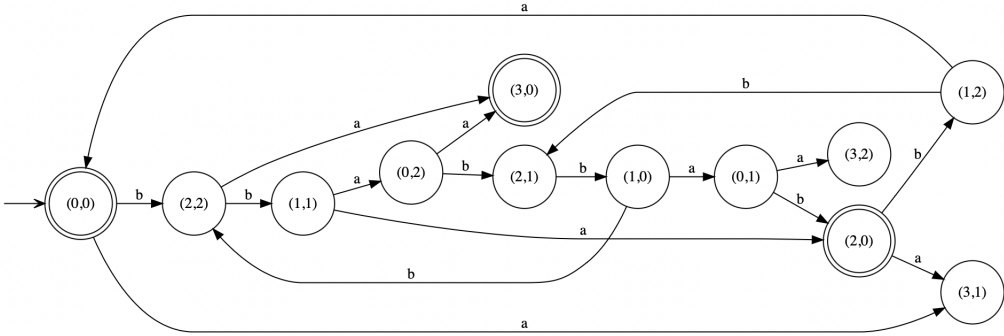
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



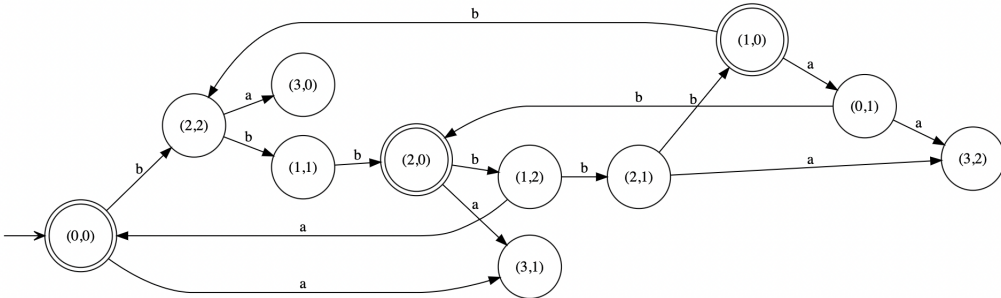
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



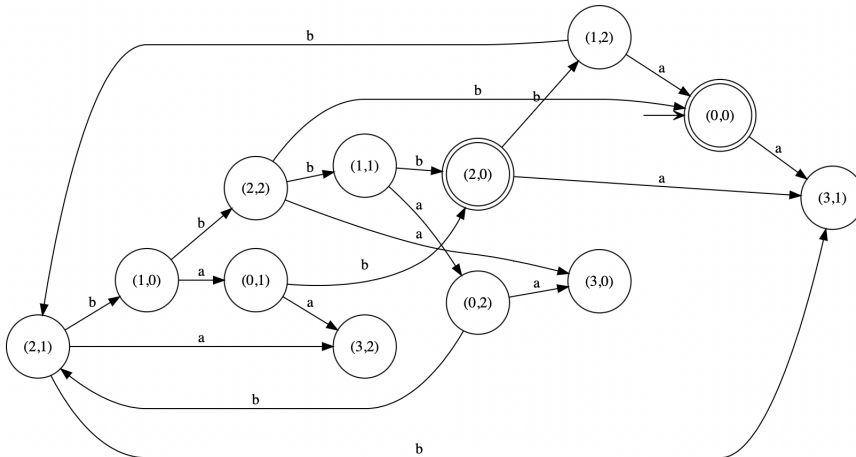
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



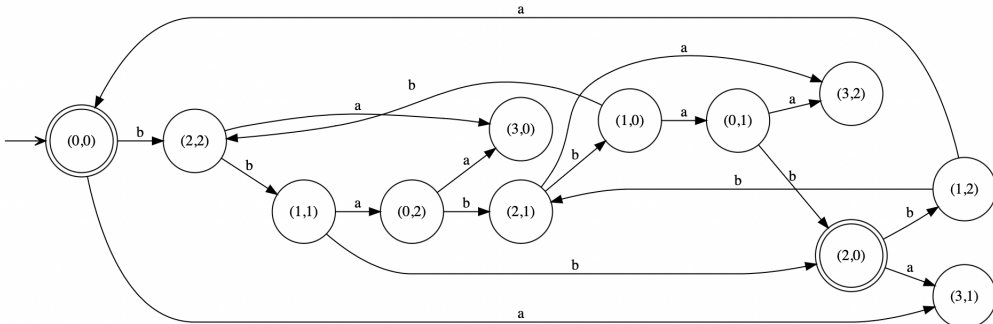
(-i-)



(-ii-)

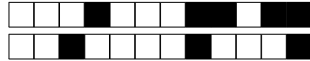


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ d Un mot peut être vide.
☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ k Un mot est une application. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ b Σ est fermé par préfixe.
☐ c Σ est fermé par suffixe. ☐ d Σ est fermé par facteur.
☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe.
☐ g Σ^* est fermé par préfixe. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c A est complet.
☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous accessibles. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

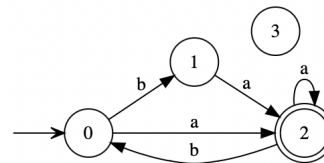
- ☐ a A a au moins un état co-accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c A a au moins un état non accessible.
- ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'est pas complet.
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

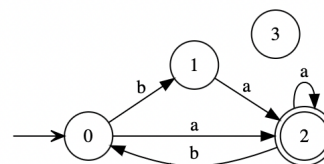


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



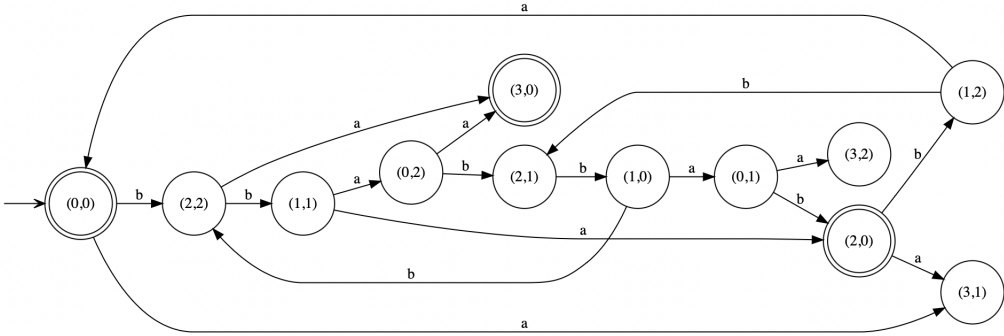
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



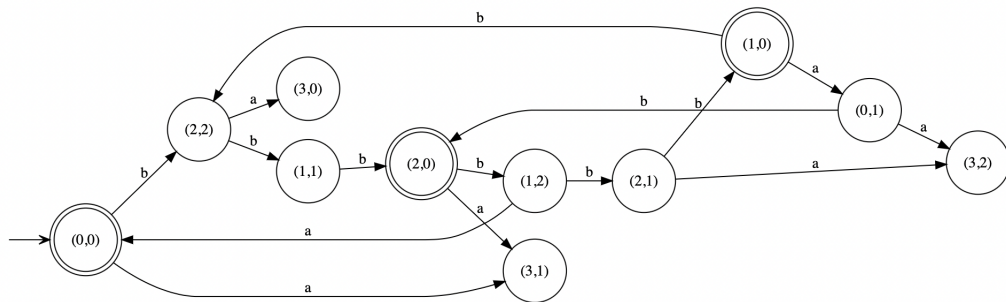
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



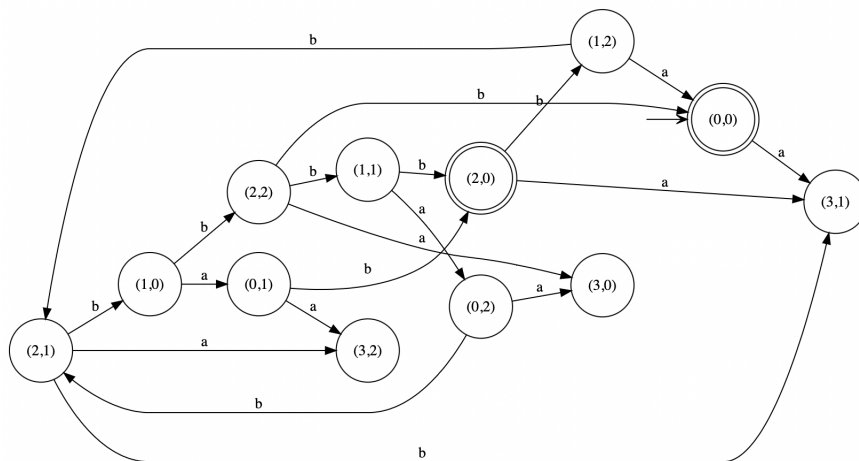
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



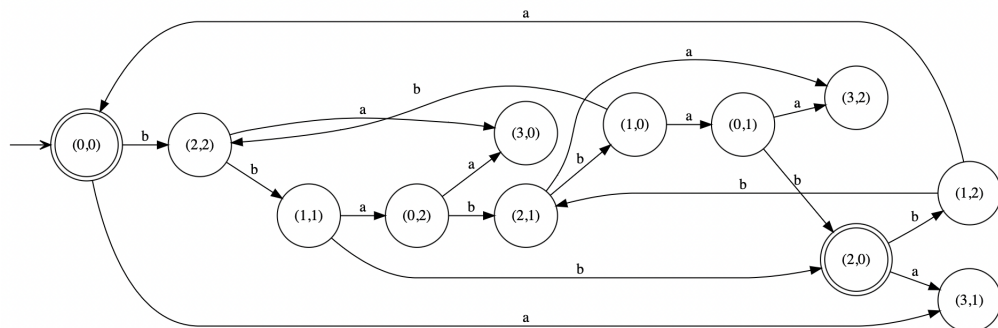
(-i-)



(-ii-)

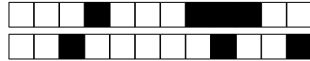


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ c A accepte le langage universel. ☐ d A possède un état puits
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ f nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d u n'est pas accepté par A .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A n'est pas complet. ☐ h A a au moins un état accessible.
- ☐ i A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.

- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
- ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ e Un mot est une application. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Un mot est une fonction. ☐ h Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ k Un mot peut être infini. ☐ l Un mot peut être vide.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

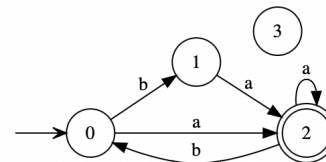
- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-i-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



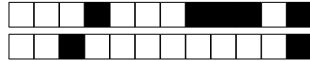
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Examen à mi-parcours du 11/10/2022
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ b	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c	Un mot est une fonction.	☐ d	Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ e	Un mot possède une infinité d'extensions.	☐ f	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ g	Un mot peut être infini.	☐ h	Un mot peut être vide.
☐ i	Un mot est une application.	☐ j	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ l	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.		
☐ n	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ b	Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c	A possède un état puits	☐ d	A accepte le langage universel.
☐ e	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.		
☐ f	nécessairement $ Q \geq 2$.		
☐ g	$ \delta = Q \times \Sigma $.		
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A n'a pas d'état accepteur.	☐ b	A a au moins un état co-accessible.
☐ c	u n'est pas accepté par A .	☐ d	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ e	A a au moins un état non accessible.		
☐ f	A a au moins un état non co-accessible.		
☐ g	A n'est pas complet.		

- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par préfixe. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par facteur.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ d A est complet. ☐ e u est accepté par A .
- ☐ f A a des états accepteurs.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

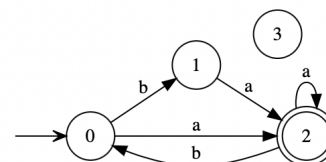
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.

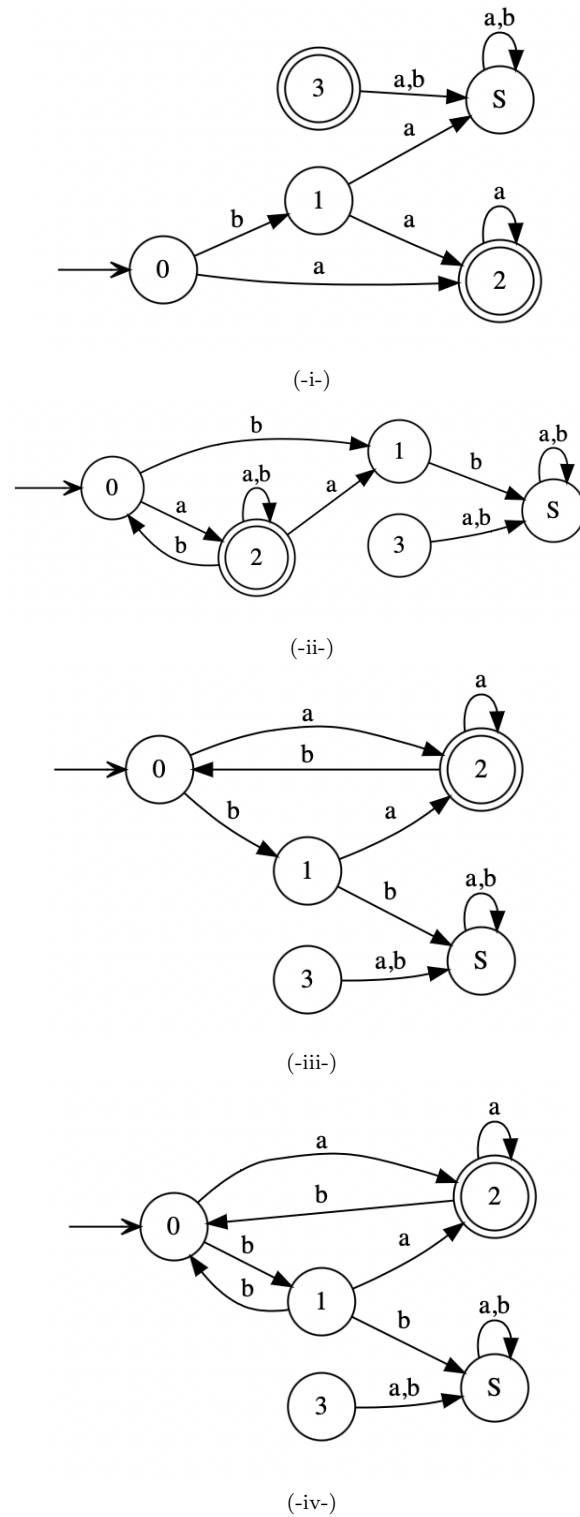


FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ b Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ i Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ j Un mot peut être vide.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot est une application.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ c Σ est fermé par préfixe.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ est fermé par facteur. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe.
☐ g Σ est fermé par suffixe. ☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b Les états de A sont tous accessibles. ☐ c u est accepté par A .
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f A est complet.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A accepte le langage universel. ☐ b $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ c nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ f Tous les états de A sont accepteurs. ☐ g A possède un état puits.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
☐ c A a au moins un état non co-accessible. ☐ d A a au moins un état accessible.
☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ f A n'est pas complet. ☐ g u n'est pas accepté par A . ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i A a au moins un état non accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

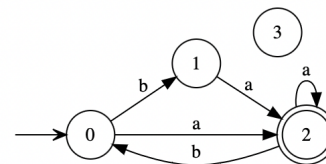
- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ b P est forcément déterministe.
☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'est pas complet.
- ☐ b $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ c A a au moins un état accessible.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état non accessible.
- ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ g u n'est pas accepté par A .
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ c Un mot est une application.
- ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être vide.
- ☐ g Un mot peut être infini.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.

- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ k Un mot est une fonction. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ c A est complet. ☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous accessibles.
☐ f $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par préfixe. ☐ c Σ est fermé par facteur.
☐ d Σ est fermé par suffixe. ☐ e Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

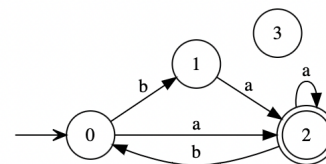
- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complémentation est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

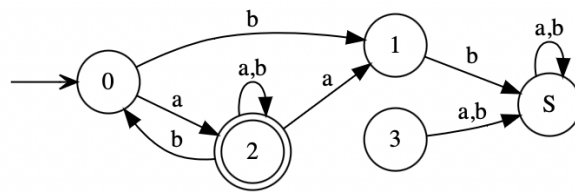
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

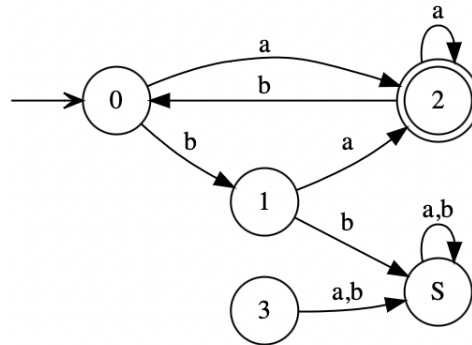
☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



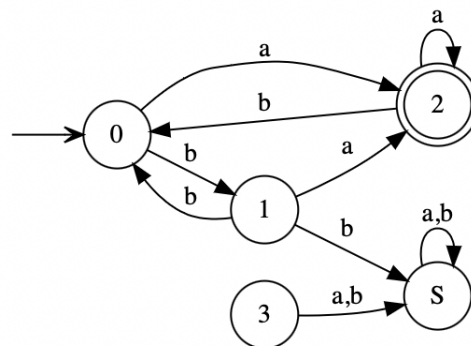
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ b Un mot peut être vide.
- ☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Un mot est une application.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Un mot est une fonction.
- ☐ h Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ i Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ j Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b u est accepté par A .
- ☐ c A est complet.
- ☐ d Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f Les états de A sont tous accessibles.

- ☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐a nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐b A possède un état puits ☐c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐d A accepte le langage universel. ☐e Tous les états de A sont accepteurs.
☐f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐a Σ^* est fermé par facteur. ☐b Σ^* est fermé par préfixe. ☐c Σ est fermé par facteur.
☐d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐e Σ^* est fermé par suffixe.
☐f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐g Σ est fermé par suffixe.
☐h Σ est fermé par préfixe.
☐i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

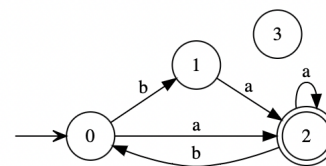
- ☐a A n'a pas d'état accepteur. ☐b u n'est pas accepté par A .
☐c A a au moins un état co-accessible. ☐d A a au moins un état non co-accessible.
☐e A n'est pas complet. ☐f A a au moins un état non accessible.
☐g A a au moins un état accessible. ☐h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-ii-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
☐b Celui de la Figure 2-i-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-iii-. ☐f Tous les automates.

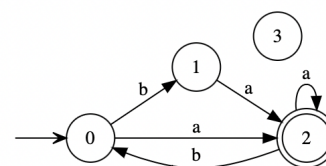


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 3-i-. ☐d Celui de la Figure 3-ii-.
☐b Celui de la Figure 3-iii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 3-iv-. ☐f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

☐ a	A a au moins un état co-accessible.	☐ b	u n'est pas accepté par A .
☐ c	A a au moins un état non accessible.	☐ d	A n'a pas d'état accepteur.
☐ e	A a au moins un état non co-accessible.	☐ f	A n'est pas complet.
☐ g	A a au moins un état accessible.	☐ h	$u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i	Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .		
☐ j	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.		
☐ k	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.		

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	Tous les états de A sont accepteurs.				
☐ b	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.				
☐ c	A possède un état puits	☐ d	$ \delta = Q \times \Sigma $.	☐ e	A accepte le langage universel.
☐ f	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	☐ g	nécessairement $ Q \geq 2$.		
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.				
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.				

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

☐ a	Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.		
☐ b	Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.		
☐ c	L'automate complémentaire reconnaît le même langage.		
☐ d	Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.		
☐ e	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot possède une infinité de préfixe.	☐ b	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ c	Un mot est une application.	☐ d	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ e	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ f	Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ g	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ h	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.

- ☐ i Un mot est une fonction. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot peut être infini.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs.
☐ c A est complet. ☐ d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ e u est accepté par A .
☐ f Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

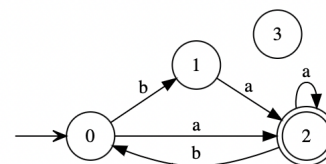
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ d Σ^* est fermé par préfixe.
☐ e Σ est fermé par suffixe. ☐ f Σ^* est fermé par suffixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ^* est fermé par facteur.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ d	Celui de la Figure 3-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-i-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-i-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



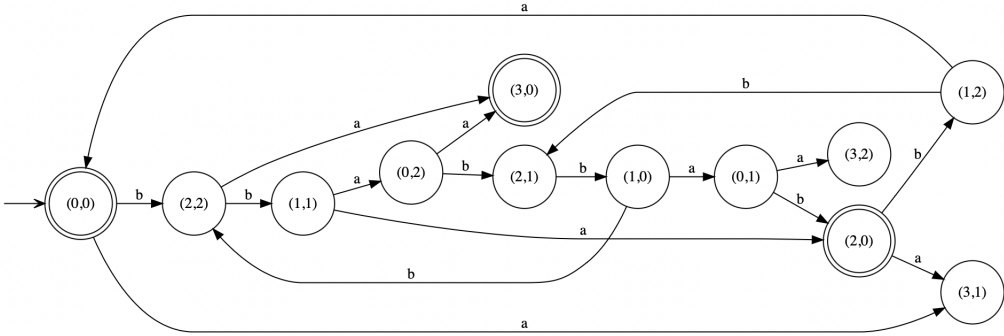
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



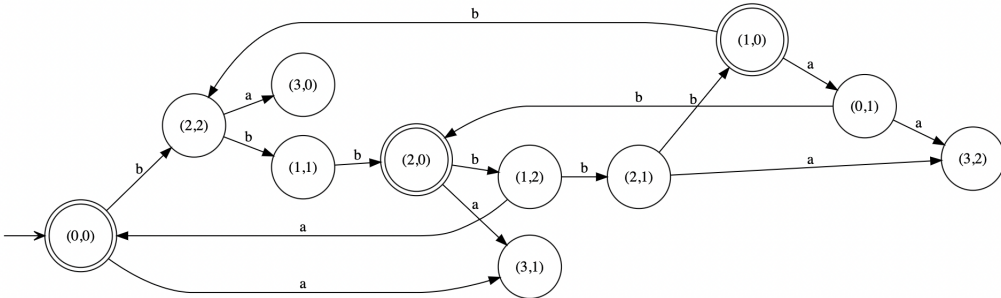
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



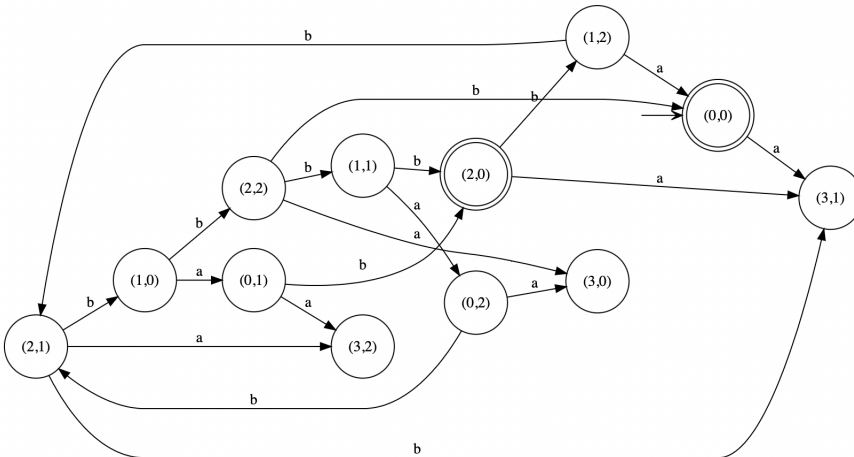
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



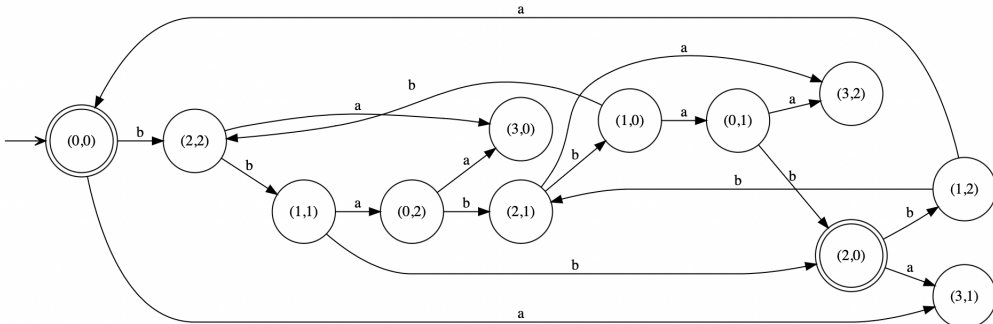
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e A est complet. ☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ d Un mot est une application.
☐ e Un mot peut être vide. ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
☐ c Σ est fermé par facteur. ☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ e Σ^* est fermé par préfixe. ☐ f Σ est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par suffixe.
☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b A n'est pas complet. ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non accessible.
☐ f Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ g A n'a pas d'état accepteur. ☐ h A a au moins un état co-accessible.
☐ i u n'est pas accepté par A .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ c A possède un état puits
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

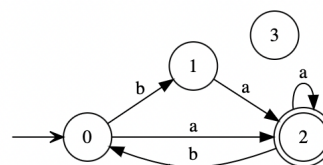
- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 2-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

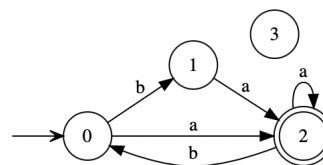


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 3-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iii-.
- ☐ d Celui de la Figure 3-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

☐ a	Σ^* est fermé par facteur.	☐ b	Σ est fermé par préfixe.	☐ c	Σ^* est fermé par préfixe.
☐ d	Σ est fermé par suffixe.	☐ e	Σ est fermé par facteur.	☐ f	Σ^* est fermé par suffixe.
	☐ g	Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.			
	☐ h	Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.			
☐ i	Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.				
☐ j	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.				

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

☐ a	Tous les états de A sont accepteurs.	☐ b	A accepte le langage universel.
☐ c	nécessairement $ Q \geq 2$.	☐ d	$ \delta = Q \times \Sigma $.
	☐ e	A possède un état puits	
	☐ f	L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.	
	☐ g	$ \delta = Q ^2 \times \Sigma $.	
☐ h	Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.		
☐ i	Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.		

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

☐ a	Un mot est une fonction.	☐ b	Un mot peut avoir plusieurs suffixes.	
☐ c	Tous les suffixes d'un mot sont distincts.	☐ d	Un mot est une application.	
☐ e	Un mot peut être infini.	☐ f	Un mot possède une infinité d'extensions.	
☐ g	Tous les préfixes d'un mot sont distincts.	☐ h	Un mot possède une infinité de préfixe.	
	☐ i	Un mot possède une infinité de suffixe.	☐ j	Un mot peut être vide.
☐ k	Un mot peut avoir plusieurs préfixes.	☐ l	Tous les facteurs d'un mot sont distincts.	

- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A a des états accepteurs. ☐ b Les états de A sont tous accessibles.
☐ c Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ d A est complet. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

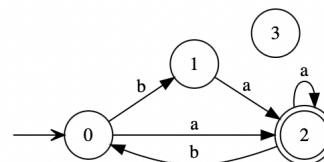
- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ b u n'est pas accepté par A . ☐ c A a au moins un état co-accessible.
☐ d A a au moins un état accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A n'est pas complet.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A n'a pas d'état accepteur.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-i-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



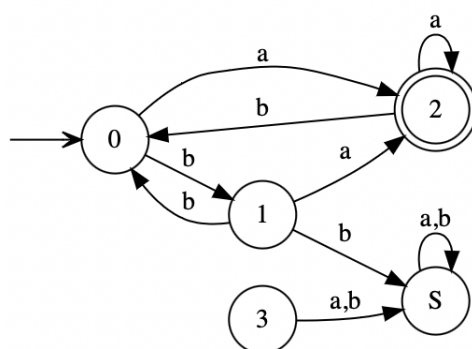
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ d A a au moins un état co-accessible.
- ☐ e A a au moins un état accessible.
- ☐ f A n'est pas complet.
- ☐ g A a au moins un état non accessible.
- ☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ i u n'est pas accepté par A .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur.
- ☐ b Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ c Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ d Σ est fermé par suffixe.
- ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ f Σ est fermé par préfixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ h Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e A accepte le langage universel.

- ☐ f L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

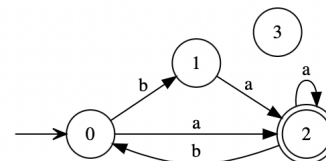
- ☐ a Un mot possède une infinité de préfixe. ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ g Un mot peut être vide. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ i Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ j Un mot est une fonction.
- ☐ k Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i-. ☐ d Celui de la Figure 2-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

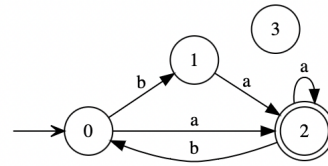


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-i-.	☐ d	Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ f	Tous les automates.

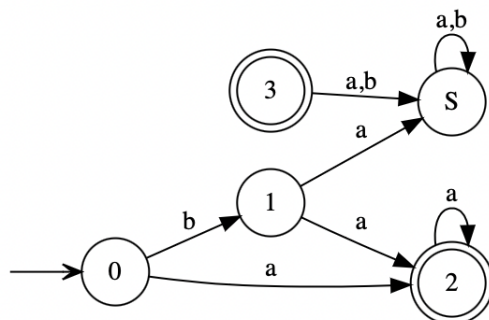


Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-i-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



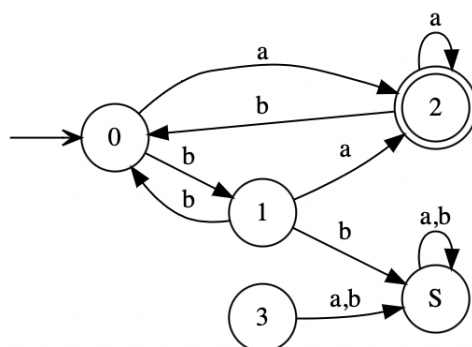
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.

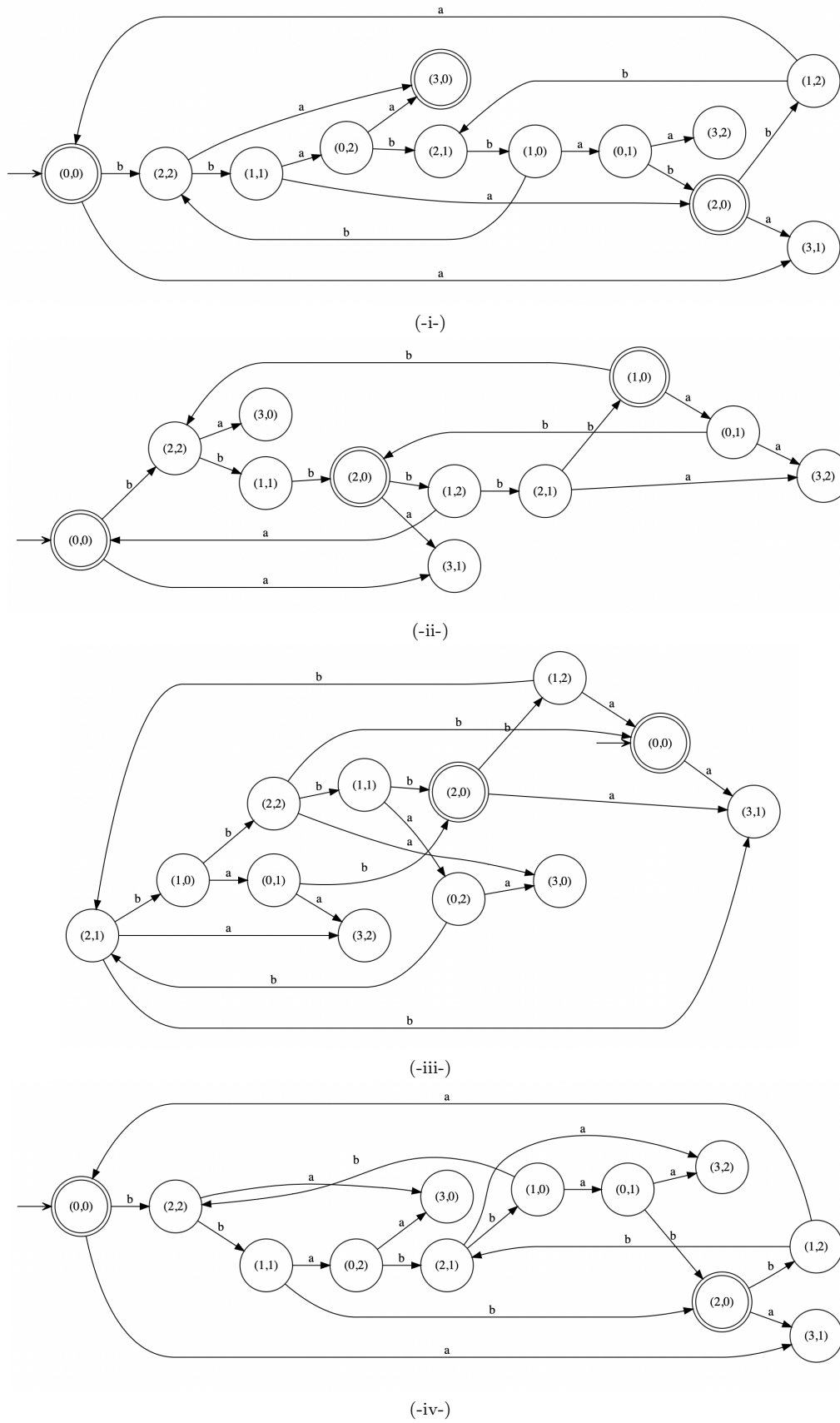


FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par facteur. ☐ b Σ est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
☐ d Σ^* est fermé par suffixe. ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
☐ f Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ h Σ est fermé par préfixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet. ☐ b A a des états accepteurs. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d u est accepté par A . ☐ e Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état co-accessible. ☐ b A a au moins un état non accessible.
☐ c A n'est pas complet. ☐ d u n'est pas accepté par A .
☐ e A a au moins un état non co-accessible. ☐ f A n'a pas d'état accepteur.
☐ g A a au moins un état accessible. ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a P est forcément déterministe.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d A accepte le langage universel.
- ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ f A possède un état puits
- ☐ g $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

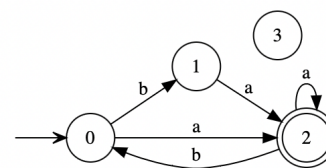
- ☐ a Un mot est une fonction.
- ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ c Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ d Un mot peut être infini.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ f Un mot est une application.
- ☐ g Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ h Un mot peut être vide.
- ☐ i Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ l Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ c Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.

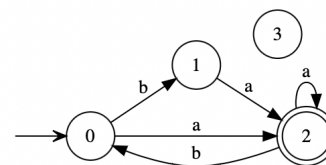


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 3-i.
- ☐ c Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

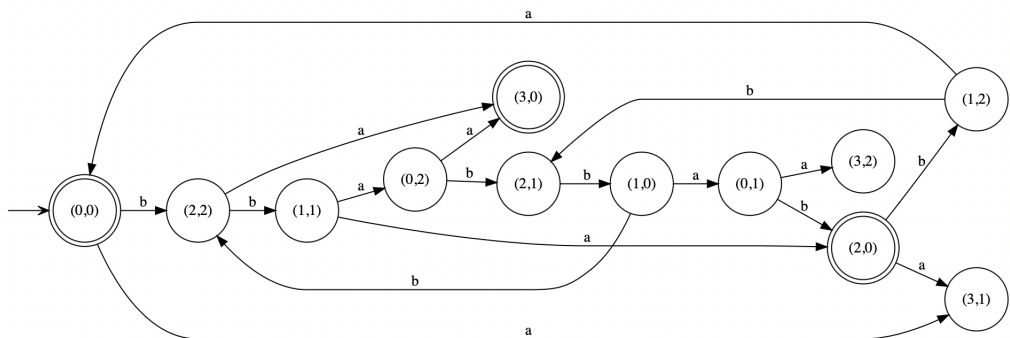
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



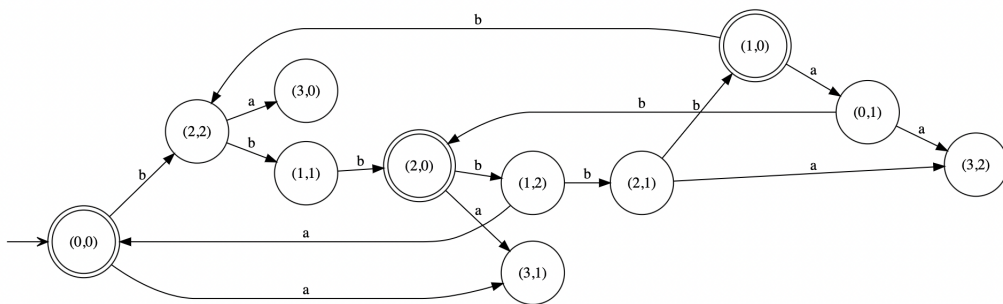
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



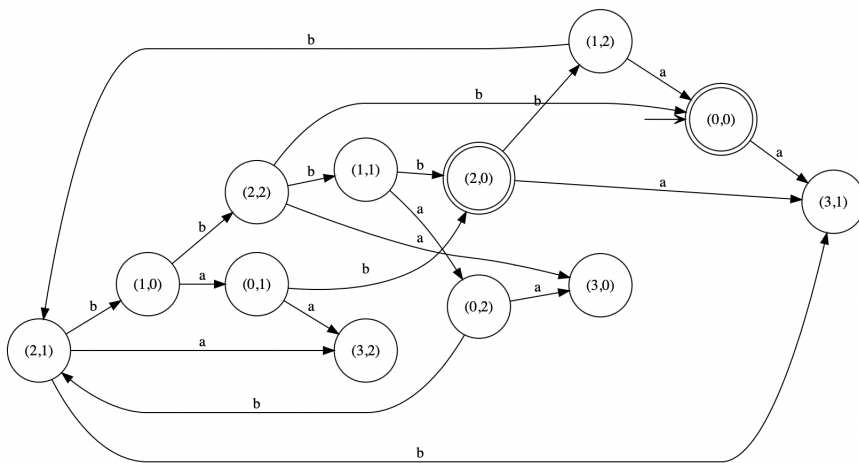
FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

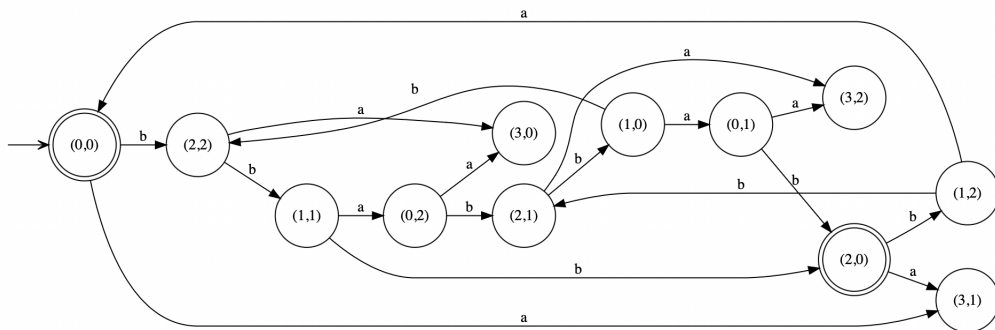
 $(-\mathbf{i}\mathbf{v}-)$

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ b Un mot est une application.
- ☐ c Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ f Un mot peut être infini.
- ☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ i Un mot peut être vide.
- ☐ j Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ k Un mot est une fonction.
- ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 4 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d u est accepté par A .
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f A est complet.
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ c Σ est fermé par facteur.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ h Σ est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ b A possède un état puits
- ☐ c $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ d nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

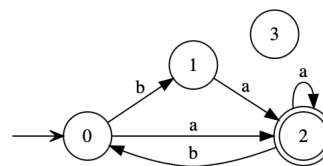
- ☐ a A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c A n'est pas complet.
- ☐ d A a au moins un état accessible.
- ☐ e u n'est pas accepté par A .
- ☐ f A a au moins un état non accessible.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-i.
- ☐ d Celui de la Figure 2-ii.
- ☐ b Celui de la Figure 2-iv.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 2-iii.
- ☐ f Tous les automates.

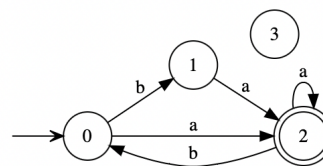


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i.
- ☐ d Celui de la Figure 3-iv.
- ☐ b Celui de la Figure 3-iii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ c Celui de la Figure 3-ii.
- ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.

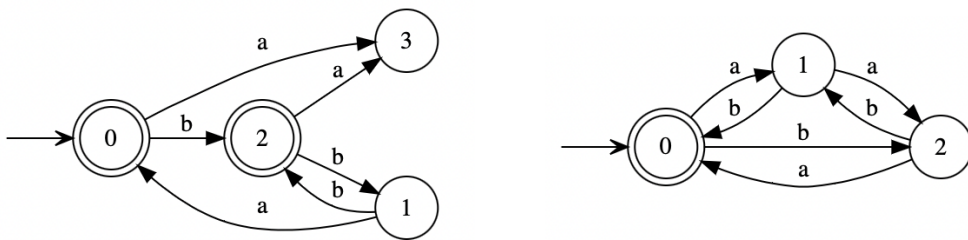


FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d A n'est pas complet.
- ☐ e Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ f A a au moins un état accessible.
- ☐ g A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ i A a au moins un état co-accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits
- ☐ b nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ c $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ d L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ g A accepte le langage universel.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ b Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.

- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot peut être vide. ☐ b Un mot est une fonction.
☐ c Un mot est une application. ☐ d Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ g Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Un mot possède une infinité de suffixe.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ est fermé par facteur.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
☐ d Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos. ☐ e Σ^* est fermé par facteur.
☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ^* est fermé par suffixe. ☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

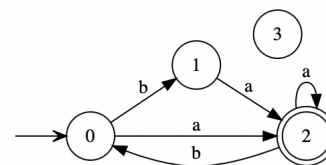
- ☐ a Les états de A sont tous accessibles. ☐ b A est complet. ☐ c u est accepté par A .
☐ d Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ f A a des états accepteurs.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iv-. ☐ d Celui de la Figure 2-i-.
☐ b Celui de la Figure 2-ii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iii-. ☐ f Tous les automates.

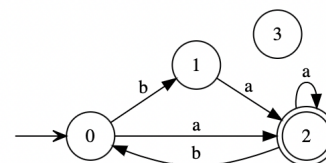


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-ii-. ☐ d Celui de la Figure 3-iv-.
☐ b Celui de la Figure 3-iii-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 5-iv-.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii-.
- ☐ c Celui de la Figure 5-i-.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii-.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Σ^* est fermé par facteur. ☐ b Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ c Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ d Σ^* est fermé par suffixe.
☐ e Σ est fermé par préfixe. ☐ f Σ^* est fermé par préfixe. ☐ g Σ est fermé par facteur.
☐ h Σ est fermé par suffixe.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot est une fonction. ☐ b Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ c Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ d Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ e Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ f Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ h Un mot peut être infini.
☐ i Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ l Un mot peut être vide.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b Tous les états de A sont accepteurs.
☐ c A accepte le langage universel. ☐ d $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ f $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ g L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A n'a pas d'état accepteur.
☐ b Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ c A a au moins un état co-accessible. ☐ d A n'est pas complet.
☐ e u n'est pas accepté par A . ☐ f A a au moins un état non accessible.

- ☐g A a au moins un état accessible. ☐h $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐i A a au moins un état non co-accessible.
☐j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐a L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐c Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐a P est forcément déterministe.
☐b Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
☐c $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
☐d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 8 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

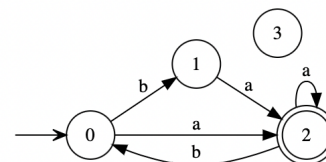
- ☐a u est accepté par A . ☐b A est complet. ☐c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐d $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐e A a des états accepteurs. ☐f Les états de A sont tous accessibles.
☐g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de complétion est/sont :

- ☐a Celui de la Figure 2-iii-. ☐d Celui de la Figure 2-iv-.
☐b Celui de la Figure 2-ii-. ☐e Aucun des automates.
☐c Celui de la Figure 2-i-. ☐f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe.
- ☐ b Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
- ☐ c Un mot possède une infinité d'extensions.
- ☐ d Un mot est une fonction.
- ☐ e Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
- ☐ f Un mot possède une infinité de préfixe.
- ☐ g Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
- ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
- ☐ i Un mot peut être infini.
- ☐ j Un mot peut être vide.
- ☐ k Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
- ☐ l Un mot est une application.
- ☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
- ☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

- ☐ a A a au moins un état non accessible.
- ☐ b A n'a pas d'état accepteur.
- ☐ c u n'est pas accepté par A .
- ☐ d Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
- ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
- ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$.
- ☐ g A a au moins un état co-accessible.
- ☐ h A n'est pas complet.
- ☐ i A a au moins un état accessible.
- ☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
- ☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Question 5 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a u est accepté par A . ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles. ☐ c $u \in \mathcal{L}(A)$.
☐ d A a des états accepteurs. ☐ e A est complet.
☐ f Les états de A sont tous accessibles.
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 7 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ b A accepte le langage universel. ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
☐ d $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$. ☐ e nécessairement $|Q| \geq 2$. ☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
☐ g A possède un état puits
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

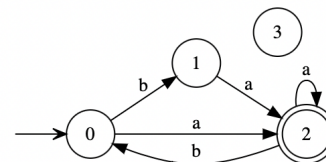
- ☐ a Σ est fermé par préfixe. ☐ b Σ^* est fermé par suffixe. ☐ c Σ^* est fermé par facteur.
☐ d Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos. ☐ e Σ est fermé par suffixe.
☐ f Σ est fermé par facteur. ☐ g Σ^* est fermé par préfixe.
☐ h Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii-. ☐ d Celui de la Figure 2-iii-.
☐ b Celui de la Figure 2-i-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-iv-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

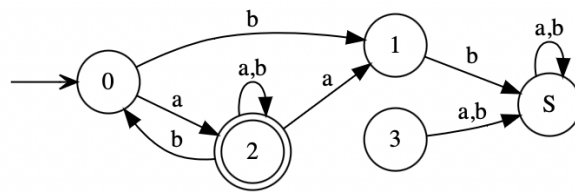
Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

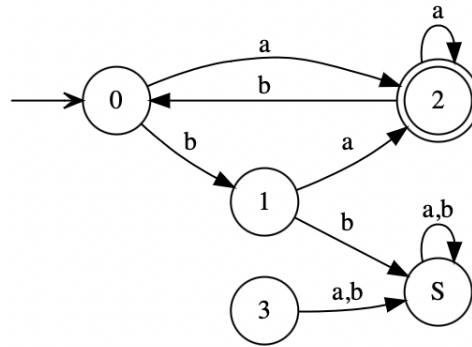
☐ a	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



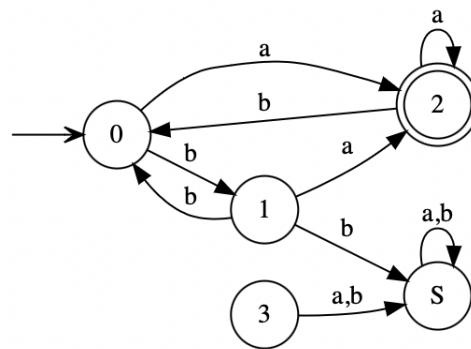
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ c L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a nécessairement $|Q| \geq 2$.
- ☐ b L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
- ☐ c Tous les états de A sont accepteurs.
- ☐ d A possède un état puits
- ☐ e $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$.
- ☐ f A accepte le langage universel.
- ☐ g $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
- ☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
- ☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ c Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ est fermé par facteur.
- ☐ e Σ est fermé par préfixe.
- ☐ f Σ est fermé par suffixe.
- ☐ g Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ h Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ b P est forcément déterministe.
- ☐ c Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Tous les préfixes d'un mot sont distincts. ☐ b Tous les facteurs d'un mot sont distincts.
☐ c Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ d Un mot est une fonction.
☐ e Un mot peut être infini. ☐ f Un mot peut être vide.
☐ g Un mot possède une infinité d'extensions. ☐ h Un mot peut avoir plusieurs suffixes.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs préfixes. ☐ j Un mot est une application.
☐ k Tous les suffixes d'un mot sont distincts. ☐ l Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a $u \in \mathcal{L}(A)$. ☐ b A est complet. ☐ c Les états de A sont tous co-accessibles.
☐ d Les états de A sont tous accessibles. ☐ e A a des états accepteurs.
☐ f u est accepté par A .
☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

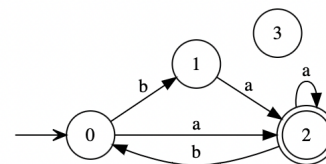
- ☐ a u n'est pas accepté par A . ☐ b A n'est pas complet.
☐ c Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ d A a au moins un état co-accessible. ☐ e A a au moins un état non co-accessible.
☐ f A a au moins un état non accessible. ☐ g A a au moins un état accessible.
☐ h A n'a pas d'état accepteur. ☐ i $u \notin \mathcal{L}(A)$.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-iii-. ☐ d Celui de la Figure 2-ii-.
☐ b Celui de la Figure 2-iv-. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i-. ☐ f Tous les automates.



Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 3-ii-.	☐ d	Celui de la Figure 3-i-.
☐ b	Celui de la Figure 3-iv-.	☐ e	Aucun des automates.
☐ c	Celui de la Figure 3-iii-.	☐ f	Tous les automates.



Partie 4 : Produit (4 points)

Question 11 ♣ (4 points)

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

☐ a	Celui de la Figure 5-iv-.
☐ b	Celui de la Figure 5-i-.
☐ c	Celui de la Figure 5-iii-.
☐ d	Celui de la Figure 5-ii-.
☐ e	Aucun des automates.
☐ f	Tous les automates.



FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



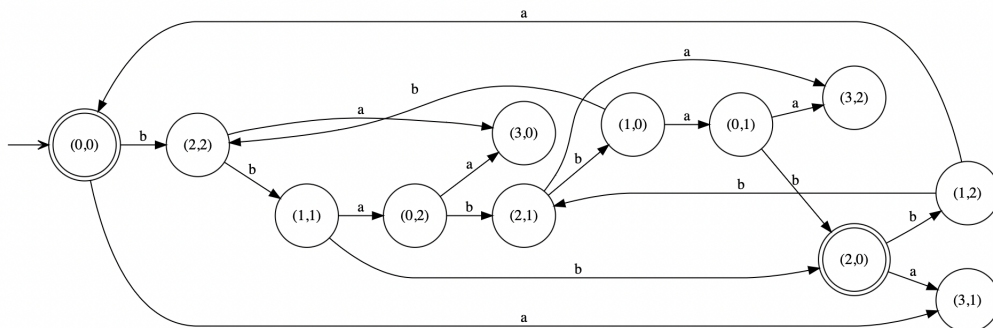
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 45 min (8h45 → 9h30).
- Aucune sortie avant 20 minutes.
- Aucune entrée après 20 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- Aucun document autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Sujet

Rappels et notations. Nous notons $|E|$ le cardinal d'un ensemble E . Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A . Pour un langage L , nous notons $\text{Pref}(L)$ et $\text{Suf}(L)$ les fermetures de L par préfixe et suffixe, respectivement. Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (10 points)

Question 2 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de complémentation d'automates.

- ☐ a Le cardinal du langage reconnu par le complémentaire est inférieur ou égal au cardinal du langage reconnu par l'automate de départ.
- ☐ b L'automate complémentaire reconnaît le même langage.
- ☐ c Pour un automate A quelconque, en appliquant l'opération de complémentation, on obtient un nouvel automate. Et en appliquant l'opération de complémentation sur l'automate obtenu, nous obtenons à nouveau l'automate A lui même.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 3 ♣ (1 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A est définie. Indiquer les affirmations que l'on peut déduire.

- ☐ a A est complet.
- ☐ b Les états de A sont tous co-accessibles.
- ☐ c A a des états accepteurs.
- ☐ d Les états de A sont tous accessibles.
- ☐ e $u \in \mathcal{L}(A)$.
- ☐ f u est accepté par A .
- ☐ g Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et f peuvent être déduites.
- ☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

Question 4 ♣ (1,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de produit d'automates. Soient A et B deux automates déterministes et P l'automate obtenu en appliquant la définition de l'automate produit entre A et B vue en cours (et non pas l'algorithme de calcul à la volée). Nous notons Q_X l'ensemble des états de l'automate X .

- ☐ a Si A et B sont accessibles, alors P est accessible.
- ☐ b $|Q_P| \leq |Q_A| \times |Q_B|$.
- ☐ c P est forcément déterministe.
- ☐ d Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.
- ☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

Question 5 ♣ (1,5 point) Nous considérons la fermeture par préfixe, suffixe et facteur d'un langage.

- ☐ a Si un langage est facteur-clos, alors il est préfixe-clos.
- ☐ b Σ est fermé par préfixe.
- ☐ c Σ est fermé par suffixe.
- ☐ d Σ^* est fermé par facteur.
- ☐ e Σ^* est fermé par préfixe.
- ☐ f Si un langage est préfixe-clos, alors il est facteur-clos.
- ☐ g Σ est fermé par facteur.
- ☐ h Σ^* est fermé par suffixe.
- ☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.
- ☐ j Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.

Question 6 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ et l'ensemble des états Q . Nous supposons que A est complet.

- ☐ a A possède un état puits ☐ b $|\delta| = |Q|^2 \times |\Sigma|$.
☐ c L'exécution de A est définie sur chaque mot construit sur son alphabet.
☐ d A accepte le langage universel. ☐ e Tous les états de A sont accepteurs.
☐ f $|\delta| = |Q| \times |\Sigma|$. ☐ g nécessairement $|Q| \geq 2$.
☐ h Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et h peuvent être déduites.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

Question 7 ♣ (1,5 point) Nous considérons les notions de mot, préfixe, suffixe et facteur.

- ☐ a Un mot possède une infinité de suffixe. ☐ b Un mot est une application.
☐ c Un mot est une fonction. ☐ d Un mot possède une infinité de préfixe.
☐ e Tous les facteurs d'un mot sont distincts. ☐ f Un mot peut avoir plusieurs préfixes.
☐ g Un mot peut être infini. ☐ h Tous les suffixes d'un mot sont distincts.
☐ i Un mot peut avoir plusieurs suffixes. ☐ j Tous les préfixes d'un mot sont distincts.
☐ k Un mot peut être vide. ☐ l Un mot possède une infinité d'extensions.
☐ m Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et l peuvent être déduites.
☐ n Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l ne peut être déduite.

Question 8 ♣ (1,5 point) Soit un AEFD A sur un alphabet Σ dont la fonction de transition est notée δ . Soit $u \in \Sigma^*$ dont l'exécution sur A n'est pas définie. Indiquer les affirmations vraies parmi les suivantes.

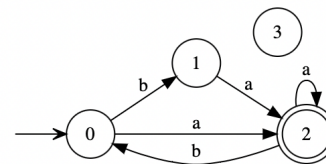
- ☐ a A n'est pas complet. ☐ b A a au moins un état non co-accessible.
☐ c u n'est pas accepté par A . ☐ d A a au moins un état non accessible.
☐ e A n'a pas d'état accepteur. ☐ f $u \notin \mathcal{L}(A)$. ☐ g A a au moins un état co-accessible.
☐ h Il y a un état q de A et un symbole e de Σ tel que (q, e) n'est pas dans le domaine de δ .
☐ i A a au moins un état accessible.
☐ j Toutes les affirmations données dans les réponses entre a et i peuvent être déduites.
☐ k Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et i ne peut être déduite.

Partie 2 : Complétion (3 points)

Question 9 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complétion* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 2-ii. ☐ d Celui de la Figure 2-iii.
☐ b Celui de la Figure 2-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 2-i. ☐ f Tous les automates.

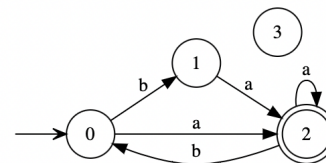


Partie 3 : Complémentation (3 points)

Question 10 ♣ (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ (même que celui de la précédente partie). Le(s) automate(s) correct(s) résultant l'algorithme de *complémentation* est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure 3-i. ☐ d Celui de la Figure 3-ii.
☐ b Celui de la Figure 3-iv. ☐ e Aucun des automates.
☐ c Celui de la Figure 3-iii. ☐ f Tous les automates.



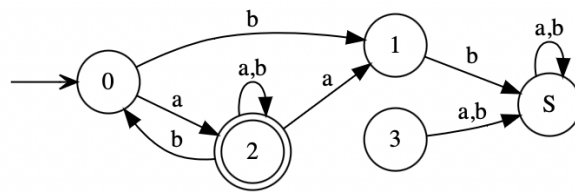
Partie 4 : Produit (4 points)**Question 11 ♣ (4 points)**

Considérons les automates dans la Figure 4 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. L'/Les automate(s) correct(s) résultant de l'algorithme de calcul de *produit* à la volée est/sont :

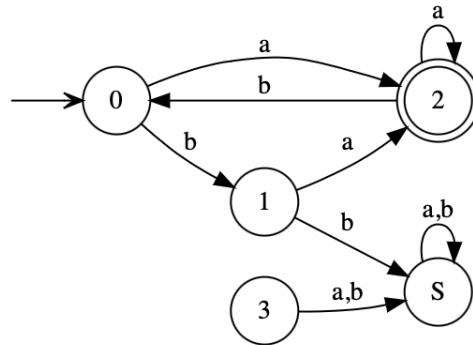
- ☐ a Celui de la Figure 5-i.
- ☐ b Celui de la Figure 5-iii.
- ☐ c Celui de la Figure 5-iv.
- ☐ d Celui de la Figure 5-ii.
- ☐ e Aucun des automates.
- ☐ f Tous les automates.



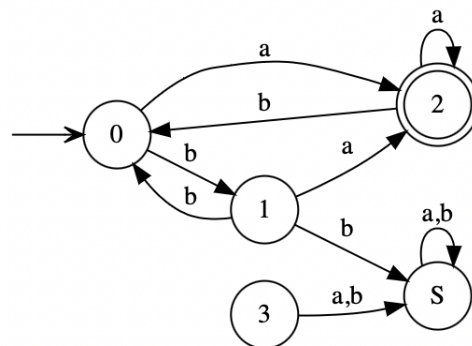
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complétion.



FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la partie Complémentation.



FIGURE 4 – Automates à utiliser pour l'opération produit.



FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de produit sur les automates de la Figure 4.



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte
et indiquez vos nom et prénom.

Numéro d'étudiant + NOM Prénom :

.....
.....

Question 1 :

☐ a *Réservé enseignant*

.....
.....
.....

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f